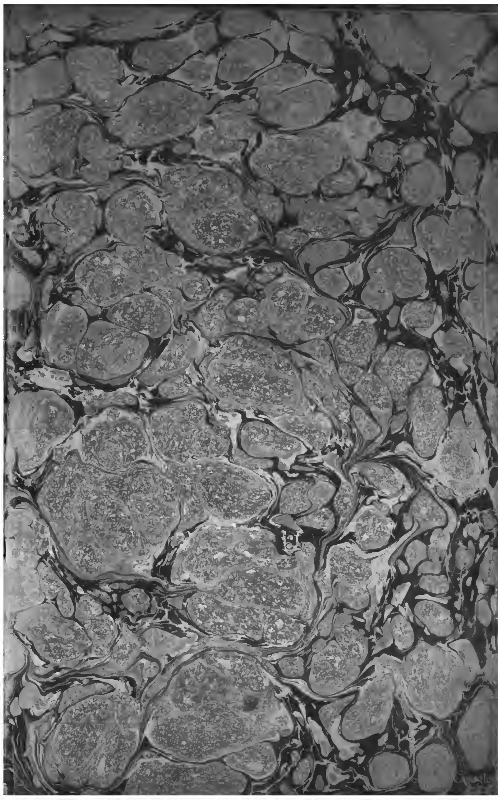
image
not
available



Ariſtippus Philoſophus Socraticus, naufragio cum ejectus ad Rhodienſium litus animadvertiſſet Geometrica ſchemata deſcripta, exclamaviſſe ad comites ita dicitur: Bene ſperemus, Hominum enim veſtigia video.

Vitruv. Architect. lib. 6. Praef.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ

ΜΕΤΑ ΤΩΝ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ

ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

QUÆ SUPERSUNT OMNIA

CUM

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIIS.

EX RECENSIONE

JOSEPHI TORELLI, VERONENSIS,

CUM NOVA VERSIONE LATINA.

ACCEDUNT

LECTIONES VARIANTES EX CODD. MEDICEO ET PARISIENSIBUS.





OXONII,
E TYPOGRAPHEO CLARENDONIANO.
MDCCXCII.

L E C T O R I.

Q U I D in Archimede recensendo præstiterit TORELLUS, *qua ratione et modo opus suum instituerit, ipsius Præfatio luculenter demonstrat. Eam quidem conscribebat ille, dum labores suos ad finem perducendos, et Editionem suam cito in lucem prodituram propiori jam spe præcipiebat, quam tamen, morte interveniente, ne prelo quidem commisit. Intercesserat illi jam antehac (ex consilio et hortatu præcipue* Philippi Comitis STANHOPE, *harum literarum Cultoris summi ac Patroni) cum Curatoribus Preli Clarendoniani apud* Oxonienses *de hac ipsa re commercium; neque gravata est* Academia Oxoniensis *in patrocinium suum recipere quod Euclidi et Apollonio suo velut cognationis jure tertium Opus accederet. Rem ea potissimum de causa abruptam quod* TORELLUS *nolebat Editionis suæ curam e manibus suis dimittere post mortem ejus renovabat* Alberto Albertini *ejus Testamenti Curator. Cum enim vidit tanti operis edendi sumptum intra privati hominis facultates non cadere, arbitrabatur se non aliter et publicæ utilitati et amici sui famæ rectius consulturum esse, quam si illud, prout ipsi olim* TORELLO *visum fuerat,* Academiæ Oxoniensis *fidei commendaret. Omnem itaque Editionis apparatum quem* TORELLUS *summa cum cura conquisiverat, et industria plane admirabili digesserat, ultro Academiæ dono dedit, illud tantum rogans, ut ea in lucem, quamprimum fieri posset, proferretur. Figuras etiam Mathematicas huic operi destinatas, sumptibus Academiæ comparandas esse procuravit. Quæ itidem negotia omni ope sua adjuvit V. Cl.* JOHANNES STRANGE *ex Anglia eo tempore ad Venetos Legatus, qui ut inchoati fuerat olim consilii particeps, ita ne in irritum evaderet, sedulo elaboravit. Denique, quod felix faustumque sit, Viri Doctissimi eximium opus lubenter excepit* Academia Oxoniensis, *et ad ejus mentem, non tantum quoad ea quæ Schedæ ejus accuratissime descripta exhibuerunt, viz. operum Archimedis seriem, Textus recensionem, Versionem Latinam, et * Lectionum Varietatem, &c. sed etiam quoad Typos et Editionis formam, omnia componi voluit. In manus itaque, Lector, tibi jam tradimus ipsissimam* TORELLI *Editionem, qualem ipse, dum in vivis agebat, eam in publicum proferre destinaverat.*

Accessit autem Appendicis *loco Auctarium unum atque alterum;*

1mo. " *Commentarius in aliquas Archimedis Propositiones De iis quæ in humido vehuntur.*"

Illum qui prius extitit Commandini *Commentarium* TORELLUS *certe in suæ Editionis censum non retulerat. Etenim* Commandini *hujusce Tractatûs Editionem præ manibus habens, textum recensuit et multis in locis emendavit, Commentarium ne uno quidem in loco. Schemata Mathematica quæ textui illustrando inserviant, ligno incidenda procuravit, omissis iis quæ Commentarii in usum requiruntur, numero sex et viginti; ea insuper non incidenda esse nota qua in hunc finem utebatur in Margine apposita indicavit; denique si in hoc aut illo schemate literæ nonnullæ non textus sed solius Commentarii gratia interjectæ fuerint, eas omnes calamo in transversum ducto delevit.*

* Vide TORELLI Præfationem, p. xvi.

Ex hisce indiciis satis comparet Torellum Commandini *Commentarium in suam Editionem non recepturum fuisse, nimia ut videtur ejus prolixitate commotum. Novum de suo nondum excogitaverat. Aliquo autem commentario opus esse satis liquet, cum pro cognitis sumantur necesse est in isto Archimedis tractatu Parabolæ affectiones nonnullæ, quæ neque per se constant, neque apud Archimedem aut Apollonium alibi demonstrantur. In supplementum igitur operis* Torelliani, *hunc quem in Appendicem retulimus, de suo suffecit* Abramus Robertson *A.M. ex Æde Christi, cui etiam ab Academia tota hujus Editionis administrondæ et preli corrigendi cura demandata est.*

Sequitur 2do. Varietas Lectionum ex Codicibus Mediceo et quotuor Parisiensibus.

De Mediceo Vir Cl. A. M. Bandinius, *cujus opera in instituenda hac Collatione usi sumus, hæc habet.*

" *Est Codex meo quidem judicio valde insignis, scriptus nitidissime in membrana, in 4to. majori,*
" *sæculo* xiii, *eoque potius ineunte, quam exeunte, sine ullis accentibus, et cum spiritibus valde raris,*
" *iisque vetusto more formatis, ut in variantibus ipsis, ubi ipsi inciderunt, videre est; charactere*
" *interdum ita complexo, ut unico calami ductu, duæ, vel tres voces simul conjungantur, quod in*
" *præpositionibus, ut plurimum, usu venit: scribit enim* επιθατερα *pro* επι θατερα; διατου *pro*
" δια του, *&c. Habet præterea nexus quosdam, quales in aliis Codicibus non ita facile obvii fiant,*
" *videlicet* ⁒ *pro* ἐςὶν, *ʃʃ. pro* εἰσὶν, ·ɩ· *pro* εἶναι, ϕ *pro* ἔςω, ῷ *pro* ἔςωσαν, ϑ *pro* ἔςαι, ⁒ *pro*
" τουτεςιν, ὑ *pro* ἴσον, αλλ' *pro* αλλ' ἂν, ʒ *pro* πρὸς, *&c. Titulos librorum exhibet charactere pæne*
" *quadrato exaratos, et schemata accuratissime delineata. Denique, quod præcipuum est, ex optimo*
" *exemplari desluxisse crediderim.*"

Quod Codicum etiam Parisiensium Variantibus Lectionibus Editionem nostram locupletavimus, lubenter profitemur non minima ex parte deberi illustrium Virorum benevolentiæ Honmi Georgii Comitis Gower, *et illius qui exteris apud Regem Gallicum negotiis uno vel altero abhinc anno præfectus est, Illmi* Comitis de Montmorin. *Nam ut noster ille Magnæ Britanniæ Regis in Galliam Legatus, nihil antiquius habuit quam ut votis* Academiæ Oxoniensis, *quam et ipse non ita pridem ornarat, omni ope sua obsecundaret, ita et alterum, ubi de finibus doctrinæ proferendis agebatur, consilii sui adjutorem facillime nactus est; qui itaque ad Archimedem illustrandum eum Codicum usum, qui vel commodus esset quam maxume, ut erat tunc temporis munus ejus atque auctoritas, humanissime suppeditari voluit.*

Hi Codices ii sunt, qui in Bibliothecâ Regiâ numeris 2359, 2360, 2361, 2362 *designantur, qui etiam in ejusdem Catalogo ita recensentur.*

2359. *Codex chartaceus, olim Mediceus, quo continentur*
- 1mo. *Archimedis de Sphæra et Cylindro libri duo.*
- 2do. *Idem de Circuli Dimensione.*
- 3tio. *Idem de Conoidibus et Sphæroidibus.*
- 4to. *Idem de Lineis Spiralibus.*
- 5to. *Ejusdem de Planis Æquiponderantibus libri duo.*
- 6to. *Ejusdem Psammites, seu de numero arenæ.*
- 7mo. *Ejusdem Quadratura Parabolæ.*
- 8vo. *Eutocius Ascalonita in Archimedis libros duos de Sphæra.*
- 9no. *Idem in Circuli Dimensionem.*
- 10mo. *Idem in libros duos de Planis Æquiponderantibus.*

Is Codex duorum librariorum manu diversa, sæculo decimo sexto exaratus videtur. Quædam et a tertio librario scripta sunt.

2630. *Codex*

2360. *Codex chartaceus, olim Mediceus, quo continentur Archimedis, et Eutocii tractatus supra memorati.*

Is Codex, e vetere quodam Alberti Pii, Carpensis, *exemplari quod penes* Georgium Vallam *antea fuerat, descriptus fertur. Nec abs re fuerit huc afferre, quæ de eximio illo antiquitatis monumento memoriæ prodidit* Gulielmus Philander *ad Lib.* 9. *Vitruvii cap.* 3. " *Hæc ego,* " *inquit, scripseram, cum beneficio* Rodolphi Pii, Carporum Cardinalis, *facta est mihi copia videndi* " *exscribendique (curante id Mæcenate meo) Archimedis de Sphæra et Cylindro cum enarratione* " *Eutocii volumen, ornamento futurum augustissimæ illi et instructissimæ Bibliothecæ, quam tu, toto* " *orbe terrarum maximis sumptibus conquisitis omnium disciplinarum et linguarum libris, Francisce* " *Regum potentissime et Christianissime, ad Fontem Bleeium sive Fontembellum aut Callirrhoen* " *dicere mavis, instituisti: Id volumen Georgii Vallæ fuerat, in quo præter linguæ Doricæ pro-* " *prietatem et omissionem spirituum atque accentuum, quæ in legendo nonnihil exhibuerunt difficul-* " *tatis, occurrunt subinde syllabarum et dictionum notæ, quæ ne a Græcis quidem ipsis satis agnos-* *cuntur.*" *E quibus verbis nostrum hunc Codicem a* Philandro *exaratum non temere conjicias* *.

2361. *Codex chartaceus, Fonteblandensis, quo præter Archimedis et Eutocii opera, de quibus supra, continetur Heronis liber de mensuris. In fine capita duo, unum de ponderibus, alterum de mensuris, quæ incertum est an et ipsa ad librum Heronis pertineant. Præfixus index Græcus, manu*

* *Hujusce Codicis Epigraphe sic se habet,*

Ταῦτα ἐξεγράφη ἀπὸ τοῦ ἀντιγράφου ἐκείνου παλαιοτάτου ὃ πρότερον κτῆμα ἦν τοῦ Γεωργίου τοῦ Βάλλα ὕστερον τοῦ ἐπιφανεστάτου ἄρχοντος Ἀλβέρτου πίου τοῦ καρπαίου ἐγένετο· ὃ μὲν ἀντίγραφον ὡς εἰρήκαμεν παλαιότατον ἦν πλεῖστα δὲ καὶ ἀμέτρητον εἶχεν ἀσάφειαν ἐν τοῖς πνευμάτων· ὥστε ἀναφθέγματα χωρὶς μηδὲ σαφηνίζεσθαι μηδαμῶς· περὶ δὲ τὰς καταγραφὰς πολλῶν ὄντων καὶ ἄλλων ἁμαρτημάτων ταῦτα ἐν πλείστοις τὰ ὑπογεγραμμένα· στοιχεῖα δηλαδὴ ἀντὶ στοιχείων

χ ἀντὶ τοῦ κ ἢ ἀνάπαλιν — π ἀντὶ τοῦ ν ἢ ἀνάπαλιν — ζ ἀντὶ τοῦ ξ ἢ ἀνάπαλιν
θ ἀντὶ τοῦ β ἢ ἀνάπαλιν — α ἀντὶ τοῦ λ ἢ ἀνάπαλιν

ἦν δὲ ἐν τῷ αὐτῷ ἀντιγράφῳ καὶ τινα ἴδια χαρακτηρίσματα συντομίας χάριν τῆς ἐν τῷ γράφειν· τὰ δέ·

[illegible] περ.
[illegible] ους· οἷον [illegible] τους.
[illegible] και· ἄλλως [illegible] και.
[illegible] ης οἷον [illegible] της.
[illegible] ἴσαι· [illegible] ἴσος· [illegible] ἴσον· καὶ τἄλλα ὡσαύτως· [illegible] ἴσας· [illegible] ἴσου.
[illegible] ων· οἷον [illegible] των.
[illegible] ου.
[illegible] ἐστὶ· [illegible] εἶναι· [illegible] εσται· [illegible] ας· ουν· [illegible] και· φερεσθ[illegible] φερεσθαι.
[illegible] εἶναι· ἢ οὕτως [illegible] εἶναι.
[illegible] ἐστί.
[illegible] ιν· και ην· ὡς σχῆμ· εχουσιν· και [illegible] την.
[illegible] ας· ὡς [illegible] τας.
[illegible] ως· οἷον [illegible] πως.
[illegible] αι· μονοι μονοαι· [illegible] ας· [illegible] τας.
[illegible] ος· οἷον ουτ[illegible] αυτος.
[illegible] ου· οἷον [illegible] του.

πάντων δὲ πυκνότατα ἦν ταδί.

[illegible] της· [illegible] προσκείσθωσαν.
[illegible] οὕτως.
[illegible] γάρ.
[illegible] γίνεται.
[illegible] ἄρα.
[illegible] ἔσω· καὶ [illegible] ἔστωσαν.
[illegible] εστι [illegible]· εστι καὶ [illegible]. ὅτι ἴσως δὲ ἐτύγχανεν ἐν ἄνευ προσῳδιῶν· εἰ μὴ ἐν ὀλίγοις χάριν διαφορᾶς.

Ex horum signorum convenientia cum iis quæ in Codice Mediceo observavit Bandinius, facilis est conjectura utrumque ab eodem exemplari defluxisse, cujus rei etiam fidem facit, quod Variæ Lectiones in utroque fere eædem sunt.

Constantini

Conſtantini Palæocappæ; *præfixus item index Latinus, manu Auveri.* — *Ibidem folio verſo deſcripti verſus Claudiani, in Archimedis ſphæram, ibidem et manu quoque eadem, præfatio brevis* Georgii Armeniaci *.

Is Codex manu Chriſtophori Auveri, *ſumptibus vero* Georgii Armeniaci *anno Chriſti* 1544 *exaratus eſt.*

2362. *Codex chartaceus, Fonteblandenſis, quo continentur Archimedis et Eutocii opera, de quibus ſupra.*

Is Codex ſæculo decimo ſexto exaratus videtur.

* *Ita ſcilicet præfatur Librarius,*

Ne te offendat, ſtudioſe lector, hunc Authorem citra ullam ipſius commendationem aut præfationem aliquam videre: ita prima folii facies in veteri exemplari unde hoc deſcriptum eſt, vetuſtate conſumpta et extrita fuit, ut ne Archimedis quidem nomen agnoſci potuerit: nec tum aliud Romæ reſtabat quo reſtitui hoc πρόσωπον poſſet. Carebat in univerſum et ſpiritus et accentus omni nota; reliquis partibus integrum et abſolutum, niſi quod ἥρωνος de menſuris poſtremi folii ſecunda pagina i idem ut Archimedis penitus obliterata fuerit. Quo tamen commendatione ejuſmodi Authoris etiam Gallia lætaretur, malui potius quoquo modo ejus tibi copiam meo ſumptu fieri, quam Mathematices amatoribus in hac parte mea culpa videri negligentior.

Ad finem Codicis ſubjicitur Epigraphe quæ ſequitur,

Τέλος ἐπέθηκε τούτῳ τῷ συντάγματι Χριστόφορος ὁ αὐῆρος γερμανὸς τῇ πρώτῃ ἡμέρᾳ τοῦ χιλιοστοῦ πεντακοσιοστοῦ καὶ τεσσαρακοστοῦ τετάρτου, δαπανήματι τοῦ αἰδεσιμωτάτου τοῦ ῥοδώνων ἐπισκόπου γεωργίου ἀρμανιακοῦ ὄντος πρὸς παῖδας τὸ τρίτον τῆς ἁγίας ἐκκλησίας τὸν διώνυμον οἰκονομοῦντα ἐν τῇ ῥώμῃ παρὰ φραγκίσκου τοῦ κελτῶν βασιλέως ἱερομνημονικῶς πρεσβεύοντος: ——

DABAMUS EX ÆDIBUS CLARENDONIANIS
JUNII 27, MDCCXCII.

ELENCHUS

ELENCHUS OPERUM.


IOSEPHO·TORELLO·VERONENSI
CVIVS·LINGVARVM·PERITIAM
NOTITIAM·ANTIQVITATIS
ORATORIAE·ET·POETICES·EXQVISITISS·FACVLTATEM
ACERRIMA·GRAVIORVM·DISCIPLINARVM
PRAESERTIM·MATHESEOS·COGNITIO·INSTRVXIT
VTRAMQVE·LAVDEM
EXIMIA·IN·DEVM·RELIGIO·IN·MATREM·PIETAS
IN·OMNES·HVMANITAS·CVMVLAVIT
ALBERTVS·ALBERTINIVS·VERONENSIS
HERES·EX·ASSE·SCRIPTVS
AMICO·DVLCISSIMO·DE·SE·OPTIME·MERITO·P·
OBIIT·XV·KAL·SEPTEMBRIS·CIƆIƆCCLXXXI
VIXIT·ANNOS·LIX·MENSES·IX·DIES·XI

CLEMENTIS SIBILIATI,

IN PATRIO PATAVINO LYCEO

RHETORIS AC PHILOLOGI,

DE VITA AC STUDIIS

JOSEPHI TORELLI

VERONENSIS

COMMENTARIUM.

PERVETUS querela eſt, et ab Homeri ætate ad noſtram uſque ſermunculis propagata, Mundi ſeneſcentis vitio et ineluctabili diſſolvendi ſui neceſſitati obviam euntis debilitari ſenſim omnia, Naturamque effœtam viribus minores imbecillioreſque fœtus in dies progignere tum corporum tum animorum. Eos, qui talia venditent, aut inconſiderati judicii accuſandos cenſeo, qui opinionem vix dignam auribus anicularum temere imbiberint, aut malevoli ingenii, qui priſcorum ſæculorum atque hominum prædicatione, ætatis, qua vivunt felicitati, et eorum, quibuſcum vivunt, gloriæ tacite obtrectent. Nam cum aſpectabilem hanc cœli terræque molem eadem, quæ condidit, divina virtus ac ſapientia per univerſas infuſa partes conſervet, ſingulares quidem res ſibi invicem ſuccedentes ortæ occidunt, et auctæ decreſcunt, at in ſua ſe per veſtigia circumagens rerum ordo retro ſublapſus referri nequit, nec fatiſcere Natura communis, quam divina illa fatigari neſcia virtus ſuſtinet, et immutabili prorſus æternitate tuetur. Sed multo minus languorem ac ſenium hominum ingeniis obrepere exiſtimemus, cum animi firmiſſimo atque immortali naturæ robore ſepti, temporum viciſſitudinibus obnoxii eſſe non poſſint, cum temporis ſint expertes. Conticeſcant igitur paſſim jactatæ voces defeciſſe hac noſtra ætate Philoſophos, Juriſconſultos, Mathematicos, Medicos, Oratores, quorum tam uberem ſegetem præteritæ ætates effuderint. Nam præter quam quod præpoſteræ mentis eſt breviſſimam ætatem hanc, quam fugientes veluti prætervehimur, cum omnibus retro actis ſæculis conferre, ſi quid noſtris temporibus detrimenti cepit literaria res, non inde cauſa arceſſenda, quod nobis Natura defuerit, ſed quod nos ipſi Naturæ deſimus, ejuſque dona aut fruſtremur nihil agendo, aut aliud agendo intervertamus. Quocirca præter alias cauſas, quas docti viri attulerunt, hoc etiam nomine magnam iis habendam gratiam arbitror, qui non

unius aut alterius tantum eminentiſſimi ingenii, ſed multorum virorum ſcientia, aut literis, aut ingenua arte aliqua præſtantium elogia ſcriptis tradiderunt, ac tradere porro pergunt. Quos inter Angelus Fabronius, Piſanæ Academiæ Moderator, vitas Italorum noſtra aut avorum noſtrorum memoria doctrina excellentium duodecim adhuc voluminibus cedro linendis perſecutus, retruſas Italas opes ac veluti complicatas eduxit, evolvit, et in oculis totius Europæ defixit, nunquamque interituram nominis ſui famam cum eorum, de quibus ſcripſit, immortalitate communicavit. Hiſtoricorum quippe voce ac fide hominum virtus ac ſcientia anguſto circumſcripta loco, breviſſimæque hominum vitæ alligata protenditur latius, ac diutiſſime prorogatur, efficiturque ut defendat numerus, refutetque immerito illatam Naturæ injuriam, quaſi novis malignius conſultum voluerit quam antiquis. Quæ ſane cogitatio menti occurſans, acriores volenti ſtimulos admovet, ut quædam de JOSEPHI TORELLI vita, ſtudiis, moribus, ſcriptis proloquar, ut qui non diu vixit, nec unquam e patriis Laribus pedem extulit, fato functus in longinquas terras nominis ſui commendatione, dum bonæ loquentur literæ, excurrat.

VERONAM pernobilem Venetorum Urbem, et natura ſoli cælique adſpirante præſtantium ingeniorum ſine intermiſſione fœcundam ſortitus eſt Patriam JOSEPHUS TORELLUS, qui honeſto prognatus genere anno 1721, tertio nonas Novembris, in vitam ingreſſus eſt. Patrem habuit Lucam Torellum, qui mercaturam faciebat, quam artem ignobilem nemo dixerit, niſi qui luxu ac deſidia nobilitatem metitur. Matrem nactus eſt Antoniam Albertiniam, Venetam mulierem egregie cordatam ac priſci moris, in quam mox vicaria patris quoque cura conceſſit, cum illum immatura mors familiæ ac filiolo ſuſtuliſſet. Ingeminato igitur officii munere, maternamque facilitatem paterna gravitate roborans, piis doctiſque viris, quos Somaſchos dicimus, alendum, primiſque literarum rudimentis imbuendum tradidit, dein Ballerinis Fratribus plenius erudiendum concredidit, qui præ ſumma, qua pollebant ſapientia, ſpectatis pueritiæ velut auſpiciis, ac tanquam ſervato cœlo ſpem reliqui temporis præcipientes morigeram Matrem cohortati ſunt, ut in Athenæum Patavinum quam primum mitteret, ac nihil non ſibi de ejus ingenio ac diligentia polliceretur. Florebat tunc quoque Gymnaſium hoc noſtrum magnorum Doctorum copia ac celebritate, quam nunc etiam male feriatorum voculæ adaugent, non ut illos, reor, nihil jam ſenſuros demereantur, ſed ut inducta comparatione præſentibus detrahant. Id ipſum, me puero, jactari conſueviſſe commemini, nempe illos qui ſuperiore ætate ſcholas rexiſſent ingenio ac ſcientia anteſtetiſſe iis ipſis, quos TORELLUS et ego tunc temporis audiebamus. Venit ille, atque ita toto quadriennii ſpatio perdius ac pernox in ſtudiis evigilavit, nulla ut ei temporis particula vacaret ab auditione, lectione, ſcriptione, commentatione; tantumque diligentiæ tribueret, ac ſi non maxima ingenio, quod illi magnum inerat, gratia habenda videretur. Una diſcendi cupiditas in locum aliarum cupiditatum omnium immigraverat, quibus reſtinctis aut conſopitis, nil mirum ſi integerrima quoque vitæ innocentia inter æquales præcelleret, feſtinataque maturitate non longe abeſſet ab Anteceſſorum gravitate atque prudentia. Hinc hi certatim illum non laudare ſolum, ſed etiam parentum inſtar omnibus officiis complecti, cum illo verſari familiariter, de arte, quam profitebantur, ſermones ſerere, acroaſes, quas publice eſſent habituri, domi prælegere; quod inter cæteros Cl. Morgagnium conſueviſſe compertum eſt, atque adeo libros in lucem edere ejuſdem nomini nuncupatos, quod præſtitit doctiſſimus idemque elegantiſſimus Hercules Dandinus Pandectarum Interpres, quo potiſſimum Duce in Juriſprudentiæ caſtris TORELLUS ſtipendia merebat. Non ita tamen ampliſſimæ huic Diſciplinæ ſe totum addixerat, quin verſatili, ut erat, ac multivolo ingenio ad alias quoque partitis vicibus applicaret ſeſe, et eo quidem fructu, ut de quacumque ſermo incidiſſet in ea una ſeparatim elaboraſſe judicaretur. Doctoris titulo et inſignibus auctus, Patriæ atque amantiſſimæ Parenti redditus, eum extremus atque unicus familiæ

ſuæ

ſuæ ſupereſſet, juris plane ſui iiſque fortunæ bonis inſtructus, quibus abuti ad vitæ mollitiem ac vitiorum illecebras potuiſſet, Ithacenſium exemplo non cera ſed ratione ſibi obturatis auribus Sirenios ſcopulos, ad quos fere ſeſe juventus omnis allidit, quam velociſſimo curſu præternavigavit, ſeque totum in ſtudia bonarum Artium abdens et otium malorum peſſimum effugit, et animum multiplici doctrinarum ac virtutum ſupellectile locupletavit. Ac illud ſtatim deliberatum habens, ut uberes animo excepti ſatus ad pleniorem frugem feliciter adoleſcerent, redintegrare inſtituit et acrius urgere literarium curriculum, quod ſe plane abſolviſſe cenſent plerique adoleſcentuli, ubi eos laurea atque annulus honeſtaverint; quaſi vero hæc complementa ſint non invitamenta laboris et gloriæ. Cum autem nullam artem factitare decreviſſet, nullique addictus ſcholaſtico muneri cogitare atque agere rem aliam ex alia quotidie pro lubitu poſſet, non ab ingenio inſtitutoque ſuo receſſit, ſed curas cogitationeſque in multa ſubinde diſpertiit, fructuoſe et laudabiliter tamen, quoniam ea firmiſſima præjecerat fundamenta, eos ſubſtraverat ſcanſiles gradus, quibus non appoſitis, vel neglectis, inædificata deinceps ſtudiorum moles labatur et corruat neceſſe ſit. Quibus exemplis non utinam ſcateret ætas hæc noſtra, quæ ſeſe φιλοσοφωτάτην venditat, qua homines paſſim primorum elementorum rudes, quive nullum doctrinæ genus obtinent, aut ipſum tantum lacinia, in tutelam ſeſe ac fidem Encyclopedici alicujus Lexici recipientes in immenſo vadoſoque ſcientiarum atque artium veluti ſalo jactantur potius quam navigant. Quamvis autem Juriſperiti nomen exercitationemque deſugeret, non tamen utriuſque juris ſtudio nuncium remiſit, imo nonnulla de Legibus ad Tullianam lucernam elucubrarat, neſcio quo fato dolendo certe intercepta. Hebrææ Linguæ, Græcæ, Latinæ, Italæ multum temporis ac vigiliarum impertiit, duabus illis prioribus ut eas probe intelligeret, duabus reliquis, ut ad uſum ſcriptionemque transferret. His adjecit Gallicam, Hiſpanam, Anglam, at hanc eo perfectius perdidicit quo lubentius. Ut enim Britannos homines maxime diligebat, ita Scriptores perdite amabat, et pervolutabat aſſidue; e quorum lectione præter vim proprietatemque ſermonis, mentis quoque ac pectoris excelſitatem roburque eliciebat gentem præ ſe ferens libertati natam et imperio. Imo pruriebat ei animus denuo reddendi hetruſcis carminibus Miltoni epicum poema, ut Rollianæ interpretationis labeculis ac σφαλμάσι mederetur, idque jam inchoarat loca quædam ſelectiora carptim decerpens tum ad ſpecimen reliqui operis, tum fortaſſe ut quam ſimillimo munere remuneraretur Miltonum ipſum, qui ut Italæ nationis amiciſſimus, ita noſtratis linguæ apprime callens aliquot olim Dantis atque Areoſti eminentiora loca anglicis verbis numeriſque reddiderat. Ethicen, Metaphyſicen atque adeo diſceptatricem Theologiam cognitam habere voluit, non amore magis quam more ductus, cum in ea incidiſſet tempora, quibus concertationes de jejunio, de uſura, de magica arte, de probabilitate in moribus regundis Veronæ vigebant, ſeu potius dixerim, graſſabantur. Hiſtoriam priſcorum hominum ac populorum ſibi prope vectigalem fecerat, facem ubique præferentibus Chronologia, Geographia, et Arte Critices. Quam artem, qua ſuppoſititia a genuinis, interpolata ab integris, optima a ſequioribus internoſcuntur, ſecum circumtulit conſiliariam et adminiſtram, ad alias quoque diſciplinarum provincias obeundas, ut citius quis illi reliqua ingenii ornamenta denegaſſet, quam limatum acerrimumque judicium non conceſſiſſet. Muſicen non leviter attigit, non quidem ut caneret ipſe aut pſalleret, ſed ut totam canendi pſallendique rationem, quam plerique ſenſu tantum percipiunt, ipſe intellectu etiam ſequi et aſſequi poſſet. Probabat ille tamen in vocum nervorumque modis non tinnulos ſed graves, non ſubſultantes inerrantibus numeris, ſed in varietate eodem ſemper redeuntes, non aurium tenus vim terminantes ſuam, ſed illabentes in ima pectoris, cientesque modo hos affectus, modo illos, pro ut res ipſa poſcat, aut poeſis præeundo imperet. Quod ſane genus, ut ita dicam, eloquens, flexanimum naturæ ac veritati conſonum

Pata-

Patavii proxime a Tartinio et Vallotio, Venetiis a Benedicto Marcello omnium vere Coryphæo laudabiliter usurpatum nunc jam in desuetudinem ac tantum non in fastidium sensim abit, ut Platonis dicto adstruatur fides, inflexis moribus musicen immutari. In Pictura eruditis ejus oculis studio atque usu adjutis vel ipsimet artifices, Cignavolus in primis, plurimum tribuebant, rogatoque senteotiam de graphicæ servata fide, de colorum harmoge, de tabulæ pretio, de auctoris nomine, eam licet modeste ac circumspecte prolatam passim harum rerum amatores excipiebant sine provocatione. Ipse quoque domi, non quidem lautam supellectilem, quam opulentioribus relinquebat, sed specimen aliquod insignium quarumdam tabularum collegerat, incipiens ab ea ætate, qua e Græcia velut extorris ars isthæc Italo affini cœlo benignius suscepta vivere vitam cœpit priore illa sua fortasse potiorem. Harum unam percaram sibi non magni moduli quidem at permagni artificii, quæ coloris ac luminis hilaritate ac flore quodam humanam sortem egressæ pulchritudinis adjecisse aliquid etiam videtur earum, quas pictas exhibet, sacrarum imaginum religioni, quæque a me visa semel habitat adhuc in oculis, vivens dono dedit Chirographo suo se mortuo reposcendam Jacobo Wrightio elegantiorum artium cultori, et Britannici Regis nomine apud Venetos Legato. Hic enim biennium una cum lectissima conjuge, liberalibus et ipsa studiis patrio more innutrita, Veronæ commoratus, eam se perdidisse crediderat diem, quæ non viso auditoque Torello sibi præterfluxisset, eidemque hospitalem tesseram in patriam redux dimidiam reliquerat, dimidiam secum abstulerat. Architecturam vero eo coluit accuratius, quo utiliorem pernoverat tum rei privatæ tum publicæ. Cum enim superiores artes duæ voluptati potissimum oculorum atque aurium lenocineotur, sine iis consistere humana societas potest, hac sublata non potest, nisi forte malimus ad Numidum mapalia, aut Troglodytarum specus redire. Nec antiquariorum solertem peritiam neglexit, sed numismatum, gemmarum, sigilarum, toreumatum, anaglyphorum, aliorumque quibus Cimeliarchia decorantur, ac præcipue literatorum lapidum, satis se gnarum pro re nata perhibebat; ac vix ulla monumentis aut simulachris Veronæ ponebatur inscriptio, quam non ille composuisset, aut ab aliis compositam non saltem pensitasset. Documentorum porro genus omne conditam condendamve patriam urbem, ad hæc usque tempora bono in lumine collocantium, non quidem percursum et quasi memoria decantatum habebat, ex immortali præsertim Veronæ illustratæ opere, sed suis insuper qua vendibilibus conjecturis, qua firmioribus argumentis ita roborarat et cogitatione sepserat, ut de quacumque re aut fando audita, aut oculis repente oblata consuleretur ea ex tempore promeret, quæ videri posset recentissime meditatus. Itaque nullus vir Regius, aot Tethrarcha peregre Veronam proficiscebatur qui non ad se Torellum acciri juberet, eoque Mystagogo uti euperet ad visenda et recognoscenda singularia ornamenta ejus Urbis, in qua ubicumque incedimus in aliquam historiam vestigium ponimus. Nec Torellus indonatus abibat, sed ita tamen ut non ipse eorum monilibus ditior, quam ipsi ejus alloquio discederent ornatiores.

Verumtamen si hospitia sibi quæsivit in aliis, in Mathematicis et in humanioribus studiis domicilium, quasique tabernaculum vitæ posuit. Quæ duæ cum inter se natura atque instituto minimum congruant, seu potius confligant, bicipiti, ut ita dicam, ingenio præditus sit oportet qui præclare utrique alterna vice operam navare velit, ne si facultas altera transversa incurrat in alteram utraque interturbetur. Animorum quippe vis, non secus ac corporum, aut adversis allisa motibus diffluit, aut obliquis alio detorta debilitatur. Torellus unus e paucissimis habendus, qui geometrarum adductam et superciliosam gravitatem cum Musarum Charitumque amœnitate conjungeret, eademque dextera modo circinum modo plectrum scite tractaret. Quos autem in Mathematica scientia (quam sibi ea etiam de causa commendari dicebat, quod non, ut disciplinæ fere omnes, magnam bibliothecam

thecam poſtulet, ſed paucis quibuſdam principiis innixa non magis in Urbe quam in agris commodiſſime coli poſſit) quos, inquam, in ea quantoſque mentis acumine ac laboris ſedulitate progreſſus fecerit, inconſultus ſim ſi multis coner oſtendere, cum Archimedeum hoc illius evigilatum opus ante oculos omnium interque manus verſetur. Quid enim ſponſore interpoſito opus ei ſit, qui repræſentata re fidem exſolvit ſuam? Quanquam ſponſionem jam fecit, deditque voluntatis ac judicii prærogativam antequam in lucem ederetur ea ipſa, quæ in lucem edit humaniſſima ac doctiſſima natio, de qua tot jam revolutis ſæculis iterum dici queat exactior Matheſis in Britannia reperta, atque inde in Galliam aliaſque gentes tranſlata eſſe non quidem exiſtimatur ſed plane cernitur. Manſuetiores porro literas nec cura leviore et longiore etiam intervallo, toto ſcilicet vitæ decurſu in deliciis habuit, ad quas non doctus ſed factus, non inſtitutus ſed imbotus videbatur. Inerat enim illi acerrimus ſenſus a natura, teſtis ac index exquiſitiſſimus pulchritudinis, quo tanquam conſiliario intus admonente, quid venuſtum, quid turpe, quid ſincerum, quid non, et ſagaciter odorabatur et tuto arripiebat. Inficiabatur enim ille uſo atque induſtria novum, quem Natura non indiderit, parari poſſe ſenſum veri ac pulchri, ſed tantum quem illa dederit, poſſe ſtudio atque exercitatione corroborari. Ut autem in Geometricis antiqua recentibus præoptavit, ſic in amœnioribus artibus veterem eloquentiæ formam ſibi unam propoſuit, in quam intuens in eaque defixus ad ejus imaginem mentem et calamum dirigeret, eamque injuria annorum atque hominum veluti tabulam vaneſcentem vetuſtate iiſdem, quibus fuerat, coloribus renovaret. Oderat quippe illorum (libertatemne dixerim an licentiam?) qui conſpiratione facta de ſpatio curriculoque majorum deflectentes, aliam ſibi quamdam inuſitatam viam munierunt, ad quos frequens juventus adhinnit in nova omnia maxime prona, quæque nacta quos admiretur eorum effici ſe quam ſimillimam geſtit. Eos item, qui ut in veſtitu cæteroque beatioris vitæ cultu, ſic in literis nil elegans potant niſi Sequana advectum, igni et aqua interdici oportere dictitabat, igni, ut arbitror, Apollineo et aqua Hippocrenæa. Ac ſi quandoque in Gallica præſertim poeſi perſtringenda modum exceſſit, ferendus hercle magis quam ii quibus ſuccenſebat, quique in extremum e regione poſitum ruunt exemplo pejore quam errato. In eo quidem laudabo nunquam quod, ne leviculos offenderet, graves interdum et ſucci plenos ejus gentis libros tranſmiſit, atque inde libanda eruditio ſi frugifera ipſi futura erat, defuit, ſin minus, abfuit. Sic ea etiam carmina et orationes vel digito attingere detrectabat, quas aut parum emendata dictio inficeret, aut nimium conquiſita effœminaret, vel ſi quando curioſitate aut officio compulſus legeret, ſtatim ſumebat in manus veterem aliquem oratorem aut poetam, ut optima lectione dilueret quidquid externæ labis forte inhæſiſſet. Quidni autem improbaret abnormem dicendi formam ac diſſimilem ſuæ, qui in apta ſibi ac perfecta paranda claſſicorum imitatione tantopere elaboraverat, cum alius quiſque ſuam maxime probet quamvis ab archetypo auctorum principum deſciſcentem? Ac ſi inter meticuloſam imitationem et effrænem libertatem non viſus eſt admittere plures interjectos et utrinque reductos gradus, parcendum in hoc ſemel homini geometræ non diſcedenti ab arte ſua, quæ inter immenſum curvarum numerum unam tantum atque unicam rectam lineam agnoſcit. In latine ſcribendo, in quo ſe valde amabat, nihil ejus dictione purius, nitidius, caſtigatius ad unguem. Illum ego unum ex triariis latinæ legionis apud noſtros Italos non jocoſos quam verius appellitare conſueveram, qui, modo quidpiam ſcriberet, refelleret ipſa re captioſas Alembertii concluſiunculas negantis poſſe quenquam mortalium tam ſero natum non improprie, incallide, invenuſte Romulidum uti lingua. Qui doctiſſimus quidem homo, at homo tamen, videri poſſit tanquam alter Hermagoras a TULLIO notatus, non quid ars, ſed quid ipſe poſſet expoſuiſſe. Neque tamen noſter hic aut difficultatem diffitebatur,

aut laborem defugiebat. Alienus quippe ab oſcitanti eorum ſecuritate, qui linguam hanc libris tantum ſuperſtitem adhibentes, memoriola unice confiſi quidquid ſtilum ſubierit cartis illinunt, limæque parcunt magis quam famæ ſuæ, lente ac prope moroſe excutiebat omnia, delebat, retractabat, ad eum tamen modum ut anxia iſthæc accoratio uni ſibi, non legentibus innoteſceret. Teſtis eſto hæc ipſa Archimedis interpretatio, in qua æſtimanda ea ne nos cogitatio prætervolet Romanos olim non, ſicuti Græcos, in mathematicis diſciplinis fuiſſe verſatos, notionibuſque pluribus deeſſe apud illos appellationes, ut oporteat transferre aut circumire, quod operoſioris induſtriæ eſt, quam quivis non auſus idem aſſequi poſſit conjectura. Sed næ ego ineptus, qui hæc recinam iis, apud quos hæc in lucem prodit editio, quique in hac re percipienda ſuo non alieno palato ſapiunt, ac tantum abeſt ut Latiali linguæ voce unquam aut ſcriptis oblatraverint, ut eam populis olim omnibus jura dantem, boni etiam ominis cauſa, tanquam Statores Joves ſartam tectam in ſuis Inſulis retinuerint, ac deinceps, quod bene vertat, ſint retenturi. Hetruſca autem lingua ſive quid ſolutum, ſive ligatum numeris pertexeret, ita ſtilum ſuum ad eorum, qui XIV aut XVI ſæculo floruere, exemplaria conformabat, ut non quidem eorum æmulus, ſed unus omnino ex ipſis judicaretur. Imo prætermiſſo nomine, ne ancorum quidem auctoritas ejus ſcriptis fuiſſet defutura. Attamen in verſibus pangendis, ſi quid video, lenes ac teretes Franciſci Petrarchæ modos cum paulo hiantibus et ſcrupoſis Joannis Caſæ numeris temperabat. In proſa autem oratione ex Boccacio et Davanzato frontibus adverſis ſecum invicem collidentibus, tertium quoddam ſibi ſtili genus conflaverat ſcriptorem redolens utrumque ac neutrum. Non pauca varii argumenti, quorum Elenchum in calce dabimus, ſermone utroque publici juris fecit, quorum pleraque ſi vitilitigatorum leviſſima capita libellos potius quam libros vocitent, proindeque minoris faciendos ducant, velim pauliſper advertant non eum fuiſſe TORELLUM qui ſeſe ſtudiis mancipaſſet ut ex muneris functione alios opime erudiret, ſed ut ſe ipſum honeſto in otio jucunda veri ac pulchri contemplatione diſtrictum occupatumque teneret. Quanquam ſi quis attente illius etiam opellas legat ac penſitet, mehercule intelliget, quemadmodum longa non ſunt quibus nihil adimi, ita nec brevia, quibus nihil addi queat, contracta velut in arctum artis majeſtate, ac ubertate rerum; nec illum ingenii ſterilitate, ſed dedita opera maluiſſe litare Muſis thure aut farre cum potuiſſet hecatombe. Nihil profecto factu proclivius homini tam ingenioſo, tam navo, tam erudito ac ſeſquipedalia volumina concinnare mole quidem non virtute majora, in tanta præſertim hujus ſæculi proſtantium doctrinarum nundinatione.

Periclitari quoque ingenium voluit in transferendis Græcorum Latinorumque carminibus, cumque apud Quintilianum, puto, legiſſet græca diſcere cupienti ab Æſopo incipiendum, fabellas ejus omnes, quas vel ipſe Socrates fertur olim verſibus illigaſſe, latinas fecit. Qua in re ſi quis illum actum egiſſe dixerit, rogandus eſt ut TORELLIANAS prius cum alienis conferat, ac ſi appareat ab aliis elegantius fuiſſe converſas, tum vero hoc quidquid eſt ſive laboris, ſive induſtriæ, ſive exercitationis contemnat. Mox Theocritum Italo Cœlo, ſeu potius ſuo, utpote Syracuſanum reſtituit, ac illud ſimplex munditiis molle ac facetum paſtoritii ſermonis genus tam belle retulit, ut non minus ipſe cum Theocrito, quam hetruſca lingua cum græca de copia, proprietate, concinnitate decertet. Nec de latinis Poetis bene mereri neglexit, ac inter alia Epithalamium Catulli tribulis ſui de nuptiis Pelei ac Thetidos, nuncupatum a Cæſare Scaligero divinæ Æneidos veſtibulum; ac Plauti Comœdiam, cui titulus Pſeudolus, de qua tantopere auctor ipſe, TULLIO teſte, ſibi plaudebat, in Hetruſcos numeros ac modos ita convertit, ut eandem aleam ſubire volentibus proximum tantummodo a primo locum reliquerit. Attamen nuperrime Neapolitanus homo ſuam

e fabu-

fabularum Plautinarum interpretationem evulgaturus, memoratis aliis qui in eodem ftadio defudarunt, hanc TORELLI indictam præteriit; non aufim dicere ne contentione facta in dubium laudis difcrimen adduceretur, fed quod ad ejus manus non fuerit allapfa. Dolenda quippe vice in hoc bonarum artium librorumque e prælis indies prodeuntium commercio, minus propemodum a noftro divifos orbe Britannos experimur, quam Taurini populi Tufcos, Tufci Calabros. Italiæ fiquidem tot regnatæ Principibus, quafique in partes difciffæ defit Urbs caput, in quam velut in commune centrum ductæ ab extremitate omni lineæ concurrant; optandumque foret ut quemadmodum olim in terra Græcia πολιτικοὶ, ita literarii oobis fuppeterent Amphictyones, qui e fingulis provinciis adlecti in aliquem ftatum locum convenirent difceptaturi de communibus ftudiis, fuafque interim allaturi eruditas opes ac alienas reportaturi. Redditi item ab illo duo priores Æneidum Libri tam pari ac gemina (ita me Dii ament!) verborum conformatione, numerorum confenfu, ac toto corporis inceffu habituque cum exemplari concinunt, ut in eos optime quadret Virgilianum illud de Laride Thymbroque gemellis fratribus Æneid. l. 10. v. 390.

-------------- fimillima proles
Indifcreta fuis gratufque *legentibus* error.

Ut autem in literarum profeffione, fic in vivendi ratione tota prifcæ virtutis retinentiffimus fuit, cumulavitque fcientiam fapientia, ut decebat eum, cujus animus affiduo inter veterum fcripta, nempe inter mores incorruptos et candidos verfabatur. Homo vere frugi, quique temperantia modeftiaque fua adverfus fæculi luxum certaret, ornatumque vitæ in fimplici cultu et condecentia pofitum vellet. Avitæ religioni citra fuperftitionem addictiffimos, propofiti eum judicio tenax, fervantiffimus æqui et videbatur et erat, quique etiam fublatis legibus eamdem femper probitatis conftantiam retinuiffet. Pudiciffima illi non oratio folum fed vita, quam expertem thalami duxit, quo folutior expeditiorque Minervæ facris operaretur, quam non fine caufa innuptam Virginem, ut etiam Mufas, Mythologi commenti funt. Facillimi ad eum aditus, et ex ejus congreffu nemo non alacrior et eruditior redibat, quorum alterum æquabilem morum fuavitatem, alterum lubentem communicationem doctrinæ prodebat. In amicitiis colendis obfequens et firmus quam maxime. Non longe abiero a memet ipfo. Is enim vix dum ephebus inito mecum Patavii amicitiæ fœdere in eo tam firmiffime ftetit, nulla ut alia toto vitæ curfu inter me ac illum interceffcrit contentio præter unam, uter alterum vinceret benevolentia ac fide. Teftor fexcentas illas epiftolas noftrarum fententiarum et cogitationum confcias, quas fervo fervaboque dum vivam, quafque oculis identidem ufurpans redivivam ejus imaginem, inerrantemque veluti fpiritum haurire mihi videor, jacturamque tam cari capitis aliquantifper lenire. In quibus præter animi fenfa capit me etiam mirifice accurata fermonis integritas urbanitafque Attico fapore perfufa, atque adeo manus ipfa, quæ compofitiffimas oitidiffimafque literulas tam belle exarabat, ot nil propius abeffet a typorum fimilitudine. Ut autem gloriolam ex leviffimis honoris infignibus collectam contempfit, ita folidam ac veram appetiit tanquam honeftiffimam mercedem virtutis; invidiæque omnis ac maledicentiæ non expers modo fed infcius illud affecutus eft, ut in tanta femidoctorum colluvie invidiam viciffim et obtrectationem effugeret, fummifque ac infimis juxta carus effet. Cariffimus certe fuit Scipioni Maffeio, quocum communicare folebat cogitata et confilia omnia, ac viciffim ille fua cum TORELLO multum licet natu minore, permutatione plane diffimili atque illa Diomedis cum Glauco; cum hic utrioque non χρύσεα χαλκείων fed aurum auro rependeretur. Veronenfes reliquos memoratu alioqui digniffimos, a quibus nullum illi amoris atque exiftimationis teftimonium defuit, invitus prætereo, ne fi omnes percenfeam, longa, fin paucos excerpam, odiofa futura fit oratio mea. Præfertim cum Maffeius multigena illa doctrina fua

non

non tam fingulos provocet, quam unus ferme exhibeat univerfos. Ex Venetis Patriciis duos tantum commemorabo, qui tamen et ipfi inftar erunt plurimorum. Hieronymum Afcanium Juftinianum Equitem, qui jam tum a Prætura Veronæ præclare gefta JOSEPHUM TORELLUM affini tantum virtute animorum conciliatricula fibi commendatum in clientelam ultro recepit, nec decedens ea unquam propenfioris animi officia intermifit, quæ abfentem abfenti reddunt. Vir et ipfe hæreditario velut jure mitiorum graviorumque difciplinarum cognitione utiliumque linguarum facultate anteferendus plurimis, pofthabendus nemini, fed quo haud facile invenias quempiam compofitum magis in doctrinæ fuæ diffimulatione. Benevolum quoque habuit et aliquandiu etiam Veronæ ftudiorum focium in legendis præfertim philofophorum Græcorum libris Angelum Quirinum, ad quod epulum uterque Conviva fymbolam fuam largiter conferebat. Quanta enim Senator hic doctrina, eloquentia, ac pulcherrimarum artium acerrimo fenfu polleat cum multa teftantur, tum in primis Alticheriana Villula, in qua extruenda ornandaque talis fefe ubique exferit fibi inftans induftria, eruditus fapor, intelligenfque judicium, ut inde tota plane heri fui mens animufque pelluceat. Defatigarer equidem numerando fi exteros quoque percenfere fatagam genere aut ingenio aut utroque nobilitatos, quibus aliqua cum eo conjunctionis neceffitudo interceffit. Sed tacitus præterire nullo modo poffum Philippum Stanhopium τὸν μακαρίτην proxime fublatum ex oculis, non ex animo bonorum omnium atque fapientum; Davidem Stormontium fummatem Virum, quem nominare laudare eft; Archiepifcopum Cantuarienfem ingenio ac virtute dignitati quam fuftinet prorfus parem, qui unam atque eandem effe putantes literariam Rempublicam in omnia pertinentem loca, iifque tantum quibus terrarum orbis finibus contentam, Italo homini atque operi adeo impenfe patrocinati funt, ut Conterraneo fuo non potuiffent impenfius. Quos fane arbitror una cum reliquis Civibus dictum illud in ore habere Ducis Carthaginienfis apud Ennium, at falubriore fententia.—Scientias qui provehat erit mihi Albione natus quifquis erit. Sed merita præ cæteris commemoratione fraudandus non eft Joannes Strangius Nationis fuæ Orator apud Venetos, Naturæ interpres apud omnes, cujus gratia et auctoritas nunquam TORALLO defuit, quem vivum perfpectiffima benevolentiæ teftificatione honeftaverat. Nihil autem honorificentius quam probari ac diligi ab eo Viro, quem qui Plinium Britannicum appellet, is fciat latine fe non oratorie locutum. Quanquam et Itali, Patavini in primis, fuum vindicant, qui Euganeis collibus diu ac fedulo perluftratis multa ac nova naturalis hiftoriæ arcana deprehendit ac patefecit, eamque primus rem acu tetigit, quam vix unus aut alter e noftris divinando tantum olfecerat *. Ac ut olim M. TULLIUS, detecto Archimedis fepulcro, gloriatus eft Syracufanos ejus cives illud fuiffe ignoraturos nifi ab homine Arpinate didiciffent, nunc jure fibi plaudat Strangius Patavinos ignoraturos fuiffe montium fuorum γένεσιν καὶ ἀνατομήν, nifi Tamefi advectus homo intento digito commonftraffet. Tantis igitur fultus meritis et patrociniis quæ non TORELLUS ampliffima munia tum ad quæftum, tum ad dignitatem non quidem ad alienæ petitionis occafionem intercipere, aut precibus efflagitare, fed nutu ipfo non affequi potuiffet? Sed meruiffe contentus cupidioribus, aut egentioribus relinquebat, tum quia nihil illi dulcius beatiffimo Patriæ folo, penatibus, zotheculis fuis, tum quia ne Attalicis quidem conditionibus divelli fe paffus effet a grandævæ ac valetudinariæ Matris convictu adfpectuque, cui fic viventi affedit, fic morienti illacrimatus eft, ut ejus in illam amor titulo res digna fepulchri habita fit. Sed quam ille parenti optimæ, Patria amantiffimo Civi luctum mæroremque retribuit, cum ille vigenti adhuc ætate ac viri-

* Videfis Alberti Fortis Italicam Differtationem Intorno la vera fituazione delle Ifole Elettridi degli Antichi. Tomo I. de' Saggi Scientifici e Letterari dell' Academia di Padova 1786: in qua nominatiffimus ille naturalis Hiftoricus, et quidem Patavinus, ea de Cl. Strangio rata facit, quæ hic ego obiter attigi.

bus

bus brevi acutoque morbo correptus pie conſtanterque naturæ conceſſit. Cadaver funebri pompa elatum, delatumque ad Divæ Anaſtaſiæ. Monumentum illi extructum e marmore, cujus in faſtigio locata ſtatua, vivæ perſimilis, ex gypſea larva in ipſo demortui ore efficta, cum inſcriptione quam legere eſt in baſi ipſiuſmet monumenti, quod hic quoque lineari pictura ex vero fictum conſpicitor. Cæterum Albertus Albertinius inſtitutus hæres, cujus magna et copioſa mercatura non parum alitur Veronenſe Commercium, artemque ipſe ſuam nobilitate animi, cultuque ingenii condecorat, nihil omnino prætermiſit eorum, quæ viſa ſunt e re ad proferendam obſignandamque affinis ſui, at arctius amici, gloriam nunc jam in tuto poſitam, motuata a nunquam defituro Archimedis nomine conſociatione immortalitatis. Ac parum ſe feciſſe ratus ſi imaginem tantum corporis daret, animi quoque effigiem qualemcumque hanc a me non nolente obtinuit. Canonicorum Collegium, quorum ſelectiſſimæ Bibliothecæ libros ſuos omnes ſupremis tabulis legaverat, nunquam intermorituram accepti beneficii memoriam cum perenni conteſtataque largitoris laude extare voluit, tanquam alienis quoque ſcriptis poſterorum educatoris. Philarmonicorum perilluſtris Academia Sodalem ſuum optime meritum ſolemni ſtataque die publica oratione ornandum decrevit. Eam habuit atque edidit Eques Hieroſolymarius Hyppolitus Pindemontius Veronenſis Venetuſque Patritius, cujus ſpectata eloquentiæ ac doctrinæ laus ſola pietate erga extinctum ſuperata eſt, quem præceptoris atque adeo parentis ſe habuiſſe loco grato animi ſenſu commemoravit, plaudente Verona tota, ac JOSEPHI TORELLI nomen in album immortalium ſuorum civium referri jubente. Quo adjecto illorum non tam numerum, quam pondus augeri ſenſit.

OPERA EDITA.

Lucubratio Academica, ſive Somnium Jacobi Pindemontii &c. Patavii ex Typographia Seminarii. 1743.

Animadverſiones in Hebraicum Exodi librum et in Græcam LXX Interpretationem. Veronæ. 1744. Typis Seminarii.

De principe Gulæ incommodo, ejuſque remedio, Libri duo. Coloniæ Agrippinæ. 1744.

De probabili vitæ morumque regula. Coloniæ. 1774.

De rota ſub aquis circumacta Epiſtola. Veronæ. 1747.

Li due primi Canti dell' Iliade (di Scipione Maffei) e li due primi dell' Eneide di Giuſeppe Torelli tradotti in verſi Italiani. Verona per Dionigi Ramanzini. 1749.

Gli ſteſſi due canti dell' Eneide riſtampati ſoli lo ſteſſo anno per lo ſteſſo Ramanzini.

Scala dè Meriti a capo d' anno Trattato Geometrico. Verona 1751 per Agoſtino Carattoni.

De Nihilo Geometrico Libri 2. Veronæ. 1758. Typis Auguſtini Carattoni.

Lettera intorno a due paſſi del Purgatorio di Dante Alighiero. Ib. 1760.

Della Denominazione del corrente anno volgarmente detto CIↃIↃCCLX in Bologna per Lelio della Volpe.

Il Pſeudolo. Comedia di Accio Plauto in verſi Italiani, e ſi aggiunge la traduzione d'alcuni Idilli di Teocrito e di Moſco. Firenze. 1765.

Inno a Maria Vergine nella Feſtività della ſua Concezione. Verona. 1766.

Lettera a Miladi Vaing-Reit premeſſa al libro che ha per titolo XII lettere Ingleſi, con altra lettera all' Autore della ſuddetta. Verona. 1767.

Elegia di Tommaſo Gray, Poeta Ingleſe in un Cimetero Campeſtre in verſi italiani rimati. Verona. 1776.

Geometrica. Veronæ. 1769.

Demonſtratio antiqui Theorematis de motuum commixtione. Veronæ. 1774.

Lettera ſopra Dante contro il Signor di Voltaire. Verona per gli Credi di Marco Moroni. 1781

Poemetto di Catullo ſu le Nozze di Peleo e Tetide, ed un Epitalamio dello ſteſſo. ivi. 1781.

OPERA INEDITA.

Æſopi Fabulæ ex græco in latinum verſæ et illuſtratæ.

Teocrito tradotto in verſi toſcani.

Elementi d' Euclide tradotti nell' idioma italiano.

Elementorum Proſpectivæ Libri duo, propediem in lucem exituri.

PRÆFATIO

JOSEPHI TORELLI.

QUICUNQUE Geometriæ ſtudium via et ratione inſtituit, illud fere ab antiquis Auctoribus exorditur, atque in eorum ſcriptis perlegendis prima ingenii rudimenta ponit. Qui enim Analyſin ſtatim amplectitur, quod plerumque fit, poſthabita Syntheſi aut neglecta, idem facit atque ille, qui labyrinthum ſine filo ingreditur, ac ſe variis viarum flexibus implicat nullum exitum habituris. Neutonum quidem accepimus queri de ſe ipſo aliquando ſolitum, quod perlecto nondum Euclide ea diligentia, quæ adhiberi in tanto Auctore debuerat, ad Carteſium alioſque propera quadam cura deſcendiſſet. Neque enim ignorare poterat, aut diſſimulare volebat vir, vel ex hoc ipſo ſummus, quia ingenuus, quid ſibi ad ſummam laudem deeſſet. Et ſane, ut magnus vir ille ſit, qui obſcura et involuta arcana arte detegit, major tamen eſſe videbitur, ſi quæ detexit, ea noverit certa ratione demonſtrare. Qui vero, quod unus aliquis affirmaverit, id ita eſſe ſine ulla probatione credit, præpoſtere agit; dum id homini tribuit, quod unice rationi tribuendum eſt. Non ſum neſcius, quæ antiqui pertractarunt, eadem a recentioribus pertractata eſſe, et quotidie pertractari; ſed, abſit dicto invidia, labore prorſus irrito. Si enim Euclides, ut de hoc uno loquar, aliqua in parte peccat, cur non redarguis? Sin autem in omnibus ſibi conſtat, cur eadem mihi aliis verbis proponis? At quædam ſcilicet recentiores detorquent, invertunt, immutant. Ita quidem exiſtimo: ſed tamen dum hoc faciunt, quid, quæſo, aliud agunt, quam ut ſarcinatores imitentur, qui fœminarum veſtes quotannis refingunt, ut eas ad ſæculi mores accommodent? De brevitate autem, quam tantopere jactant, quod dicunt, id nihil eſt; cum breve nihil dici debeat, quod ſine explicatione aliqua intelligi nequit, et minus perſpicue traditur. Quæ cum ita ſint, optime illi mihi de Geometria meriti eſſe videntur, qui in antiquis Auctoribus emendandis illuſtrandiſque operam poſuerunt. Cum autem Euclides, et Apollonius eo, quo debuerant, cultu, jampridem in lucem prodierint, reliquus erat Archimedes, ordine quidem tertius, dignitate vero, ſi ſuum cuique pretium ſtatuatur, facile princeps.

Natus fertur Syracuſis anno altero Olympiadis CXXIII; hoc eſt ab U. C. CCCCLXVI; utique ſi habenda fides eſt Joanni Tzetzæ, qui annum ætatis ſuæ LXXV ipſum exceſſiſſe tradit. Ortus autem eſt genere nobiliſſimo, utpote qui Hieronis Syracuſarum Regis, teſte Plutarcho, propinquus fuit. Nam quod eum Cicero Lib. V. Tuſcul. Quæſt. humilem homunculum vocat, id nihil officit; quoniam ibi cauſſæ ſervit, et ut Dionyſium deprimat, Archimedem, quem illi præfert, oratoria arte proſternit. Niſi forte illud veriſimilius videtur Archi-

Archimedem Hieronis propinquum fuiſſe, quatenus is materno genere inferior erat; quippe ejus mater ſervili loco nata fuerat. Cum ingenio eſſet admodum acri, Geometriæ ſtudio ab ipſa pueritia ſeſe dedit. Mox adulta ætate profectus eſt in Ægyptum; quod tum facere Græci fere omnes ſolebant, ut Ægyptiorum Sapientiam, quæ maxima ferebatur, perciperent. Erat tum in iis regionibus Conon unicus cœli Syderumque ſpectator, quem ſibi Archimedes familiariſſimum fecit, tantoque in honore habuit, ut unum ſibi ſuorum operum indicem deligeret. Itaque et vivum omni officiorum genere excoluit, et mortuum, haud ſecus quam mater unicum filium, eluxit. Præclarum ibi ingenii ſui documentum dedit aggeribus extructis, cochleaque inventa, cujus ope exundantis Nili fluminis aquas exprimeret. Alias præterea regiones adiit, atque in iis aliquandiu commoratus eſt. Tandem reverſus a longa peregrinatione domum ſe recepit, atque ibi libros magna ex parte compoſuit, qui adhuc extant, quique otium et quietem hominis minime peregrinantis requirere videntur. Tanto autem animi ardore in meditando fuiſſe traditur, ut cibi interdum ac ſomni, aliorumque, quæ corpori curando neceſſaria ſunt, obliviſceretur! Quin etiam eum in balneum deſcenderet, figuras in foco deſcribere ſolebat, corpuſque, ſi quando ungeretur, notis digito interſtinguere. Atque hinc factum eſt, ut vana etiam de illo crederentur, Sirenen quamdam familiarem habuiſſe, quæ ipſum voce cantuque perpetuo deliniret. Interim accidit anno ab U. C. DXL, ut Marcellus Conſul Syracuſas obſideret; quo maxime tempore, qualis quantuſque Vir Archimedes eſſet, cognitum eſt. Nam patriam ſuam adverſus Romanos hoſtes menſes octo unica arte defendit, atque ita defendit, ut ii confecti labore ac tædio ab ejus oppugnatione abſiſterent; tantum in uno viro præſidii fuit. Sed cum ea tandem Dianæ feſto dolo capta eſſet, et a militibus diriperetur, ipſe formis intentus, quas in pulvere deſcripſerat, ab ignaro milite quis eſſet, interfectus eſt. Ægre id Marcellus tulit, ejuſque ſepulturæ curam habuit, et conquiſitos propinquos a militari licentia prohibuit. Sepultus eſt ad portas Agragianas, atque ejus monumento columella impoſita, quod ille propinquis et amicis mandaverat, in qua inerat ſphæræ figura et cylindri; adjectis ſenariis verſibus, quibus quæ ipſius ſphæræ ad cylindrum proportio eſſet, declarabatur. Quod monumentum M. Cicero, cum prætor in Sicilia eſſet, ignoratum a Syracuſanis, ut ipſe ait, excisis vepribus et dumetis, quibus undique veſtiebatur, detexit. Porro cum plures in Græcia Philoſophi ingenii atque doctrinæ laude floruerint, nemo unquam tantam ſibi apud poſteros nominis celebritatem peperit. Cum enim plurimos antiquitas celebraverit, hunc potiſſimum divinis prope laudibus extulit; quas ſi quis perſequi velit, ut longam ac moleſtam, ita non neceſſariam rem ſuſcipiet. Nam ille, meo judicio, fruſtra laudatur, cujus opera extant, unde ſua cuique commendatio venit. Quamvis autem nonnulla Archimedis opera temporis injuria interciderint, tamen plurima eaque nobiliſſima ad nos pervenerunt.

Quæ cum ego animadverterem nondum ea cura edita eſſe, quæ tamen in libris levium quoque Scriptorum, pro ſæculi hujus felicitate, ponitur, operæ pretium me facturum exiſtimavi, ſi in iis operam meam qualemcunque diligentiamque collocarem. Itaque duo mihi propoſui, quæ potiſſima habenda ſunt: primum ut ea emendarem; deinde vero emendata latino ſermone fideliter, et, quantum argumenti ratio pateretur, eleganter etiam exprimerem. Quorum poſtremum me facile præſtare poſſe credebam, ſi primum illud ex voto ſucceſſiſſet. Hoc autem arduum maxime videbatur, quod antiquiſſimus quiſque Scriptor corruptiſſimus fere ſit; præſertim ſi de rebus minime obviis pertractaverit. Cum enim Amanuenſes in iis ipſis tam multa peccent, quæ perſpicua ſunt, quanto plura peccabunt in illis, quæ obſcura natura ſua caligine quadam obducuntur? Illud tamen occurrebat, cum quæcunque Archimedes ſcripſit, ea certa ratiocinatione demonſtraverit, me in iis, quæ forte depravata eſſent, emendandis haud dubiis conjecturis inniti poſſe. Qua cogitatione erectus Archi-

Archimedis libros, quam possem, diligentissime recognoscendos suscepi, usus editione Basileensi An. MDXLIV, quæ ab antiquo codice singulari fide descripta cum fuerit codicis ipsius loco habenda est. Nam qui eam adornavit Thomas Venatorius Vir doctus ac diligens nihil sibi ne in iis quidem licere voluit, quæ manifesto corrupta essent, et absque ullo errandi periculo corrigi possent. Ac primum librorum ordo immutandus fuit, ut ille antecederet, qui tempore prior esset; deinde cæteri sequerentur, ut ab Auctore quisque suo conscripti sunt, et alter ab altero pendet. Itaque eos ita disposui, ut primum locum teneant libri duo de Planorum Æquilibriis, libro de Quadratura Paraboles interjecto; deinde duo libri succedant de Sphæra et Cylindro, eosque libellus de Circuli Dimensione excipiat; mox subjiciatur liber de Helicibus, atque huic proximus sit liber de Conoidibus et Sphæroidibus; denique agmen claudat liber, qui Arenarius inscribitur. Libri autem duo de iis, quæ in bumido vehuntur, itemque alius, qui Archimedis, ut aliqui credunt, Lemmata continet, seorsum positi sunt, quod Græce scripti non extent, neque certo statui possit qui potissimum locus iisdem tribuendus sit. Cæterum librum de Paraboles Quadratura ponendum esse ante libros duos de Sphæra et Cylindro colligitur ex epistola horum alteri præmissa, in qua Archimedes ad Dositheum familiarem suum ita scribit: πρότερον μὲν ἀπεστάλκαμές σοι τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐσκεμμένα γράψαντες αὐτῶν ἀποδείξεις· ὡς ὅτι πᾶν τμῆμα, τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον· νῦν δὲ τινῶν προσπεσόντων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις· ἅ ἐστι τοιαῦτα. Πρῶτον μὲν ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ. Hic autem liber medius interponendus erat inter duos de Planorum Æquilibriis; quoniam ab eorum altero lucem accipit, alteri ipse præbet. Quod si quis quærat cur libris de Sphæra et Cylindro libellus de Circuli Dimensione appositus sit, hic sciat præcipua theoremata, quæ in iis demonstrantur, usui non esse, nisi Circuli Dimensio habeatur. At vero quo ordine duo libri ponendi sint, alter de Helicibus, alter de Conoidibus et Spbæroidibus, epistola docet primo illi præmissa, in qua postquam Archimedes theoremata recensuit, quæ in postremo boc continentur, ait: τούτων δὲ αἱ ἀποδείξιες οὔπω τοι ἀποστέλλονται. Quod autem ad librum attinet, qui Arenarius inscribitur, ut eum recte prætuleris duobus libris, quos modo diximus, ita aliis, qui eos antecedunt, postponendus est.

Jam dispositis eo ordine, quem supra memoravi, Archimedis libris, nihil prius mihi faciendum putavi, quam ut singulos attente perlegerem, et a librariorum mendis, si quæ essent, repurgarem. Et multa sane occurrerunt, eaque non parvi momenti, quæ medicam manum requirerent. Nam voces aliæ corruptæ erant, aliæ confusæ, aliæ ex duabus pluribusve compositæ, aliæ contra in duas pluresve divisæ, quæ neque ipsæ per se, neque simul conjunctæ quidquam significabant. Quid quod integræ sententiæ interdum deerant, eæque ejusmodi, ut non paucis verbis, sed aliquibus periodis constarent. Non tamen animum despondi, cum cogitarem nihil esse tam arduum, quod perfici ab homine non possit, ubi studium ac diligentiam adhibeat. Atque illud primum quæsivi num quis forte in Archimedis libris emendandis operam posuisset. Cumque invenissem fuisse aliquos, et quidem præcipuos Commandinum, Rivaltum, Barrowium, Wallisium, hos omnes consului, et quid unusquisque præstitisset diligenter consideravi. Quamvis autem omnes optime de Archimede meriti sint, tamen Wallisius tantum præstat, ut huic uni multo plus, quam cæteris omnibus debeatur. Itaque cum adjutoribus in paucis quibusdam sim usus Commandino, Rivalto, et Barrowio, unum Wallisium in Circuli Dimensione, atque Arenario secutus sum. Quod quamvis suo loco confessus sim, ut virum ingenuum decet, tamen hic quoque profiteri placet, ne quis forte putet, pro ea, quæ sæculum tenet, carpendi omnia libidine, me aliena pro meis venditare voluisse. Illud etiam percommode accidit, quod latina Archimedis versio quam Joannes

Cremonenſis olim confecerat, Nicolai V. Pontificis juſſu cum deſcripta diligenter fuiſſet a Joanne Regiomontano, qui eam ab amicis acceperat, paulo poſt Baſileam tranſmiſſa, atque una cum Archimede edita eſt. Cum enim Cremonenſis codice uſus ſit aliquanto emendatiore, quam ſit Baſileenſis, nonnulla quæ in hoc depravata erant hujus Verſionis ope emendavi; plura etiam emendaturus, ſi quantum ille Græcam linguam, tantum Geometriam calluiſſet. At ubi hæc Verſio defecit, defecit autem in pluribus, ingenio et conjectura uſus ſum, quæ ut in cæteris lubrica eſt atque incerta, ita in iis ſtabili veſtigio ingreditur, quæ non hominis arbitrium, ſed veritas regit ac moderatur. Hac potiſſimum duce Archimedem totum in integrum reſtitui; ut nihil jam ſit in ejus ſcriptis, quod hominem Geometriæ peritum morari poſſit; ſi locum unum excipias, quem ſuſpicor mendoſum eſſe; ſed ideo non attigi, quod nihil de eo explorati habeam. Is eſt in epiſtola præmiſſa libro de Helicibus, in qua poſtquam theoremata ordine expoſuit, quæ ſcripta in quodam Cononis libro reperiebantur, tria quædam excipit, quæ ſejuncta ab aliis erant, eaque ut falſa traducit. Hæc autem theoremata hujuſmodi ſunt. Primum: " Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes, majus ſegmentum ad minus rationem habet ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem." Alterum: " Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes ad rectos angulos alicui diametro earum, quæ in ſphæra ſunt, majus ſegmentum ad minus eandem rationem habet, quam majus ſegmentum diametri ad minus." Tertium: " Si ſphæræ alicujus diameter ſecetur, ita ut quadratum, quod a majore ſegmento deſcribitur, triplum ſit quadrati, quod deſcribitur a minore ſegmento; planumque, quod per id punctum agitur ad rectos angulos ipſi diametro, ſphæram ſecet; talis ſpecie figura, quale eſt majus ſphæræ ſegmentum, maxima eſt omnium ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur." Credamuſne præcipuum illud theorema Cononem ignoraſſe, cujuſlibet ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui in ipſa ſunt? Ex quo alterum ſponte fluit; cujuſlibet ſegmenti ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ lineæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. At contra Archimedes affirmare videtur non modo illud theorema Cononem inveniſſe, ſed alia etiam plurima, quibus longe Geometriæ fines amplificaverit. Hoc autem ſi non ignorabat, quomodo in librum ſuum referre potuit prima duo, quæ modo attulimus, theoremata, quæ ſimul componi nequeunt? Nam primum, quod ſtatuit majus ſegmentum ad minus rationem habere ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem, concludit hæc ſegmenta rationem habere ejus duplam, quam habet majus ſegmentum diametri ad minus. Atqui hoc manifeſte pugnat cum altero theoremate, quod ponit, majus ſegmentum ad minus eamdem, quam majus diametri ſegmentum ad minus, rationem habere. Quid quod Archimedes ipſe initio epiſtolæ, quam memoravimus, duo tantum theoremata falſa eſſe pronuntiat, et tamen paulo poſt tertium quoque recenſetur? Libet ipſa ejus verba hic afferre, ut ego illa, cum corruptiſſima eſſent, emendavi. *Καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ τῶν ἐν αὐτῷ ὁμῶν κεχωρισμένα, τέλος δ' ἀποτεθειμένα· ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφέροντες ἐλεγχώνται, οἱ πόθ' ὁμολογηκότες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα.* Quid ergo dicendum eſt? Non aliud profecto, quam ſecundum theorema interpoſitum a quopiam temere eſſe, cum Archimedes primum, tertiumque tantummodo attulerit; atque ideo rejici debere. Sed quoniam hæc ſuſpicio nunc mihi primum oborta eſt, neque ea eſt adeo gravis, ut homines ad ambigendum proniores movere queat, rem integram relinquendam eſſe, nihilque omnino immutandum cenſui. Cæterum hoc uno loco excepto reliquos omnes conjiciendo emendavi, ut nullus jam ſit, qui negotium legenti faceſſere poſſit. Quod cum dico de iis loquor, quorum ſententia depravata erat. Nam ubi ea integra eſſet, loquendi modos, ſi qui forte minus proprii occurrerent, retinui: quos dum aliqui plus æquo fidentes in antiquis ſcriptoribus

bus

bus emendare volunt, corrumpunt. Exemplum rei hujus in Thucydide habemus, qui cum scripsisset: ὧν ἐνθυμηθέντες, καὶ νεώτερός τις παρὰ πρεσβυτέρου αὐτὰ μαθὼν, ἀξιούτω τοῖς ὁμοίοις ἡμᾶς ἀμύνασθαι· repertus est qui dictionis novitate, ἐναλλαγὴν Græci vocant, offensus, pro ἀμύνασθαι, legendum censeret ἀμείβεσθαι. Quod monet Vetus Scholiastes hisce verbis: ἀμύνασθαι, ἀντὶ τοῦ ἀμείβεσθαι. Μόνος δὲ Θουκυδίδης ἐνταῦθα κέχρηται τῇ ἐναλλαγῇ τῆς λέξεως, ὡς καί τινας ἐναλλάττειν τὴν γραφὴν, καὶ γράφειν ἀμείβεσθαι. Οὐκ ἔστι δέ. Quamvis autem quæcunque ego emendavi et correxi adeo certa sint ut omnia fere præstare audeam; ea tameo ita in contextum recepi, ut quæ loco movissem in extremam quamque paginam rejicerem. Atque id eo consilio feci, ut præsens cuique sit de industria nostra judicium; et si qua forte minus arrideant, quid ipse melius præstare possit, statim experiatur.

Illud quoque curandum mihi erat, qoi Archimedem emendandum susceperam, ot ipsum in Sicilia natum educatumque patrio sermone loquentem exhiberem, Civemque patriæ suæ quodammodo restituerem. Itaque cum libri de Sphæra et Cylindro Attica dialecto conscripti circumferantur, detrahenda iis erat peregrina vestis, propriaque induenda; ut non modo res, sed verba etiam ipsa, quibus explicantur, Archimedis essent. Quod enim Wallisius suspicatus est, hos etiam libros conscriptos ab Archimede fuisse ea dialecto, quæ propria Siciliæ erat, id ego certissimo argumento confirmavi; cum locum quemdam observaverim, qui Attice in illis expressus cum sit, in Eutocii commentario Dorice exprimitur. Reperitur hic locus in definitionibus libro primo de Sphæra et Cylindro præmissis, atque est hujusmodi: τομεὺς δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνει, κορυφὴν ἔχων πρὸς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου. Qui in Eotocii Commentario ad secuodam Propositionem libri secundi de Sphæra et Cylindro ita effertur: τομέα δὲ στερεὸν καλέω, ἐπεὶ δ' ἂν σφαῖραν κῶνος τέμνει τὰν κορυφὰν ἔχων ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τᾶς ἐντὸς τοῦ κώνου hoc autem pacto emendandus est: τομέα δὲ στερεὸν καλέω, ἐπεὶ δ' ἂν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ τὰν κορυφὰν ἔχων ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τᾶς ἐπιφανείας τῶ κώνω, καὶ τᾶς ἐπιφανείας τᾶς σφαίρας ἐντὸς τῶ κώνω. Quod autem de duobus libris de Sphæra et Cylindro, idem de Circuli Dimensione judicari debet. Qois porro Doricam dialectum in hisce libris immutaverit, incertum est. Certe Eotocius Ascalonita non immutavit, quod tamen docti aliqui Viri existimarunt, qui tunc id facere debuerat, cum commentarios in eosdem libros conscripsit. Utcunque res habeat, cum illud certum sit, hosce libros conscriptos ab Archimede fuisse eadem dialecto, qua reliqui conscripti sunt, constitueram Atticos loquendi modos abjicere, iisque Doricos substituere, qui Archimedis ingenio, quod proprium cuique scribenti est, maxime convenirent. Sed cum Amici, quibus ego plurimum tribuo, dehortareotur ne id facerem, quod molestissima res esset, neque adeo necessaria, ut ab ullo magnopere desideraretur; omnem de ea cogitationem deposui, partemque oneris mihi detrahi libenter passus sum. Quoniam vero ii quoqoe libri, qui Dorice scripti ad nos pervenerunt, puri putique Dorici non sont, sed plores Atticismos admixtos habent, satis habui hos diligenter repurgare, abjectisque, quæ peregrina sunt, proprio ornatu decoros producere. Hoc tamen ipsum haud satis fidenter feci, quod scriptor quilibet, sive antiquus, sive recentior, ot propriam dialectum in pluribus servet, quædam tameo interdum aliis indulget. Thucydides quidem inter cætera habet ἀφύτιος, et ἰθωμήτα, pro ἀφύτιδος, et ἰθωμήτου; quorum alterum Ionice, alterum Dorice dictum est, ut recte observavit vetus Scholiastes. Quod si Attico homini licuit quædam Dorico more inflectere, quidni licuerit Siculo quædam contra inflectere more Attico? Præterea Græcæ linguæ dialecti adeo cogoitæ perspectæque nobis non sunt, ut quid proprium cujusque sit, quid commune habeant, certo statui possit. Quam multa enim habet Ionica dialectus, ot cæteras omittam, quæ Doricæ conveniunt! Legimus

gimus fane apud Herodotum τοὶ, pro οἱ; ὦλλοι, pro οἱ ἄλλοι; ὦν, pro οὖν; μέζονα, pro μείζονα; aliaque hujufmodi, quæ Dores hoc prorfus pacto pronuotiant. Quid quod Dorica lingua non una eademque eft, fed pro variis regionibus, in quibus floruit, varia fibique diffimilis. "Aliter enim," ut Corinthus ait, "Cretenfes loquuntur, aliter Rhodii, aliter Argivi, aliter Lacedæmonii, aliter Syracufii, et Siculi." Poftremo hæc lingua ne in una quidem regione fibi confentit; quod etiam in iis linguis fieri videmus, quæ noftris temporibus vigent. Itaque in Cretenfium quorumdam populorum decretis, quæ non ita pridem edidit Edmundus Cbifhullius, legimus τῷ, et τῦ; ἀμὲ, et ἡμεῖς; ποτὶ, et πρὸς; ἦμεν, et εἶναι; διαλέγεν, five διαλέγην, et διαλέγεσθαι. Quibus adde ἰώσας, et ἔσιν; ζαμίας, et ἀζήμιοι; στάσεν, et πέμπεν; aliaque bujufmodi, quæ brevitatis gratia prætermitto. Quæ cum ita fint, quamvis multa in Archimedis libris occurrant, quæ Dorica non funt, et aliter alibi fcribuntur; tamen nihil fere immutavi, ratus fatius effe fpuria aliqua retinere, quam germana rejicere. Nam illud præterea occurrebat, Siculos omnium Græciæ populorum peffime locutos; atque ideo mirum non effe fi parum fibi conftabant, neque eamdem femper in iisdem vocabulis pronuntiationem retinebant. Eorum linguam Plautus duobus hifce verficulis oblique perftringit.

Atque adeo hoc argumentom Græciffat; tamen
Non Atticiffat, verum Siciliciffitat.

Hifce perfectis, reliquom erat ut codex aliquis mano defcriptus conquireretur, cum quo Bafileenfis conferri poffet, ut ejus auctoritate, quæ conjiciendo emendaveram, confirmarem. Cum igitur certior factus effem membraneum codicem, quem maxime cuperem, Venetiis in D. Marci Bibliotheca affervari, curavi ut ftatim examinaretur; quæque varia in eo effent, miffis levioribus et inanibus, defcriberentur. Qua in re operam mihi fuam pollicitus eft, cumulateque præftitit Vir Græcis Latioifque litteris apprime excultus Antonius Zanettius ejufdem Bibliothecæ Cuftos. Verum quod jamdiu animo infederat, parum in codicibns præfidii effe, fi ipfe proprio judicio uti nefcias, id verum effe experientia didici; cum quæ in codice Bafileenfi corrupta erant, ea fere omnia corruptiora in Veneto reperta fint. Et fane cum codices defcribi foleant alius ab alio, nullufque fit tam antiquus, qui non a pluribus pendeat, neceffe eft omnes mendofos effe; dnm aliena incuriofe traofcribimus, veteribufque vitiis, quæ homanæ naturæ imbecillitas eft, nova femper adjungimus. Non tamen pœnituit codicem illum confuluiffe. Nam quædam etiam in eo emendate perfcripta erant, quibus eorum nonnulla, qoæ ipfe conjiciendo fuppleveram, fi omnino confentirent, confirmavi; aut, fi qua ex parte difcreparent, perpolivi ac retexui. Quin etiam varias ex eo lectiones excerpfi, eafqoe, nt optima quæque vifa eft, extremo margini adfcripfi; rejectis illis, unde nullus eft ufus, fed inanis quædam diligentiæ oftentatio.

Emendatis Archimedis libris, quod primum mihi propofueram, reftabat alterum facilius illud quidem, fed longe moleftius, nt fingulos e Græco in latinum fermonem converterem. Quod cum Joannes Cremonenfis jampridem fecerit, et poft illum magna ex parte Federicns Commandinus, videbur fortaffe aliquibus fi oon inutilem, certe non neceffarium laborem fufcepiffe. Quibns refpondendum eft, Cremonenfis verfionem contemnendam non effe, fi temporum illorum ratio habeatur, quibus confecta fuit: at vero in hac tanta litterarum luce, qnando nibil nifi perfectnm abfolutumque hoc in genere ferri poteft, nullius effe pretii. Nimirum ille Vir Græcis litteris mediocriter imbutus parum admodum peritus fuit latini fermonis, et, qnod caput eft, Geometriæ; ut vix mediocris Archimedis interpres, nedum optimus, haberi poffit. Quorum uonm cum adeo certum fit, ut probatione non egeat, placet alterum exemplo, quod primnm mihi occurrit, confirmare. Petitionum, quas primo libro de Sphæra et Cylindro Archimedes

præ-

præmisit, hæc una est: τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσας εἶναι τὰς τοιαύτας· ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην. Quam ego petitionem ita verti: "aliarum vero superficierum, quæ eosdem terminos habent, si in plano terminos habeant, eas inæquales esse, quarum utraque ad easdem partea cava est, alteraque ab altera, et a plano, quod eosdem ac ipsa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliquâ quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem esse, quæ comprehenditur." Quid Cremonensis? "Aliarum vero superficierum, et eosdem terminos habentium, si in plano terminos habeant, eas esse inæquales. Ubi autem ambæ in easdem partes cavæ fuerint, et vel altera tota contineatur ab altera, aut alteram earum ab altera superficie, et plano eosdem eum illa terminos habente, aut ejus partem quidem comprendi constet, partem vero communem habere, et comprensam esse comprendente minorem." Itane vero bone interpres? Quæ sententia una est, hanc tu in duas dividis: atque id adeo inepte facis, ut altera falsa sit, altera autem nulla. Quod si tam fœde lapsus est in re facili atque obvia; quod tamen et Rivalto contigit; quid ab illo expectandum est in difficilioribus, in quibus Viri etiam acuti interdum falluntur? Ad Commandinum quod attinet, Græcas quidem Latinasque litteras optime calluit; sed non omnes Archimedis libros convertit, sive longi laboris tædio, sive peculiari quodam litterarum fato, quo fit ut nihil fere perfectum absolutumque ab uno homine habeatur. Neque enim numerantur inter libros a Commandino conversos libri duo de Sphæra et Cylindro, aliique item duo de Planorum Æquilibriis, quos tamen ille vidit, et in libro de Paraboles Quadratura pluries laudavit. Cum igitur hi libri necessario interpretandi mihi essent, cæteros quoque interpretari placuit, ut una in omnibus oratio ac stilus appareret. Neque enim inertiæ crimen effugiunt qui Græcum aliquem Auctorem edituri onus inter amicos partiuntur, et cum plura sint ejus opera, suum cuique vertendum tradunt. Illud etiam accedit, quod quamvis plurima Commandinus egregie interpretatus sit, aliqua tamen secus, atque debebat, accepit; præsertim in Arenario, quod codice usus sit valde mendoso, in quo nonnulla adeo depravata erant, quemadmodum ipse testatur, ut qualia essent divinandum ipsi fuerit; neque tamen assecutus sit. Quæ omnia cum corrigenda essent, liberque ipse quibusdam in locis veluti retexendus, fieri non poterat quin aliqua in illum stili varietas induceretur, quæ maxime fugienda est. Nihil enim æque offendit paullo delicatiores aures, quam multiplex scribendi genus; ut ille tolerabilior videatur qui æquabili stilo utitur, licet minus eleganti, quam qui elegantissimo, sed vario sibique dissimili. Porro Commandinus quamvis latini sermonis naturam probe noverit, atque ideo omnia fere ad optimæ ætatis consuetudinem exprimat, verba tamen habet, verborumque compositiones, quæ latinæ non sunt. Quarum exempla non affero, quod invidiosa res sit; cum præsertim sciam in Geometra elegantiam, si afferat, probari; si non afferat, non valde requiri.

Hactenus de Græcis Archimedis libris: nunc pauca quædam de duobus illis dicenda sunt, qui περὶ ὀχουμένων inscripti temporis injuria interciderunt. Hos latine quondam redditos in vetusto quodam codice reperit Nicolaus Tartalea, descriptosque diligenter aliquatenus emendavit; non tamen eodem tempore, sed spatio aliquo, ut videtur, interposito. Primus enim utrumque Venetiis in vulgus emisit Trojanus Curtius An. MDLXV, nempe vicesimo secundo postquam Tartalea eorum alterum ibidem edidit. Neque vero dubium esse potest quin libri isti Archimedi ascribi debeant, cum eos Strabo non modo memoret, sed propositionem etiam afferat, quæ in eorum primo posita secundo loco est. Verba ejus hæc sunt, quibus Eratosthenem irridet, quod Archimedis sententiam de humidi

 natura

natura atque forma non prubaverit: ὁ δὲ οὕτως ἡδύς ἐστιν, ὥστε καὶ μὴ μαθηματικὸς ὢν ἐᾷ τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῦν δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχημένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι. Huc etiam afferri ſulet Pappi auctoritas; ſed ea incertior eſt, quam ut cum Strabonis anctoritate conferri poſſit. Quamvis enim ipſe quoque Archimedis ὀχήμενα memoret, tamen incertum eſt quid eo nomine intelligat; num opus, quod hoc titulo habemus, an quædam hydranlica, quæ melius etiam cum Heronis ſpiritalibus conjungi videntur. Verha Pappi hæc ſunt: καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ καὶ τοὺς θαυματουργούς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς Ἥρων πνευματικοῖς· οἱ δὲ διὰ νευρίων, καὶ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς Ἥρων αὐτομάτοις, καὶ ζυγίοις· ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ᾽ ὕδατος ὀχημένων, ὡς Ἀρχιμήδης ὀχημένοις. Cæterum cum Commandinus in libros, quos memuravimus, eodem fere tempore incidiſſet, quo illos Tartalea invenit, egregiam in iis uperam inſumpſit. Nam oratiunem, quæ barbara plerumque erat, expulivit, menda correxit, loca mntila rediutegravit, duaſque, quæ deerant, Propoſitiunes propriu Marte explevit: ut qui hoſce libros cum prioribus illis cuuferat a Tartalea emendatis facile intelligat quantum vir viru præſtet. Itaque cum cæteris addendi eſſent, unum Commandinum ſecutus ſum; niſi quod eurum titulum aliquantulum immutavi, et quos ille de iis, quæ in aqua vehuntur, ego de iis, quæ vehuutur in humido, inſcripſi: propterea quod Græcum verbum ὀχεῖσθαι latiſſime patet, vehique generaliter ſignificat. Porro licet Commandiuus talia ac tanta iu iis præſtiterit, qualia quautaque ea ſunt, quæ memoravimus, aliquem tamen induſtriæ noſtræ locum reliquit. Nimirum Propoſitiu altera libri ſecundi hujuſmodi eſt, ut eam edidit Trojanus Curtius. "Recta portiu counidis rectanguli, quandu axem hahuerit majorem quam hemiolium ejns, quæ nſque ad axem, umnem proportionem habens ad humidum in gravitate, demiſſa in humido, ita ut baſis ipſius non taugat humidum, poſita inclinata non manet inclinata, ſed recta reſtituetur." Quæ hoc pacto a Commandino elegantius exprimitur. "Conoidis rectanguli recta portiu, quando axem hahuerit minorem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, quamcuuque proportionem habens ad humidum in gravitate, demiſſa in humidum, ita ut ipſius baſis humidum nun contingat, et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur." Vides Propoſitionem utramque convenire, niſi quod conditio de axis magnitudine immutata eſt, quæ in illa quidem jubetur data quadam recta major eſſe, in hac autem minur. Et recte quidem Commandinus animadvertit verhum majorem mendoſum eſſe; ſed illud retinere dehuit, non in minorem mutare; addita tantum negativa particula non, quæ facile, in Græco præſertim exemplari, excidere potuit. Quæ emendatio, licet exigua videatur, tamen tanti eſt, ut Propoſitio illa, niſi hæc recipitur, vera quidem ſit, ſed parte ſui mutila atque trunca. Quod enim Archimedes de recto conoide pronuntiat, id verum eſt, ſive ejus axis minor ſit recta, quam diximus, ſive eidem ſit æqualis: quorum utrumque τὸ, "nun major," comprehendit. Quod cum adeo perſpicuum ſit, ut cuivis vel legenti appareat, non modo Commandinus, ſed ne Barrowius quidem animadvertit: ne quis veterum ſcripta reparare cupiens animum deſpondeat, omniaque ſibi prærepta a prioribus exiſtimet.

Sunt qui exiſtiment Archimedem librum ſcripſiſſe præter illos, quos memoravimus, qui Lemmata vocaretur, quod conjectæ in illum eſſent quædam Propoſitiones, quæ ipſæ per ſe ſtarent, viamque difficilioribus ſternerent. Hic autem liber ad noſtram uſque ætatem pervenit, quemadmodum ipſi volunt, non Græco ſed Arabico ſermone conſcriptus, ſtudio atque upera Thebitii Ben-Koræ Geometræ apud Arabas in primis clari, qui tamen liberioris interpretis mnnere functus eſt. Sed egregie meo quidem judicio, falluntur, dum ſibi perſuadent, ant perſuadere aliis vulnnt librum aliquem Archimedis hoc titulo unquam fuiſſe. Cujus inſtitutum hoc eſt, ut omnia ſuu loco demonſtret, et ſi quid interdum, ne orationis filus abrumpatur, omittit, in fine ſtatim ſubjiciat. Hinc ſolemnis ejus clauſula, quaſique cun-

contrita: τοῦτο ἐπὶ τέλει δειχθήσεται. Quod autem Eutocius vetuſtum quemdam librum memorat, in quo duo quædam Archimedis theoremata continebantur, id levius eſt, quam ut refelli debeat. Neque enim totum librum, ſed partem ipſius aliquam Archimedi tribuit; idque non affirmate, ſed dubitatione aliqua injecta. Ait enim: τῶν μέντοι ζητουμένων εἶχεν τὴν ὑπόσχεσιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλην Δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζεν, καὶ τοῖς συνήθεσι τῷ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνόμασιν ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ὀνομαζομένης, τῆς δ᾽ ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοεῖσθαι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς εἴη τὰ ἐν τῷ τέλει ἐπηγγελμένα ἐπερχόμενος γράφεσθαι. Præterea vetus ille liber, cujuſcunque tandem fuerit, diverſus longe erat ab illo, quem nobis Arabum diligentia ſervavit. Neque enim continet duas illas Propoſitiones, de quibus Eutocius loquitur, pluresque contra habet, quæ in mathematicis Pappi collectionibus leguntur. Quin Propoſitio omnium prima Pappi ipſius eſt, qua Apollonii doctrinam de contactibus illuſtrare nititur. Quocirca crediderim varias in eum librum Propoſitiones congeſtas eſſe, quæ maxime illuſtres circumferebantur, quæque periculum erat ne interciderent, niſi in unum colligerentur. Cum autem Archimedis nomen paucis quibuſdam adſcriptum eſſet, illud ad omnes tranſlatum eſt; atque ita clarior unius fama, quod fere fit, multorum memoriam obliteravit. Cæterum quædam in eo libro Propoſitiones occurrunt, quæ Archimedis ingenium præ ſe ferre videntur; cujuſmodi ſunt quæ ad Arbeli dimenſionem pertinent: idque me potiſſimum impulit, ut cæteris Archimedis libris hunc quoque adjungerem. Cujus Arabicum exemplar libenter edidiſſem, quod Florentiæ in Bibliotheca Palatina aſſervatur, quo major mihi apud eruditos gratia quæſita eſſet, ſi obtinere potuiſſem ut illud Veronam transferrem. Neque enim vitæ meæ ratio permiſit ut ego me illuc conferrem, disjectis vinculis, quibus aliquot jam annos intra domeſticum limen cohibeor. Sed cum duæ latinæ libri hujus Verſiones eodem fere temporis articulo confectæ ſint, altera a Joanne Gravio, altera ab Abrahamo Ecchellenſi, poſtremam hanc prætuli, in quam operam contulit Joannes Alphonſus Borrellus, quæ doctis Viris valde probatur. Una res offendit, quod is non contentus Propoſitiones expreſſiſſe, quæ ſolæ in pretio habendæ, ut Græcorum hominum, erant, ſcholia etiam adjecit Arabi cujuſdam Auctoris cognomento Almochtaſſi, Viri ſocordis, ejuſque Artis, quam profitebatur, minus periti. Quæ ego partim non neceſſaria, partim etiam inepta, ne cum ſolidis inania conjungerem, prætermiſi. Duas autem Propoſitiones, quas ille affert ex Abuſahal Alkuhi, ideo rejeci, quod propoſitum mihi eſſet nihil edere, quod non e Græcis fontibus ductum ſit. Et quoniam Propoſitio quædam eſt, quæ generalibus verbis concepta peculiariter demonſtratur, quod quidem tribuendum videtur Arabo interpreti, qui Græci Auctoris mentem non aſſecutus argumentationem, quæ forte interciderat, minus recte ex ingenio ſupplevit; hanc ego de integro demonſtravi, ingreſſus viam, quæ mihi ut facilior, ita elegantior viſa eſt.

Et in his quidem quæſita aliqua mihi eſt ſive ingenii, ſive induſtriæ laus. Quod nunc ſubjiciam, hominem oſtendit magis diligentem quam ingenioſum, qui nullum Auctoris ſui monumentum obſcurum eſſe patitur. Nimirum cum intellexiſſem plura Opera Mechanica confecta ab Archimede fuiſſe, omnia diligenter conquiſivi, atque in unum collegi, ne iis quidem omiſſis, quæ nomine tenus nota ſunt. Nam mirum illud navigium, quod Hiero Rex Syracuſarum conſtruxit, Archiæ cuidam Corinthio, non Archimedi tribuendum eſt: quippe ille Architectus, hic præſes inſpectorque ejus operis fuit. Hæc autem opera ita referre placuit, ut a Græcis, Latiniſque Scriptoribus memorata ſunt; ſelecto inter multos antiquiſſimo quoque, niſi ſi recentior aliquis accuratior pleniorque in deſcribendo fuiſſe viſus eſt. Quod dum feci, non tam aliorum auctoritati, quam fidei meæ conſulere volui: ne cum quædam narrarem, quæ fidem prorſus excedunt, ea ipſe præſtare viderer. Quis enim non inter aniles fabulas referat, quod aliqui tradunt, Archimedem hoſtium naves, injectis

injectis earum proris ferreis manibus, ſuſtuliſſe, aut portum ſubeuntes comburentibus ſpeculis incendiſſe? Quod tamen poſtremum, cum neque Polybii, neque veteris ullius Scriptoris auctoritate firmetur, facile refutaveris. Et ſane quod ſpeculum fabricari potuit ea magnitudine, ut exceptos ſolis radios in tantam longitudinem jaceret? Qui ſi eo pertingere potuiſſent, quo intendebantur, nullum tamen inde navi periculum fuiſſet, quod ſua ipſa agitatione vitaret. Hoc tamen ipſum ſeu falſo creditum, ſeu in majus auctum, e celebritate viri originem duxit. Et magna illum ac mirifica præſtitiſſe dicas, cui incredibilia affingebantur. Neque vero prætermittendum aliquid erat quod Archimedis nomine celebraretur. Itaque ea quoque ſubjicere oculis volui, quæ aut incerta in aliquibus Bibliothecis latent, aut minime dubia nobis longa ætas corrupit. Hæc autem deſcripta e Græca Joannis Fabricii Bibliotheca poſtremo loco poſita ſunt.

Jamque videbar ſuſcepto labori finem impoſuiſſe, cum occurrit animo fore plerosque, qui Eutocii commentarios deſiderent Aſiatici hominis, et explanandi arte inſignis. Hic oriundus Aſcalone nobili Paleſtinæ urbe ante annos floruit mille circiter et ducentos; utpote qui præceptore uſus eſt Iſidoro Mileſio Architecto in primis claro, qui Juſtiniano imperitante una cum Anthemio Tralliano ſuperbum illud D. Sophiæ templum extruxit. Inter commentarios quos in Archimedem conſcripſit duo illi maxime celebrantur, quibus divinum opus de Sphæra et Cylindro illuſtravit. Quorum alter longe quidem uberrimus plurimi faciendus eſt, in quo varii modi traduntur, quibus veteres Geometræ celebre illud problema de cubo duplicando expedire conati ſunt. Deſcribuntur autem in illo plures machinæ perquam ingenioſæ, quarum, quæ ingenioſiſſima eſt Eratoſthenis, parum ab illa differt, quam in tertio Geometriæ libro Carteſius proponit. Quod quidem ſilentio libens præteriiſſem, niſi ejus fama hoc in genere laboraret; objectumque ei eſſet, quod gloriam ſibi ex aliorum inventis interdum quæſierit. Sed illud in primis jucundum eſt plura Geometrarum ſcripta cognoſcere, quorum pleraque interciderunt, nempe Philonis, Dioclis, Spori, Menechmi, Eudemi, Architæ, Eratoſthenis, Nicomedis, Heronis, quorum poſtremus librum de fornicatis parietibus, teliſque fabricandis compoſuit. Quod dum reputo ſatis mirari non poſſum Græcorum diligentiam, qui de rebus omnibus quantumvis exiguis ſcribebant, modo ad neceſſarios vitæ uſus utiles eſſent. Præterea quædam in hoc commentario verba occurrunt, ut levia quoque attingam, quibus Græcam linguam locupletaveris, cujuſmodi ſunt σωληνίζομαι, χοινικίδες, et κίρκινος; quod poſtremum non Græcum ſed latinum hucuſque habitum eſt. Qui autem Commentarius proxime ſequitur in Circuli Dimenſionem vel ideo in pretio habendus eſt, quod ex eo colligitur quam difficilis atque implexa Græcorum Logiſtica fuerit. Cujus Artis præcepta complexus eſt Pappus duobus primis collectionum ſuarum libris hauſta fortaſſe a Magno, cujus λογιστικὰ Eutocius memorat. Nam Græci ad numeros exprimendos alphabeti litteras adhibebant, non habita, ut hodie fit, ratione loci, in quo collocantur; quæ cum variæ eſſent atque multiplices haud mediocrem vel exercitatiſſimo computatori moleſtiam afferebant. Neque vero contemnendi ſunt commentarii quibus libros de Planorum Æquilibriis Eutocius expoſuit: quamquam in iis, ut verum fatear, levia quædam nimia cura perſequitur, gravioribus, quod interpretum vitium eſt, ſilentio tranſmiſſis. Nam propoſitio ſexta libri primi prætermiſſa ab eodem eſt, quæ tamen omnium potiſſima, utpote quæ principium demonſtrat, cui mechanica ars tota innititur, vitio aliquo laborare videtur. Quo factum eſt, ut docti aliqui viri ſuſpicati ſint Opus iſtud Archimedis non eſſe; licet nulla ſatis firma ratione permoti. Nam cæteræ propoſitiones ſolidiſſimæ ſunt; et hanc ipſam conentias facilius, quam evertas. Ipſe etiam ſtilus Archimedis eſt, qui ſemet ipſum

horum

horum librorum auctorem prodit, dum in eorum altero Propoſitione V. librum de paraboles quadratura citat his verbis: *δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτριτα ἦμεν τῶν τριγώνων.* Num ita loqui ſolet qui aliena memorat? Verum hoc obiter. Illud dolendum eſt, quod neque iſti commentarii, neque cæteri, quos memoravimus, uno in Circuli Dimenſionem excepto, digni habiti ſint, in quibus aliquis ingenii vires exerceret. Nam præterquam quod hominum diligentia æmulatione intenditur, minus in iis laborandum eſt, quæ ipſe primus non attingas; quando aliena facilius correxeris, quam ipſe tua propoſueris. Itaque major prope cura adhibenda mihi fuit in Eutocio, quam in Archimede ipſo recognoſcendo; quamvis ille, ut recentior, ita incorruptior aliquanto ad nos pervenit. Atque hæc cauſſa fuit, cur Archimedem in Eutocii domo conquirerem, ubi melius quandoque, quam in propria habitabat. Quod ſi qua ſententia cum eadem utrobique ſit verbis aliquibus diſcrepat, id ex editionum varietate repeti debet. Quando enim Eutocius ſuos commentarios confecit editione uſus eſt longe optima, quam præceptor ejus Iſidorus Mileſius recognoverat, ut ipſe monet his verbis, quæ in fine cujuſque commentarii ſubjecit: *Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.* Cæterum illud non tam in Archimede quam in Eutocio expertus ſum, quam arduum ac difficile ſit Græcorum monumenta latinis litteris tradere. Nam Romani eloquentiæ ſtudio unice dediti, quod in Republica maxime viget, Geometriam, cæteraſque fere diſciplinas comtemnebant, quaſi eæ homini ingenuo minus convenirent. Hinc fit, ut ſi quid de rebus hujuſmodi ſcribendum ſit, nullum fere auctorem habeas, quem imitere. Quo major mihi gratia habenda eſt eximio hujus ætatis ſcriptori Jacobo Facciolato Patavino, quem ego unum per litteras conſului, quoties aliquid incidit, quod ſine ſumma Latinæ linguæ peritia expediri non poſſet. Nec ille pro ſua erga me benevolentia, licet graviſſimis occupationibus diſtrictus, quærenti mihi unquam defuit. Nam ut eſt humaniſſimus, colendiſque amicitiis in primis natus nihil antiquius ducit, quam quos maxime caros habet opera atque conſilio juvare.

Utinam vero Eutocius omnia Archimedis opera expoſuiſſet eadem cura atque diligentia, qua pauca quædam expoſuit, quæ memoravimus: quod illi facere per otium licuit, cum admodum adoleſcens libros de Sphæra et Cylindro interpretatus ſit, ut ex ejus epiſtola apparet ad Ammonium Sophiſtam. Sed unus fortaſſe aliquis exorietur, qui incœptum ab eodem opus abſolvet, aut, quod optabilius eſt, de integro inſtituet, præcipuus ingenio atque doctrina, iiſque omnibus adjumentis inſtructus, ſine quibus res tanta perfici nequit. Nam majus quiddam eſt, quam quod vulgo creditur, commentarios in Archimedem pro rei dignitate conſcribere; idque cum omni tempore, tum præſertim ætate hac, quando ea, quæ maxima olim habebantur, ut levia deſpicimus. Quotus enim quiſque hodie petat, modo non in ipſo Geometriæ limine hæſerit, ut ſi qua Propoſitio paulo obſcurior in Archimede occurrit, ea ſibi explicetur, demonſtratiſque, quæ ille conſulto omiſit, in ſua quaſi principia reſolvatur? Hoc, quod quis in Euclide, Apollonio, Theodoſio, aliiſque cum laude præſtiterit, ſupervacuum in Archimede eſt, qui non tyronibus, ſed viris exercitatis legendus proponitur. Illud potius quærendum eſſet, quænam fuerit methodus illa prorſus admirabilis, qua tantus Geometra uſus eſt ad ea detegenda, quæ hodie calculi integralis ope eruuntur. Neque enim valde diverſa fuiſſe videtur ab illa, quam primus invenit Bonaventura Cavalerius, ſuoque illo volumine tradidit, quod "Geometriam indiviſibilibus continuorum promotam" nuncupavit. Sane Archimedes ſi quando demonſtrare vult, quæ figuræ ad figuram proportio ſit, ſive ea plana fuerit, ſive ſolida, utramque in plures particulas aut parallelogrammas, aut cylindraceas dividit, eaſque invicem componit cum ſingulas, tum omnes ſimul ſumptas, ut quod verum eſt inde eliciat. Quod ubi factum ab illo vidiſſes, quantulum

lum erat particulas illas animo usque adeo minuere, dum collectæ in unum totas figuras exæquare viderentur! Atqui hoc præcipuum fundamentum est, cui Cavalerius methodum suam superstruxit. Quid vero si Archimedes docuit, qua ratione eæ particulæ, quotcunque tandem fuerint, in unam summam colligantur? Nimirum huc faciunt Propositiones X, et XI libri de Helicibus; et II ac III libri de Conoidibus et Sphæroidibus. Illud porro animadvertendum esset, quantum Archimedes et Cavalerius inter se conveniunt, tantumdem a se invicem dissentire. Cum enim uterque figuram, de qua quæritur, in plures particulas dividat, ex quibus figura alia componitur, Archimedes quidem de una ex altera ita conjicit, ut singulas seorsum consideret; Cavalerius autem idem de utraque statuit, quod sibi persuadeat eas tandem aliquando in unum coalescere. Itaque eum idem uterque eadem via quærat, longe diversis principiis utitur. Neque enim Archimedes statuit, aut statuere unquam potuit, componi lineam ex punctis, superficiem ex lineis, solidum ex superficiebus; quod utique absurdum erat cogitasse. Atque hoc manifestum est ex V propositione libri de Conoidibus et Sphæroidibus, in qua cum hoc sibi demonstrandum proposuisset, ellipsin ad circulum majori ejus diametro inscriptum eamdem rationem habere, quam minor ejus diameter ad majorem, argumentationem instituit, quæ eo demum exit, ut colligatur eamdem illam rationem intercedere inter duas lineas, quæ a quovis puncto communis diametri ad ellipsis et circuli ambitum, ad rectos angulos, ducuntur. Quidni ergo Archimedes ita concluserit? Atqui linearum, quas diximus, priores quidem ellipsin componunt, posteriores vero circulum; et ut omnes præcedentes ad omnes sequentes; ita se habet una præcedens ad unam sequentem. Igitur ellipsis ad circulum eamdem rationem habet, quam minor ejus diameter ad majorem. Hoc argumento recentior aliquis Geometra utatur, non Archimedes, aut alius quispiam ex antiquis, qui valde metuunt ne ab Euclide ferulis vapulent. Quippe recta linea ab eo definitur sine latitudine longitudo: ex quo sequitur infinitas numero lineas, cum alia super aliam cadat, unam tantum lineam efficere. Quod si rectam lineam ipse definieris longitudinem cum insecabili quadam latitudine, præterquam quod quid hoc sit concipi non potest, in aliam haud minorem difficultatem incides. Nam si inæquales hujusmodi rectæ componantur, serratam quamdam figuram constituent, non continuo et æquabili orbe comprehensam.

Atque hinc occasio arripienda esset, quæ sese sponte offert, exeotiendi celebris illius sive principii, sive petitionis, cui uni calculus differentialis, atque integralis innititur, duas quasvis magnitudines æquales esse, quæ quantitate different adeo exigua, ut minor alia proponi nequeat. Quod quidem manifeste pugnat cum notione illa, quam animis insitam de æqualitate habemus. Ea enim æqualia esse concipimus, quarum differentia nulla est. Jam vero si quantitas infinitesima, ita vocant, exigua illa quidem est, sed tamen aliqua, qui, quæso, fieri potest, ut duæ magnitudines, quas inter hujusmodi quantitas intercedit, æquales omnino sint? Nam de monte quod dicitur, quem ideo depressiorem non censeas, quod granum arenæ ejus vertice decesserit, id nihil ad rem facit. Quippe in Geometris quod exquisitissimum est quæritur; ita ut si ejus montis altitudo Geometrica ratione dimetienda sit, ne illud quidem arenæ granum negligi debeat. Porro eo etiam diligentius quærendum de infinitesimis quantitatibus esset, quod quidam contendunt easdem receptas fuisse ab antiquis Geometris, quod falsissimum est. Cum enim Euclides docet, datis inæqualibus duabus magnitudinibus, fieri posse, ut a majore magnitudine pars quædam alia atque alia abscindatur, ita ut, quæ pars ejus relinquitur, minore proposita magnitudine minor sit, quid aliud ostendit, quam nullam esse majoris illius magnitudinis partem, ultra quam progredi abscindendo nequeas? Ita ille maxime infensus eorum placitis invehitur, quo præsertim nituntur. At mihi recentiores Geometræ ideo decepti esse videntur, quod principia quædam atque elementa quæsierint in magnitudine mathematica haud secus quam in

physica

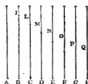
physica quæri soleant. Quasi vero eadem sit magnitudinis utriusque natura, et non potius longe diversa, cum altera coacervatione fiat, altera motu; ita ut quæ illius elementa sint, animo saltem concipias; quæ vero hujus, ne fingere quidem possis. Nimirum cum unum idemque solidum superficiei motu gignatur, sive celerior is sit, sive tardior, quæ tandem illius solidi elementa erunt? An pro diversitate motus ea quoque diversa censenda sunt? Ita fiet, ut plura ac prorsus infinita unius magnitudinis elementa sint; quod utique est absurdum. Atque hinc vetus illa quæstio de divisione continui, quæ magna animorum contentione diu multumque in scholis agitata est, minimo negotio expeditur. Nam continuum, quod vocant, aut Physicum est, aut Mathematicum. Si Physicum est, illud ita divides, ut consistere tandem cogaris: sin autem Mathematicum, progredieris dividendo quousque voles; neque ulla erit pars adeo exigua, quæ animo dividi in partes alias atque alias non possit. Scilicet illud disjunctione partium disjici nequit, quod non earum compositione compingitur; et ibi elementa frustra quæruntur, ubi nulla sunt. Quod cum dico duo hæc continua mente et cogitatione sejungo; ne quis forte objiciat mathematicum in physico concipi, quatenus scilicet id est quantum, et propterea idem de utroque pronuntiari debere. Neque vero quidquam agunt, qui infinitesimas quantitates rejicientes, momenta quædam earum loco Geometriæ inferunt; eaque ita vocant, quod concipiantur momento temporis finitæ magnitudinis fluxu oriri. Si enim momenta hæc vires suas fluendo explicant, non aliud sunt quam ipsæ, quas rejiciunt, infinitesimæ quantitates: sin autem nituntur, neque tamen ultra tendunt, novum vocabulum frustra inducitur, dum id, quod nihil est, momentum appellatur. Quid ergo est? Inquiet aliquis. Num recentiorum calculum despicis, cujus usus in Geometria tam longe lateque patet? Imo vero valde suspicio, atque inter maxima superioris ætatis inventa refero, quo nihil majus non modo ab homine expectari, sed ne voto quidem præsumi potuerit. Hoc unum contendo, falso illum fundamento inniti: ut suspicari liceat non jam constituto principio calculum inventum, sed invento calculo tum demum constitutum principium fuisse. Et ad calculum differentialem quod attinet, illud mihi certum exploratumque est in definiendis contingentibus, et maximis minimisve, quas illi infinitesimas quantitates vocant, has esse merum nihilum. Merum autem nihilum dico, quod nihilum relatione in Geometria, meo quidem judicio, nullum sit. Quod vero attinet ad calculum integralem, cujus ope curvæ lineæ in rectas transmutantur, et superficies ac solida ad quadratum, et cubum rediguntur, quantitates illæ, quæ characteristicæ vocantur, aliquid quidem sunt, sed furtim calculo supputantur. Quid ergo mirum si calculi isti recte procedunt; quando nihil impendii fit, sive quod nihil est abjicias, sive quod est aliquid ultro retineas. Ex quo illud etiam apparet merum calculi integralis commentum esse, duas quasdam rectas concipere infinite proximas, quæ figuræ elementum constituant; quod eodem res cadat quocunque tandem intervallo distent. Atque hæc adeo perspecta mihi sunt in curvis omnibus tam algebraicis, quam mechanicis, ut ea, ubi opus fuerit, demonstrare possim.

Nunc autem pauca quædam non tam explicare, quam proponere libet, quæ occurrerunt animo cum Archimedem attente perlegerem, quæreremque num, quæ sibi recentiores Geometræ subsidia analyticæ artis quæsierunt, ipse, ut aliqui volunt, admiserit. Ego enim contra sentio, quod videam ea quoque illum rejicere, quæ minus dura videntur; puta figuram quamlibet curvam sumi posse pro polygono eidem inscripto, quod infinita numero latera habeat. Quod cum tamquam verum ponatur communi recentiorum Geometrarum consensu, tantum abest ut Archimedes illud probet, ut ideo concludat spatia quædam parabolæ segmento inscripta, quotcunque tandem fuerint, segmento ipso minora esse, quod ea polygono cuidam æqualia sint. Et sane concipi nequit polygonum

in

in curvam figuram abire, quin duæ res prorfus diverfæ in tertiam quamdam coalefcant. Alia fiquidem fpecies nobis animo obverfatur cum circulum, et alia cum polygonum dicimus, quæ non tam re, quam ratione fecernuotur. Porro id polygonum, quod io circulum tranfmutatur, cujus tandem naturæ effe debet? Num ternarius illud numerus metietur, an quaternarius; denique alius quifpiam numerua primus, vel compofitus? Neque enim demonftras cur potius circulus fiat id polygonum, cujus latera a ternario, quam cujus a quaternario, aut alio quovis multiplicantur. Præterea abfurdum eft concipere, quod iofinitum eft, id factum aliquando effe. Neque enim id eft iofioitom, cujus aliquis eft finis. Cæterum non negaverim polygona, quæ curvis figuris infcribi folent, magno fæpe adjumento effe ad ea detegenda, quæ figuris ipfis conveoiuot, quæque alio modo erui fine magno labore non poffent. Nam Archimedes ipfe paraboles quadraturam iovenit, polygono quodam ejufdem fegmento infcripto, cujus ea erat natura, ut minus contiouo effet quam fefqoitertium trianguli eamdem ac fegmeotum bafim atque altitudinem habentis quantitate quadam, quæ magis magifque minueretur, qoo plura polygonum latera haberet, propiufque ad fegmentum ipfum accederet. Hoc aotem polygooom parabolæ analogum recte vocaveris. Cujus generis polygona cum infinita fiot, pro diverfa curvarum natura, quærendum de iis diligenter effet; onde maximi in Geometriam fructus redundarent. Plurimum enim fcire refert, quotiefcunque polygonum figuræ alicui infcribis, utrum analogum eidem fit; ne in graviffimos errores incidas, eaque te inveoiffe credas quæ fieri nollo modo poffunt. Cujus rei exemplum hic afferre libet ex figura quadam petitum polygoni fpeciem referente circoli quadranti infcripta, cujus ope aliquis fortaffe fibi perfuaferit fe circuli quadraturam detexiffe. Hoc autem tribus propofitiooibus explicabitur, quarum prima hæc fit.

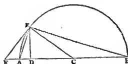
1. Si fuerint rectæ quotcunque æqualiter fefe invicem excedentes, qoarum exceffus fit æqualis minimæ; et aliæ item rectæ multitudine quidem ooâ illis minores, magnitudine vero æquales uoaquæque maximæ; omnes rectæ, quarum unaquæque maximæ eft æqualis, duplæ erunt omnium rectarum fefe iovicem excedentium, dempta earum maxima.



Hujus autem demonftratio ex appofita figura manifefta eft. Ex qua fequitur, fi minores rectæ, qoas diximus, cum pofterioribus coojungantur, tuoc triplas illarum fore.

2. Si recta linea circulum in quolibet puncto contigerit, et ab eodem recta ducatur ad diametrum normalis, duæ rectæ, quarum prima inter normalem, et contingeotem, altera inter normalem, et diametri extremum, quod ad partes contingentis eft ioterjicitur, proportiooales erunt duabus rectis, quarum prima ioterjicitur inter normalem, et extremum diametri, quod eft ad partes contiogenti contrarias, altera ioter normalem, et centrum; ita ut, quæ funt ad diametri extrema, fecum iovicem noo conferantur.

Sit circulus A E B, cujus diameter A B, et centrum C. Contiogat aotem circulum A E B in puncto E recta E F; ducaturque a puocto E recta E D ad diametrum A B normalis. Dico, ut F D ad A D, ita fe habere B D ad D C.

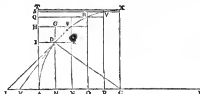


Ducantur eoim rectæ A E, C E, B E. Quoniam igitur angulus A E B rectus eft, ut E D ad A D, ita fe habet B D ad E D. Se habet

habet autem, ut F D ad E D, ita etiam E D ad D C; quoniam angulus F E C ipse quoque est rectus. Se habet igitur, æqua proportione, ut F D ad A D, ita B D ad DC. Quod oportebat demonstrare.

3. Si circuli quadranti quadratum circumscribatur; sectaque alterutra ejus base in æquales quotcunque partes rectis ad basim ipsam normalibus, quæ quadrantis circumferentiam in partes totidem secent, ducantur ad ea puncta, in quibus eadem secatur, rectæ aliæ basi parallelæ; producanturque rectæ, quas primo, quasque secundo loco diximus, ad binas contiguas, ita ut figuræ oriantur ex parallelogrammis compositæ, quarum altera quadranti inscribatur, altera circumscribatur: inscripta ad circumscriptam majorem quam triplam rationem habebit.

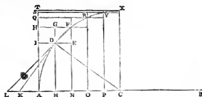
Sit circuli quadrans ADFRVX, eique circumscribatur quadratum ATXC. Secetur autem AC in æquales quotcunque partes AM, MN, NO, OP, PC rectis ad ipsam AC normalibus MD, NF, OR, PV; ducanturque ad puncta D,



F, R, V rectæ I D, H F, QR, S V ipsi AC parallelæ, et producantur M D, I D ad HF, N F, aliæque item eodem modo; ita ut oriantur figuræ, altera quidem MDFRVX, altera vero IDFRVX. Dico figuram MDFRVX ad figuram IDFRVX majorem rationem habere quam triplam.

Jungantur enim puncta D, F recta DF, quæ producta cum diametro in puncto L concurrat. Ducatur autem a puncto D recta DK quadrantem contingens; et jungatur DC; ponaturque CB ipsi AC æqualis. Et quoniam parallelogramma DN, HD æquiangula sunt, rationem inter se invicem habebunt, quæ ex laterum rationibus componitur. Itaque ut parallelogrammum DN ad parallelogrammum HD ita se habet cum DE ad DG, sive EF, tum DM ad DI, sive AM. Ut autem DE ad EF, ita se habet LM ad MD. Ut igitur parallelogrammum DN ad parallelogrammum HD, ita se habet cum LM ad MD, tum DM ad AM; hoc est parallelogrammum LMD ad parallelogrammum AMD; hoc est LM ad AM. Quæ enim parallelogramma sub eadem altitudine sunt, ea sese invicem habent ut bases. Habet autem LM ad AM majorem rationem, quam KM ad AM; hoc est BM ad MC. Quippe demonstratum est quatuor hasce rectas proportionales invicem esse. Habet igitur parallelogrammum DN ad parallelogrammum HD majorem rationem, quam BM ad MC. Eodem modo demonstrabitur, parallelogrammum FO ad parallelogrammum QF majorem rationem habere, quam BN ad NC; et parallelogrammum RP ad parallelogrammum SR majorem, quam BO ad OC; et parallelogrammum VC ad parallelogrammum TV majorem, quam BP ad PC. Igitur omnia parallelogramma DN, FO, RP, VC ad omnia parallelogramma HD, QF, SR, TV majorem rationem habent, quam omnes BM, BN, BO, BP ad omnes MC, NC, OC, PC. At vero BM æqualis est duabus BC, CM; et BN duabus BC, CN; et BO duabus BC, CO; et BP duabus BC, CP. Itaque quædam sunt rectæ æqualiter sese invicem excedentes BC, CM, CN, CO, CP, quarum excessus minimæ CP æqualis est; et aliæ item rectæ multitudine quidem una illis minores, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ BC, quæ cum prioribus

illis conjunguntur. Omnes igitur B M, B N, B O, B P triplæ erunt omnium C M, C N, C O, C P. Demonſtratum autem eſt omnia parallelogramma D N, F O, R P, V C ad omnia parallelogramma H D, Q F, S R, T V majorem rationem habere, quam omnes B M, B N, B O, B P ad omnes M C, N C, O C, P C. Igitur omnia parallelogramma D N, F O, R P, V C, hoc eſt figura inſcripta, ad omnia parallelogramma H D, Q F, S R, T V, hoc eſt figuram circumſcriptam, majorem habent rationem, quam tria ad unum ; hoc eſt majorem quam triplam. Quod oportebat demonſtrare.



Jam qui appoſitam figuram inſpicit ſtatim intelligit, quo plures in partes ſecatur A C eo propiores D M, F N, itemque D K, D L invicem evadere, rationemque magis magiſque minui, quam L M habet ad A M ; ut tandem ferme conveniat eum ratione, quam habet K M ad A M; hoc eſt B M ad M C. Hoc autem eum in aliis quoque rectis contingat, quæ a punctis F, R, V ductæ intelliguntur, ſequitur rationem figuræ quadranti inſcriptæ ad circumſcriptam continuo ad triplam accedere; ut ea demum inter quadrantem ipſum, et quadrati ſegmentum intercedere videatur. Quod ſi ita res haberet ſequeretur quadratum quod circulo circumſcribitur circuli eſſe ſeſquitertium ; atque ideo ejus circumferentiam diametri eſſe triplam ; quod omnino fieri non poteſt. Demonſtravit enim Archimedes, cujuſlibet circuli circumferentiam diametri eſſe triplam, et adhuc parte quadam excedere, quæ minor quidem eſt ſeptima diametri parte, major vero decem ſeptuageſimis primis. At vero perperam de circulo conjicitur ex figura eidem inſcripta, quæ nihil cum circulo ipſo commune habet.

Contra autem eſt in polygono, quod Archimedes parabolæ inſcribit, quod licet parabola numquam fiat (eſt enim abſurdum) cum illa tamen arcta quadam ſocietate conjungitur. Atque id polygonum exprimitur ſerie quadam magnitudinum, quæ proportione quadrupla, eademque continua, ſeſe invicem excipiunt. Cujus ſeriei colligendæ ratio ea nobis ab Archimede traditur, quæ vera germanaque eſt, et totius rei naturam explicat. Cum enim nos doceat omnes has magnitudines in unum collectas ſeſquitertias eſſe maximæ, ſi tertia minimæ pars iiſdem adjiciatur, neque tamen earum numerum definit, facile intelligitur partem hanc tertiam non aliud eſſe, quam parabolæ ſegmenta, quæ una eum polygono parabolam totam componunt. Itaque ſi qua ſeries colligenda ſit, opus non eſt, ut ea concipiatur infinitis numero terminis conſtare, quod tamen recentiores præcipiunt; ita ut poſtremus prope ad nihilum redigatur, ideoque negligi poſſit. Nam ipſe quoque in ſummam redigendus eſt, et quantitas adhuc quædam addenda, quæ reliqua eſt magnitudinis pars, unde ſeries oritur, et dividenda uſque et uſque eſſet. Redit autem integrum, ſi quæ pars ablata fuerit, eidem rurſus accedat. Quid quod etiam Recentiores eam ipſam quantitatem ſpecie abjiciunt, revera ſupputant. Nimirum ea in formula colligendis ſeriebus inſtituta negative ponitur: et quæ quantitas ſigno negativo notatur, ſi notetur poſitivo, evaneſcit.

Porro ex his omnibus colligitur eaſdem fere methodos Veteres adhibuiſſe, quibus nunc utimur, niſi quod eas ſolidioribus fundamentis ſuperſtruxere. Scilicet ſeveriora ejus ætatis ingenia nihil tamquam principium admittebant, quod non ſtatim ipſo naturæ lumine verum eſſe appareret. Nunc autem quædam proponuntur, quæ adeo obſcura ſunt atque incerta, ut qui

qui liberalissime agere velit, pronuntiare debeat, quod in antiquis indiciis fieri solebat, non liquere. Quotus enim quisque infiniti naturam perspexit, cujus nulla notio satis clara atque distincta impressa in animis nostris quasique consignata a natura fuit? Neque vero ipsi per nos acquirere potuimus, cum totus hic mundus aspectabilis, et quidquid in en manu tangimns, oculis videmus, sensu aliqun modo percipimus, suis finibus coerceatur. Quod dum reputo minus miror viros etiam acutissimos, quoties de infinito locuti sunt, hallucinatos esse, multaque prodidisse, quæ partim inania sunt, partim etiam absurda. Quid enim absurdius excogitari potuit, qnam circuli circumferentiam, si infinitus ille fiat, in rectam lineam transmutari? Nonne infinitus circulus æque secum ipse pugnat, atque cum infinito finitum? Et recta fieri qui potest linea, cujus ea natura est, ut in orbem redeat? Quæ cnm ita sint affirmare non dubitaverim infinitum propria significatinne acceptum a Geometria omnino rejiciendum esse, cujus præcipuum officium est magoitudines metiri; ex quo etiam Geometria dicitur. Infinitæ autem magnitudinis mensura nulla esse potest. Quæ enim superficies, aut solida infinita a Geometris dicuntur, ea proprie infinita non sunt; nisi qnatenus iofioita etiam est pedalis longitudo, quæ in partes dividi potest nullo finito numero comprehendendas. Quod si qua magnitudo concipienda sit ultra quodvis intervallum extendi, eam rectius Geometra indefinitam, quam infinitam vocaverit. Nam qui aiunt infinitum, de quo io Geometria sermo est, infinitum absolute non esse, sed relatione tantum, nihil aliud agunt, quam ut infiniti nomine abutantur, et quod infinitum ooo est, id infinitum esse dicant. Cujus defioitio hæc una afferri potest: infinitum id est, quod nullos habet fines. Quocirca si quis considerare voluerit quid infinitum sit, notiones ejus omnes ex allata definitione eruet, diligenterque cavebit ne cnm ulla re finita illas communicet; uode maximi errores sequerentur. Hoc autem qnomodo fieri debeat præclare nobis Plato demonstravit in Parmenide, ubi postquam unom cum Zenone id esse definiit, quod non plura; quid unum sit hac significatione acceptum, et quid inde sequatnr, inquirit. Atque id tanto ingenii acumine exequitur, quanto nemo unquam mortalium de re subtilissima disputavit: ut quantus is in aliis libris cæteros Philosophos, tantum io hoc se ipsum superasse videatur. Cæterum cum infinitum magnitudine concipi nequeat, ne infinitum quidem parvitate concipies. Scilicet alterum majns est, quam ut aoimo recipi possit; alterum minus, quam ut retineri. Quamquam primum illud a Geometris aliquo modo exprimitur unitatis nota per oihilum divisa; neque usu caret si tempore et loco adhibeatur.

Hæc aliaque hujnsmodi, quid enim singula percurram? explicanda illi essent, qui novos in Archimedem commentarios conscribendos susciperet. Nulla enim utilior aut jucundior comparatio esse potest, quam quæ inter Veteres, et Recentiores instituitnr; præsertim cum minime invidiosa res sit, quos longa ætas æmulationi exemerit, etiam supra verum extollere. Sed ne illa quidem silentio prætereuoda, quæ cum ante annos bis mille Archimedes proposuerit, superiore demum ætate ut nova tradita sunt. Et de magnitndinibus quidem colligendis quid ille præceperit supra dictum est, si eæ proportione Geometrica, eaque continua deinceps ponantur. Illud quoque nos docuit, quomodo magnitudines colligi debeant, qnæ pro ratione numerorum deinceps imparium sese invicem consequuntnr. At hoc facere quicunque ooverit plures superficies, ac solida minimo negotio quadrabit. Et ut a Geometricis ad Physica transeamus, celebris illa positio de corpornm gravitate Archimedi debetur, qua fioguntur duo, aut plura gravia ad terræ superficiem agi secundum lineas rectæ illi parallelas, quæ a communi eorundem gravitatis centro ad terræ ceotrum ducitur. Cum enim vera positio hæc esset, qua Archimedes ipse quandoque utitur, gravia ad terram deprimi secundum lineas, quæ in ipsius terræ

terræ centro coeant, altera illa conficta est, quo facilius præcipua quædam de gravitate theoremata eruerentur. Et fane fi quis primum illud ponat, deinde quærat quam lineam grave defcribat, quod in plagam aliquam projiciatur, difficillimam rem fufceperit. Neque vero alterum jure rejeciffe videbitur, quando duæ lineæ, quæ non nifi dimenfo longiffimo intervallo invicem concurrunt, parallelarum naturam aliquo modo fequuntur. Ad hæc fi quis machinas tractorias confideraverit, quæ noftris temporibus propofitæ funt, facile intelliget omnes fere ab Archimedis Helice, aut Trifpafto ductas fuiffe. Quin etiam lanx illa a Galilæo excogitata, cujus ope detegitur, ubi illam in aqua demerferis, num qua maffa è pluribus metallis conflata fuerit, et quota cujufque pars in ea fit, uni Archimedi tribuenda eft. Profecto lancem nefcio quam in hunc ufum ab Archimede comparatam Prifcianus defcribit, aut quicunque Auctor fuerit libelli de ponderibus, et menfuris. Nam Vitruvius rem exequitur craffa Minerva; ut potius vulgi opinionem, quam veritatem fecutus effe videatur. Verum de his hactenus.

Id quoque oneris alius quifpiam Archimedis explanatori injunxerit, ut ejus nomen adverfus quofdam tueatur, qui illud fi non obfcurare, certe perftringere conati funt. Neque enim defuerunt qui quædam ejus fcripta, firmiffimis licet demonftrationibus fubnixa, oppugnarent. Sed mihi ea cura inanis videtur, quæ in iis propugnandis impenditur, quæ femel vera effe certiffimis argumentis cognoveris. Quem enim eorum moveant, qui Archimedis Circuli Dimenfionem probe affecuti fint, quæ adverfus illam Jofephus Scaliger impetu magis, quam ratione fudit? Et hæc ipfa ab Hadriano Romano, aliifque ufque ad faftidium refutata funt. Quoniam vero duo omnino cum fint demonftrandi modi, quorum alter directus, alter non directus vocatur, Archimedes poftremo hoc plerumque utitur; idque ei a plerifque vitio datum eft; pauca quædam de illo dicenda effent. Et illi quidem, qui priorem modum fecundo ita præferunt, ut illum certum ac germanum, hunc fallacem fpuriumque effe dicant, non fatis mihi utriufque naturam perfpexiffe videntur. Uterque enim æque plana ac fimplici via ingreditur, quando alter verum ex vero, alter falfum ex falfo colligit. Ea autem veri, falfique natura eft, ut neutrum fibi contraria gignat. Enimvero duo illi modi hoc præfertim inter fe differunt, quod alter per vera progreditur, quæ fingula vera effe, cognito primo, intelliguntur; alter per falfa, quæ falfa effe tum demum apparet, cum de poftremo conftiterit. Id quoque modus directus commodi habet, quod in primo vero acquiefcit, unde cætera fluunt; dum falfa omnia non directus percurrit, quæ uni alicui vero contraria funt. Hæc tamen duo omnino effe poffunt in Geometria, in qua magnitudines invicem comparantur. Quæ enim proportio inter duas quafdam magnitudines intercedit, ea fi non fit propofitæ alicui proportioni æqualis, aut major ipfa erit, aut minor. Quorum unum verum cum fit, neceffe eft duo reliqua effe falfa. Quocirca prior ille modus clarior quidem altero, et expeditior; non autem certior, aptiorve ad demonftrandum judicari debet. Præterea animadvertendum eft, verum quodcunque dicitur, nifi fimplex illud fit, ex pluribus veris componi, quæ fingula cum veris aliis ejufdem generis cognatione quadam conjunguntur, et fefe invicem alterum ex altero manifeftant. Ex quo fit duas omnino effe veri inveftigandi vias, quarum altera verum ipfum ex propriis fibi veris aperit, altera de uno vero ex aliis veris fimilibus conjicit. Quare fi demonftrandum aliquid fuerit, quod quis priore via invenerit, modo directo; fin autem quod pofteriore, non directo commode utetur. Quippe aliud eft principium a principio recto ordine ducere; aliud de uno principio ex principio alio, quod cum ipfo conveniat, conjecturam facere. Ut autem exemplo aliquo manifefta res fiat, quando Archimedes de circuli area quæfivit, quota ea effet detexit non tam ex natura ipfius circuli, quam ex natura polygonorum, quæ eidem infcripfit, circumfcripfitque. Itaque cum demonftrare voluit, quemlibet

libet circulum æqualem esse triangulo rectangulo, cujus unum latus eorum, quæ circa rectum angulum sunt, circumferentiæ, alterum radio æquale fuerit, argumentstione utitur, unde absurda conclusio sequitur. Quæ quidem argumentatio præterquam quod necessaria est, vel ideo in pretio haberi debet, quod miros quosdam suppeditat concludendi modos. Quis enim unquam sibi persuasisset de duobus spatiis colligi posse, alterum altero majus futurum, si eo minus fuerit; aut contra futurum minus, si eodem fuerit majus? Ego tamen huc rem deduxi, cum duo quædam rectangula figuræ cuidam inscriberem, eaque æqualia invicem esse contrariis duabus positionibus demonstrarem. Quod non jactantia refero, sed quia conclusiones hujusmodi vel apud antiquos Geometras rarissimæ sunt; quas inter ea Euclidis maxime celebratur, qua de duobus quibusdam numeris colligit, alterum alterum ideo metiri, quod non metiatur.

Et hæc quidem obscura natura sua obscuriora etiam fiunt, quod pressius dicantur: quæ tamen alius fortasse fusius explicabit, qui eam curam suscipiet, quam ego libens abjeci, aut in tempus aliud distuli. Cum enim duo potissimum in Græco Auctore præstanda sint; primum ut emendetur, latineque reddatur; deinde vero illustretur; quod prius ordine, id etiam tempore esse debebat. Quoniam vero experientia didici quanta vel in facilioribus rebus Typothetarum negligentia sit, veritus ne in difficillima gravius peccarent, præsidium ab amicis quæsivi, adjuncto mihi inter cæteros adjutore Joanne Francisco Seguierio Nemausensi, Viro in primis docto atque industrio. Huic uni potissimum referendum est, quod ne illa quidem neglecta sunt, quæ exigua quidem videntur, sed plurimum, ut ipse ait, typographicam artem commendant, chartarum nitor, typorum elegantia, denique optima cujusque rei dispositio atque forma. Mira siquidem est Viri ejus solertia; dum maximas res minimasque eadem ferme cura exequitur. Geometricas figuras, et encarpa, quibus librorum capita finesque ornantur, ligno elegantissime incidit egregius artifex Antonius Belemius Anconitanus. Cæterum editio hæc, qualis demum cunque sit, paucis admodum in pretio erit. Quantæ enim operæ est Græca monumenta a librariorum mendis repurgare, latinoque sermone fideliter exprimere! Scilicet editor veteris cujusque scriptoris hodie despicitur, quantamcunque diligentiam in eo emendando adhibuerit, nisi illum commentariis subinde illustret, et dimidia saltem sui parte auctum, aliena propriis coacervando, in lucem emittat. Itaque ille mihi judex optandus est, qui quod hoc sit, Archimedem pro dignitate edere, suo pondere æstimet, Geometriæ peritus, Græcisque litteris animo, non ore tenus exercitus. Hic si mihi contingat, laudatorem equidem malim, sed et benevolum accusatorem admonitoremque æquo animo feram. Cæteros non moror, qui specie boni, non bono ipso capiuntur, plurisque ea faciunt, quæ videntur, quam quæ sunt. Quorum ego judicium nec æquum expecto, nec iniquum magnopere reformido.

ARCHIMEDIS

DE PLANORUM



ÆQUILIBRIIS LIBRI DUO;

LIBRO DE QUADRATURA PARABOLES INTERJECTO.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ,
Η ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,
ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
(UT PLERIQUE CREDUNT)
DE PLANORUM ÆQUILIBRIIS
SIVE
EORUMDEM GRAVITATUM CENTRIS,
LIBER PRIMUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΙΤΟΥΜΕΘΑ τὰ ἴσα βάρεα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων [a] ἰσοῤῥοπεῖν· τὰ δὲ ἴσα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων μὴ [b] ἰσοῤῥοπεῖν, ἀλλὰ [c] ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. Αἴκα βαρέων ἰσοῤῥοπεόντων ἀπό τινων μακέων ποτὶ τὸ ἕτερον τῶν βαρέων ποτιτεθῇ τι, μὴ ἰσοῤῥοπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο, ᾧ [d] προσετέθη. Ὁμοίως δὲ καὶ αἴκα ἀπὸ τοῦ ἑτέρου τῶν βαρέων [e] ἀφαιρεθῇ τι, μὴ ἰσοῤῥοπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἀφ᾽ οὗ οὐκ ἀφῃρέθη. Τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ᾽ ἄλλαλα, καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων [f] ἐφαρμόζειν ἐπ᾽ ἄλλαλα. Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δὲ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως [g] εἶμεν κείμενα. Ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κεῖσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ᾽ ὧν ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι [h] ποιοῦντι γωνίας ἴσας ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς. Αἴκα μεγέθεα ἀπό τινων μακέων ἰσοῤῥοπέοντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσοῤῥοπήσουν. Παντὸς σχήματος, οὗ ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ᾖ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶμεν [i] δεῖ τοῦ σχήματος.

PETIMUS æqualia gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa librari: æqualia vero gravia suspensa ab inæqualibus longitudinibus non librari, sed versus illud propendere, quod a majore longitudine suspenditur. Si gravibus a quibusdam longitudinibus suspensis, ac libratis, eorum alteri aliquid adjiciatur, ea non amplius librari; sed versus illud propendere, cui aliquid adjectum est. Quin etiam pariter, si a gravium altero aliquid auferatur, ea non amplius librari, sed versus illud propendere, a quo nihil ablatum est. Æqualium, et similium figurarum planarum, quæ sibi invicem conveniunt, centra quoque gravitatum sibi invicem convenire. Inæqualium vero, et similium figurarum centra gravitatum similiter posita esse. Puncta autem in similibus figuris similiter poni dicimus, in quibus quoque ad æquales angulos rectæ ducuntur, æquales cum respondentibus lateribus angulos efficiunt. Si magnitudines a quibusdam longitudinibus suspensæ librentur, eas quoque, quæ ipsis æquales sunt, ab iisdem longitudinibus suspensas librari. Cujuslibet figuræ, cujus ambitus ad easdem partes cavus sit, centrum gravitatis intra figuram ipsam esse oportere.

[a] ἰσοῤῥόπειν. [b] ἰσοῤῥόπειν. [c] ῥέπειν. [d] Sic MS. [e] ἀφῃρέθη τι. [f] ἐφαρμόζει. [g] In MS. hiatus est, et εἶμεν vel ἴσαι deest in pluribus locis. [h] ποιοῦντι. [i] In MS. δεῖ deest.

* A

EUTOCII COMMENTARII.

MOMENTUM, quod dicitur, nobilissime Petre, commune quoddam genus gravitatis atque levitatis esse docet cum Aristoteles, tum, qui Aristotelem sequitur, Ptolemæus. Timæus autem apud Platonem ait, momentum omne a gravitate proficisci; quippe levitatem privationem esse existimat. Quorum quidem sententiæ colligi possunt ab iis, qui Matheseos studio delectantur, ex Ptolemæi libro de Momentis, ex Physicis Aristotelis, ex Platonis Timæo, atque ex iis, qui in hæc commentarios scripserunt. Archimedes autem hoc in libro, centrum momenti unius plani illud esse existimat, a quo suspensum finitori parallelum manet: centrum vero momenti, sive gravitatis, duorum, pluriumve planorum esse illud, a quo statera suspensa manet finitori parallela. Nimirum sit triangulum ΑΒΓ, atque in ejus medio punctum aliquod Δ, a quo suspensum finitori parallelum maneat. Constat utique partes trianguli ΑΒΓ invicem libratum iri, ita ut earum nulla magis quam alia versus finitorem propendeat. Pariter appensis ad stateram ΑΒ magnitudinibus Α et Β, si ea a puncto Γ suspensa partes habeat Α, Β, quoque invicem librentur, manebit utique finitori parallela. Atque erit centrum suspensionis magnitudinum Α, Β punctum Γ.

Optime autem videtur Geminus illud de Archimede dixisse, communes sententias ipsum petitiones vocare. Æqualia enim gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa librari, communis sententia est; et cætera. Quæ quidem omnia iis manifesta sunt, qui animum paulisper adverterint. Æqualium autem et similium, inquit, figurarum planarum, quæ sibi invicem conveniunt, et centra gravitatum sibi invicem conveniunt. Omnes siquidem partes omnibus invicem conveniunt partibus. Inæqualium vero et similium figurarum centra gravitatum similiter posita erunt. Intelligantur enim, ut in subjecta figura, triangula ΑΒΓ, ΔΕΖ inæqualia et similia: et centrum gravitatis trianguli quidem ΑΒΓ sit punctum Η; trianguli vero ΔΕΖ, punctum Θ: junganturque ΑΗ, ΗΒ, ΗΓ, ΔΘ, ΘΕ, ΘΖ. Dico rectas, quæ a punctis Η, Θ junguntur, angulos in æquas invicem partes secare. Fiat enim ut ΕΖ ad ΒΓ, ita ΕΘ ad ΘΚ; et ΖΘ ad ΘΛ; et ΔΘ ad ΘΜ: junganturque ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ. Erit sane triangulum ΚΛΜ simile triangulo ΔΕΖ. Quoniam enim ut ΕΘ ad ΘΚ, ita se habet ΘΖ ad ΘΛ; parallela utique est ΕΖ ipsi ΚΛ. Pariter parallela est cum ΜΚ ipsi ΔΕ, tum ΛΜ ipsi ΔΖ. Propterea triangulum ΔΕΖ simile est triangulo ΚΛΜ: ideoque ut ΔΕ ad ΜΚ, ita se habet ΕΖ ad ΚΛ, et ΔΖ ad ΜΛ. Ponitur autem propter triangulorum ΑΒΓ, ΔΕΖ similitudinem, ut ΔΕ ad ΑΒ, ita se habere ΕΖ ad ΒΓ, et ΔΖ ad ΑΓ. Æquales sunt igitur rectæ ΑΒΓ rectis ΜΚΛ: ideoque singulæ cum singulis conveniunt. Itaque triangulum ΑΒΓ æquale idemque simile est triangulo ΚΜΛ: et, quod consequitur, centrum alterius ΑΒΓ cum alterius ΜΚΛ centro conveniet. Porro cum sibi invicem conveniant puncta Η, et Θ, itemque rectæ ΑΒΓ, et ΜΚΛ; convenient utique sibi invicem rectæ cum ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ, tum ΜΘ, ΚΘ, ΛΘ; æqualesque angulos ad puncta

ΤΗΝ ῥοπήν, ὦ φιλαίτατε Πέτρε, κοινὸν εἶναι γένος βαρύτητος καὶ κουφότητος, Ἀριστοτέλης τέ λέγει, καὶ Πτολεμαῖος τούτῳ ἀκολουθῶν. Ὁ δέ γε παρὰ Πλάτωνι Τίμαιος πᾶσαν ῥοπὴν ἀπὸ βαρύτητος λέγει γίνεσθαι· τὴν γὰρ κουφότητα στέρησιν νομίζει. Ὧν ἔξεστι τὰς δόξας τοῖς φιλομαθέσιν ἀναλέγεσθαι, ἔκ τε τοῦ περὶ ῥοπῶν βιβλίου τῷ Πτολεμαίῳ συγγεγραμμένου, καὶ ἐκ τῶν Ἀριστοτέλους φυσικῶν πραγματειῶν, καὶ ἐκ τοῦ Πλάτωνος Τιμαίου, καὶ τῶν ταῦτα ὑπομνηματισάντων. Ὁ δὲ Ἀρχιμήδης ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ κέντρον ῥοπῆς ἐπιπέδου σχήματος νομίζει, ἀφ' οὗ ἀρτώμενον παράλληλον μένει τῷ ὁρίζοντι· δύο δὲ ἢ πλειόνων ἐπιπέδων κέντρον ῥοπῆς, ἤτοι βάρους, ἀφ' οὗ ἀρτώμενος ὁ ζυγὸς παράλληλός ἐστι τῷ ὁρίζοντι. Οἷον ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἐν τῷ μέσῳ αὐτοῦ σημεῖόν τι τὸ Δ, ἀφ' οὗ ἀρτώμενον παράλληλον μένει τῷ ὁρίζοντι. Δῆλον οὖν ὅτι ἰσορροποῦσι τὰ ΑΒΓ μέρη ἑαυτοῖς, καὶ οὐδ' ἕτερον τοῦ ἑτέρου μᾶλλον ῥέψαι ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. Ὁμοίως δὲ καὶ ζυγοῦ ὄντος τοῦ ΑΒ, καὶ ἀπηρτημένων ἐξ αὐτοῦ τῶν Α, Β μεγεθῶν, ἐὰν ἀρτώμενος ὁ ζυγὸς ἀπὸ τοῦ Γ ἰσορροποῦντα ἔχῃ τὰ Α, Β μέρη, παράλληλος μένει τῷ ὁρίζοντι· καὶ ἔσται κέντρον τῆς ἀρτήσεως τῶν Α, Β [i] μεγεθῶν τὸ Γ.

Καλῶς δὲ δοκεῖ ὁ Γεμῖνος εἰπεῖν περὶ τοῦ Ἀρχιμήδους, ὅτι τὰ ἀξιώματα αἰτήματα λέγει. Τὰ γὰρ ἴσα βάρεα ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπεῖν, ἀξίωμά ἐστι· καὶ τὰ ἑξῆς. Καὶ ἔστι πάντα σαφῆ τοῖς μετρίως αὐτὰ [k] ἐπισκεψαμένοις. Τῶν δὲ ἴσων καὶ ὁμοίων, φησίν, ἐπιπέδων σχημάτων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλληλα, καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζει ἐπ' ἄλληλα. Πάντα γὰρ τὰ μέρη αὐτῶν πᾶσιν ἐφαρμόζει. Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δέ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἔσεται κείμενα. Νοείσθω γάρ, ὡς ἐπὶ τῆς ὑποκειμένης καταγραφῆς, τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα ἄνισα καὶ ὅμοια· κέντρον δὲ βάρους τοῦ μὲν ΑΒΓ, τὸ Η· τοῦ δὲ ΔΕΖ, τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν [l] αἱ ΑΗ, ΗΒ, ΗΓ, ΔΘ, ΘΕ, ΘΖ. Λέγω ὅτι εἰς ἴσα διαιροῦσι τὰς γωνίας αἱ ἀπὸ τῶν Η, Θ σημείων ἐπιζευχθεῖσαι. Γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ ΕΖ πρὸς ΒΓ, [m] οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς ΘΚ, καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ, καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ. Ἔσται δὴ ὅμοιον τὸ ΚΛΜ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν [n] ὡς ἡ ΕΘ πρὸς ΘΚ, ἡ ΘΖ πρὸς ΘΛ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΕΖ τῇ ΚΛ. Ὁμοίως δὴ καὶ ἡ ΜΚ τῇ ΔΕ, καὶ ἡ ΛΜ τῇ ΔΖ. Ὅμοιον ἄρα τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΚΛΜ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΜΚ, ἡ ΕΖ πρὸς ΚΛ, καὶ ἡ ΔΖ πρὸς ΜΛ. Ὑπόκειται δέ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ τριγώνων, ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΑΒ, ἡ ΕΖ πρὸς ΒΓ, καὶ ἡ ΔΖ πρὸς ΑΓ. Ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΑΒΓ ταῖς ΜΚΛ· ὥστε ἐφαρμόζει ἑκάστη ἐπὶ ἑκάστην. Ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΚΜΛ τριγώνῳ. Ὥστε καὶ ἐφαρμόσει τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ τὸ τοῦ ΜΚΛ. Τοῦ δὲ Η ἐπὶ τὸ Θ ἐφαρμόζοντος, καὶ τῶν ΑΒΓ ἐπὶ τὰ ΜΚΛ· ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ, ἐπὶ τὰς ΜΘ, ΚΘ, ΛΘ, καὶ ἴσας ποιήσουσι γωνίας πρὸς τοῖς

[i] μεγεθῶν. [k] ἐπισκεψαμένοις. [l] καὶ ΑΗ, ΗΓ, ΒΓ, ΔΕ, ΘΕ, ΘΖ. [m] ὅπως ἡ ΕΘ, &c. Hæc et sequentia usque ad Ἔσαι ea MS. [n] ὡς ἡ ΗΘ πρὸς ΘΚ.

M, K, Λ ταῖς ἐν τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ· ὥστε καὶ ἐν τῷ ΔΕΖ. Αἱ αὐταὶ γάρ ἐντι εὐθεῖαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπί τε τὰ M, K, Λ, καὶ ἐπὶ τὰ Δ, Ε, Ζ ἐπιζευγνύμεναι.

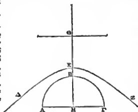
Παντὸς σχήματος, οὗ κα ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ᾖ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶμεν δεῖ τοῦ σχήματος. Τίνας καλεῖ τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας γραμμάς, εἴρηται ἡμῖν σαφῶς [o] ἐν τοῖς προειρημένοις τοῦ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Ἐπειδὴ δὲ τὸ σχῆμα τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαν ἔχῃ [p] τὰν περίμετρον, πάντα τὰ μέρη τοῦ ἐπιπέδου ἐντὸς ἔχει, καὶ τὰς γωνίας· δῆλον ὅτι καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς ἔχει τοῦ σχήματος. Ἐπὶ γὰρ τίνων σχημάτων τὸ κέντρον τοῦ σχήματος ἐντὸς ἐστι, καὶ ἐπὶ τίνων ἐπὶ τᾶς περιμέτρου. Ἐπὶ μὲν γὰρ [q] τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου κέντρον τοῦ σχήματός ἐστι τὸ Η· ἐπὶ δὲ τᾶς ΔΕΖ ὑπερβολᾶς, τὸ κέντρον τοῦ σχήματος ἐκτὸς ἐστι, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτοντι ἀλλάλαις, ὡς ἔχει τὸ Θ. Εἴρηται γὰρ ταῦτα ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν. Ὅμως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ σχήματος, καὶ ἐπὶ τοῦ ΔΕΖ τὸ κέντρον [r] τοῦ βάρεος, ἀφ' οὗ δῆλον ὅτι ἀρτώμενον τὸ σχῆμα παράλληλόν ἐστι τῷ ὁρίζοντι, ἐντός ἐστι τᾶς περιμέτρου. Εἰ γὰρ ἐστὶ ἐπὶ τᾶς περιμέτρου, ἢ ἐκτὸς, ῥέψει ἐπὶ θάτερα· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων,

M, K, Λ efficient iis, qui in triangulo ΑΒΓ, atque ideo etiam iis, qui in triangulo ΔΕΖ sunt. Eædem siquidem sunt rectæ, quæ a puncto Θ ad puncta cum M, K, Λ, tum Δ, Ε, Ζ junguntur.

Cujuslibet figuræ, cujus ambitus ad easdem partes cavus sit, centrum gravitatis intra figuram ipsam esse oportet. Quas cavas ad easdem partes lineas vocet, perspicue dictum a nobis est in iis, quæ libro de sphæra et cylindro præmisimus. Quoniam autem figura, cujus ambitus ad easdem partes cavus est, omnes partes plani ipsosque angulos intus habet; constat centrum quoque gravitatis eandem intus habere. Et sane in figuris quibusdam figuræ ipsius centrum extra ipsam est; in quibusdam vero, in ipso ambitu. Nam in semicirculo quidem ΑΒΓ centrum figuræ est punctum Η; in hyperbola vero ΔΕΖ, punctum Θ, quod extra ipsam est; ubi nimirum diametri invicem concurrunt. Hæc siquidem dicta sunt in secundo libro Conicorum Apollonii Elementorum. At figuræ cum ΑΒΓ, tum ΔΕΖ centrum gravitatis, nempe id punctum, a quo figura suspensa finitori parallela manet; intra ambitum est. Si enim in ambitu aut extra ambitum esset, versus alterutram partem figura propenderet; quod non ponitur.

His autem positis,



ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροποῦντα βάρεα, ἴσα ἐντί.

Εἴπερ γὰρ ἄνισα [s] ἰσορροπῇ, ἀφαιρεθείσας ἀπὸ τοῦ μείζονος τᾶς ὑπεροχᾶς, τὰ λοιπὰ οὐκ ἰσορροπησοῦντι· ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφῄρηταί τι. Ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων βάρεα ἰσορροποῦντα, ἴσα ἐντί.

PROP. I. Theor.

Quæ gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa librantur, æqualia sunt.

Si enim inæqualia fuerint, ablato ab eorum majore excessu, quæ reliqua sunt non librabuntur; quoniam ab altero gravium, quæ librantur, ablatum aliquid est. Quare gravia, quæ ab æqualibus longitudinibus suspensa librantur, æqualia sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βάρεα, οὐκ ἰσορροποῦντι, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον.

Ἀφαιρεθείσας γὰρ τᾶς ὑπεροχᾶς ἰσορροπησοῦντι· ἐπειδὴ τὰ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσορροπέοντι. Ποτιτεθέντος οὖν τοῦ ἀφαιρεθέντος ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον· ἐπεὶ ἰσορροπεόντων τῷ ἑτέρῳ [t] ποτιτεθῇ τι.

PROP. II. Theor.

Inæqualia gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa, non librantur, sed versus eorum majus propendent.

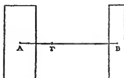
Ablato enim excessu, librabuntur; quoniam æqualia gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa librantur. Itaque adjecto, quod ablatum fuerat, versus majus propendent; id enim gravium, quæ librantur, alteri adjectum est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Τὰ ἄνισα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπησοῦντι, καὶ [u] τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

Ἔστω ἄνισα βάρεα τὰ Α, Β, καὶ [w] ἔστω μεῖζον τὸ Α· καὶ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μακέων. Δεικτέον ὅτι ἐλάττων ἐστὶν ἁ ΑΓ τᾶς ΓΒ.

[x] Μὴ γὰρ ἔστω ἐλάττων. Ἀφαιρεθείσας γὰρ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Β· ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἑτέ-



PROP. III. Theor.

Inæqualia gravia ab inæqualibus longitudinibus suspensa librantur, et quidem majus suspensum a minore longitudine.

Sint inæqualia gravia Α, Β, quorum majus Α; eaque a longitudinibus ΑΓ, ΓΒ suspensa librentur. Oportet demonstrare, minorem esse ΑΓ quam ΓΒ.

Neque enim sit minor: ablatoque excessu, quo Α excedit Β; quoniam ab altero gravium, quæ librantur, ablatum aliquid

[o] ἐν τοῖς ἀρχομένοις. [p] τὰν περιζάμετρον. [q] τὸ ΑΒΓ. [r] τοῦ βάρεος. [s] ἴσοντι. [t] ποτιτεθῇ. [u] τὸ μεῖζον ἀπό, ex MS. [w] ἔστω μεῖζον τὸ Α, ex MS. [x] μὴ γὰρ ἔστω, ex MS.

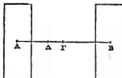
est; propendent versus B. Non autem propendent. Sive enim æqualis est ΓΑ ipsi ΓΒ, librabuntur. Æqualia enim gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa librantur. Sive ΓΑ major est quam ΓΒ, propendent versus A. Æqualia enim gravia ab inæqualibus longitudinibus suspensa non librantur; sed versus illud propendent, quod a majore longitudine suspenditur. Quocirca minor est ΓΑ quam ΓΒ. Illud autem manifestum est, quæ gravia ab inæqualibus longitudinibus suspensa librantur, inæqualia esse; et quidem majus, quod a minore longitudine suspenditur.

μὴ ἀφήρηται, ῥέψει ἐπὶ τὸ B. [y] Οὐ ῥέψει δέ. Εἴτε γὰρ ἴσα ἐςὶν ἁ ΓΑ τᾷ ΓΒ, [a] ἰσοῤῥοπησοῦντι. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσοῤῥοπέοντι. Εἴτε μείζων ἁ ΓΑ τᾶς ΓΒ, ῥέπει ἐπὶ τὸ A. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσοῤῥοπέοντι, ἀλλὰ ῥέπει ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. Διὰ δὴ ταῦτα, ἐλάσσων ἐςὶν ἁ ΓΑ τᾶς ΓΒ. Φανερὸν δὲ, ὅτι καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσοῤῥοπέοντα, ἄνισα ἐντὶ, καὶ μεῖζόν ἐςι τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

PROP. IV. Theor.

Si æquales duæ magnitudines idem centrum gravitatis non habuerint; magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit punctum rectæ ejus medium, quæ harum magnitudinum centra gravitatis conjungit.

Sit magnitudinis quidem A centrum gravitatis punctum A; magnitudinis vero B punctum B: junctaque recta AB in duas æquas partes in puncto Γ secetur. Dico magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis esse punctum Γ.



Si enim non est punctum Γ, sit magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus A, B componitur, centrum gravitatis punctum Δ; si quidem fieri potest. Quod enim in ipsa AB sit, antea demonstratum est. Quoniam igitur punctum Δ centrum gravitatis est magnitudinis, quæ ex magnitudinibus A, B componitur, apprehenso puncto Δ, librabuntur. Igitur magnitudines A, B a longitudinibus AΔ, ΔB suspensæ librantur. Quod fieri non potest. Æqualia enim gravia ab inæqualibus longitudinibus suspensa non librantur. Constat igitur punctum Γ centrum gravitatis esse magnitudinis, quæ ex magnitudinibus A, B componitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Αἴκα δύο ἴσα μεγέθεα μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος [a] ἔχοντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένω μεγέθεος [b] κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τῶν [c] μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος.

Ἔστω τοῦ μὲν A κέντρον τοῦ βάρεος τὸ A, τοῦ δὲ B τὸ B. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἁ AB τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Γ. Λέγω ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένω μεγέθεος κέντρον ἐςὶ τοῦ βάρεος τὸ Γ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἔστω τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν A, B μεγεθέων συγκειμένω μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Δ, εἰ δυνατόν. Ὅτι γὰρ ἐςὶν ἐπὶ τᾶς AB, προδιδεικται. Ἐπεὶ οὖν τὸ Δ σαμεῖον κέντρον ἐςὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν A, B συγκειμένω μεγέθεος, κατεχομένω τοῦ Δ ἰσοῤῥοπήσει. Τὰ ἄρα A, B μεγέθεα [d] ἰσοῤῥοπεῦντι ἀπὸ τῶν AΔ, ΔB μακέων· ὅπερ ἀδύνατον. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσοῤῥοπέοντι. Δῆλον οὖν [e] ὅτι τὸ Γ κέντρον ἐςὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν A, B συγκειμένου μεγέθεος.

EUTOCIUS.

Centrum gravitatis punctum Δ; si quidem fieri potest. Quod enim in ipsa AB sit, demonstratum est. Dictum est enim paulo supra, duarum magnitudinum centrum gravitatis esse id punctum, a quo suspensa statera partes habeat, quæ invicem librentur, ita ut finitori parallela maneat. Quare duarum magnitudinum A, B centrum gravitatis est in ipsa AB.

[f] Κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Δ, εἰ δυνατόν. Ὅτι γὰρ ἐςὶν ἐπὶ τᾶς AB, δέδεικται. Εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι δύο μεγεθῶν κέντρον ἐςὶν, ἀφ' οὗ ἀρτώμενος ὁ ζυγὸς ἰσοῤῥοποῦντα ἔχει τὰ μέρη, παράλληλος μένων τῷ ὁρίζοντι. Ὥστε οὖν ἐπὶ τᾶς AB ἐςὶ τὸ κέντρον τῶν A, B μεγεθῶν.

PROP. V. Theor.

Si trium magnitudinum centra gravitatis in directo fuerint posita; et magnitudines æqualem gravitatem habuerint; quæque inter centra rectæ interjiciuntur æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Αἴκα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐόντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐῶντι· τοῦ ἐκ πάντων μεγεθέων συγκειμένω μεγέθεος κέν-

[y] ὅτι μὴν. [a] ἰσοῤῥοπεῦντι τὰ γάρ. [a] ἔτι. [b] deest. [c] μεγεθῶν, et sic etiam posthac. [d] ἰσοῤῥοπεῦντι. [e] ὅτι τὸ Γ, ex MS. [f] ἔστω κέντρον τοῦ βάρεος, &c.

τρον ἐσσεῖται τοῦ βαρέος τὸ [g] σαμεῖον, ὃ καὶ [h] τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

Ἔστω τρία μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ· κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρεος, τὰ Α, Β, Γ, σαμεῖα ἐπ' εὐθείας κείμενα. Ἔστω δὲ τά τε Α, Β, Γ ἴσα. Καὶ αἱ ΑΓ, ΓΒ ἴσαι [i] εὐθεῖαι. Λέγω ὅτι τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Γ σαμεῖον.

Ἐπεὶ γὰρ τὰ Α, Β μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχει, κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Ἐπειδὴ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΑΓ, ΓΒ. Ἔστι δὲ καὶ τοῦ Γ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ὁπόσων καὶ τῷ πλήθει περισσῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐόντι κείμενα, αἴκα τούτου ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθεος ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ εὐθεῖαι, αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν, ἴσαι ἐῶντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον [k] ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

Αἴκα καὶ ἄρτια ἐῶντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθεα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἐῶντι κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν * ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐῶντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον [l] ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος τῶν μεγεθέων, ὡς ὑπογέγραπται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Τὰ σύμμετρα μεγέθεα ἰσορροπέοντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν.

Ἔστω σύμμετρα μεγέθεα τὰ Α, Β, ὧν κέντρα τὰ Α, Β· καὶ μᾶκος ἔστω τι τὸ ΕΔ· [m] καὶ ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως τὸ ΔΓ μᾶκος ποτὶ τὸ ΓΕ μᾶκος. Δεικτέον ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Γ.

centrum gravitatis erit id punctum, quod et earumdem mediæ centrum gravitatis est.

Sint tres magnitudines A, B, Γ: centra vero gravitatis earumdem puncta A, B, Γ in directo posita. Ac sint tum magnitudines A, B, Γ, tum rectæ AΓ, ΓB sibi invicem æquales. Dico magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis esse punctum Γ.

Quoniam enim magnitudines A, B æqualem gravitatem habent, centrum gravitatis earumdem erit punctum Γ. Rectæ enim AΓ, ΓB æquales sunt. Est autem etiam magnitudinis Γ centrum gravitatis punctum Γ. Constat igitur magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis esse id punctum, quod et earumdem mediæ centrum gravitatis est.

Hinc autem manifestum est, si quotcunque magnitudinum multitudine imparium centra gravitatis in directo fuerint posita; si quidem quæ a media magnitudine æquo intervallo distant æqualem gravitatem habuerint, quæque inter centra rectæ interjiciuntur æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore id punctum, quod et earum mediæ centrum gravitatis est.

Sin autem multitudine pares fuerint magnitudines; et centra gravitatis earum in directo fuerint posita; earumque mediæ, et quæ utrinque a mediis æquo intervallo distant æqualem gravitatem habuerint; quæque inter centra rectæ interjiciuntur, æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore punctum rectæ ejus medium, quæ magnitudinum centra gravitatis conjungit; prorsus ut in figura, quæ infra descripta est.

PROP. VI. Theor.

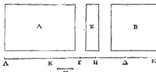
Commensurabiles magnitudines suspensæ a longitudinibus eamdem cum ipsis rationem reciprocantibus librantur.

Sint commensurabiles magnitudines A, B, quarum centra A, B: sit autem longitudo aliqua EΔ: et ut magnitudo A ad magnitudinem B, ita se habeat longitudo ΔΓ ad longitudinem ΓE. Oportet demonstrare, magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus A, B componitur, centrum gravitatis esse punctum Γ.

[g] σαμεῖον, ex MS. [h] τοῦ μέσου τὸ αὐτὸ κέντρον. [i] εὐθεῖαι deest. [k] ἐσσεῖται τὸ βάρεος &c. Hæc et sequentia usque ad literam [l] desunt. [m] καὶ ἔστω ὡς τό.

* Forte deest καὶ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων.

Quoniam enim ut Λ ad B, ita se habet ΔΓ ad ΓE; Λ vero ipsi B commensurabilis est; ideo etiam ΓΔ ipsi ΓE, hoc est recta rectæ, est commensurabilis. Quare rectarum EΓ, ΓΔ communis aliqua mensura est. Itaque ea sit N: ponaturque rectæ quidem EΓ æqualis utraque ΔH, ΔK; rectæ vero ΔΓ æqualis EΛ. Et quoniam æqualis est ΔH ipsi ΓE, æqualis est etiam ΔΓ ipsi EH. Quare etiam ΛE eidem EH æqualis est. Dupla est igitur ΛH ipsius ΔΓ; et HK ipsius ΓE. Quare N utramque ΛH, HK, metitur; quoniam metitur etiam dimidiam utramque. Et quoniam ut Λ ad B, ita se habet ΔΓ ad ΓE; et ut ΔΓ ad ΓE, ita ΛH ad HK: utraque enim utriusque dupla est: ideo etiam ut Λ ad B, ita se habet ΛH ad HK. Quam multiplex autem est ΛH ipsius N, tam multiplex sit Λ magnitudinis Z. Ut igitur ΛH ad N, ita se habet Λ ad Z. Ut autem KH ad ΛH, ita se habet B ad Λ. Igitur, ex æqua proportione, ut KH ad N, ita se habet B ad Z. Quare æque multiplex est KH ipsius N, et B ipsius Z. Demonstrata autem est etiam Λ ejusdem Z esse multiplex. Quare Z communis utriusque Λ, B mensura est. Itaque si ΛH secetur in segmenta ipsi N æqualia; itemque Λ in segmenta æqualia ipsi Z; quæ segmenta magnitudine ipsi N æqualia in ΛH sunt, æqualia erunt multitudine segmentis, quæ sunt in Λ æqualia magnitudine ipsi Z. Quare si ad unumquodque segmentum, quod in ΛH est, magnitudo ipsi Z æqualis apponatur, quæ centrum gravitatis in medio segmento habeat; magnitudines omnes æquales erunt ipsi Λ; et magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit punctum E. Omnes enim pares multitudine sunt; eo quod ΛE ipsi HE æqualis est. Pariter autem demonstrabitur, et si ad unumquodque segmentum, quod in KH est, magnitudu ipsi Z æqualis apponatur, quæ centrum gravitatis in medio segmento habeat; magnitudines omnes æquales fore ipsi B; et magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore punctum Δ. At hercle Λ quidem ad punctum E; B vero ad punctum Δ appositum est. Itaque quædam sunt magnitudines sibi invicem æquales in directo positæ, quarum centra gravitatis æquo a se invicem intervallo distant, eædemque multitudine pares. Constat igitur magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis esse punctum rectæ ejus medium, in qua mediarum magnitudinum centra sunt. Quoniam vero æquales sunt ΛE ipsi ΓΔ, et EΓ ipsi ΔK; tota etiam ΛΓ toti ΓK æqualis est. Quare magnitudinis, quæ



Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ Λ ποτὶ τὸ B, οὕτω τὸ ΔΓ ποτὶ τὸ ΓE· τὸ δὲ Λ τῷ B σύμμετρον· καὶ τὸ ΓΔ ἄρα τῷ ΓE σύμμετρον, τουτέστιν εὐθεῖα τῷ εὐθείᾳ· ὥστε τᾶν EΓ, ΓΔ ἐστὶ κοινὸν μέτρον. Ἔστω δὴ τὸ N· καὶ κείσθω τᾷ μὲν EΓ ἴσα ἑκατέρα τᾶν ΔH, ΔK· τᾷ δὲ ΔΓ ἴσα ἁ EΛ. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἁ ΔH τᾷ ΓE, ἴσα καὶ ἁ ΔΓ τᾷ EH. Ὥστε καὶ ἁ ΛE ἴσα τᾷ EH. Διπλασία ἄρα ἁ μὲν ΛH τᾶς ΔΓ, ἁ δὲ HK τᾶς ΓE. Ὥστε τὸ N καὶ ἑκατέραν τᾶν ΛH, HK μετρεῖ· ἐπειδήπερ καὶ τὰ ἡμίση αὐτᾶν. Καὶ ἐπεί ἐστι ὡς τὸ Λ ποτὶ τὸ B, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ ΓE· ὡς δὲ ἁ ΔΓ ποτὶ ΓE, οὕτως ἁ ΛH ποτὶ HK. Διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. Καὶ ὡς ἄρα τὸ Λ ποτὶ τὸ B, οὕτως ἁ ΛH ποτὶ HK. Ὁσαπλασίων δέ ἐστιν ἁ ΛH τᾶς N, τοσαυταπλασίων [n] ἴσω τὸ Λ τοῦ Z. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΛH ποτὶ N, οὕτως τὸ Λ ποτὶ Z. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ KH ποτὶ ΛH, οὕτως τὸ B ποτὶ Λ. Δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν, ὡς ἁ KH ποτὶ N, οὕτως τὸ B ποτὶ Z. Ἰσάκις ἄρα πολλαπλασίων ἐστὶν ἁ KH τᾶς N, καὶ τὸ B τοῦ Z. Ἐδείχθη δὲ τοῦ Z καὶ τὸ Λ [o] πολλαπλάσιον ὄν. Ὥστε τὸ Z τῶν Λ, B κοινόν ἐστι μέτρον. Διαιρεθείσας οὖν τᾶς μὲν ΛH [p] εἰς τὰς τᾷ N ἴσας, τοῦ δὲ Λ εἰς τὰ τῷ Z ἴσα, τὰ ἐν τᾷ ΛH τμάματα ἰσομεγέθη τᾷ N, ἴσα ἐστὶ τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῷ Λ τμάμασιν ἴσοις οὖσι τῷ Z. Ὥστε ἂν ἐφ' ἕκαστον τῶν τμαμάτων τῶν ἐν τᾷ ΛH ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Z, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ μέσου τοῦ τμάματος, τότε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐντὶ τῷ Λ· καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ E. Ἄρτιά τε γάρ ἐστι τὰ πάντα τῷ πλήθει, διὰ τὸ ἴσαν εἶμεν τὰν ΛE τᾷ HE. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι κἂν αἴκα ἐφ' ἕκαστον τῶν ἐν τᾷ KH τμαμάτων ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Z, κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ τοῦ μέσου τοῦ τμάματος, τότε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐσσεῖται τῷ B, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου [q] κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται τὸ Δ. [r] Ἀλλ' οὖν τὸ μὲν Λ ἐπικείμενον κατὰ τὸ E, τὸ δὲ B κατὰ τὸ Δ. Ἔσται δὴ μεγέθεα ἴσα ἀλλάλοις ἐπ' εὐθείας κείμενα, ὧν τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἴσα ἀπ' ἀλλάλων [s] διέστακε συγκείμενα, ἄρτια τῷ πλήθει. Δῆλον οὖν ὅτι τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἁ διχοτομία τᾶς εὐθείας τᾶς ἐχούσας τὰ κέντρα τῶν μέσων μεγεθέων. Ἐπεὶ δὲ ἴσαι εἰσὶν ἁ μὲν ΛE τᾷ ΓΔ, ἁ δὲ EΓ τᾷ ΔK, καὶ ὅλα ἄρα ἁ ΛΓ ἴσα τᾷ ΓK. Ὥστε τοῦ ἐκ πάντων μεγέθεος κεν-

[n] οὕτω καὶ τό. [o] πολλαπλάσιον ex MS. [p] εἰς τὰς N. [q] μέτρον. [r] ἀλλ' deest. [s] διέσταται ex MS.

τρον τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Τοῦ μὲν ἄρα A κειμένου κατὰ τὸ E, τοῦ δὲ B κατὰ τὸ Δ, ἰσοῤῥοπησοῦντι κατὰ τὸ Γ.

ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis est punctum Γ. Igitur appositia A quidem ad punctum E, B vero ad punctum Δ, in puncto Γ librabuntur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Καὶ τοίνυν ἄκα ἀσύμμετρα ἔωντι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως ἰσοῤῥοπησοῦντι ἀπὸ μακέων [a]ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς μεγέθεσιν.

Ἔστω ἀσύμμετρα μεγέθεα τὰ AB, Γ· μάκεα δὲ τὰ ΔE, EZ. Ἐχέτω δὲ τὸ AB ποτὶ τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ τὸ EΔ ποτὶ τὸ EZ μᾶκος. Λέγω ὅτι τῶ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν AB, Γ κέντρον τῶ βάρεός ἐστι τὸ E.

Εἰ γὰρ μὴ ἰσοῤῥοπήσει τὸ AB τεθὲν ἐπὶ τῷ Z, τῷ Γ τεθέντι ἐπὶ τὸ Δ, ἤτοι μεῖζόν ἐστι τὸ AB τοῦ Γ, ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν τῷ Γ, ἢ οὔ. [u]Ἔστω μεῖζον. Καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ AB ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ μείζων ἐστὶ τὸ AB τῶ Γ, ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν· ὥστε τὸ λοιπὸν τὸ A σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. Ἐπεὶ οὖν σύμμετρά ἐστι τὰ A, Γ μεγέθεα, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ A [w]ποτὶ τὸ Γ, ἢ ἁ ΔE ποτὶ EZ, οὐκ ἰσοῤῥοπησοῦντι τὰ A, Γ ἀπὸ τῶν ΔE, EZ μακέων, τεθέντος τῶ μὲν A ἐπὶ τὸ Z, τῶ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Δ. Διὰ ταῦτα δὲ οὐδ' εἰ τὸ Γ μεῖζόν ἐστιν, ἢ ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν τῷ AB.

PROP. VII. Theor.

Quinetiam si magnitudines non commensurabiles fuerint, pariter suspensæ a longitudinibus eamdem cum ipsis rationem reciprocantibus librabuntur.

Sint magnitudines non commensurabiles AB, Γ: et longitudines (a quibus suspenduntur) ΔE, EZ. Habeat autem magnitudo AB ad magnitudinem Γ eamdem rationem, quam longitudo EΔ ad longitudinem EZ. Dico magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus AB, Γ componitur, centrum gravitatis esse punctum E.

Si enim AB, et Γ non librantur, altera quidem apposita ad punctum Z, altera vero ad punctum Δ; aut major est AB ipsa Γ, quam ut librari possit, aut non est. Sit major AB: et auferatur ab eadem minus excessu, quo major est ipsa AΓ, quam ut librari possit; ita ut, quæ relinquitur, A ipsi Γ commensurabilis sit. Quoniam igitur commensurabiles sunt magnitudines A, Γ, minoremque rationem habet A ad Γ, quam ΔE ad EZ; hæ suspensæ a longitudinibus ΔE, EZ non librabuntur, altera quidem apposita ad punctum Z, altera vero ad punctum Δ. Eadem autem ratione non librabuntur, etiam si Γ ipsa AB major fuerit, quam ut librari possit.

EUTOCIUS.

[x]Ἤτοι μεῖζον [y]ἐστι τὸ AB τῶ Γ, ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν, ἢ οὔ. Τούτου τοῦ ῥητοῦ δεῖ ἀκούειν, οὐχ' ὡς μείζονος ὑπάρχοντος πάντως τῶ AB μεγέθεος τῶ Γ, ἀλλὰ μείζονος ὑποκειμένου, ἢ κατὰ τὴν ἰσοῤῥοπίαν. Δυνατὸν γὰρ ἐστὶ, καὶ [z]ἔλαττον μέγεθος [a]τῶν μείζονος μείζονα ἔχειν τὴν ῥοπὴν, διὰ τὸ μῆκος τῶ ζυγῶ, μεῖζον ὂν ποιεῖν καὶ ἄνισον ποιεῖν τὸν λόγον. [b]Ὥστε καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῶ AB ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, [c]ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ AB τοῦ Γ, ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν· ὥστε λοιπὸν τὸ A σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. Δεῖ, φησὶν, ἀφελεῖν ἀπὸ τῶ AB μέγεθός τι τὸ B, ὃ ποιεῖ λοιπὸν τὸ A τῷ Γ σύμμετρον, καὶ μεῖζον τὸ A τῶ Γ ἢ κατὰ τὴν ἰσοῤῥοπίαν. Τοῦτο δὲ δυνατὸν ποιεῖν, διὰ τῶν ἐν τῇ ἀρχῇ τῶ δεκάτου τῶν στοιχειώσεων Εὐκλείδου εἰρημένων, καὶ ἐν τῷ τρίτῳ τῶν Θεοδοσίου σφαιρικῶν.

Aut major est AB ipsa Γ, quam ut librari possit, aut non est. Verba hæc ita intelligenda sunt, ut magnitudo AB non omnino quidem major quam Γ esse dicatur; sed solum major, quam ut librari possit. Fieri enim potest, ut minor magnitudo majore momento cieatur quam major; idque propter ſtateræ longitudinem, quæ major quod sit, inæqualem proportionem efficiat. Et auferatur ab eadem AB minus excessu, quo major est ipsa Γ, quam ut librari possit; ita ut, quæ relinquitur, A ipsi Γ commensurabilis sit. Oportet, inquit, auferre ab AB magnitudinem aliquam B ejusmodi, ut, quæ relinquitur, A ipsi Γ commensurabilis sit, et adhuc major ipsa Γ, quam ut librari possit. Hoc autem fieri potest per ea, quæ in principio decimi libri Elementorum Euclidis, et in tertio sphæricorum Theodosii tradita sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η.

Αἴκα ἀπό τινος [d]*μεγέθεός τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τῶ λοιπῶ μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος· ἐκβληθείσας τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βαρέων, τοῦ τε ὅλου μεγέθεος, καὶ τοῦ ἀφῃρημένου ἐπὶ τὰ αὐτὰ, ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ ὅλω μεγέθεος· καὶ

PROP. VIII. Theor.

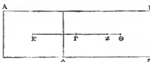
Si ab aliqua magnitudine magnitudo aliqua auferatur, quæ idem ac tota centrum non habeat; magnitudinis, quæ relinquitur, centrum gravitatis est: si recta producatur, quæ centra gravitatum tum totæ magnitudinis, tum ejus, quæ aufertur, conjungit, ad easdem partes, ad quas totæ magnitudinis centrum est; atque

[t] ἀντιπεπονθότων. [u] οὕτως ἔστω. [w] ποτὶ τὸ ΓH. [a] ΔE. [x] In MS. deest, ante Ἤτοι &c. Εἰς τὸ E, titulus, qui in Ed. Bas. invenitur. [y] ἐστὶ τὸ ἀπὸ AB. [z] τὸ ἔλαττον. [a] τῶ. [b] ὥστε deest. [c] ᾧ deest.
[d] μεγέθεος ἀφαιρεθῇ τι μέγεθος.

* Rivaltus legit, ἀφαιρεθῇ τι μέγεθος.

abscindatur a recta producta, quæ ea, quæ diximus, centra conjungit, pars aliqua, ita ut ad rectam, quæ inter centra interjicitur, eamdem rationem habeat, quam gravitas magnitudinis, quæ aufertur, ad gravitatem magnitudinis, quæ relinquitur: centrum, inquam, gravitatis est rectæ ejus, quæ abscissa fuerit, terminus.

Sit magnitudinis alicujus A B centrum gravitatis punctum Γ: et auferatur ab A B magnitudo A Δ, cujus centrum gravitatis sit punctum E. Juncta autem E Γ, eademque producta, abscindatur Γ Z, quæ ad Γ E eamdem rationem habeat, quam magnitudo A Δ ad magnitudinem Δ H. Oportet demonstrare, magnitudinis Δ H centrum gravitatis esse punctum Z.



Neque enim sit punctum Z, sed, si fieri potest, punctum aliud Θ. Quoniam igitur magnitudinis quidem A Δ centrum gravitatis est punctum E; magnitudinis vero Δ H punctum Θ; jam magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus A Δ, Δ H componitur, centrum gravitatis erit in E Θ ita secta, ut ejus segmenta eamdem cum magnitudinibus ipsis rationem reciprocent. Quare punctum Γ in sectione ei, quam diximus, respondente non erit. Non est igitur punctum Γ centrum gravitatis magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus A Δ, Δ H componitur, hoc est ipsius A B. Est autem; quoniam esse ponebatur. Non est igitur punctum Θ centrum gravitatis magnitudinis Δ H.

PROP. IX. Theor.

Cujuslibet parallelogrammi centrum gravitatis est in recta, quæ opposita parallelogrammi latera in duas æquas partes secta conjungit.

Sit parallelogrammum A B Γ Δ, cujus latera A B, Γ Δ in duas æquas partes secta conjungat E Z. Dico parallelogrammi A B Γ Δ centrum gravitatis esse in E Z.

Neque enim ita res habeat; sed sit, si fieri potest, punctum Θ: ducaturque Θ I ipsi A B parallela. Quod si E B in duas æquas partes continuo secetur, relinquetur aliquando segmentum minus quam Θ I. Itaque secetur utraque A E, E B in segmenta ipsi E K æqualia: ducanturque a punctis, quæ in sectionibus sunt, rectæ ipsi E Z parallelæ. Dividetur utique totum parallelogrammum in parallelogramma uni K Z æqualia, et similia. Igitur parallelogrammis ipsi K Z æqualibus, et similibus sibi invicem convenientibus, centra quoque gravitatis eorumdem sibi invicem convenient. Atque erunt magnitudines quædam parallelogramma æquales



ἀπολαφθείσας τινὸς ἀπὸ τᾶς ἐκβληθείσας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ εἰρημένα κέντρα, ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὰν μεταξὺ τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βάρος [e] τῶ ἀφῃρημένω μεγέθεος ποτὶ τὸ τῶ λοιπῶ βάρος, τὸ πέρας τᾶς ἀπολαφθείσας.

Ἔστω μεγέθεός τινος τῶ ΑΒ κέντρον τῶ βάρεος τὸ Γ. Καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῶ ΑΒ τὸ ΑΔ, ὧ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔστω τὸ Ε. Ἐπιζευχθείσας δὲ τᾶς ΕΓ, καὶ ἐκβληθείσας, ἀπολελάφθω ἁ ΓΖ ποτὶ τὰν ΓΕ λόγον ἔχουσα τὸν αὐτὸν, ὃν ἔχει [f] τὸ ΑΔ μέγεθος ποτὶ τὸ ΔΗ. Δεικτέον ὅτι τῶ ΔΗ μεγέθεος κέντρον τῶ βάρεός ἐστι τὸ Ζ σαμεῖον.

Μὴ γὰρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔστω τὸ Θ σαμεῖον. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΔ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε, τοῦ δὲ ΔΗ τὸ Θ σαμεῖον· τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΔ, ΔΗ μεγεθέων, κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΘ τμαθείσας, ὥστε [g] τμάματα αὐτᾶς [h] ἀντιπεπονθέμεν κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τοῖς μεγέθεσιν. Ὥστε [i] οὐκ ἔσται τὸ Γ σαμεῖον κατὰ τὰν ἀνάλογον τομὰν τᾶς εἰρημένας. Οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ Γ κέντρον τῶ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν ΑΔ, ΔΗ συγκειμένου μεγέθεος, τουτέστι τοῦ ΑΒ. Ἔστι δέ. Ὑπόκειται γάρ. Οὐκ ἐστὶ ἄρα τὸ Θ κέντρον βάρεος τοῦ ΔΗ μεγέθεος.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶν κατ' ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευρᾶν.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. Ἐπὶ δὲ τὰν διχοτομίαν τᾶν ΑΒ, ΓΔ ἁ ΕΖ. Φαμὶ δὴ ὅτι τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔσται ἐπὶ τᾶς ΕΖ.

Μὴ γὰρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔστω τὸ Θ. Καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΑΒ ἁ ΘΙ. Τᾶς δὲ δὴ ΕΒ διχοτομουμένας αἰεὶ, ἐσσεῖταί ποκα καταλειπόμενα ἐλάσσων τᾶς ΙΘ. Καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τᾶν ΑΕ, ΕΒ εἰς τὰς τᾷ ΕΚ ἴσας· καὶ ἀπὸ τῶν κατὰ τὰς διαιρέσεις σαμείων ἄχθωσαν παρὰ τὰν ΕΖ. Διαιρεθήσεται δὴ τὸ ὅλον παραλληλόγραμμον εἰς [k] παραλληλόγραμμα τὰ ἴσα καὶ ὅμοια τῷ ΚΖ. Τῶν οὖν παραλληλογράμμων τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων τῷ ΚΖ ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. Ἐσσοῦνται δὴ μεγέθεα τινα

[e] τῶν ἀφῃρημένων μεγεθέων. [f] τὸ ΑΒ. [g] τὰ τμάματα. [h] ἀντιπέπονθε μὲν, ex MS. [i] ἐν ἄρα [k] παραλληλογράμματα.

παραλληλόγραμμα, ἴσα τῷ ΚΖ, ἄρτια τῷ πλήθει. Καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας κείμενα· καὶ τὰ μέσα ἴσα· καὶ πάντα τὰ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτά τε ἴσα ἐντὶ, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι. Τοῦ ἐκ πάντων αὐτῶν ἄρα συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον ἔσται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ [l] βάρεος τῶν μέσων χωρίων. Οὐκ ἐστὶ δέ. Τὸ γὰρ Θ ἐκτός ἐστι τῶν μέσων παραλληλογράμμων. Φανερὸν οὖν, ὅτι ἐπὶ τᾶς ΕΖ εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου.

ipsi ΚΖ, et multitudine pares, quarum centra gravitatis in directo posita sunt. Adhuc vero æquales sunt cum ipsarum mediæ; tum cœteræ omnes, quæ utrinque a mediis æquo intervallo distant; denique rectæ, quæ inter centra interjiciuntur. Igitur magnitudinis, quæ ex omnibus hisce magnitudinibus componitur, centrum gravitatis est in recta, quæ mediarum centra gravitatis conjungit. Non est autem; quoniam punctum Θ extra media parallelogramma cadit. Manifestum est igitur parallelogrammi ΑΒΓΔ centrum gravitatis esse in recta ΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

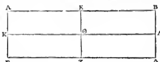
Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτοντι.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἁ ΕΖ [m] δίχα τέμνουσα τὰς ΑΒ, ΓΔ· ἁ δὲ ΚΛ τὰς ΑΓ, ΒΔ. Ἔστι δὴ τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ ἐπὶ τᾶς ΚΛ. Τὸ Θ ἄρα σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρεος. Κατὰ δὲ τὸ Θ αἱ διάμετροι τοῦ παραλληλογράμμου πίπτοντι. Ὥστε δέδεικται τὸ προτεθέν.

PROP. X. Theor.

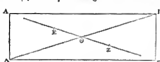
Cujuslibet parallelogrammi centrum gravitatis est id punctum, in quo diametri concurrunt.

Sit parallelogrammum ΑΒΓΔ; et in eo ΕΖ, quæ latera ΑΒ, ΓΔ; itemque ΚΛ, quæ latera ΑΓ, ΒΔ in duas æquas partes secet. Itaque parallelogrammi ΑΒΓΔ centrum gravitatis est in ΕΖ. Hoc enim demonstratum est. Eadem autem ratione est etiam in ΚΛ. Punctum igitur Θ centrum gravitatis est. Diametri autem parallelogrammi in punctum Θ concurrunt. Quare demonstratum est, quod proponebatur.



Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως τὸ αὐτὸ δεῖξαι. Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. Διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἁ ΔΒ. [n] Τὰ οὖν ΑΔΒ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐντὶ, καὶ ὅμοια ἀλλάλοις· ὥστε ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα τῶν τριγώνων, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσεῦνται. Ἔστω δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. [o] Καὶ τετμάσθω δίχα ἁ ΔΒ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΕΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΖΘ ἴσα τᾷ ΘΕ. Ἐφαρμοζομένου δὴ τοῦ [p] ΑΒΔ τριγώνου ἐπὶ τὸ [q] ΒΔΓ τρίγωνον, καὶ τεθεμένας [r] τᾶς ΑΒ πλευρᾶς ἐπὶ τὰν ΔΓ, τᾶς δὲ ΑΔ ἐπὶ τὰν ΒΓ· ἐφαρμόσει καὶ ἁ ΘΕ εὐθεῖα ἐπὶ τὰν ΖΘ· καὶ τὸ Ε σαμεῖον ἐπὶ τὸ Ζ πεσεῖται. Ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΒΔ [s] τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΓ τὸ Ζ· δῆλον ὡς τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος, κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ μέσον τᾶς ΕΖ εὐθείας· ὅπερ ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον.

Licet autem hoc idem aliter demonstrare. Sit parallelogrammum ΑΒΓΔ, cujus diameter ΔΒ. Triangula igitur ΑΒΔ, ΒΔΓ æqualia, et similia sibi invicem sunt. Quare hisce triangulis sibi invicem convenientibus, centra quoque gravitatis eorumdem sibi invicem convenient. Sit trianguli ΑΒΔ centrum gravitatis punctum Ε. Secetur autem in duas æquas partes ΔΒ in puncto Θ; junctaque ΕΘ, eademque producta, sumatur ΖΘ ipsi ΘΕ æqualis. Itaque conveniente triangulo ΑΒΔ cum triangulo ΒΔΓ; et lateribus ΑΒ cum ΔΓ, et ΑΔ cum ΒΓ, conveniet recta ΘΕ cum recta ΖΘ, punctumque Ε cum puncto Ζ. Convenit autem etiam cum centro gravitatis trianguli ΒΔΓ. Quoniam igitur centrum gravitatis trianguli quidem ΑΒΔ est punctum Ε, trianguli vero ΔΒΓ punctum Ζ; constat magnitudinis, quæ ex utrisque triangulis componitur, centrum gravitatis esse punctum medium rectæ ΕΖ; quod quidem est punctum Θ.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'

Ἐὰν δύο τρίγωνα ὅμοια ἀλλάλοις ᾖ, καί ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ποτὶ τὰ τρίγωνα,

PROP. XI. Theor.

Si duo triangula similia sibi invicem fuerint, et in his puncta similiter posita: horum autem

[l] βάρεος ex MS. [m] δίχα ex MS. [n] ἔστω ἁ ΔΒ τριγώνα ἴσα ἐστὶ, in MS. ἔστω ἁ ΔΒ τὰ ἄρα ΑΒ ΔΔ ΔΓ τριγώνα ἴσα ἐστι. [o] ᾗ ἐπιζεύχθω. [p] ΑΒΓΔ. [q] ΑΔΓ. [r] τᾶς μὲν Α. [s] τριγώνω ex MS.

punctorum alterum trianguli, in quo est, centrum gravitatis sit; alterum quoque punctum centrum est gravitatis ejus, in quo est, trianguli. Puncta autem in similibus figuris similiter poni dicimus, in quibus quæ ad æquales angulos rectæ ducuntur, æquales cum respondentibus lateribus angulos efficiunt.

Sint duo triangula A B Γ, Δ E Z: et ut A Γ ad Δ Z, ita se habeat cum A B ad Δ E, tum B Γ ad E Z. Sint autem in iis, quæ diximus, triangulis puncta Θ, N similiter posita, quorum alterum Θ centrum gravitatis sit trianguli A B Γ. Dico punctum quoque N centrum gravitatis esse trianguli Δ E Z.

Neque enim punctum N; sed, si fieri potest, punctum aliud H centrum gravitatis sit trianguli Δ E Z: junganturque rectæ Θ A, Θ B, Θ Γ, Δ N, E N, Z N, Δ H, E H, Z H. Quoniam igitur simile est triangulum A B Γ triangulo Δ E Z, eorumque centra gravitatum sunt puncta Θ, H: similium vero figurarum centra gravitatum similiter posita sunt, ita ut æquales cum respondentibus lateribus singulos singulis angulos efficiant; ideo æqualis est angulus H Δ E angulo Θ A B. Æqualis est autem angulus Θ A B angulo E Δ N; eo quod puncta Θ, N similiter posita sunt. Æqualis est igitur etiam angulus E Δ H angulo E Δ N, major minori. Quod fieri non potest. Non igitur non est punctum N centrum gravitatis trianguli Δ E Z. Est igitur punctum N centrum gravitatis, quod diximus.

καὶ τὸ ἓν σαμεῖον τῶ, ἐν ᾧ ἐστι, τριγώνω κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος· καὶ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τῶ βάρεος τοῦ, ἐν ᾧ ἐστι, τριγώνω. Ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ᾽ ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἴσας ποιοῦντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς.

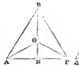
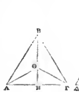
Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ A B Γ, Δ E Z. Καὶ ἔστω ὡς ἁ A Γ ποτὶ Δ Z, οὕτως ἅ τε A B ποτὶ Δ E, καὶ ἁ B Γ ποτὶ E Z. Καὶ ἐν τοῖς εἰρημένοις τριγώνοις σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ἔστω τὰ Θ, N ποτὶ τὰ A B Γ, Δ E Z τρίγωνα. Καὶ ἔστω τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τῶ A B Γ τριγώνω. Λέγω ὅτι καὶ τὸ N κέντρον βάρεός ἐστι τοῦ Δ E Z τριγώνω.

Μὴ γάρ, ἀλλ᾽, εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ H κέντρον βάρεος τοῦ Δ E Z τριγώνω. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Θ A, Θ B, Θ Γ, Δ N, E N, Z N, Δ H, E H, Z H. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ A B Γ τρίγωνον τῷ Δ E Z τριγώνῳ, καὶ κέντρα τῶν βαρέων ἐστὶ τὰ Θ, H σαμεῖα· τῶν δὲ ὁμοίων σχημάτων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐντὶ κείμενα, ὥστε ἴσας ποιησοῦντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς, [t] ἑκάσταν ἑκάστᾳ. Ἴσα ἄρα ἁ ὑπὸ H Δ E γωνία τᾷ ὑπὸ Θ A B. Ἀλλὰ ἁ ὑπὸ Θ A B γωνία ἴσα [u] ἐντὶ τᾷ ὑπὸ E Δ N, διὰ τὸ ὁμοίως κεῖσθαι τὰ Θ, N σαμεῖα· καὶ ἁ ὑπὸ E Δ H γωνία ἄρα [w] ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ E Δ N, ἁ μείζων τᾷ ἐλάσσονι, ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα οὐκ ἔστι κέντρον τῶ βάρεος τοῦ Δ E Z τριγώνω τὸ N σαμεῖον. Ἔστιν ἄρα [x] τὸ N σαμεῖον, ὅπερ εἴρηται.

PROP. XII. Theor.

Si duo triangula similia sibi invicem fuerint; alterius autem trianguli centrum gravitatis sit in recta, quæ ab aliquo angulo ad mediam basim ducitur, alterius quoque trianguli centrum gravitatis erit in recta, quæ similiter ducitur.

Sint duo triangula A B Γ, Δ E Z: et ut A Γ ad Δ Z, ita se habeat cum A B ad Δ E, tum B Γ ad Z E. Secta autem A Γ in duas æquas partes in puncto H, jungatur B H: sitque centrum gravitatis trianguli A B Γ in B H punctum Θ. Dico trianguli quoque E Δ Z centrum gravitatis esse in recta, quæ similiter ducitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ΄.

Αἴκα δύο τρίγωνα ὅμοια ἔωντι, τοῦ δὲ ἑνὸς τριγώνω κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστι ἀπό τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν [y] βάσιν ἀγομένα· καὶ τοῦ λοιπῶ τριγώνω τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας γραμμᾶς.

Ἔστω δύο τρίγωνα, τὰ A B Γ, Δ E Z. Καὶ ἔστω ὡς ἁ A Γ ποτὶ Δ Z, οὕτως ἅ τε A B ποτὶ Δ E, καὶ ἁ B Γ ποτὶ Z E. Καὶ τμαθείσας τᾶς A Γ δίχα κατὰ τὸ H, ἐπεζεύχθω ἁ B H· καὶ ἔστω τὸ κέντρον τῶ βάρεος τῶ A B Γ τριγώνω ἐπὶ τᾶς B H, τὸ Θ. Λέγω ὅτι καὶ τῶ E Δ Z τριγώνω κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας εὐθείας.

[t] ἑκάστω ἑκάστα. [u] ἐστὶ. [w] ἴσα deest. [x] In MS. hiatus est, ab ἄρα, usque ad initium Propositionis ιβ΄. [y] τὰν βάσιν.

Τετμάσθω ἁ Δ Ζ δίχα κατὰ τὸ Μ, [a] καὶ ἐπιζεύχθω ἁ Ε Μ· καὶ γεγονέτω ὡς ἁ Β Η ποτὶ Β Θ, ὅτως ἁ Μ Ε ποτὶ Ε Ν. Καὶ ἐπιζεύχθωσαν [a] αἱ Α Θ, Θ Γ, Δ Ν, Ν Ζ. Ἐπεὶ ἐστὶ τᾶς μὲν Γ Α, ἡμίσεια ἁ Α Η· τᾶς δὲ Δ Ζ, ἡμίσεια ἁ Δ Μ· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἁ Β Α ποτὶ Ε Δ, ὅτως [b] ἁ Α Η ποτὶ Δ Μ. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογον εἰσί. Ἴσα τε ἄρα ἐστὶν ἁ ὑπὸ Α Η Β τᾷ ὑπὸ Δ Μ Ε. Καὶ ἔστιν ὡς ἁ Α Η ποτὶ Δ Μ, ὅτως ἁ Β Η ποτὶ Ε Μ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ Β Η ποτὶ Β Θ, ὅτως ἁ Μ Ε ποτὶ Ε Ν. Καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἁ Α Β ποτὶ Δ Ε, ὅτως ἁ Β Θ ποτὶ Ε Ν. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογον εἰσί. Εἰ δὲ τοῦτο, ἴσα ἐστὶ ἁ ὑπὸ Β Α Θ γωνία τᾷ ὑπὸ Ε Δ Ν. Ὥστε καὶ λοιπὰ ὑπὸ Θ Α Γ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ Ν Δ Ζ γωνίᾳ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἁ μὲν ὑπὸ Β Γ Θ γωνία ἴσα ἐστὶ [c] τᾷ ὑπὸ Ε Ζ Ν. Ἁ δὲ ὑπὸ Θ Γ Η, τᾷ ὑπὸ Ν Ζ Μ ἴσα. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἁ ὑπὸ Α Β Θ τᾷ ὑπὸ Δ Ε Μ ἴσα. Ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ ὑπὸ Θ Β Γ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ Ν Ε Ζ. * Δια τα αὐτα δὴ πάντα ὁμοίως κεῖται τὰ Θ, Ν σαμεῖα [d] ποτὶ ὁμολόγους πλευράς, [e] καὶ ἴσας γωνίας ποιεῖ. Ἐπεὶ οὖν ὁμοίως κεῖται τα Θ, Ν σαμεῖα, καὶ ἐστι τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ Α Β Γ τριγώνου, καὶ τὸ Ν ἄρα κέντρον βάρεος τοῦ Δ Ε Ζ.

Secetur Δ Ζ in duas æquas partes in puncto M: et jungatur E M. Deinde fiat, ut B H ad B Θ, ita M E ad E N: et jungantur A Θ, Θ Γ, Δ N, N Z. Et quoniam ipsius quidem Γ A dimidia est A H, ipsius vero Δ Z dimidia Δ M; ideo ut B A ad E Δ, ita se habet A H ad Δ M: quæque latera circa æquales angulos sunt, ea proportionalia sunt. Æqualis est igitur angulus A H B angulo Δ M E: et ut A H ad Δ M, ita se habet B H ad E M. Ut autem B H ad B Θ, ita se habet M E ad E N. Igitur etiam, ex æqua proportione, ut A B ad Δ E, ita se habet B Θ ad E N: quæque latera circa æquales angulos sunt, ea proportionalia sunt. Quod cum ita sit æqualis est angulus B A Θ angulo E Δ N. Quare reliquus etiam angulus Θ A Γ æqualis est angulo N Δ Z. Eadem ratione æqualis est angulus quidem B Γ Θ angulo E Z N, angulus vero Θ Γ H angulo N Z M. Demonstratus autem est etiam angulus A B Θ æqualis esse angulo Δ E M. Quare reliquus etiam angulus Θ B Γ æqualis est angulo N E Z. Omnino autem hac ratione puncta Θ, N ad respondentia latera similiter posita sunt, æqualesque angulos efficiunt. Quoniam igitur puncta Θ, N similiter posita sunt, punctumque Θ centrum est gravitatis trianguli A B Γ, ideo punctum quoque N centrum gravitatis est trianguli Δ E Z.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ΄.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἐκ τᾶς γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγομένα τὰν βάσιν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ Α Β Γ· καὶ ἐν αὐτῷ ἁ Α Δ ἐπὶ μέσαν τὰν Β Γ βάσιν. Δεικτέον ὅτι ἐπὶ τᾶς Α Δ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ Α Β Γ.

Μὴ γάρ, ἀλλ᾽ εἰ δυνατὸν, ἔστω τὸ Θ· καὶ δι᾽ αὐτοῦ παρὰ τὰν Β Γ ἄχθω ἁ Θ Ι. Αἰεὶ δὴ δίχα τεμνομένας τᾶς Δ Γ ἔσται ποκα ἁ καταλειπομένα ἐλάσσων [f] τᾶς Θ Ι. Καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τᾶν Β Δ, Δ Γ εἰς τὰς ἴσας. Καὶ διὰ τῶν τομῶν παρὰ τὰν Α Δ ἄχθωσαν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Ε Ζ, Η Κ, Λ Μ. Ἔσονται δὴ αὗται παρὰ τὰν Β Γ. Τοῦ δὴ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν Μ Ν, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος, ἐπὶ τᾶς Υ Σ· τοῦ δὲ Κ Ξ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς Τ Υ· [g] τοῦ δὲ Ζ Ο, ἐπὶ τᾶς Τ Δ. Τοῦ ἄρα ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι ἐπὶ τᾶς Σ Δ εὐθείας. Ἔστω δὴ τὸ Ρ· καὶ ἐπεζεύχθω ἁ Ρ Θ, καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν Α Δ ἁ Γ Φ. Τὸ δὴ Α Δ Γ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν Α Μ, Μ Κ, Κ Ζ, Ζ Γ ἀναγεγραμμένα ὅμοια τῷ Α Δ Γ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Γ Α ποτὶ Α Μ· διὰ τὸ ἴσας [h] εἶμεν τας Α Μ, Μ Κ, Κ Ζ, Ζ Γ. Ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ Α Δ Β

PROP. XIII. Theor.

Cujuslibet trianguli centrum gravitatis est in recta, quæ ab ejus angulo ad mediam basim ducitur.

Sit triangulum A B Γ, et in eo A Δ ad mediam basim B Γ ducta. Oportet demonstrare, in A Δ centrum gravitatis esse trianguli A B Γ.

Neque enim ita res habeat; sed sit, si fieri potest, punctum Θ: ducaturque per id punctum Θ I ipsi B Γ parallela. Quod si Δ Γ in duas æquas partes continuo secetur, relinquetur aliquando segmentum minus quam Θ I. Itaque secetur utraque B Δ, Δ Γ in æqualia segmenta: et ducantur per sectiones rectæ ipsi A Δ parallelæ: junganturque E Z, H K, Λ M; quæ quidem ipsi B Γ parallelæ erunt. Ac parallelogrammi quidem M N centrum gravitatis est in Υ Σ; parallelogrammi vero K Ξ, in Τ Υ; denique parallelogrammi Z O, in Τ Δ. Igitur magnitudinis, quæ ex omnibus componitur, centrum gravitatis est in recta Σ Δ. Hoc autem sit punctum P: et jungantur P Θ, eademque producta, ducatur Γ Φ ipsi A Δ parallela. Itaque triangulum A Δ Γ ad omnia triangula, quæ ipsi A Δ Γ similia ab A M, M K, K Z, Z Γ describuntur, eam habet rationem, quam Γ A ad A M; eo quod ipsæ A M, M K, K Z, Z Γ æquales sibi invicem sunt. Quoniam vero etiam triangulum A Δ B

[a] καὶ πεποιήσθω ἁ Β Η πρὸς Β Θ. [b] αἱ Β Θ, Θ Γ, Δ Η, Η Ζ. [b] ἁ Α Ν. [c] τῇ ὑπὸ Ε Ζ Η. [d] ποτὶ τὰς ὁμολόγους.
[e] καὶ deest. [f] τᾶς Θ Ι Ε. [g] τὸ δὲ Ζ Θ. [h] εἶναι τᾶς Α Μ, Μ Ζ, Χ Γ, Κ Ζ.

* Malim, διὰ ταῦτα.

ad omnia triangula, quæ eidem similia ab A Λ, Λ H, H E, E B describuntur, eam habet rationem, quam B A ad A Λ; ideo triangulum A B Γ ad omnia, quæ diximus, triangula eam rationem habet, quam Γ A ad A M. Habet autem Γ A ad A M majorem rationem, quam Φ P ad P Θ. Ratio enim ipsius Γ A ad A M eadem est, quæ totius Φ P ad P Π; eo quod triangula similia sunt. Habet igitur etiam triangulum A B Γ ad ea, quæ diximus, triangula majorem rationem, quam Φ P ad P Θ. Quare, etiam dividendo, parallelogramma M N, K Ξ, Z O ad reliqua triangula majorem rationem habent, quam Φ Θ ad Θ P. Quæ igitur ratio est parallelogrammorum ad triangula, eadem fiat rectæ X Θ ad Θ P. Et quoniam magnitudo aliqua est A B Γ, cujus centrum gravitatis punctum Θ; aufertur autem ab eadem magnitudo, quæ ex parallelogrammis M N, K Ξ, Z O componitur; ac magnitudinis, quæ aufertur, centrum gravitatis est punctum P; ideo magnitudinis, quæ relinquitur, quæque ex reliquis triangulis componitur, centrum gravitatis est in recta P Θ producta, abscissaque, quæ ad Θ P eam rationem habeat, quam magnitudo, quæ aufertur, ad magnitudinem quæ relinquitur. Punctum igitur X centrum gravitatis est magnitudinis, quæ ea reliquis triangulis componitur. Quod fieri non potest. Ducta enim in plano per punctum X recta ipsi A Δ parallela, triangula omnia ad eamdem partem sunt; hoc est ad alterutram. Constat igitur, quod proponebatur.

τρίγωνα ποτὶ πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν A Λ, Λ H, H E, E B ἀναγεγραμμένα ὅμοια τρίγωνα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ B A ποτὶ A Λ· τὸ ἄρα A B Γ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Γ A ποτὶ A M. Ἀλλὰ ἁ Γ A ποτὶ A M, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἁ Φ P ποτὶ P Θ. [i] Ὁ γὰρ τᾶς Γ A ποτὶ A M λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὅλας τᾶς Φ P ποτὶ P Π· διὰ τὸ ὅμοια εἶμεν τὰ τρίγωνα. Καὶ τὸ A B Γ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ Φ P ποτὶ P Θ. Ὥστε καὶ διελόντι τὰ M N, K Ξ, Z O παραλληλόγραμμα ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ Φ Θ ποτὶ Θ P. Γεγονέτω οὖν ἐν τῷ τῶν παραλληλογράμμων ποτὶ τὰ τρίγωνα λόγῳ ἁ X Θ ποτὶ Θ P. Ἐπεὶ οὖν ἐστί [k] τι μέγεθος τὸ A B Γ, [l] οὗ τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ· καὶ ἀφῄρηται ἀπ' αὐτοῦ μέγεθος τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν M N, K Ξ, Z O, [m] παραλληλογράμμων, καὶ ἔστι τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ P σαμεῖον· τοῦ ἄρα λοιποῦ μεγέθεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τριγώνων κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς [n] P Θ εὐθείας ἐκβληθείσας, καὶ ἀπολαφθείσας, ποτὶ τὰν Θ P τοῦτον ἐχοίσας τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀφαιρεθὲν μέγεθος περὶ τὸ λοιπόν. Τὸ ἄρα X σαμεῖον κέντρον ἐστι τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων· ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ X εὐθείας παρὰ τὰν A Δ ἀγμένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ τ' αὐτὰ πάντα ἐντί, τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος. Δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

E U T O C I U S.

Junganturque E Z, H K, Λ M; quæ quidem ipsi B Γ parallelæ erunt. Quoniam enim æqualis est cum B O ipsi Ψ Γ, tum Δ B ipsi Δ Γ; ut Δ B ad O B, ita se habebit Δ Γ ad Ψ Γ: et dividendo, ut Δ O ad O B, ita Δ Ψ ad Ψ Γ. Ut autem Δ O ad O B, ita se habet A E ad E B. parallela enim est E O ipsi A Δ: et ut Δ Ψ ad Ψ Γ, ita A Z ad Z Γ. Ut igitur A E ad E B, ita etiam se habet A Z ad Z Γ. Parallela igitur est E Z ipsi B Γ. Idem de aliis quoque demonstrabitur. Itaque triangulum A Δ Γ ad omnia triangula, quæ ipsi A Δ Γ similia ab A M, M K, K Z, Z Γ describuntur, eam habet rationem, quam Γ A ad A M; eo quod eæ rectæ æquales sibi invicem sunt. Quoniam enim triangula A Δ Γ, A Σ M similia sunt, rationem invicem habent ejus duplam, quam A Γ habet ad A M. Et quoniam nunc ponitur, A Γ quadruplam esse ipsius A M; triangulum A Δ Γ rationem habet ad triangulum quidem

Καὶ ἐπιζευχθῶσαν [o] αἱ E Z, H K, Λ M. Ἔσονται δὲ αὗται [p] παρὰ τὰν B Γ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐστὶν ἡ B O τῇ Ψ Γ, καὶ ἡ Δ B τῇ Δ Γ· ἔσται ὡς ἡ Δ B πρὸς O B, ἡ Δ Γ πρὸς Ψ Γ· καὶ διελόντι, ὡς ἡ Δ O πρὸς O B, ἡ Δ Ψ πρὸς Ψ Γ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Δ O πρὸς O B, [q] ἡ A E πρὸς E B· ἡ γὰρ E O παρὰ τὴν A Δ ἐστίν· ὡς δὲ ἡ Δ Ψ πρὸς Ψ Γ, ἡ A Z πρὸς Z Γ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ A E πρὸς E B, ἡ A Z πρὸς Z Γ. Παράλληλός ἐστιν ἄρα ἡ E Z τῇ B Γ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσονται καὶ αἱ λοιπαί. Τὸ δὲ A Δ Γ τρίγωνον [r] ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν A M, M K, K Z, Z Γ ἀναγεγραμμένα, ὅμοια τῷ A Δ Γ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Γ A ποτὶ A M, διὰ τὸ ἴσας εἶμεν τὰς εὐθείας. Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιά ἐστι τὰ A Δ Γ, A Σ M τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ A Γ πρὸς A M. Ἐπεὶ δὲ νῦν ὑπόκειται ἡ A Γ τῆς A M τετραπλασίων, τὸ A Δ Γ τρί-

[i] ὁ γὰρ τᾶς Γ A ποτὶ A M μείζονα λόγον ἤπερ ἁ Φ P ποτὶ τὰ τρίγωνα καὶ τὸ A B Γ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον, ἤπερ A Φ P ποτὶ P Θ. Ὥστε καὶ διελόντι. MS. pro πρὸς semper habet dorice ποτί. [k] τι Ex MS. [l] οὕτως τὸ κέντρον. [m] παραλληλογράμμων. [n] E Θ. [o] αἱ E Z H, K Λ. [p] περὶ τὴν B Γ. [q] ἡ A Θ. [r] πρὸς πάντα.

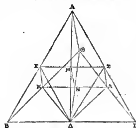
γωνον πρὸς τὸ ΑΣΜ λόγον ἔχει, ὃν ιϛʹ [v] πρὸς ἕν· πρὸς δὲ πάντα τὰ τρίγωνα, τὰ ἀπὸ ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ λόγον ἔχει ὃν ιϛʹ πρὸς τέσσαρα. Ἀνάλογον ἄρα ἐστίν, ὡς τὸ ΑΔΓ τρίγωνον πρὸς τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ὅμοια τῷ ΑΔΓ, οὕτως αὐτὰ τρίγωνα πρὸς τὸ ΑΣΜ· τουτέστιν ὁ ΓΑ πρὸς ΑΜ. Ὅμοια γὰρ εἰσὶ καὶ ἐπὶ ἴσων βασίων· καὶ διὰ τοῦτο ἴσα, καὶ εἰσὶ πρὸς ἄλλαλα ὡς αἱ [t] βάσεις. Ἀλλὰ ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἁ ΦΡ ποτὶ ΡΘ. Ὁ γὰρ τᾶς ΑΓ πρὸς ΑΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τᾶς ΦΡ ποτὶ ΡΠ. Εἰ γὰρ νοήσειας ἐκβαλλομένας τὰς ΡΦ, ΓΔ, καὶ συμπιπτούσας· διὰ τὰς παραλλήλους, ἔσται ὡς ὁ ΦΡ [u] πρὸς ΡΠ, ὁ ΓΔ πρὸς ΔΩ. Ἀλλ᾽ ὡς ὁ ΓΔ πρὸς ΔΩ, ὁ ΓΑ πρὸς ΑΜ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ ΓΑ πρὸς ΑΜ, ὁ ΦΡ πρὸς ΡΠ. Ἡ δὲ ΦΡ πρὸς ΡΠ μείζονα ἔχει λόγον, ὅπερ ὁ ΦΡ πρὸς ΡΘ. Καὶ ὁ ΓΑ [w] ἄρα πρὸς ΑΜ, μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ὁ ΦΡ πρὸς ΡΘ. Ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν ΔΑ ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐσσοῦνται πάντα τὰ κέντρα· τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος. Καὶ ῥέψει δῆλον ὅτι ἐπ᾽ ἐκεῖνο πάντα τὰ μεγέθη, καὶ οὐκ ἰσοῤῥοπήσει· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. Ὑπόκειται γὰρ κέντρον [x] τῶν μὲν παραλληλογράμμων τὸ Ρ, τῶν δὲ τριγώνων τὸ Χ.

ΑΣΜ eamdem, quam xvi. ad i: ad omnia vero triangula, quæ ab AM, MK, KZ, ZΓ describuntur, eamdem quam xvi ad iv. Itaque ut triangulum AΔΓ ad triangula, quæ ipsi AΔΓ similia ab AM, MK, KZ, ZΓ describuntur, ita se habent eadem hæc triangula ad triangulum AΣM; hoc est ΓA ad AM. Similia enim cum sint, super iisdem basibus constituuntur: propterea æqualia sunt, et se invicem habent ut bases. Habet autem ΓA ad AM majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Ratio enim ipsius ΓA ad AM eadem est quæ ipsius ΦP ad PΠ. Si enim intelligantur PΦ, ΓΔ productæ esse, sibique invicem concurrere; se habebit utique, propter parallelas, ut ΦP ad PΠ, ita ΓΔ ad ΔΩ. Ut autem ΓΔ ad ΔΩ, ita se habet ΓA ad AM. Igitur ut ΓA ad AM, ita etiam se habet ΦP ad PΠ. Habet autem ΦP ad PΠ majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Habet igitur etiam ΓA ad AM majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Quod fieri non potest. Ducta enim in plano per punctum X recta ipsi AΔ parallela, centra omnia ad eandem partem erunt; hoc est ad alterutram. Propendent utique omnes magnitudines versus eam partem, neque invicem librabuntur: quod non ponitur. Ponitur enim parallelogrammorum centrum esse punctum P, triangulum vero, punctum X.

ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΥΤΟ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἄχθω ἁ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ. Λέγω ὅτι ἐπὶ τᾶς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

Μὴ γὰρ, ἀλλ᾽, εἰ δυνατὸν, ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἵ τε ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ, καὶ αἱ ΕΔ, ΖΕ ἐπὶ μέσας τὰς ΒΑ, ΑΓ· καὶ παρὰ τὰν ΑΘ ἄχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ, ΛΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ. Ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ, διὰ τὸ παράλληλον εἶμεν τὰν ΒΑ τᾷ ΖΔ· καὶ ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον· καὶ τοῦ ΖΔΓ ἄρα τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Λ σαμεῖον. Ὁμοίως γὰρ ἐντὶ κείμενα τὰ [y] Θ, Λ σαμεῖα ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων ἐπειδήπερ ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας ποιοῦντι γωνίας. Φανερὸν γὰρ τοῦτο. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ ΕΒΔ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Κ σαμεῖον. Ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΕΒΔ, ΖΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΚΛ εὐθείας· ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τὰ ΕΒΔ, ΖΔΓ τρίγωνα· καί ἐστι τᾶς ΚΛ μέσον τὸ Ν. Ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἁ ΒΕ ποτὶ ΕΑ, οὕτως ἁ ΒΚ [z] ποτὶ ΘΚ· ὡς δὲ ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΑ, οὕτως ἁ ΓΛ ποτὶ ΛΘ. Εἰ δὲ τοῦτο, ἐστὶν ἁ ΒΓ τᾷ ΚΛ παράλληλος. Καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΔΘ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ ΔΓ, οὕτως ἁ ΚΝ ποτὶ τὰν ΝΛ. Ὥστε



ALITER HOC IDEM.

Sit triangulum ABΓ: ducaturque AΔ ad mediam BΓ. Dico in AΔ centrum gravitatis esse trianguli ABΓ.

Neque enim ita res habeat, sed sit, si fieri potest, punctum Θ: et jungantur AΘ, ΘB, ΘΓ, itemque EΔ, ZE ad medias BA, AΓ. Porro ducantur EK, ZΛ ipsi AΘ parallelæ: junganturque KΛ, ΛΔ, ΔK, ΔΘ, MN. Et quoniam simile est triangulum ABΓ triangulo ΔZΓ, (eo quod BA ipsi ZΔ est parallela;) ac trianguli ABΓ centrum est gravitatis punctum Θ; ideo etiam trianguli ZΔΓ centrum gravitatis est punctum Λ. Puncta enim Θ, Λ in utroque triangulo similiter posita sunt; quod quidem manifestum est. Eadem autem ratione trianguli EBΔ centrum gravitatis est punctum K. Quare magnitudinis, quæ ex utrisque triangulis EBΔ, ZΔΓ componitur, centrum gravitatis est in recta media KΛ; quoniam triangula EBΔ, ZΔΓ æqualia sunt: punctum autem ipsius KΛ medium est N. Ut enim BE ad EA, ita se habet BK ad ΘK: ut vero ΓZ ad ZA, ita ΓΛ ad ΛΘ. Quod cum ita sit, BΓ ipsi KΛ parallela est. Juncta autem fuit ΔΘ. Ut igitur BΔ ad ΔΓ, ita se habet KN ad NΛ. Quare magnitudinis,

[s] πρὸς ΕΝ. [t] βάσεις πρὸς ἄλλα. [u] πρὸς ΡΗ. [w] ἄρα deest. [x] τῶν μὲν παραλληλογράμμων. [y] ΑΛ. [z] ποτὶ ΘΚ ex MS.

quæ ex utrisque triangulis, quæ diximus, componitur, centrum gravitatis est punctum N. Est autem parallelogrammi A E Δ Z centrum gravitatis punctum M. Quare magnitudinis, quæ ex omnibus componitur, centrum gravitatis est in recta M N. Est autem trianguli A B Γ centrum gravitatis punctum Θ. Igitur M N producta transit per punctum Θ: quod fieri non potest. Non igitur non est centrum gravitatis trianguli A B Γ in recta A Δ. In eadem igitur est.

τᾶ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων τριγώνων συγκειμένε μεγέθεος κέντρον ἐςὶ τᾶ βάρεος τὸ N. Ἔςι δὲ καὶ τᾶ A E Δ Z παραλληλογράμμε κέντρον τᾶ βάρεος τὸ M σαμεῖον. Ὥςε τᾶ ἐκ πάντων συγκειμένε μεγέθεος τὸ κέντρον τᾶ βάρεός ἐςιν ἐπὶ τᾶς M N εὐθείας. Ἔςι δὲ καὶ τᾶ A B Γ κέντρον τᾶ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. Ἁ M N ἄρα ἐκβαλλομένα περαςεῖται διὰ τᾶ Θ σαμείε· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τᾶ βάρεος τᾶ A B Γ τριγώνε οὐκ ἔςιν ἐπὶ τᾶς A Δ εὐθείας. Ἔςιν ἄρα ἐπ' αὐτᾶς.

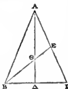
EUTOCIUS.

Puncta enim Θ, K, Λ similiter in triangulis posita sunt. Cum enim ΛΘ, E K, Z Λ parallelæ sint, angulos similiter secant. Præterea anguli Θ Γ Z, Θ B E iidem in omnibus triangulis sunt; et reliqui etiam K B Δ, Δ Γ Λ.

Ὁμοίως γὰρ ἐστὶ κείμενα τὰ Θ, K, Λ ἐν τοῖς τριγώνοις. Αἵ τε γὰρ ΛΘ, E K, Z Λ παράλληλοι οὖσαι ὁμοίως διαιρεῦσι τὰς γωνίας. Καὶ αἱ Θ Γ Z, Θ B E αἱ αὐταί εἰσι, ἐν πᾶσι τοῖς τριγώνοις· καὶ λοιπαὶ αἱ K B Δ, Δ Γ Λ.

PROP. XIV. Theor.

Cujuslibet trianguli centrum gravitatis est id punctum, in quo quæ ab angulis trianguli ad media latera rectæ ducuntur, invicem concurrunt.



Sit triangulum A B Γ: ducaturque A Δ quidem ad mediam B Γ; B E vero ad mediam A Γ. Est utique trianguli A B Γ centrum gravitatis in utraque A Δ, B E. Hoc enim demonstratum est. Quare punctum Θ (trianguli ejusdem) centrum gravitatis est.

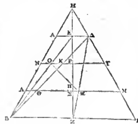
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Παντὸς τριγώνε κέντρον ἐςὶ τᾶ βάρεος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ συμπίπτοντι τᾶ τριγώνε αἱ ἐκ τῶν γωνιῶν ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι.

Ἔςω τρίγωνον τὸ A B Γ· καὶ ἄχθω ἁ μὲν A Δ ἐπὶ μέσαν τὰν B Γ· ἁ δὲ B E ἐπὶ μέσαν τὰν A Γ. Ἔςι δὴ τᾶ A B Γ τριγώνε κέντρον τᾶ βάρεος ἐφ' ἑκατέρας τᾶν A Δ, B E. Δέδεικται γὰρ τῦτο. Ὥςε τὸ Θ σαμεῖον κέντρον τᾶ βάρεός ἐςιν.

PROP. XV. Theor.

Cujuslibet trapezii habentis duo latera sibi invicem parallela centrum gravitatis est in recta, quæ parallela latera in duas æquas partes secta conjungit; ita divisa, ut quæ altera ejus pars terminum habet id punctum, in quo minus parallelorum laterum in duas æquas partes secatur, hæc ad partem alteram eam habeat rationem, quam utraque hæc; æqualis duplæ majoris, una cum minore, ad duplam minoris, una cum majore parallelorum laterum.



Sit trapezium A B Γ Δ habens latera A Δ, B Γ parallela: conjungatque E Z ipsa A Δ, B Γ secta in duas æquas partes. Ac trapezii quidem centrum gravitatis esse in E Z, manifestum est. Si enim rectas Γ Δ H, Z E H, B A H produxeris, constat eas in eodem puncto concurrere. Itaque trianguli H B Γ centrum gravitatis est in H Z. Est autem pariter trian-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Παντὸς τραπεζίε τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλως ἀλλάλαις, τὸ κέντρον ἐςὶ τᾶ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τῶν παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥςε τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἐχὸν τὰν διχοτομίαν τᾶς ἐλάσσονος τῶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἁ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς μείζονος μετὰ τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ἐλάσσονος μετὰ τᾶς μείζονος τῶν παραλλήλων.

Ἔςω τραπέζιον τὸ A B Γ Δ παραλλήλως ἔχον τὰς A Δ, B Γ· ἁ δὲ E Z ἐπιζευγνυέτω τὰς διχοτομίας τᾶν A Δ, B Γ. Ὅτι μὲν ἐπὶ τᾶς E Z ἐςὶ τὸ κέντρον τᾶ τραπεζίε, φανερόν. Ἐὰν γὰρ [a] ἐκβάλῃς τὰς Γ Δ H, Z E H, B A H, δῆλον ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαμεῖον ἔρχονται. Ἔςαι [b] τὸ τᾶ H B Γ τριγώνε τὸ κέντρον τᾶ βάρεος ἐπὶ τᾶς H Z. Καὶ

[a] ἐκβάλῃς τὰς Γ Δ, H Z, E K, B H.

[b] τὸ τᾶ H B.

ὁμοίως [c] τῶ ΑΗΔ τριγώνω κέντρον τῶ βάρεος ἐπὶ τᾶς [d] ΕΗ. Καὶ λοιπῶ ἄρα τῶ ΑΒΓΔ τραπεζίω κέντρον τῶ βάρεος ἐστὶ ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Ἐπιζεύχθω δὲ ἁ ΒΔ διῃρήσθω εἰς τρία ἴσα κατὰ τὰ Κ, Θ σαμεῖα· καὶ δι' αὐτῶν παρὰ ταν ΒΓ ἄχθωσαν αἱ ΑΘΜ, ΝΚΤ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ. Ἐσται δὴ τοῦ μὲν ΔΒΓ τριγώνω κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΘΜ· ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἁ ΘΒ τᾶς ΒΔ, καὶ διὰ τοῦ Θ σαμείω παράλληλος τᾷ βάσει [e] ἄκται ἁ ΜΘ. Ἐστι δὲ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΔΒΓ τριγώνω, καὶ ἐπὶ τᾶς ΔΖ. Ὥστε τὸ Ξ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εἰρημένω τριγώνω. [f] Διὰ ταῦτα δὲ καὶ τὸ Ο σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΔ τριγώνω. Τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒΔ, ΒΔΓ, τριγώνων συγκειμένω μεγέθεος, ὅπερ ἐστὶ [g] τραπέζιον, κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΟΞ εὐθείας. Ἐστι δὲ τῶ εἰρημένω [h] τραπεζίω κέντρον τῶ βάρεος καὶ ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίω κέντρον ἐστὶ τῶ βάρεος τὸ Π σαμεῖον. Ἔχει δὴ ὃν τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ λόγον, ὃν ἁ ΟΠ ποτὶ ΠΞ. Ἀλλ' ὡς τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον, οὕτως ἐστὶ ἁ ΒΓ ποτὶ ΑΔ· ὡς δὲ ἁ ΟΠ ποτὶ ΠΞ, οὕτως ἁ ΠΡ ποτὶ ΠΣ. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΒΓ ποτὶ ΑΔ, οὕτως ἁ ΡΠ ποτὶ ΠΣ. Ὥστε καὶ ὡς δύο αἱ ΒΓ μετὰ τᾶς ΑΔ, ποτὶ δύο τὰς ΑΔ, μετὰ τᾶς ΒΓ, οὕτως δύο αἱ ΡΠ μετὰ τᾶς ΠΣ, ποτὶ δύο τὰς ΠΣ, μετὰ τᾶς ΠΡ. Ἀλλὰ δύο μὲν αἱ ΡΠ, μετὰ τᾶς ΠΣ, συναμφότερός ἐστιν ἁ ΣΡΠ, [i] τουτέστιν ἁ ΠΕ. Δύο δὲ αἱ ΠΣ μετὰ τᾶς ΠΡ, συναμφότερός ἐστιν ἁ ΡΠΣ, τουτέστιν ἁ ΠΖ. Δέδεικται ἄρα τὰ προτεθέντα.

guli ΑΗΔ centrum gravitatis in ΕΗ. Igitur reliqui etiam trapezii ΑΒΓΔ centrum gravitatis erit in ΕΖ. Jungatur ΒΔ, eademque secta in tres æquas partes in punctis Κ, Θ; ducantur per hæc puncta ipsi ΒΓ parallelæ ΑΘΜ, ΝΚΤ; junganturque ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ. Itaque trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis erit in ΘΜ; quoniam ΘΒ tertia pars est ipsius ΒΔ, ductaque fuit per punctum Θ basi parallela ΜΘ. Est autem trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis etiam in ΔΖ. Quare punctum Ξ centrum gravitatis est ejus, quod diximus, trianguli. Est autem eadem ratione punctum Ο centrum gravitatis trianguli ΑΒΔ. Quare magnitudinis, quæ ex utrisque triangulis ΑΒΔ, ΒΔΓ componitur, quæ quidem trapezium est, centrum gravitatis est in recta ΟΞ. Est autem trapezii, quod diximus, centrum gravitatis etiam in ΕΖ. Quare trapezii ΑΒΓΔ centrum gravitatis est punctum Π. Itaque triangulum ΒΓΔ ad triangulum ΑΒΔ eam rationem habuerit, quam ΟΠ ad ΠΞ. Sed ut triangulum quidem ΒΔΓ ad triangulum ΑΒΔ, ita se habet ΒΓ ad ΑΔ: ut vero ΟΠ ad ΠΞ, ita ΠΡ ad ΠΣ. Igitur etiam ut ΒΓ ad ΑΔ, ita se habet ΡΠ ad ΠΣ. Quare etiam ut duæ ΒΓ, una cum ΑΔ, ad duas ΑΔ, una cum ΒΓ, ita se habent duæ ΡΠ, una cum ΠΣ, ad duas ΠΣ, una cum ΠΡ. Sed duæ quidem ΡΠ, una cum ΠΣ, utraque est ΣΡΠ, hoc est ΠΕ. Duæ vero ΠΣ, una cum ΠΡ, utraque est ΡΠΣ, hoc est ΠΖ. Demonstrata sunt igitur, quæ proponebantur.

E U T O C I U S.

Ἐὰν γὰρ ἐκβάλλῃς τὰς ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ, δῆλον ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον ἔρχονται. Ἐκβληθεισῶν γὰρ τῶν ΒΑΗ, ΖΕΗ, καὶ συμπιπτουσῶν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Η· καὶ ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη ἐν τῷ αὐτῷ πεσεῖται. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΑ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΑΕ, καὶ ἡ ΖΓ πρὸς ΕΔ· καὶ δηλαδὴ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΔ. Ἔσται δὲ τοῦ μὲν ΒΔΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς ΘΜ· ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἡ ΒΘ τῆς ΒΔ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ. Κέντρον ἄρα ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Η. Καὶ φανερὸν ὅτι πάντα τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις, καὶ ὅτι αἱ ἐπὶ τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν ἐπιζευγνύμεναι διὰ τοῦ Η ἔρχονται· ἵνα μὴ τοῦ αὐτοῦ πλείονα κέντρα ᾖ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι αἱ ΑΔ, ΒΔ, ΒΕ, ΕΓ, ΓΖ, ΖΑ ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ τρίγωνα, ὧν κορυφὴ τὸ Η σημεῖον, βάσεις δὲ αἱ εἰρημέναι

Si enim rectæ ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ produxeris, constat eas in eodem puncto concurrere. Productis enim ΒΑΗ, ΖΕΗ, iisdemque in puncto Η invicem concurrentibus, ipsa quoque ΓΔ si producatur, in eodem puncto concurret. Se habet utique ut ΒΗ ad ΗΑ, ita ΖΗ ad ΗΕ, et ΒΖ ad ΑΕ, et ΖΓ ad ΕΔ; et, quod consequitur, ΓΗ ad ΗΔ. Itaque trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis erit in ΘΜ; quoniam ΘΒ tertia pars est ipsius ΒΔ.

Sit triangulum ΑΒΓ: et jungantur ab ejus angulis ad puncta, quæ latera in duas æquas partes secant, ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ. Centrum igitur gravitatis trianguli ΑΒΓ est punctum Η. Porro manifestum est, omnia triangula æqualia invicem esse, rectasque, quæ ad puncta junguntur, latera in duas æquas partes secantia per punctum Η transire; ne plura ejusdem trianguli centra gravitatis sint. Quoniam vero rectæ ΑΔ, ΒΔ, ΒΕ, ΕΓ, ΓΖ, ΖΑ æquales invicem sunt, æqualia erunt et triangula, quorum vertex est punctum Η, et bases, quas

[c] τῶ ΑΝΔ. [d] ΕΝ. [e] ἄκται ex MS. [f] διὰ τα αὐτά. [g] τραπέζιον ex MS. [h] τραπεζίω ex MS.
[i] τουτέστιν deest.

diximus, rectæ. Quare triangulum AHB duplum est trianguli HBE; ideoque etiam AH dupla ipsius HE. Itaque si per punctum H ducatur ΘK ipsi BΓ parallela, dupla ipsius ΘB est AΘ. Hinc generaliter si unum trianguli latus ita secetur, ut quæ ejus pars ad verticem est dupla ejus sit, quæ est ad basim, et per id, quod sumptum fuerit, punctum recta ducatur basi parallela; erit utique in hac recta centrum gravitatis ipsius trianguli.

εὐθεῖαι. Ὥστε διπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΗΒ τρίγωνον τοῦ ΗΒΕ τριγώνου· ὥστε καὶ ἡ ΑΗ τῆς ΗΕ. Ἐὰν οὖν διὰ τοῦ Η παρὰ τὴν ΒΓ ἀγάγωμεν τὴν ΘΚ, διπλασία ἐστὶν ἡ ΑΘ τᾶς ΘΒ. Ὥστε καθόλου ἐὰν μία πλευρὰ τριγώνου τμαθῇ, ὥστε τὸ πρὸς τῷ κορυφῷ μέρος διπλάσιον εἶμεν τοῦ πρὸς τῷ βάσει, καὶ διὰ τοῦ λαφθέντος σημείου παράλληλος ἀχθῇ τῷ βάσει· ἐπὶ τᾶς ἀχθείσας ἐσσεῖται τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ τριγώνου.

ΑΡΧΙ-

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS

QUADRATURA PARABOLES.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

ΑΚΟΥΣΑΣ Κόνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν ἔτι λοιπὸς ἡμῶν ἐν φίλοις, τὶν δὲ Κόνωνος γνώριμον γεγενῆσθαι, καὶ γεωμετρίας οἰκεῖον* εἶμεν, τοῦ μὲν τετελευτηκότος ἕνεκεν ἐλυπήθημεν, ὡς καὶ φίλου τοῦ ἀνδρὸς γεναμένου, καὶ ἐν τοῖς μαθήμασι θαυμαστοῦ τινός. Ἐπροχειριξάμεθα δὲ ἀποστεῖλαι τοὶ γράψαντες, ὡς Κόνωνι γράφειν εἰωθότες ἦμεν, γεωμετρικῶν θεωρημάτων, ὃ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νῦν δὲ ὑφ᾽ ἡμῶν τεθεώρηται· πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθὲν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπιδειχθέν. Τῶν μὲν πρότερον περὶ γεωμετρίαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησαν τινὲς γράφειν, ὡς δυνατὸν ἐὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι, καὶ κύκλου τμάματι τῷ δοθέντι χωρίον εὑρεῖν εὐθύγραμμον ἴσον. Καὶ μετὰ ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ὅλου τοῦ κώνου τομᾶς καὶ εὐθείας τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο, λαμβάνοντες οὐκ εὐπαραχώρητα λήμματα· διόπερ αὐτοὶ ὑπὸ τῶν πλείστων οὐκ εὑρισκόμενοι ταῦτα κατεγνώσθεν. Τὸ δὲ ὑπ᾽ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τμᾶμα περιεχόμενον οὐδένα τῶν πρότερον ἐγχειρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπιστάμεθα· ὃ δὴ νῦν ὑφ᾽ ἡμῶν εὕρηται. Δείκνυται γὰρ ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν, καὶ

* εἶναι.

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

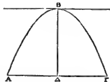
CUM audissem Cononem decessisse, qui amicorum unus adhuc mihi supererat, teque eo familiariter usum, peritumque esse Geometriæ, dolui sane morte viri amici, et in mathematicis disciplinis plane admirabilis. Ad te autem mittere constitui, ut ad illum antea mittere consueveram, unum ex Geometricis theorematibus, quod nemo adhuc eum attigerit, nunc ego demum contemplatus sum: mechanicis illud quidem primum rationibus inventum, deinde vero etiam geometricis demonstratum. Eorum sane, qui ante nos geometriam excoluerunt, quidam tradere aggressi sunt, qui fieri possit, ut dato sive circulo, sive circuli segmento æquale rectilineum spatium inveniatur. Deinde vero spatium quadrare conati sunt, quod sub totius coni sectione, rectaque linea continetur, sumentes sibi lemmata non facile concedenda: quapropter illi a plurimis, ut qui hæc minime assecuti essent, reprehensi sunt. Nemo autem adhuc repertus, quod ego sciam, qui segmentum quadrare conatus sit, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur; quod nunc quidem confectum a nobis est. Etenim demonstratur, quodlibet segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, sesquitertium esse trianguli, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque

altitudinem; sumpto ad id demonstrandum hoc lemmate: inæqualium spatiorum id quo majus excedit minus, sibimetipsi aliquoties additum fieri posse, ut propositum quodlibet, definitumque spatium excedat. Usi autem sunt eodem hoc lemmate etiam geometræ, qui ante nos floruerunt. Quippe demonstraturi circulos duplam suarum diametrorum inter se invicem rationem habere; sphæras autem triplam: amplius vero, quamlibet pyramidem partem esse tertiam prismatis, quod eamdem ac pyramis basim habeat, eamdemque altitudinem; itemque quemlibet conum partem esse tertiam cylindri, qui eamdem ac conus basim habeat, et altitudinem eamdem; hæc, inquam, omnia demonstraturi proposito lemmati innisi sunt. Contigit autem, ut unicuique horum, quæ diximus, theorematum non minor quam iis, quæ sine hoc lemmate demonstrata sunt, fides adhibita sit; pari fide nuper iis, quæ a nobis edita sunt, conciliata. Itaque cum ejus theorematis demonstrationes conscripserim, eas ad te mitto: ac primum quidem, quomodo mechanicis illud rationibus inventum sit; deinde vero quomodo etiam geometricis demonstratum. Præmittuntur autem et Conica Elementa, quæ ad illud demonstrandum sunt necessaria. Vale.

ὕψος ἴσον τῷ τμάματι· λαμβανομένω τῶδε τῶ λήμματος ἐς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶ, τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχὰν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τῶ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶμεν αὐτὰν συντιθεμέναν παντὸς [b] ὑπερέχειν τῶ προτεθέντος πεπερασμένω χωρίω. Κέχρηνται δὲ καὶ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι. Τούς τε γὰρ κύκλως διπλασίονα λόγον ἔχειν [c] ποτὶ ἀλλάλως τᾶν διαμέτρων ἀποδεδείχασιν αὐτῷ τῷ λήμματι χρώμενοι· καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτὶ [d] ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων· ἔτι δὲ καὶ πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τῶ πρίσματος τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τᾷ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ δὴ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τῶ κυλίνδρω τῶ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον· ὁμοίως τῷ προκειμένῳ λήμματι λαμβάνοντες ἔγγραφον. Συμβαίνει δὲ τῶν προειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον [e] τῶν ἄνευ τούτω λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι· ἀρτὶ δὲ ἐς τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτων ἀναγομένων τῶν [f] ὑφ' ἡμῶν ἐκδιδομένων. Ἀναγράψαντες οὖν αὐτῶ τὰς ἀποδείξιας, ἀποστέλλομεν πρῶτον μὲν, ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη· μετὰ ταῦτα δὲ καὶ ὡς διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀποδείκνυται. Προγράφεται δὲ καὶ Στοιχεῖα Κωνικὰ χρείαν ἔχοντα ἐς τὰν ἀπόδειξιν. Ἔρρωσο.

PROP. I. Theor.

Si rectanguli coni sectio sit ΑΒΓ, et sit recta quidem ΒΔ diametro parallela, vel ipsa diameter, recta vero ΑΔΓ parallela rectæ illi, quæ coni sectionem in puncto Β contingit: erunt rectæ ΑΔ, ΔΓ sibi invicem æquales. Quod si ΑΔ ipsi ΔΓ æqualis sit, parallela erit ΑΓ rectæ illi, quæ coni sectionem in puncto Β contingit.

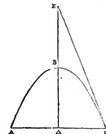


ΠΡΟΤ. α΄.

Αἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου [g] τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἡ δὲ ἁ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ [h] ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τῶ κώνου [i] τομᾶς κατὰ τὸ Β· ἐσσοῦνται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι. Κ' ἂν ἴσα ᾖ ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ, παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅ τε ΑΓ, καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τῶ κώνου τομᾶς.

PROP. II. Theor.

Si rectanguli coni sectio sit ΑΒΓ, et sit recta quidem ΒΔ diametro parallela, vel ipsa diameter, recta vero ΑΔΓ parallela rectæ illi, quæ coni sectionem in puncto Β contingit, contingatque recta ΓΕ coni sectionem in puncto Γ: erunt rectæ ΔΒ, ΒΕ sibi invicem æquales.



ΠΡΟΤ. β΄.

Αἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἡ δὲ ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τῶ κώνου τομᾶς, καὶ ἁ ΓΕ τᾶς τῶ κώνου τομᾶς ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ Γ· ἐσσοῦνται αἱ ΔΒ, ΒΕ ἴσαι.

[b] ὑπερέχειν. [c] ποτὶ ἀλλάλως ex MS. [d] ἀλλάλας ex MS. [e] τῶν ἄνευ ex MS. [f] ὑπάμων.
[g] τομὰ ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓ, ἁ δὲ ΒΔ. [h] ΑΓ. [i] τομᾶς, ἴσα ἄρα ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ καὶ ἴσα ἁ ΑΔ, παράλληλοι ἐσσοῦνται αὕτα ΑΓ καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ′.

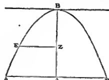
Αἴκα ᾖ ὀρθογωνίε κώνε τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἁ δὲ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ ἁ διάμετρος, κὴ ἀχθῶσι τινὲς αἱ ΑΔ,[k] ΕΖ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύσαν τᾶς τῶ κώνε τομᾶς· ἐσσεῖται ὡς ἁ ΒΔ [l] μάκει ποτὶ τὰν ΒΖ, [m] οὕτως δυνάμει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.

Ἀποδέδεικται δὴ ταῦτα ἐν τοῖς Κωνικοῖς Στοιχείοις.

PROP. III. Theor.

Si rectanguli coni sectio sit ΑΒΓ, et sit recta ΒΔ diametro parallela, vel ipsa diameter, ducanturque rectæ quædam ΑΔ, ΕΖ rectæ illi parallelæ, quæ coni sectionem in puncto Β contingit: ut ΒΔ ad ΒΖ longitudine, ita se habebit ΑΔ ad ΕΖ potestate.

Hæc autem in Conicis Elementis demonstrata sunt.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ′.

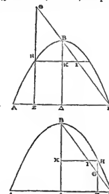
Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, κὴ ὀρθογωνίου κώνε τομᾶς τὸ ΑΒΓ. Ἁ δὲ ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθω, ἢ αὐτὰ διάμετρος ἔστω, καὶ ἁ ΒΓ εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. Εἰ δὴ καταχθείη τὶς ἄλλα ἁ ΖΘ παρὰ τὰν ΒΔ, τέμνοισα ἑκατέρας τὰν ΑΓ καὶ ΓΒ· εὐθεῖα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ.

Ἄχθω γὰρ [n] διὰ τοῦ Η παρὰ τὰν ΑΓ ἁ ΚΗ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΚ μάκει, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ τὰν ΚΗ δυνάμει. Ἀποδέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐσσεῖται ἄρα ὡς ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΙ μάκει, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ τὰν ΔΖ δυνάμει· ἴσαι γάρ ἐντι αἱ ΔΖ, ΚΗ· καὶ διὰ τοῦτο, ὡς α ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΙ μάκει, [o] οὕτως ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει. Ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν αἱ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ εὐθεῖαι. Ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ, ὃν ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΙ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΖ, οὕτως ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. [p] Τᾷ δὲ ΔΓ ἴσα ἐστὶν ἁ ΔΑ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ, ὃν ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ.

PROP. IV. Theor.

Sit segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, ΑΒΓ. Ducatur autem a media ΑΓ recta ΒΔ diametro parallela, vel ipsa diameter; junctaque recta ΒΓ producatur. Quod si recta quædam alia ducatur ΖΘ ipsi ΒΔ parallela, quæ rectam utramque ΑΓ et ΓΒ secet: eamdem habebit rationem ΖΘ ad ΘΗ, quam ΔΑ ad ΔΖ.

Ducatur enim per punctum Η, ΚΗ ipsi ΑΓ parallela. Ut igitur ΒΔ ad ΒΚ longitudine, ita se habet ΔΓ ad ΚΗ potestate. Hoc enim demonstratum est. Ut igitur ΒΓ ad ΒΙ longitudine, ita ΔΓ ad ΔΖ potestate: æquales sunt enim ΔΖ, ΚΗ: ideoque, ut longitudine ΒΓ ad ΒΙ, ita potestate ΒΓ ad ΒΘ. Proportionales igitur sunt rectæ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ. Quare eamdem habet rationem ΒΓ ad ΒΘ, quam ΓΘ ad ΘΙ. Ut igitur ΓΔ ad ΔΖ, ita se habet ΘΖ ad ΘΗ. Æqualis est autem ΔΑ ipsi ΔΓ. Constat igitur eamdem habere rationem ΔΑ ad ΔΖ, quam ΖΘ ad ΘΗ.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε′.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, κὴ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ· καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ Α παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΖΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἁ ΓΖ. Εἰ δή τις ἀχθείη ἐν τῷ ΖΑΓ τριγώνῳ παρὰ τὰν ΑΖ, τὸν αὐτὸν λόγον ἁ ἀχθεῖσα τετμήσεται

PROP. V. Theor.

Sit segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, ΑΒΓ: et ducatur a puncto Α diametro parallela recta ΖΑ, et a puncto Γ recta ΓΖ, quæ coni sectionem in puncto Γ contingat. Quod si recta quædam ducatur in triangulo ΖΑΓ ipsi ΑΖ parallela, quæ ducta est recta a rectanguli coni sectione, recta

[k] ΕΖ ἐπιψαύουσαι τᾶς τῶ. [l] μάκει deest. [m] οὕτως deest. [n] διὰ τοῦ Ι. [o] οὕτως ἁ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ γραμμαί· ὥς τε. [p] In hoc loco in MS. pauca desunt.

vero AΓ ab ea, quæ ducta est, secundum eamdem rationem secabitur: quod autem segmentum ipsius AΓ ad punctum A est, id segmento ductæ rectæ, quod item est ad punctum A, proportione respondebit.

Ducatur enim recta quædam ΔE ipsi AZ parallela; et primo secet ipsam AΓ in duas æquas partes. Quoniam igitur rectanguli coni sectio est ABΓ, ductaque est BΔ diametro parallela, æqualesque AΔ, ΔΓ sibi invicem sunt; parallela erit AΓ rectæ illi, quæ rectanguli coni sectionem in puncto B contingit. Rursus quoniam ΔE parallela est diametro, ductaque est a puncto Γ ΓE, quæ rectanguli coni sectionem in puncto Γ contingit, ipsa autem ΔΓ rectæ illi parallela est quæ sectionem eamdem contingit in puncto B; æqualis est EB ipsi BΔ. Quare eamdem habet rationem AΔ ad ΔΓ, quam ΔB ad BE. Si quidem igitur quæ ducta est recta ipsam AΓ in duas æquas partes secuerit, demonstratum est quod proponebatur. Sin minus, ducatur recta quædam alia KΛ ipsi AZ parallela. Oportet demonstrare, eamdem habere rationem AK ad KΓ, quam KΘ ad ΘΛ. Quoniam enim æqualis est BE ipsi BΔ, æqualis est etiam IΛ ipsi KI. Eamdem igitur rationem habet KΛ ad KI, quam AΓ ad ΔA. Habet autem etiam KI ad ΘK eamdem rationem, quam ΔA ad AK. Hoc enim in superiore propositione demonstratum est. Habet igitur eamdem rationem KΘ ad KΛ, quam AK ad AΓ. Quare eamdem rationem habet KΘ ad ΘΛ, quam AK ad KΓ. Demonstratum igitur est, quod proponebatur.

ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἁ AΓ ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας· ὁμόλογον δὲ ἐσσεῖται τὸ τμᾶμα τᾶς AΓ ποτὶ τὸ A, τῷ τμάματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τῷ A.

Ἄχθω γάρ τις ἁ ΔE [a] παρὰ τὰν AZ· καὶ τεμνέτω πρῶτον ἁ ΔE τὰν AΓ δίχα. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ABΓ, καὶ ἀγμένα ἁ BΔ παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ δὲ AΔ, ΔΓ ἴσαι· ἐσσεῖται τᾷ AΓ παράλληλος ἁ κατὰ τὸ B ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Πάλιν ἐπεὶ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν ἁ ΔE, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἁ ΓE ἄκται ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἁ δὲ ΔΓ παράλληλος τᾷ κατὰ τὸ B ἐπιψαυούσᾳ· ἴσα ἐστὶν ἁ EB τᾷ BΔ. Ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ AΔ ποτὶ τὰν ΔΓ, ὃν ἁ ΔB ποτὶ τὰν BE. Εἰ μὲν οὖν δίχα τέμνει ἁ ἀχθεῖσα τὰν AΓ, δέδεικται. Εἰ δὲ μὴ, ἄχθω τις ἄλλα ἁ KΛ παρὰ τὰν AZ. Δεικτέον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ AK ποτὶ τὰν KΓ, ὃν ἁ KΘ ποτὶ τὰν ΘΛ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐστὶν ἁ BE τᾷ BΔ, ἴσα ἐστὶ καὶ ἁ IΛ τᾷ KI. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἁ KΛ ποτὶ τὰν KI, ὃν ἁ AΓ ποτὶ τὰν ΔA. Ἔχει δὲ καὶ ἁ KI ποτὶ τὰν ΘK τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔA ποτὶ τὰν AK. Δέδεικται γὰρ ἐν τῷ πρότερον. Ὡς ἄρα ἁ KΘ ποτὶ τὰν KΛ, οὕτως ἁ AK ποτὶ τὰν AΓ. Ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἁ KΘ ποτὶ τὰν ΘΛ, ὃν ἁ AK ποτὶ τὰν KΓ. Δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν.

PROP. VI. Theor.

Intelligatur autem hoc, quod contemplandum proponitur, subjici oculis in plano ad finitorem recto: deinde ea, quæ sunt ad easdem partes, ac punctum Δ, deorsum esse; et quæ ad contrarias, sursum. Triangulum autem BΔΓ sit rectangulum, habens angulum, quod ad punctum B est, rectum, et latus BΓ dimidiæ stateræ æquale; utique si AB æqualis fuerit ipsi BΓ. Suspendatur porro hoc triangulum a punctis B, Γ: suspendaturque spa-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛʹ.

Νοείσθω δὲ τὸ, ὅτι ἐστὶ τὸ ἐν τᾷ θεωρίᾳ προκείμενον, ὁρώμενον ἐπὶ ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα καὶ τᾶς AB γραμμᾶς· ἔπειτα τὰ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ κάτω νοείσθω· τὰ δ' ἐπὶ θάτερα, ἄνω. Τὸ δ' BΔΓ τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τὸ B γωνίαν, καὶ τὰν BΓ πλευρὰν ἴσαν τᾷ ἡμισείᾳ τῶ ζυγῶ δῆλον ὅτι ἴσας οὔσας τᾶς AB τᾷ BΓ. Κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν B, Γ σαμείων· κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ

[a] ποτὶ τὰν AZ.

Ζ ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Α· καὶ ἰσοῤῥοπείτω τὸ Ζ χωρίον κατὰ τὸ Α κρεμάμενον τῷ ΒΔΓ τριγώνῳ, οὕτως * ἐόντι ὡς νῦν κεῖται. Φαμὶ δὴ τὸ Ζ χωρίον τοῦ ΒΔΓ τριγώνου μέρος τρίτον εἶμεν.

Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται ἰσοῤῥόπων [1] ὁ ζυγὸς, ἐσσεῖται ἁ ΑΓ γραμμὰ παρὰ τὸν ὁρίζοντα· αἱ δὲ ποτ' ὀρθὰς ἀγόμεναι τᾷ ΑΓ ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, [2] καθέτοι ἐσσοῦνται ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. Τετμάσθω δὴ ἁ ΒΓ γραμμὰ κατὰ τὸ Ε οὕτως, ὥστε [3] διπλασίονα εἶμεν τὰν ΓΕ τᾶς ΕΒ· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΔΒ ἁ ΚΕ· καὶ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ. Τοῦ δὴ ΒΔΓ τριγώνου κέντρον βάρεος ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Αἴκα οὖν τοῦ ΒΔΓ τριγώνου, ἁ μὲν κατὰ τὰ Β, Γ κρέμασις λυθείη, κατὰ δὲ τὸ Ε κρεμάσθῃ †, μενεῖ τὸ τρίγωνον, ὡς νῦν ἔχει. Ἕκαστον γὰρ τῶν κρεμαμένων ἐξ οὗ σαμείου κατασταθὲν, μένει· ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τοῦτο σαμεῖον τοῦ κρεμαστοῦ, καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένου. Δέδεικται οὖν καὶ τοῦτο. Ἐπεὶ οὖν τὰν αὐτὰν ἔχει κατάστασιν τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ποτὶ τὸν ζυγὸν, ἰσοῤῥοπήσει ὁμοίως τὸ Ζ χωρίον. Ἐπεὶ δὲ ἰσοῤῥοπέοντι τὸ μὲν Ζ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α, τὸ δὲ ΒΔΓ κατὰ τὸ Ε, δῆλον ὡς ἀντιπέπονθε τοῖς μάκεσι· καί ἐστιν ὡς ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. Τριπλασία δὲ ἁ ΑΒ τᾶς ΒΕ. Καὶ τὸ ΒΔΓ ἄρα τρίγωνον τριπλάσιόν ἐστι τοῦ Ζ χωρίου.

Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αἴκα τριπλάσιον ᾖ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ Ζ χωρίου, ὁμοίως ἰσοῤῥοπήσει.

tium aliud Z ex altera ftateræ parte a puncto A; ita ut fpatium Z fufpenfum a puncto A libretur ad triangulum BΔΓ ita fe habens, ut nunc ponitur. Dico fpatium Z partem effe tertiam trianguli BΔΓ.

Quoniam enim pofita eft ftatera librari, erit recta linea AΓ finitori parallela: quæ autem rectæ normales ducuntur ad AΓ in plano ad finitorem recto, he ad finitorem ipfum normales erunt. Itaque fecetur recta linea BΓ in puncto E, ita ut ΓE dupla fit ipfius EB: ducaturque KE ipfi BΔ parallela; eademque fecetur in duas æquas partes in puncto Θ. Erit utique punctum Θ centrum gravitatis trianguli BΔΓ. Hoc enim in mechanicis demonftratum eft. Itaque fi triangulum, quod quidem a punctis B, Γ fufpenditur, folutum ab his a puncto E fufpendatur, manebit, ut nunc habet. Eorum enim, quæ fufpenduntur, a quo puncto fufpenduntur, ita ab eo unumquodque manet, ut centrum gravitatis ejus, quod fufpenditur; et punctum id, a quo fufpenditur, in normali recta linea fit. Hoc enim quoque demonftratum eft. Et Quoniam igitur triangulum BΓΔ eodem modo ad ftateram conftituitur, fpatium Z pariter libratur. Et quoniam fpatium Z, et triangulum BΔΓ librantur, alterum quidem fufpenfum a puncto A, alterum vero a puncto E; conftat eadem, et longitudines reciprocari: atque ut AB ad BE, ita fe habere triangulum BΔΓ ad fpatium Z. Tripla eft autem AB ipfius BE. Triplum eft igitur etiam triangulum BΔΓ fpatii Z.

Manifeftum præterea eft, fi triplum fit triangulum BΔΓ fpatii Z, eadem pariter librari.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Ἔστω πάλιν ζυγὸς ἁ ΑΓ γραμμὰ, μέσον δὲ αὐτᾶς ἔστω τὸ Β· καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β τὸ ΓΔΗ τρίγωνον. Τὸ δὴ ΓΔΗ ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον, βάσιν ἔχον τὰν ΔΗ, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν οὖσαν τῷ ἡμίσει τοῦ ζυγοῦ. Καὶ κρεμάσθω τὸ ΔΓΗ τρίγωνον ἐκ τῶν Β, Γ σαμείων· τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ Α ἰσοῤῥοπὲς ἔστω τῷ ΓΔΗ τριγώνῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται τὸ Ζ χωρίον τρίτον μέρος τοῦ ΓΔΗ τριγώνου.

Κρεμάσθω γάρ τι καὶ ἄλλο χωρίον ἐκ τοῦ Α, τρίτον μέρος ἐὸν τοῦ ΒΓΗ τριγώνου. Ἰσοῤῥοπήσει δὲ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τῷ ΖΛ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΒΓΗ τρί-

PROP. VII. Theor.

Sit rurfus recta linea AΓ ftatera, cujus medium punctum B: et fufpendatur a puncto B triangulum ΓΔH. Triangulum autem ΓΔH fit obtufiangulum, bafim habens rectam ΔH, et altitudinem rectam dimidiæ ftateræ æqualem. Sufpendatur porro triangulum ΔΓH a punctis B, Γ: fpatiumque Z a puncto A fufpenfum libretur ad triangulum ΓΔH, ita fe habens, ut nunc ponitur. Pariter demonftrabitur fpatium Z partem effe tertiam trianguli ΓΔH.

Sufpendatur enim fpatium quoddam aliud a puncto A, quod quidem tertia pars fit trianguli BΓH. Librabitur utique triangulum BΔΓ ad fpatium ZΛ. Quoniam igitur librantur triangulum

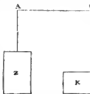
[1] ὁ ζυγὸς Β Κ Κ Α. [2] καθέτους. [3] διπλάσιον αἰεὶ μὲν τὰν.

* Forte ἔχοντι † Sive κρεμασθῇ.

quidem BΓH ad ſpatium A; triangulum vero BΓΔ ad ſpatium ZA; et tertia pars eſt ſpatium ZA trianguli BΓΔ; conſtat triangulum ΓΔH ſpatii Z triplum eſſe.

PROP. VIII. Theor.

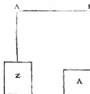
Sit ſtatera AΓ, cujus medium punctum B. Suſpendatur autem a puncto B triangulum rectangulum ΓΔE, habens angulum, qui ad punctum E eſt, rectum; ſuſpendatur, inquam, a ſtateræ punctis Γ, E: ſuſpendaturque a puncto A ſpatium Z, ita ut libretur ad triangulum ΓΔE ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat triangulum ΓΔE ad ſpatium K. Dico ſpatium Z triangulo quidem ΓΔE minus eſſe, ſpatio vero K majus.



Sumatur enim centrum gravitatis trianguli ΔEΓ, quod quidem ſit punctum Θ: ducaturque ΘH ipſi ΔE parallela. Quoniam igitur libratur triangulum ΓΔE ad ſpatium Z, eamdem habet rationem triangulum ΓΔE ad ſpatium Z, quam AB ad BH. Quare minus eſt ſpatium Z triangulo ΓΔE. Et quoniam triangulum ΓΔE ad ſpatium quidem Z eam habet rationem, quam BA ad BH; ad ſpatium vero K habet eam, quam BA ad BE; conſtat triangulum ΓΔE majorem rationem habere ad ſpatium K, quam ad ſpatium Z. Quare majus eſt ſpatium Z ſpatio K.

PROP. IX. Theor.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B. Triangulum autem ΓΔK ſit obtuſangulum baſim habens ΔK, et altitudinem EΓ. Suſpendatur autem hoc triangulum a ſtateræ punctis Γ, E. Suſpendaturque a puncto A ſpatium Z, ita ut libretur ad triangulum ΔΓK ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat triangulum ΓΔK ad ſpatium Λ. Dico ſpatium Z ſpatio quidem Λ majus eſſe, triangulo vero ΔΓK minus.



Demonſtrabitur pariter ac ſuperior propoſitio.

γωνον ἰσοῤῥοπεῖ τῷ Α· τὸ δὲ ΒΓΔ τῷ ΖΑ· καὶ τρίτον ἐςὶ τῦ ΒΓΔ τὸ * ΖΑ· Φανερὸν ὅτι καὶ τὸ ΓΔΗ τρίγωνον τριπλάσιον τῦ Ζ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ἔςω ζυγὸς ὁ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτῦ τὸ Β. Καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τὸ Ε γωνίαν· καὶ κρεμάσθω ἐκ τῦ ζυγῦ κατὰ τὰ Γ, Ε· τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α· καὶ ἰσοῤῥοπεέτω τῷ ΓΔΕ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ Ζ χωρίον τῦ μὲν ΓΔΕ τριγώνυ ἔλασσον εἶμεν, τῦ δὲ Κ μεῖζον.

Λελάφθω γὰρ τῦ ΔΕΓ τριγώνυ τὸ κέντρον τῦ βάρεος, καὶ ἔςω τὸ Θ· καὶ ἁ ΘΗ ἄχθω παρὰ τὰν ΔΕ. Ἐπεὶ ὖν ἰσοῤῥοπεῖ τὸ ΓΔΕ τρίγωνον τῷ Ζ χωρίῳ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ΓΔΕ χωρίον ποτὶ τὸ Ζ, ὃν ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ. Ὥςε ἔλασσόν ἐςι τὸ Ζ τῦ ΓΔΕ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ μὲν τὸ Ζ τῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΗ· ποτὶ δὲ τὸ Κ, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ· δῆλον ὡς μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ, ἢ ποτὶ τὸ Ζ. Ὥςε μεῖζόν ἐςι τὸ Ζ τῦ Κ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

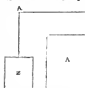
Ἔςω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζυγίον, μέσον δὲ αὐτῦ τὸ Β. Τὸ δὲ ΓΔΚ τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὰν ΔΚ, ὕψος δὲ τὰν ΕΓ. Καὶ κρεμάσθω ἐκ τῦ ζυγῦ κατὰ τὰ Γ, Ε. Τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσοῤῥοπέετω τῷ ΔΓΚ τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔΚ τρίγωνον ποτὶ τὸ Λ. Φαμὶ δὴ τὸ Ζ τῦ μὲν Λ μεῖζον εἶμεν, τῦ δὲ ΔΓΛ ἔλασσον.

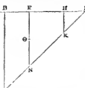
Δειχθήσεται ὁμοίως τῷ πρότερον.

* τὸ ΖΑ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι΄.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΒΓ ζυγίον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β· τὸ δὲ ΒΔΗΚ τραπέζιον, τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Β, Η σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΚΔ πλευρὰν ἐπὶ τὸ Γ νεύουσαν. Καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΒΔΚΗ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ χωρίον. Κεκρεμάσθω δὲ τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τῶν Β, Η σαμείων· κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ Ζ χωρίον κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπεέτω τῷ ΒΔΚΗ τραπεζίῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ Λ.





Τετμάσθω γὰρ ἁ ΑΓ κατὰ τὸ Ε οὕτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον ἁ διπλασία τᾶς ΔΒ, καὶ ἁ ΚΗ ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ΚΗ, καὶ τᾶς ΒΔ, τοῦτον [*] ἔχειν τὰν ΒΗ ποτὶ τὰν ΒΕ· καὶ διὰ τοῦ Ε παρὰ τὰν ΒΔ ἀχθεῖσα ἁ ΕΝ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ. Τοῦ δὴ ΒΔΗΚ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Ἢν οὖν τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον κατὰ μὲν τὸ Ε κρεμασθῇ, ἀπὸ δὲ τῶν Β, Η σαμείων λυθείη, μένει τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν, διὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ ἰσορροπησει τῷ Ζ χωρίῳ. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον κατὰ τὸ Ε κρεμάμενον, τῷ Ζ χωρίῳ κατὰ τὸ Α κρεμαμένῳ, ἐσσεῖται ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ, [k] ἤπερ ποτὶ τὸ Α· ἐπεὶ καὶ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ποτὶ τὰν ΒΗ. Ὥστε ἔλασσον ἐστι τὸ Ζ τοῦ Λ.

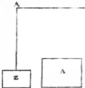
PROP. X. Theor.

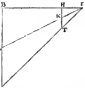
Sit rurſus ſtatera ΑΒΓ, cujus medium punctum Β: et trapezium ΒΔΗΚ habens angulos, qui ad puncta Β, Η ſunt, rectos, et latus ΚΔ vergens ad punctum Γ. Quam autem rationem habet ΒΑ ad ΒΗ, hanc habeat trapezium ΒΔΚΗ ad ſpatium Λ. Suſpendatur porro trapezium ΒΔΗΚ a ſtateræ punctis Β, Η: ſuſpendaturque etiam ſpatium Ζ a puncto Α, ita ut libretur ad trapezium ΒΔΚΗ ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Ζ minus eſſe ſpatio Λ.

Secetur enim ΑΓ in puncto Ε, ita ut rationem habet dupla ipſius ΔΒ, una cum ΚΗ, ad duplam ipſius ΚΗ, una cum ΒΔ, hanc habeat ΕΗ ad ΒΕ: ductaque per punctum Ε ΕΝ ipſi ΒΔ parallela ſecetur in puncto Θ in duas æquas partes. Trapezii igitur ΒΔΗΚ centrum gravitatis eſt punctum Θ. Hoc enim in mechanicis demonſtratum eſt. Itaque ſi trapezium ΒΔΗΚ ſuſpendatur a puncto Ε, ſolvaturque a punctis Β, Η; eadem ratione, qua ſupra, ſimiliter conſtitutum manebit, et librabitur ad ſpatium Ζ. Quoniam igitur libratur trapezium ΒΔΗΚ a puncto Ε ſuſpenſum ad ſpatium Ζ ſuſpenſum a puncto Α; ut ΒΑ ad ΒΕ, ita ſe habebit trapezium ΒΔΗΚ ad ſpatium Ζ. Majorem igitur rationem habet trapezium ΒΔΗΚ ad ſpatium Ζ, quam ad ſpatium Λ; quoniam etiam ΑΒ ad ΒΕ majorem habet rationem, quam ad ΒΗ. Quare ſpatium Ζ minus erit ſpatiu Λ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια΄.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζυγίον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β· τὸ δὲ ΚΔΤΡ τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ΚΔ, ΤΡ πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ Γ νευούσας, τὰς δὲ ΔΡ, ΚΤ καθέτους ἐπὶ τὰν ΒΓ· καὶ ἁ ΔΡ ἐπὶ τὸ Β πιπτέτω. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΤΡ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ. Τὸ δὲ ΔΚΤΡ τραπέζιον κεκρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Η, καὶ τὸ Ζ κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπεέτω τὸ Ζ τῷ ΔΚΡΤ τραπεζίῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν





PROP. XI. Theor.

Sit rurſus ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Β: et trapezium ΚΔΤΡ habens latera quidem ΚΔ, ΤΡ vergentia ad punctum Γ, latera vero ΔΡ, ΚΤ normalia ad ΒΓ: atque incidat ΔΡ in punctum Β. Quam autem rationem habet ΑΒ ad ΒΗ, hanc habeat trapezium ΔΚΤΡ ad ſpatium Λ. Suſpendatur porro trapezium ΔΚΤΡ a ſtateræ punctis Β, Η; et ſpatium Ζ a puncto Α, ita ut ſpatium Ζ libretur ad trapezium ΔΚΤΡ ita ſe habens, ut nunc

[*] τοῦτον ὂν ἔχῃ.

[k] ἤπερ ποτὶ τὰν ΒΗ.

ponitur. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ſpatium Z minus eſſe ſpatio A.

PROP. XII. Theor.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B: et trapezium ΔEKH habens angulos, qui ad puncta E, H ſunt, rectos; et latera KΔ, EH vergentia ad punctum Γ. Quam autem rationem habet AB ad BH, hanc habeat trapezium ΔKEH ad ſpatium M: quamque habet AB ad BE, hanc habeat trapezium ΔKEH ad ſpatium A. Suſpendatur porro trapezium ΔKEH a ſtateræ punctis E, H: ſuſpendaturque ſpatium Z a puncto A, ita ut libretur ad trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Z ſpatio quidem A majus eſſe, ſpatio vero M minus.

Sumatur enim centrum gravitatis trapezii ΔKEH; quod quidem ſit Θ. Sumetur autem pariter ac ſupra: ducaturque ΘI ipſi ΔE parallela. Itaque ſi trapezium ΔKEH ſuſpendatur a ſtateræ puncto I, ſolvaturque a punctis E, H; eadem ratione, qua ſupra, ſimiliter conſtitutum manebit, et librabitur ad ſpatium Z. Quoniam igitur libratur trapezium ΔKEH a puncto I ſuſpenſum ad ſpatium Z ſuſpenſum a puncto A; eamdem habebit rationem trapezium ad ſpatium Z, quam AB ad BI. Conſtat igitur trapezium ΔKEH ad ſpatium quidem A majorem habere rationem, quam ad ſpatium Z: ad ſpatium vero M minorem, quam ad ſpatium Z. Quare ſpatium Z ſpatio quidem A majus eſt, ſpatio vero M minus.

PROP. XIII. Theor.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B: et trapezium KΔTP habens latera quidem KΔ, TP vergentia ad punctum Γ, latera vero ΔT, KP normalia ad BΓ. Suſpendatur porro trapezium ΔKTP a ſtateræ punctis E, H: ſuſpendaturque ſpatium Z a puncto A, ita ut libretur ad trapezium ΔKTP ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat trapezium ΔKTP ad

ʏ τῶ μὲν Α.

κεῖται. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἔλασσον τὸ Ζ χωρίον τῶ Α.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζυγίον, μέσον δὲ αὐτῶ τὸ Β· τὸ δὲ ΔΕΚΗ τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Ε, Η σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ ΚΔ, ΕΗ γραμμὰς ποτὶ τὸ Γ νευούσας. Καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ ταν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΕΗ τραπέζιον ποτὶ τὸ Μ· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΔΚΕΗ τραπέζιον, ποτὶ τὸ Λ. Κεκρεμάσθω δὲ τὸ ΔΚΕΗ τραπέζιον ἐκ τῶ ζυγῶ κατὰ τὰ Ε, Η· τὸ δὲ Ζ χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ δὴ τὸ Ζ ʏ τῶ Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.

Ἔλαβον γὰρ τῶ ΔΚΕΗ τραπεζίω τὸ κέντρον τῶ βάρεος· ἔστω δὲ τὸ Θ. Λαφθήσεται δὲ ὁμοίως τῷ πρότερον· καὶ ἄγω τὰν ΘΙ παρὰ τὰν ΔΕ. Ἂν οὖν τὸ τραπέζιον ἐκ τῶ ζυγῶ κρεμασθήσεται κατὰ τὸ Ι, ἀπὸ δὲ τῶν Ε, Η λυθῇ, μένει τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν, καὶ ἰσορροπήσει τῷ Ζ, διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. Ἐπεὶ δὲ ἰσορροπεῖ τὸ τραπέζιον κρεμάμενον κατὰ τὸ Ι, τῷ Ζ κρεμαμένῳ κατὰ τὸ Α, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ, ὃν ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΙ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ΔΚΕΗ ª ποτὶ μὲν τὸ Λ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ποτὶ τὸ Ζ· ποτὶ δὲ τὸ Μ ἐλάσσονα ἢ ποτὶ τὸ Ζ. Ὥστε τὸ Ζ, τῶ μὲν Λ μεῖζόν ἐστι, τῶ δὲ Μ ἔλασσον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζυγίον, καὶ τὸ μέσον δὲ αὐτῶ τὸ Β· τὸ δὲ ΚΔΤΡ τραπέζιον, ὥστε τὰς μὲν ΚΔ, ΤΡ πλευρὰς νευούσας εἶμεν ἐπὶ τὸ Γ, τὰς δὲ ΔΤ, ΚΡ καθέτους ἐπὶ τὰν ΒΓ. Κεκρεμάσθω δὲ ἐκ τῶ ζυγῶ κατὰ τὰ Ε, Η· τὸ δὲ Ζ χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΔΚΤΡ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. Καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΤΡ τραπέζιον ποτὶ

ª ποτὶ μὲν τὸ Λ.

τὸ Α χωρίον· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ Μ. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται τὸ Ζ τοῦ μὲν Α μεῖζον, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδʹ.

Ἔστω τμᾶμα τὸ ΒΘΓ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Ἔστω δὴ πρῶτον ἁ ΒΓ ποτὶ ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ· καὶ ἄχθω ἀπὸ μὲν τοῦ Β σαμείου ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Ἐσσεῖται δὴ τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ὀρθογώνιον. Διῃρήσθω δὴ ἁ ΒΓ ἐς τὰ τμάματα ὁπόσα οὖν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ· καὶ ἀπὸ τᾶν τομᾶν ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ· ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων, καθ᾽ ἃ τέμνουσιν [a] αὗται τὰν τοῦ κώνου τομὰν, ἐπιζευχθῶσαν κατὰ τὸ Γ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΒΔΓ, τῶν μὲν τραπεζίων τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον· τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τοῦ ΙΟΓ [b] τριγώνου, μεῖζόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον.

Διάχθω γὰρ εὐθεῖα, ἁ ΓΒ· καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΑΒ ἴσα τᾷ ΒΓ· καὶ νοείσθω ζυγὸν τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ ἐσσεῖται τὸ Β, καὶ κεκρεμάσθω ἐκ τοῦ Β. Κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΒΔΓ ἐκ τοῦ [c] ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Γ· ἐκ δὲ τοῦ θατέρου μέρεος ζυγοῦ κεκρεμάσθω τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ χωρία κατὰ τὸ Α. Καὶ ἰσορροπεέτω τὸ μὲν Ρ χωρίον τῷ ΔΕ τραπεζίῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται, τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ· τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ· τὸ δὴ Ω τῷ ΥΙ· τὸ δὲ Δ τῷ ΞΙΓ τριγώνῳ. Ἰσορροπήσει δὴ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. Ὥστε τριπλάσιον ἂν εἴη τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ ΡΧΨΩΔ χωρίου. Καὶ ἐπεί ἐστι τμᾶμα τὸ ΒΓΘ, ὃ περιέχεται ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Β παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται ἁ ΒΔ, [d] ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ· ἄκται δέ τις καὶ ἄλλα παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΣΕ· τὸν αὐτὸν ἔχει

spatium A: quamque habet AB ad BH, hanc habeat idem trapezium ad spatium M. Demonstrabitur pariter ac supra, spatium Z spatio quidem A majus esse, spatio vero M minus.

PROP. XIV. Theor.

Sit segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, BΘΓ. Sit autem primum recta BΓ ad rectos angulos diametro: ducaturque a puncto B diametro parallela recta BΔ; et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni sectionem in puncto Γ contingat. Erit utique triangulum BΓΔ rectangulum. Itaque secetur BΓ in segmenta quæcunque BE, EZ, ZH, HI: ducanturque a sectionibus diametro parallelæ EΣ, ZT, HY, IΞ; junctæque a punctis, in quibus hæ coni sectionem secant, ad punctum Γ rectæ lineæ producantur. Dico triangulum BΔΓ trapeziorum quidem KE, ΛZ, MH, NI, et trianguli ΞIΓ minus esse, quam triplum; trapeziorum vero ZΦ, HΘ, IΠ, et trianguli IOΓ majus, quam triplum.

Producatur enim recta linea ΓB; et abscindatur ipsi BΓ æqualis AB: intelligatur autem statera AΓ, cujus medium punctum B, eademque suspendatur a puncto B. Suspendatur autem etiam triangulum BΔΓ a statera punctis B, Γ: suspendanturque ex altera steræ parte a puncto A spatia P, X, Ψ, Ω, Δ. Ac librentur tum spatium P ad trapezium ΔE ita se habens, ut nunc ponitur; tum spatium X ad trapezium ZΣ; tum spatium Ψ ad trapezium TH; tum spatium Ω ad trapezium YI; tum spatium Δ ad triangulum ΞIΓ. Librabitur utique etiam totum ad totum. Quare triplum fuerit triangulum BΔΓ spatii PXΨΩΔ. Et quoniam segmentum est BΓΘ, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur: ducta autem est a puncto B diametro parallela BΔ; et a puncto Γ, ΓΔ, quæ coni sectionem in puncto Γ contingit: ductaque prætera est alia quædam ΣE parallela item diametro;

[a] αὗται. [b] τριγώνου. Ita se habet MS. [c] Pro ζυγοῦ, semper ζυγῷ habet MS. [d] ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ.

eamdem habet rationem ΒΓ ad ΒΕ quam ΣΕ ad ΕΦ. Quare etiam ΒΑ ad ΒΕ rationem habet eamdem, quam trapezium ΔΕ ad trapezium ΚΕ. Pariter autem demonſtrabitur ΑΒ ad ΒΖ quidem eamdem habere rationem, quam trapezium ΣΖ ad trapezium ΑΖ; ad ΒΗ vero eamdem, quam trapezium ΤΗ ad trapezium ΜΗ; denique ad ΒΙ eamdem, quam trapezium ΥΙ ad trapezium ΝΙ. Quoniam igitur trapezium eſt ΔΕ habens angulos, qui ad puncta Β, Ε ſunt, rectos, et latera vergentia ad punctum Γ: libratur autem ſpatium quoddam Ρ ſuſpenſum a ſtateræ puncto Α ad id trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur; et ut ΒΑ ad ΒΕ, ita ſe habet trapezium ΔΕ ad trapezium ΚΕ; ideo majus erit trapezium ΚΕ ſpatio Ρ. Hoc enim demonſtratum eſt. Rurſus trapezium quoque eſt ΖΣ habens angulos, qui ad puncta Ζ, Ε ſunt, rectos; et latus ΣΤ vergens ad punctum Γ: libratur autem ſpatium Χ ſuſpenſum a ſtateræ puncto Α ad id trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur; et ut ΒΑ quidem ad ΒΕ, ita ſe habet trapezium ΖΣ ad trapezium ΖΦ; ut vero ΑΒ ad ΒΖ, ita trapezium ΖΣ ad trapezium ΑΖ; ideo etiam ſpatium Χ trapezio quidem ΑΖ minus fuerit, trapezio vero ΖΦ majus. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Eadem ratione et ſpatium Ψ trapeziu quidem ΜΗ minus eſt, trapezio vero ΘΗ majus: et ſpatium Ω trapezio quidem ΝΟΙΗ minus eſt, trapezio vero ΠΙ majus: et ſpatium pariter Δ triangulo quidem ΞΙΓ minus eſt, triangulo vero ΓΙΟ majus. Quoniam igitur majus eſt trapezium ΚΕ ſpatio Ρ; et trapezium ΑΖ ſpatio Χ; et trapezium ΜΗ ſpatio Ψ; et trapezium ΝΙ ſpatio Ω; et triangulum ΞΙΓ ſpatio Δ; manifeſtum eſt omnia etiam, quæ diximus, ſpatia majora eſſe ſpatio ΡΧΨΩΔ. Spatium autem ΡΧΨΩΔ tertia pars eſt trianguli ΑΓΔ. Triangulum igitur ΒΓΔ minus eſt quam triplum trapeziorum ΚΕ, ΑΖ, ΜΗ, ΝΙ, et trianguli ΞΙΓ. Rurſus quoniam minus eſt trapezium ΖΦ ſpatio Χ; et trapezium ΘΗ ſpatio Ψ; et trapezium ΙΠ ſpatio Ω; et triangulum ΙΟΓ ſpatio Δ; manifeſtum eſt omnia etiam, quæ diximus, ſpatia minora eſſe ſpatio ΔΩΨΧ. Triangulum igitur ΒΔΓ majus quidem eſt, quam triplum trapeziorum ΦΖ, ΘΗ, ΙΠ, et trianguli ΙΓΟ; minus vero, quam triplum eorum, quæ antea diximus.

λόγον ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΕ, ὃν ἁ ΣΕ ποτὶ τὰν ΕΦ. Ὥστε καὶ ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΔΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΚΕ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΖ τὸν αὐτὸν[e] ἔχουσα λόγον, ὃν τὸ ΣΖ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΑΖ· ποτὶ δὲ τὰν ΒΗ, ὃν τὸ ΤΗ ποτὶ τὸ ΜΗ· ποτὶ δὲ τὰν ΒΙ, ὃν τὸ ΥΙ ποτὶ τὸ ΝΙ. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶ τραπέζιον τὸ ΔΕ, τὰς μὲν ποτὶ τοῖς ΒΕ σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ πλευρὰς ἐπὶ τὸ Γ νευούσας· ἰσοῤῥοπεῖ δέ τι χωρίον αὐτῷ τὸ Ρ, κρεμάμενον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Α, οὕτως ἔχοντος τοῦ τραπεζίου, ὡς νῦν κεῖται· καὶ ἐστιν ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΔΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΚΕ· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΕ χωρίον τοῦ Ρ χωρίου. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Πάλιν δὲ καὶ τὸ ΖΣ τραπέζιον, τὰς μὲν ποτὶ τοῖς ΖΕ γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΣΤ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Γ· ἰσοῤῥοπεῖ δὲ αὐτῷ χωρίον τὸ Χ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α, οὕτως ἔχοντι τῷ τραπεζίῳ, ὡς νῦν κεῖται· καὶ ἐστιν, ὡς μὲν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΖΣ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΖΦ· ὡς δὲ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΖ, οὕτως τὸ ΖΣ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΑΖ· εἴη ἂν καὶ τὸ Χ χωρίον τοῦ μὲν ΑΖ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΖΦ μεῖζον. Δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Ψ χωρίον τοῦ μὲν ΜΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΘΗ μεῖζον· καὶ τὸ Ω χωρίον τοῦ μὲν ΝΟΙΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΠΙ μεῖζον· ὁμοίως δὴ καὶ τὸ Δ χωρίον τοῦ μὲν ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΓΙΟ μεῖζον. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΚΕ τραπέζιον μεῖζόν ἐστι τοῦ Ρ χωρίου, τὸ δὲ ΑΖ τοῦ Χ, τὸ δὲ ΜΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΝΙ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΞΙΓ τρίγωνον τοῦ Δ· φανερὸν ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα χωρία μείζονά ἐστι τοῦ ΡΧΨΩΔ χωρίου. Ἔστι δὲ τὸ ΡΧΨΩΔ τρίτον μέρος τοῦ ΑΓΔ τριγώνου. Δῆλον ἄρα, ὅτι τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστιν, ἢ τριπλάσιον τῶν ΚΕ, ΑΖ, ΜΗ, ΝΙ τραπεζίων, καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου. Πάλιν ἐπεὶ τὸ μὲν ΖΦ τραπέζιον ἔλασσόν ἐστι τοῦ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΘΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΙΠ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΙΟΓ τρίγωνον τοῦ Δ, φανερὸν ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα ἐλάσσονά ἐστι τοῦ ΔΩΨΧ χωρίου. Φανερὸν οὖν ὅτι καὶ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν, ἢ τριπλάσιον τῶν ΦΖ, ΘΗ, ΙΠ τραπεζίων, καὶ τοῦ ΙΓΟ τριγώνου· ἔλασσον δὲ ἢ τριπλάσιον τῶν προγεγραμμένων.

PROP. XV. Theor.

Sit rurſus ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΒΘΓ: non ſit autem recta ΒΓ ad rectos angulos diametro. Neceſſe eſt alterutram rectarum, vel quæ diametro parallela ad eaſdem partes, ac ſegmentum, a puncto Β ducitur, vel quæ ducitur a puncto Γ,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε΄.

Ἔστω πάλιν τὸ ΒΘΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἁ δὲ ΒΓ μὴ ἔστω ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ. Ἀναγκαῖον δὲ ἤτοι τὰν ἀπὸ τοῦ Β σαμείου παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν[f] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τμάματι, ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ Γ ἀμβλεῖαν ποιεῖν

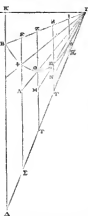
[e] ἔχοντα.

[f] ἐπὶ τῷ.

γωνίαν ποτὶ τὰν ΒΓ. Ἔστω ἁ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἁ [a] ποτὶ τὸ Β· καὶ ἄχθω παρὰ τὴν διάμετρον ἀπὸ τοῦ Β ἁ ΒΔ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἁ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Καὶ διῃρήσθω ἁ ΒΓ εἰς τμάματα ἴσα ὁπόσα οὖν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ· ἀπὸ δὲ τῶν Ε, Ζ, Η, Ι παρὰ τὴν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ· καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι αὗται τὰν τοῦ κώνου τομὰν, ἐπιζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φάμι δὴ καὶ νῦν, τὸ ΒΔΓ τρίγωνον, τῶν μὲν τραπεζίων τῶν ΒΦ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, καὶ τοῦ ΓΙΞ [h] τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον τῶν δὲ ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τοῦ ΓΟΙ τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

Ἐκβεβλήσθω ἁ ΔΒ ἐπὶ θάτερα· ἀγάγοιν καθετὸν τὰν ΓΚ, τᾷ ΓΚ ἴσαν ἀπέλαβον τὰν ΑΚ. Νοείσθω δὲ πάλιν ζυγίον τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ Κ. Κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΓΚΔ τρίγωνον ἐκ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ ΓΚ, ἔχον ὡς νῦν κεῖται ἐκ τοῦ θατέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κρεμάσθωσαν κατὰ τὸ Α [i] τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ χωρία· καὶ τὸ μὲν Ρ τῷ ΔΕ τραπεζίῳ ἰσορροπείτω, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Το δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ· τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ· τὸ δὲ Ω τῷ ΥΙ· τὸ δὲ Δ τῷ ΓΙΞ τριγώνῳ. Ἰσορροπήσει δὲ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. Ὥστε εἴη ἂν καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ ΡΧΨΩΔ χωρίου. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τόνε ΒΦ τραπεζίον τοῦ Ρ χωρίου μεῖζον καὶ τὸ μὲν ΘΕ τραπεζίον μεῖζον ἐὸν τοῦ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΖΦ ἔλαττον· καὶ τὸ μὲν ΜΗ τραπεζίον μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ χωρίου, τὸ δὲ ΗΘ ἔλασσον. Καὶ ἔτι τὸ μὲν ΝΙ τραπεζίον μεῖζον ἐὸν τοῦ Ω χωρίου, τὸ δὲ ΠΙ ἔλασσον καὶ τὸ μὲν ΞΙΓ τρίγωνον μεῖζον τοῦ Δ χωρίου, τὸ δὲ ΓΙΟ ἔλασσον. Δῆλον οὖν ἐστιν τὸ προτεθέν.

obtusum cum recta ΒΓ angulum efficere. Itaque quæ a puncto Β ducitur obtusum angulum efficiat: ducaturque a puncto Β diametro parallela, recta ΒΔ. Et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni sectionem in puncto Γ contingat. Secetur porro ΒΓ in segmenta quotcunque ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ: ducanturque a punctis Ε, Ζ, Η, Ι diametro parallelæ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ: junctæque a punctis, in quibus hæ coni sectionem secant, ad punctum Γ rectæ lineæ producantur. Dico nunc quoque triangulum ΒΔΓ trapeziorum quidem ΒΦ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, et trianguli ΓΙΞ minus esse, quam triplum; trapeziorum vero ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, et trianguli ΓΟΙ majus, quam triplum.



Producatur ΔΒ in partem alteram: ductaque normali ΓΚ abscindatur ipsi ΓΚ æqualis ΑΚ. Intelligatur autem rursus statera ΑΓ, cujus medium punctum Κ, eademque suspendatur a puncto Κ. Suspendatur autem a media statera etiam triangulum ΓΚΔ; nempe a punctis Γ, Κ; ita se habens, ut nunc ponitur: suspendanturque ex altera stateræ parte a puncto Α spatia Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ: ac librentur tum spatium Ρ ad trapezium ΔΕ ita se habens, ut nunc ponitur; tum spatium Χ ad trapezium ΖΣ; tum spatium Ψ ad trapezium ΤΗ; tum spatium Ω ad trapezium ΥΙ; tum spatium Δ ad triangulum ΓΙΞ. Librabitur utique etiam totum ad totum. Quare triplum fuerit triangulum ΔΒΓ spatii ΡΧΨΩΔ. Demonstrabitur autem pariter, ac supra, trapezium ΒΦ spatio Ρ majus esse: præterea spatio Χ trapezium quidem ΘΕ majus esse, trapezium vero ΖΦ minus: et spatio Ψ trapezium quidem ΜΗ majus esse, trapezium vero ΗΘ minus. Et amplius spatio Ω trapezium quidem ΝΙ majus esse, trapezium vero ΠΙ minus: et spatio Δ triangulum quidem ΞΙΓ majus esse, triangulum vero ΓΙΟ minus. Constat igitur, quod proponebatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛʹ.

Ἔστω πάλιν τμᾶμα τὸ ΒΘΓ, περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· καὶ ἄχθω διὰ μὲν τοῦ Β ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ.

PROP. XVI. Theor.

Sit rursus segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, ΒΘΓ: ducaturque a puncto Β diametro parallela recta ΒΔ; et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni sectionem in puncto Γ contingat. Trianguli autem

[a] ποτὶ ex MS. [h] τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον. Ἐκβεβλήσθω. [i] τῶν.

B Δ Γ tertia pars sit spatium Z. Dico, segmentum B Θ Γ spatio Z æquale esse.

Si enim æquale non est, aut majus est, aut minus. Itaque sit, si fieri potest, majus. Jam excessus, quo segmentum B Θ Γ excedit spatium Z, sibimet ipsi aliquoties additus major erit triangulo B Γ Δ. Fieri autem potest, ut sumatur spatium aliquod minus hoc excessu, quod pars sit trianguli B Δ Γ. Sit triangulum B Γ E minus excessu, quem diximus, idemque pars trianguli B Δ Γ. Erit utique B E eadem pars ipsius B Δ. Itaque secetur B Δ in totidem partes: punctaque sectionum sint H, I, K. Jungantur autem a punctis H, I, K ad punctum Γ rectæ lineæ: quæ quidem secabunt coni sectionem; quoniam eamdem Γ Δ in puncto Γ contingit. Tum vero a punctis, in quibus illæ (coni) sectionem secant, rectæ ducantur diametro parallelæ M Φ, N Γ, Ξ Θ, Π O. Atque hæ quoque ipsi B Δ parallelæ erunt. Quoniam igitur triangulum B Γ E minus est excessu, quo segmentum B Θ Γ excedit spatium Z; constat utraque hæc, spatium Z, et triangulum B Γ E segmento minora esse. Triangulo autem B Γ E æqualia sunt trapezia, per quæ coni sectio transit, M E, Φ Λ, Θ P, Θ O, et triangulum Γ O Σ. Trapezium enim M E commune est: et trapezium M Λ æquale trapezio Φ Λ; et trapezium Λ Ξ æquale trapezio Θ P; et trapezium X Ξ æquale trapezio O Θ; et triangulum Γ X Π æquale triangulo Γ O Σ. Spatium igitur Z minus est trapeziis M Λ, Ξ P, Π Θ, et triangulo Π O Γ. Triangulum autem B Δ Γ triplum est spatii Z. Triangulum igitur B Δ Γ minus est quam triplum trapeziorum M Λ, P Ξ, Θ Π, et trianguli Π O Γ. Quod fieri non potest. Demonstratum enim est majus esse quam triplum. Non est igitur majus segmentum B Θ Γ spatio Z. Dico autem neque esse minus. Sit enim, si fieri potest, minus. Rursus excessus, quo spatium Z excedit segmentum B Θ Γ, sibimetipsi aliquoties additus major est triangulo B Δ Γ. Fieri autem potest, ut sumatur spatium minus hoc excessu, quod pars sit trianguli B Δ Γ. Itaque sit triangulum B Γ E minus hoc excessu, idemque pars trianguli B Δ Γ: eademque alia, quæ supra, construantur. Quoniam igitur triangulum B Γ E minus est excessu,

Ἔστω δὲ τῦ B Δ Γ τριγώνε τρίτον μέρος τὸ Z χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ B Θ Γ τμᾶμα ἴσον ἦμεν τῷ Z χωρίῳ.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. Ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἁ ὑπεροχὰ, ᾇ ὑπερέχει τὸ B Θ Γ τμᾶμα τῦ Z χωρίε, συντιθεμένα αὐτὰ ἑαυτᾷ ἔσται μείζων τῦ B Γ Δ τριγώνε. Δυνατὸν δέ ἐστι λαβεῖν τι χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τῦ B Δ Γ τριγώνε. Ἔστω δὲ τὸ B Γ E τρίγωνον ἔλασσόν τε τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς, καὶ μέρος τῦ B Δ Γ τριγώνε. Ἐσσεῖται δὲ τὸ αὐτὸ ἁ B E μέρος τᾶς B Δ. Διῃρήσθω οὖν ἁ B Δ ἐς τὰ μέρη καὶ ἔστω τὰ τῶν διαιρέσεων σαμεῖα τὰ H, I, K. Καὶ ἀπὸ τῶν H, I, K σαμείων ἐπὶ τὸ Γ εὐθεῖαι ἐπεζεύχθωσαν· τέμνοντι δὴ αὗται τὰν τῦ κώνε τομὰν· ἐπεὶ ἁ Γ Δ ἐπιψαύουσα ἐντὶ αὐτᾶς κατὰ τὸ Γ. Καὶ διὰ τῶν σαμείων καθ᾽ ἃ τέμνοντι τὰν τομὰν, αἱ εὐθεῖαι ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ M Φ, N P, Ξ Θ, Π O. Ἐσσεῦνται δὲ αὗται καὶ παρὰ τὰν B Δ. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ B Γ E τρίγωνον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ B Θ Γ τμᾶμα τῦ Z χωρίε, δῆλον ὡς τὰ συναμφότερα τότε Z χωρίον, καὶ τὸ B Γ E τρίγωνον, ἐλάσσονα ἐντὶ τοῦ τμάματος. Καὶ τῷ B Γ E τριγώνῳ ἴσα τὰ τραπέζια ἐντὶ, δι᾽ ὧν ἁ τοῦ κώνε τομὰ πορεύεται, τὰ M E, Φ Λ, Θ P, Θ O. καὶ τὸ Γ O Σ τρίγωνον. Τὸ μὲν γὰρ M B τραπέζιον κοινόν· τὸ δὲ M Λ ἴσον τῷ Φ Λ· καὶ τὸ Λ Ξ ἴσον τῷ Θ P· καὶ τὸ X Ξ ἴσον τῷ O Θ· καὶ τὸ Γ X Π τρίγωνον τῷ Γ O Σ τριγώνῳ. Τὸ δὴ Z χωρίον ἔλασσόν ἐστι τῶν τραπεζίων τῶν M Λ, Ξ P, Π Θ, καὶ τοῦ Π O Γ τριγώνε. Καὶ ἔστι τὸ B Δ Γ τρίγωνον τριπλάσιον τῦ Z χωρίε. Τὸ δὴ B Δ Γ ἔλασσόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον τῶν M Λ, P Ξ, Θ Π τραπεζίων, καὶ τοῦ Π O Γ τριγώνε. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἢ τριπλάσιον. Οὐκοῦν οὐ μεῖζόν ἐστι τὸ B Θ Γ τμᾶμα τῦ Z χωρίε. Λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν ἁ ὑπεροχὰ, ᾇ ὑπερέχει τὸ Z χωρίον τοῦ B Θ Γ τμάματος, αὐτὰ ἑαυτᾷ συντιθεμένα ὑπερέχει καὶ τῦ B Δ Γ τριγώνε. Δυνατὸν δέ ἐστι λαβεῖν χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τῦ B Δ Γ τριγώνε. Ἔστω οὖν τὸ B Γ E τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς καὶ μέρος τῦ B Δ Γ τριγώνε· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶ τὸ B Γ E τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς,

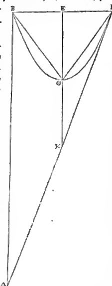
ᾧ ὑπερέχῃ τὸ Ζ χωρίον τοῦ ΒΘΓ τμάματος, τὸ ΒΕΓ τρίγωνον, καὶ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα ἀμφότερα ἐλάσσονα [l] ἐντὶ τοῦ Ζ. Ἐστι δὲ καὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλασσον τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΨΞ, ΠΤ, καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου. Ἐστι γὰρ τὸ ΒΔΓ τοῦ μὲν Ζ τριπλάσιον, τῶν δὲ εἰρημένων χωρίων ἔλασσον ἢ τριπλάσιον, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. Ἔλασσον ἄρα τὸ ΒΓΕ τρίγωνον, καὶ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΞΨ, ΠΤ, καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου. Ὥστε κοινοῦ ἀφαιρεθέντος [m] τοῦ τμάματος, ἔλασσον εἴη καὶ τὸ ΓΒΕ τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἴσον ἐὸν τὸ ΒΕΓ τρίγωνον τοῖς τραπεζίοις τοῖς ΕΜ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, καὶ τῷ ΓΟΣ τριγώνῳ· ἃ [n] ἐστὶν μείζονα τῶν περιλειπομένων χωρίων. Οὐκ ἄρα ἔλασσον τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ μεῖζον. Ἴσον ἄρα τὸ τμᾶμα τῷ Ζ χωρίῳ.

quo spatium Z excedit segmentum ΒΘΓ; triangulum ΒΓΕ, et segmentum ΒΘΓ, utraque spatio Z minora sunt. Spatium autem Z minus est trapeziis ΕΜ, ΦΝ, ΨΞ, ΠΤ, et triangulo ΓΠΣ. Triangulum enim ΒΔΓ spatii quidem Z triplum est, spatiorum vero, quæ diximus, minus quam triplum; ut in superiore propositione demonstratum est. Minora sunt igitur triangulum ΒΓΕ, et segmentum ΒΘΓ trapeziis ΕΜ, ΦΝ, ΞΨ, ΠΤ, et triangulo ΓΠΣ. Quare ablato communi segmento, minus fuerit triangulum ΓΒΕ iis, quæ relinquuntur spatiis: quod fieri non potest. Demonstratum enim est, triangulum ΒΕΓ æquale esse trapeziis ΕΜ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, et triangulo ΓΟΣ: quæ iis, quæ relinquuntur, spatiis majora sunt. Non est igitur minus segmentum ΒΘΓ spatio Z. Demonstratum autem est neque esse majus. Æquale igitur est segmentum ΒΘΓ spatio Z.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ.

Τούτου δεδειγμένου φανερὸν, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον.

Ἔστω γὰρ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ αὐτοῦ ἔστω τὸ Θ σαμεῖον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΒΘΓ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον. Ἐπεὶ οὖν τὸ Θ σαμεῖον κορυφά ἐστι τοῦ τμάματος, ἁ ἀπὸ τοῦ Θ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὰν ΒΓ· καὶ ἁ ΒΓ ἐστὶ παρὰ τὰν ἐπιψαύουσαν τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Θ. Ἄχθω δὲ ἁ ΕΘ παρὰ τὰν διάμετρον· ἄχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ Β παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΒΔ· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Ἐπεὶ οὖν ἁ μὲν ΚΘ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν· ἁ δὲ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Γ· ἁ δὲ ΒΓ παράλληλός ἐστι τᾷ ἐπιψαυούσᾳ τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Θ· τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΒΘΓ τριγώνου. Ἐπεὶ δὲ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον, τοῦ μὲν ΒΘΓ τριγώνου



PROP. XVII. Theor.

Hoc demonstrato manifestum est, quodlibet segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, sesquitertium esse trianguli, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem.

Sit enim segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, cujus vertex punctum Θ: eidemque inscribatur triangulum ΒΘΓ, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem. Quoniam igitur segmenti vertex est punctum Θ; quæ recta a puncto Θ diametro parallela ducitur, hæc secat in duas æquas partes ipsam ΒΓ; quæ quidem ΒΓ parallela est rectæ illi, quæ sectionem in puncto Θ contingit. Ducatur autem ΕΘ diametro parallela: ducaturque a puncto Β parallela item diametro ΒΔ; et a puncto Γ ΓΔ, quæ coni sectionem in puncto Γ contingat. Quoniam igitur ΚΘ diametro parallela est: ΓΔ autem sectionem in puncto Γ contingit: et ΕΓ parallela est rectæ illi, quæ sectionem contingit in puncto Θ; triangulum ΒΔΓ quadruplum est trianguli ΒΘΓ. Et quoniam triangulum ΒΔΓ trianguli quidem

[l] εἰσί. [m] τοῦ χωρίου, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. [n] ἅ ἐστι.

B Θ Γ quadruplum eſt, ſegmenti vero B Θ Γ triplum; conſtat ſegmentum B Θ Γ ſeſquitertium eſſe trianguli B Θ Γ.

Segmentorum, quæ ſub recta, et curva linea continentur, baſim quidem voco rectam lineam; altitudinem vero maximam normalium, quæ a curva linea ad ſegmenti baſim ducuntur; denique verticem punctum illud, a quo maxima normalis ducitur.

τετραπλάσιόν ἐστι, τοῦ δὲ B Θ Γ τμάματος τριπλάσιον· δῆλον ὡς ἐπίτριτόν ἐστι τὸ B Θ Γ τμᾶμα B Θ Γ τριγώνου.

Τῶν τμαμάτων τῶν περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας, καὶ καμπύλας γραμμᾶς βάσιν μὲν καλῶ τὰν εὐθεῖαν· ὕψος δὲ τὰν μεγίσταν καθετὸν ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς αγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τοῦ τμάματος· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' οὗ ἁ μεγίστα καθετὸς ἄγεται.

PROP. XVIII. Theor.

Si in ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, a media baſi recta ducatur diametro parallela; vertex ſegmenti erit punctum illud, in quo quæ diametro parallela ducitur coni ſectionem ſecat.

Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, A B Γ: ducaturque a media A Γ Δ B diametro parallela. Quoniam igitur in rectanguli coni ſectione ducta eſt B Δ diametro parallela, æqualeſque ſunt A Δ, Δ Γ; conſtat ipſam A Γ, rectamque, quæ coni ſectionem in puncto B contingit, parallelas ſibi invicem eſſe. Manifeſtum eſt igitur normalium, quæ a ſectione ad A Γ ducuntur, maximam fore quæ ducitur a puncto B. Vertex igitur ſegmenti eſt punctum B.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Αἴκα ἐν τμάματι, ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον· κορυφὰ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἁ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τοῦ κώνου τομάν.

Ἔστω γὰρ τμᾶμα τὸ A B Γ, περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· καὶ ἀπὸ μέσας τᾶς A Γ ἄχθω ἁ Δ B παρὰ τὰν διάμετρον. Ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἁ B Δ ἄκται παρὰ τὰν διάμετρον, καὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ A Δ, Δ Γ, δῆλον ὡς παραλλήλος ἐντὶ ἅτε A Γ, καὶ ἁ κατὰ τὸ B ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. Φανερὸν οὖν ὅτι τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν A Γ ἀγομέναν καθέτων μεγίστα ἐσσεῖται, ἁ ἀπὸ τοῦ B ἀγομένα. Κορυφὰ οὖν ἐστὶ τοῦ τμάματος τὸ B σαμεῖον.

PROP. XIX. Theor.

Si in ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ducantur duæ rectæ diametro parallelæ; altera quidem a media baſi, altera vero a medio dimidiæ baſis; quæ a media baſi ducitur, ejus, quæ ducitur a medio dimidiæ baſis, longitudine erit ſeſquitertia.

Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, A B Γ: ducanturque diametro parallelæ B Δ quidem a dimidia A Γ, E Z vero a dimidia A Δ. Ducatur etiam Z Θ parallela ipſi A Γ. Quoniam igitur in rectanguli coni ſectione ducta eſt B Δ diametro parallela; itemque A Δ, Z Θ parallelæ rectæ illi, quæ ſectionem in puncto B contingit; conſtat utique eamdem habere rationem B Δ ad B Θ longitudine, quam A Δ ad Z Θ poteſtate. Quadrupla igitur etiam B Δ ipſius B Θ longitudine. Manifeſtum eſt igitur B Δ ipſius E Z longitudine eſſe ſeſquitertiam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου [a] κώνου τομᾶς ἀχθῶντι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας· ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα, τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐσσεῖται μάκει.

Ἔστω γὰρ τὸ A B Γ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἁ μὲν B Δ ἀπὸ μέσας τᾶς A Γ, ἁ δὲ E Z ἀπὸ μέσας τᾶς A Δ. Ἄχθω δὲ καὶ ἁ Z Θ παρὰ A Γ. Ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἁ B Δ παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται· καὶ αἱ A Δ, Z Θ παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἐπιψαύουσαν· [b] ἐστὶ μέντοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ B Δ ποτὶ τὰν B Θ μάκει, ὃν ἁ A Δ ποτὶ τὰν Z Θ δυνάμει. Τετραπλασία ἄρα ἐστὶ καὶ ἁ B Δ τᾶς B Θ μάκει. Φανερὸν οὖν ὅτι ἐπιτριτός ἐστιν ἁ B Δ τᾶς E Z μάκει.

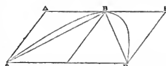
[a] κώνου τομᾶς ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας.

[b] ἡ μέντοι δῆλον ὡς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· μεῖζον ἔσται τὸ ἐγγραφὲν τρίγωνον, ἢ ἥμισυ τῶ τμάματος.

Ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, τὰν αὐτὰν ἔχον βάσιν τῷ ὅλῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Ἐπεὶ οὖν τὸ τρίγωνον τῷ τμάματι τὰν αὐτὰν ἔχει βάσιν, καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἀναγκαῖον τὸ Β σαμεῖον κορυφὰν εἶμεν τῶ τμάματος. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἁ ΑΓ τᾷ κατὰ τὸ Β ἐπιψαυούσᾳ τᾶς τομᾶς. Ἄχθω ἁ ΔΕ διὰ τῶ Β παρὰ τὰν ΑΓ· καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ αἱ ΑΔ, ΓΕ, παρὰ τὰν διάμετρον. Πεσοῦνται δὴ αὗται ἐκτὸς τῶ τμάματος. Ἐπεὶ οὖν ἥμισύ ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶ ΑΔΕΓ παραλληλογράμμω, φανερὸν ὅτι μεῖζόν ἐστι, ἢ τὸ ἥμισυ τῶ τμάματος.



Τούτου δεδειγμένου, δῆλον ὅτι ὡς ἐς τοῦτο τὸ τμᾶμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ [1] περιλειπόμενα τμάματα παντὸς ἐλάσσονα, τῶ προτεθέντος χωρίω. Ἀφαιρουμένου γὰρ ἀεὶ μείζονος ἢ ἡμίσεος, διὰ τοῦτο φανερὸν ὅτι ἐλασσοῦντες ἀεὶ τὰ λειπόμενα τμάματα, ποιήσομεν ταῦτα ἐλάσσονα παντὸς τῶ προτεθέντος χωρίω.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμάματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων, ὀκταπλάσιον ἔσται τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμᾶμα ἐγγραφέν.

Ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· καὶ τετμάσθω ἁ ΑΓ δίχα τῷ Δ· ἁ δὲ ΒΔ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον. Τὸ Β ἄρα σαμεῖον κορυφά ἐστι τῶ τμάματος· τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Πάλιν τετμάσθω δίχα ἁ ΑΔ τῷ Ε· καὶ ἄχθω ἁ ΕΖ παρὰ τὰν διάμετρον· τετμάσθω δὲ ἁ ΑΒ

[1] περιττόμενα.

PROP. XX. Theor.

Si segmento, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, triangulum inscribatur, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem; majus erit inscriptum triangulum, quam dimidium segmenti.

Sit enim segmentum ABΓ, quale dictum est: eidemque triangulum inscribatur, quod eamdem ac totum segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem. Quoniam igitur triangulum eamdem ac segmentum basim habet, eamdemque altitudinem, necesse est punctum B segmenti verticem esse. Parallela igitur est AΓ rectæ illi, quæ sectionem in puncto B contingit. Ducatur per punctum B ΔE ipsi AΓ parallela; et a punctis AΓ, AΔ, ΓE parallelæ diametro. Cadent utique extra sectionem. Quoniam igitur triangulum ABΓ dimidium est parallelogrammi AΔEΓ; constat idem majus esse quam dimidium segmenti.

Hoc demonstrato manifestum est fieri posse, ut huic segmento polygonum inscribatur, ita ut, quæ relinquuntur, segmenta minora sint spatio quolibet proposito. Auferentes enim continuo spatium majus dimidio; ideoque minuentes continuo, quæ relinquuntur, segmenta; ea utique spatio quolibet proposito minora reddemus.

PROP. XXI. Theor.

Si segmento, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, triangulum inscribatur, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem; inscribantur autem et alia triangula iis, quæ relinquuntur, segmentis, quæ eamdem ac segmenta basim habeant, et altitudinem eamdem; alterutrius triangulorum, quæ iis, quæ relinquuntur, segmentis inscribuntur, octuplum erit triangulum, quod toti segmento inscribitur.



Sit segmentum ABΓ, quale dictum est: secetur autem AΓ in duas æquas partes in puncto Δ: ducaturque BΔ diametro parallela. Punctum igitur B segmenti vertex est: ideoque triangulum ABΓ eamdem ac segmentum basim habet, eamdemque altitudinem. Rursus secetur AΔ in duas æquas partea in puncto E: et ducatur EZ dia-

metro parallela: feceturque A B in puncto Θ. Punctum igitur Z fegmenti A Z B vertex eft: ideoque triangulum A Z B eamdem ac fegmentum A Z B bafim habet, eamdemque altitudinem. Oportet demonftrare triangulum A B Γ trianguli A B Z octuplum effe.

Eft enim B Δ ipfius quidem E Z fefquitertia, ipfius vero E Θ dupla. Dupla eft igitur E Θ ipfius Θ Z. Quare etiam triangulum A E B duplum eft trianguli Z B A. Duplum eft enim triangulum quidem A E Θ trianguli A Θ Z; triangulum vero Θ B E trianguli Z Θ B. Quare triangulum A B Γ trianguli A Z B octuplum eft. Pariter autem demonftrabitur, octuplum effe ejus quoque trianguli, quod fegmento B H Γ infcribitur.

PROP. XXII. Theor.

Si fuerit fegmentum, quod fub recta linea, et rectanguli coni fectione continetur, fpatia autem quoteunque quadrupla ratione deinceps ponantur: maximumque eorum triangulo æquale fit, quod eamdem ac fegmentum bafim habeat, eamdemque altitudinem; fpatia omnia fegmento ipfo minora erunt.

Sit enim fegmentum, quod fub recta linea, et rectanguli coni fectione continetur, A Δ B E Γ: fpatia autem quotcunque deinceps pofita Z, H, Θ, I; fitque Z ipfius H quadruplum, idemque æquale triangulo, quod eamdem ac fegmentum bafim habeat, eamdemque altitudinem: dico fegmentum fpatiis, Z, H, Θ, I majus effe.

Sint vertices totius quidem fegmenti punctum B; fegmentorum vero, quæ relinquuntur, puncta Δ, E. Quoniam igitur triangulum A B Γ octuplum eft alterutrius triangulorum A B Δ, B E Γ, conftat idem quadruplum effe utriufque fimul. Et quoniam triangulum A B Γ æquale eft fpatio Z, eadem ratione etiam triangula A Δ B, B E Γ fpatio H æqualia funt. Pariter autem demonftrabitur, triangula, quæ iis, quæ relinquuntur, fegmentis infcribuntur, et eamdem ac fegmenta bafim habent, eamdemque altitudinem, fpatio Θ æqualia effe: triangula autem, quæ infcribuntur aliis deinceps fegmentis, æqualia effe fpatio I. Omnia igitur propofita fpatia polygono cuidam æqualia erunt fegmento infcripto. Manifeftum igitur eft eadem fegmento minora effe.

κατὰ τὸ Θ. Τὸ ἄρα Z σαμεῖον κορυφά ἐςι [r] τμάματος τῶ A Z B· τρίγωνον ἄρα τὸ A Z B τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ A Z B τμάματι, ϗ ὕψος τὸ αὐτό. Δεικτέον ὅτι ὀκταπλάσιόν ἐςι τὸ A B Γ τρίγωνον τοῦ A B Z τριγώνε.

Ἔςω ὦν ἁ B Δ τᾶς μὲν E Z ἐπίτριτος, τᾶς ἢ E Θ διπλασία. Διπλασία ἄρα ἐςὶν ἁ E Θ τᾶς Θ Z. Ὥςε καὶ τὸ A E B τρίγωνον διπλάσιόν ἐςι τῶ Z B A. Τὸ μὲν γὰρ A E Θ διπλάσιόν ἐςι τῶ A Θ Z· τὸ δὲ Θ B E τῶ Z Θ B. Ὥςε τὸ A B Γ τῶ A Z B ὀκταπλάσιον. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τῶ εἰς τὸ B H Γ [s] τμᾶμα ἐγγραφέντος.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Αἴκα ἦ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας ϗ ὀρθογωνίε κώνε τομᾶς, καὶ χωρία τεθέωντι ἑξῆς ὁποσαῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· ἦ δὲ τὸ μέγιστον τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, ϗ ὕψος τὸ αὐτό· σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονα ἔσαι τῶ τμάματος.

Ἔςω γὰρ τμᾶμα τὸ A Δ B E Γ, περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας ϗ ὀρθογωνίε [t] κώνε τομᾶς· χωρία δὲ ἔςω ὁποσαῦν ἑξῆς κείμενα τὰ Z, H, Θ, I· τετραπλάσιον δὲ ἔςω τὸ Z τῶ H· ϗ [u] ἔςω τὸ Z ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον· λέγω ὅτι τὸ τμᾶμα τῶν Z, H, Θ, I χωρίων μεῖζόν ἐςιν.

Ἔςω τῶ μὲν ὅλε τμάματος κορυφὰ τὸ B· τῶν δὲ περιλειπομένων τμαμάτων τὰ Δ, E. Ἐπεὶ ὦν τὸ A B Γ τρίγωνον ὀκταπλάσιόν ἐςιν ἑκατέρε τῶν A B Δ, B E Γ τριγώνων, δῆλον ὅτι ὡς ἀμφοτέρων αὐτῶν ἐςὶ τετραπλάσιον. Καὶ ἐπεὶ τὸ A B Γ τρίγωνον ἴσον ἐςὶ τῷ Z χωρίῳ, κατα τὰ αὐτὰ ἢ καὶ τὰ A Δ B, B E Γ τρίγωνα ἴσα ἐςὶ τῷ H χωρίῳ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι ϗ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμάμασι, ϗ ὕψος τὸ αὐτὸ, ἴσα [w] ἐντὶ τῷ Θ· καὶ ἐς τὰ ὕστερον γένομενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα ἴσα τῷ I χωρίῳ. Σύμπαντα ἄρα τὰ προτεθέντα χωρία ἴσα ἐσσεῦνται πολυγώνῳ τινὶ ἐγγραφέντι ἐς τὸ τμᾶμα. Φανερὸν ὦν, ὅτι ἔλασσόν ἐςι τῶ τμάματος.

[r] τῶ τμάματος τῶ A Z B. Τὸ δὴ A Z B τρίγωνον. [s] τμάματος. [t] κώνε ex MS. [u] ἔςω τὸ ἡγούμενον τῶ ἑπομένε, μέγιστον δὲ ἔςω τὸ Z. Καὶ ἔςω. [w] ἐντὶ τῷ Θ.

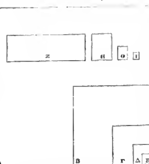
ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ΄.

Αἴκα μεγέθεα συντεθέωντι ἑξῆς ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· τὰ πάντα μεγέθεα, καὶ ἔτι τοῦ ἐλαχίστου τὸ τρίτον μέρος εἰς τὸ αὐτὸ συντεθέντα, ἐπίτριτα ἐσσεῦνται τοῦ μεγίστου.

Ἔστω οὖν ὁποσαοῦν μεγέθεα ἑξῆς κείμενα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε τετραπλασίονα ἕκαστον τοῦ ἑπομένου· μέγιστον δὲ ἔστω τὸ Α. Ἔστω δὲ τὸ μὲν Ζ τρίτον τοῦ Β, τὸ δὲ Η τοῦ Γ, τὸ δὲ Θ τοῦ Δ, τὸ δὲ Ι τοῦ Ε. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ζ τοῦ Β τρίτον μέρος ἐστὶ, τὸ δὲ Β τοῦ Α τέταρτον μέρος ἐστὶν, ἀμφότερα τὰ Β, Ζ, μέρος τρίτον ἐστὶ τοῦ Α. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ Η, Γ τοῦ Β· καὶ τὰ Θ, Δ τοῦ Γ· καὶ τὰ Ι, Ε τοῦ Δ· καὶ τὰ σύμπαντα δὴ τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, τρίτον μέρος ἐστὶ τῶν συμπάντων τῶν Α, Β, Γ, Δ. Ἐντὶ δὲ καὶ αὐτὰ τὰ Ζ, Η, Θ τρίτον μέρος αὐτῶν τῶν Β, Γ, Δ. Καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ι τοῦ λοιποῦ τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ Α. Δῆλον οὖν, ὅτι τὰ σύμπαντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, καὶ τὸ Ι, τουτέστι τὸ τρίτον τοῦ Ε, τοῦ Α ἐστὶν ἐπίτριτα.

PROP. XXIII. Theor.

Si magnitudines quotcunque quadrupla ratione deinceps ponantur; omnes magnitudines, et adhuc minimæ pars tertia in unum compositæ, fesquitertiæ erunt maximæ.



Sint magnitudines quotcunque deinceps positæ A, B, Γ, Δ, E quadruplæ unaquæque ejus, quæ proxime fequitur; earumque maxima fit A. Sit autem pars tertia tum Z ipfius B; tum H ipfius Γ; tum Θ ipfius Δ; tum I ipfius E. Quoniam igitur Z quidem ipfius B tertia pars eft; B vero ipfius A pars quarta; utræque fimul B, Z tertia pars funt ipfius A. Eadem ratione tertia pars funt tum H, Γ ipfius B; tum Θ, Δ ipfius Γ; tum I, E ipfius Δ: igitur omnes etiam magnitudines B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I tertia pars funt magnitudinum omnium A, B, Γ, Δ. Sunt autem ipfæ Z, H, Θ pars tertia ipfarum B, Γ, Δ. Igitur et quæ relinquuntur, B, Γ, Δ, E, I ejus, quæ relinquitur, A tertia pars funt. Conftat igitur omnes magnitudines A, B, Γ, Δ, E, et adhuc I, hoc eft tertiam ipfius E partem fefquitertias effe magnitudinis A.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ΄.

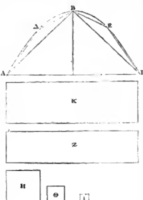
Πᾶν τμᾶμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

Ἔστω γὰρ τὸ Α Δ Β Ε Γ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· τὸ δὲ Α Β Γ τρίγωνον ἔστω, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον. Τοῦ δὲ Α Β Γ τριγώνου ἔστω ἐπίτριτον τὸ Κ χωρίον. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐστὶ τῷ Α Δ Β Ε Γ τμάματι.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον, ἢ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον τὸ Α Δ Β Ε Γ τμᾶμα τοῦ Κ χωρίου. Ἐνέγραψα δὴ τὰ

PROP. XXIV. Theor.

Quodlibet fegmentum, quod fub recta linea, et rectanguli coni fectione continetur, fefquitertium eft trianguli, quod eamdem ac fegmentum bafim habeat, eamdemque altitudinem.



Sit enim fegmentum, quod fub recta linea, et rectanguli coni fectione continetur, A Δ B E Γ: fitque triangulum A B Γ, quod eamdem ac fegmentum bafim habeat, eamdemque altitudinem. Trianguli autem A B Γ fefquitertium fit fpatium K. Oportet demonftrare fpatium hoc fegmento A Δ B E Γ æquale effe.

Si enim æquale non eft, aut majus eft, aut minus. Sit primo, fi fieri poteft, fegmentum A Δ B E Γ majus fpatio K. Itaque in-

ſcribantur triangula ΑΔΒ, ΒΕΓ, ut dictum eſt. Inſcribantur autem iis, quæ relinquuntur, ſegmentis alia triangula, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, eamdemque altitudinem: inſcribanturque continuo aliis deinceps ſegmentis duo triangula, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, et altitudinem eamdem. Erunt utique, quæ relinquuntur, ſegmenta minora exceſſu, quo ſegmentum ΑΔΒΕΓ excedit ſpatium Κ. Quare inſcriptum polygonum majus erit ſpatio Κ: quod fieri non poteſt. Quoniam enim ſpatia in quadrupla ratione deinceps poſita ſunt, ac primum quidem triangulum ΑΒΓ quadruplum eſt triangulorum ΑΔΒ, ΒΕΓ; deinde vero eadem ipſa quadrupla eorum, quæ ſequentibus ſegmentis inſcribuntur; atque ita porro; conſtat omnia ſpatia minora eſſe, quam ſeſquitertia maximi ſpatii. Spatium autem Κ maximi ſpatii ſeſquitertium eſt. Non eſt igitur majus ſegmentum ΑΔΒΕΓ ſpatio Κ. Sit autem, ſi fieri poteſt, minus. Ac ponatur triangulum ΑΒΓ æquale ſpatio Ζ: ſpatiique Ζ pars quarta ſpatium Η: et ſpatii Η pars item quarta ſpatium Θ: atque ita porro, quouſque poſtremum ſpatium minus ſit exceſſu, quo ſpatium Κ ſegmentum excedit; quod quidem ſit Ι. Itaque ſpatia Ζ, Η, Θ, Ι, et adhuc pars tertia ſpatii Ι, ſeſquitertia ſunt ſpatii Ζ. Eſt autem et ſpatium Κ ſpatii ejuſdem Ζ ſeſquitertium. Æquale igitur eſt ſpatium Κ ſpatiis Ζ,Η,Θ,Ι, et adhuc parti tertiæ ſpatii Ι. Et quoniam ſpatium Κ excedit ſpatia quidem Ζ, Η, Θ, Ι, exceſſu minore, quam Ι; ſegmentum vero majore, quam Ι; conſtat ſpatia Ζ, Η, Θ, Ι ſegmento ipſo majora eſſe. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt, ſi ſpatia quotcunque in quadrupla ratione deinceps ponantur, quorum maximum triangulo æquale ſit ſegmento inſcripto, ſpatia omnia ſegmento ipſo fore minora. Non eſt igitur minus ſegmentum ΑΔΒΕΓ ſpatio Κ. Demonſtratum autem eſt, neque eſſe majus. Æquale igitur eſt ſpatio Κ. Seſquitertium autem eſt ſpatium Κ trianguli ΑΒΓ. Seſquitertium eſt igitur etiam ſegmentum ΑΔΒΕΓ trianguli ΑΒΓ.

ΑΔΒ, ΒΕΓ τρίγωνα, ὡς εἴρηται. Ἐνεγράψθω δὲ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἄλλα τρίγωνα, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμάμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· καὶ ἀεὶ εἰς τὰ ὕστερον γινόμενα τμάματα ἐγγραφέσθω δύο τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμάμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Ἐσσοῦνται δὴ τὰ καταλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα τοῦ Κ χωρίου. Ὥστε τὸ ἐγγραφόμενον πολύγωνον μεῖζον ἐσσεῖται τοῦ Κ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἐπεὶ ἐστιν ἑξῆς κείμενα χωρία ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, πρῶτον μὲν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τετραπλάσιον τῶν ΑΔΒ, ΒΕΓ τριγώνων· ἔπειτα δὲ, τὰ αὐτὰ τετραπλάσια τῶν εἰς τὰ ἑπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων καὶ ἀεὶ οὕτω· δῆλον, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονά ἐστιν, ἢ ἐπίτριτα τοῦ μεγίστου. Τὸ δὲ Κ ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ μεγίστου χωρίου. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα τοῦ Κ χωρίου. Ἔστω δὲ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Κείσθω δὴ τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον τῷ Ζ· τοῦ δὲ Ζ τέταρτον τὸ Η· καὶ ὁμοίως τοῦ Η τὸ Θ· καὶ ἀεὶ ἑξῆς τιθέσθω, ὥστε καταγένηται τὸ ἔσχατον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ Κ χωρίον τοῦ τμάματος, καὶ ἔστω ἔλασσον τὸ Ι. Ἔστι δὲ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία, καὶ τὸ τρίτον τοῦ Ι, ἐπίτριτα τοῦ Ζ. Ἔστι δὲ καὶ τὸ Κ τοῦ Ζ ἐπίτριτον. Ἴσον ἄρα τὸ Κ τοῖς Ζ, Η, Θ, Ι, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ Ι. Ἐπεὶ οὖν τὸ Κ χωρίον τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ Ι, [a] τοῦ δὲ τμάματος μείζονι τοῦ Ι· δῆλον ὡς μείζονά ἐντι τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τοῦ τμάματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ, ὅτι ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν χωρία ἑξῆς κείμενα ἐν τετραπλασίονι λόγῳ, τὸ δὲ μέγιστον ἴσον ᾖ τῷ εἰς τὸ τμᾶμα ἐγγραφομένῳ τριγώνῳ, τὰ σύμπαντα χωρία ἐλάσσονα ἐσσεῖται τοῦ τμάματος. Οὐκ ἄρα τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Κ χωρίου. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τῷ Κ. Τὸ δὲ Κ χωρίον ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ. Καὶ τὸ ΑΔΒΕΓ ἄρα τμᾶμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

[a] τοῦ δὲ τμάματος ὅπερ ἀδύνατον.

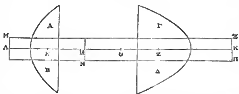
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ,
Η ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,
ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE PLANORUM ÆQUILIBRIIS,
SIVE
EORUMDEM GRAVITATUM CENTRIS,
LIBER SECUNDUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α΄.

ΑΙΚΑ δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντι· τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν, διαιρέον οὕτως τὰν εἰρημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις.

Ἔστω δύο χωρία τὰ ΑΒ, ΓΔ, οἷα εἴρηται. Κέντρα δὲ αὐτῶν * τοῦ βάρεος τὰ Ε, Ζ σαμεῖα· καὶ ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ ΓΔ, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΖΘ ποτὶ ΘΕ. Δεικτέον ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΓΔ



* τοῦ βάρεος ἔστω.

PROP. I. Theor.

SI duo ſpatia, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur, quæ quidem datæ rectæ applicare poſſumus, idem centrum gravitatis non habeant; magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit in recta, quæ earumdem centra gravitatis conjungit, ita dividens eam, quam diximus, rectam, ut ejus ſegmenta eamdem cum ſpatiis rationem reciprocent.

Sint duo ſpatia A B, Γ Δ, qualia dicta ſunt. Eorumque centra gravitatis puncta E, Z: quam autem rationem habet ſpatium A B ad ſpatium Γ Δ, hanc habeat Z Θ ad Θ E. Oportet demonſtrare, magni-

tudinis, quæ ex utrisque spatiis A B, Γ Δ componitur, centrum gravitatis esse punctum Θ.

Sit ipsi quidem E Θ æqualis utraque Z H, Z K; ipsi vero Z Θ, hoc est H E, æqualis E A. Erit etiam A Θ ipsi K Θ æqualis: et amplius ut A H ad H K, ita se habebit spatium A B ad spatium Γ Δ. Utraque enim A H, H K utriusque Z Θ, Θ E dupla est. Applicetur autem ipsi A H ab utraque parte spatium A B; ita ut spatium M N eidem A B æquale sit. Erit utique spatii M N centrum gravitatis punctum E. Compleatur modo spatium N Ξ. Atque habebit spatium M N ad spatium N Ξ eam rationem, quam A H ad H K. Habet autem etiam spatium A B ad spatium Γ Δ eam rationem, quam A H ad H K. Ut igitur spatium A B ad spatium Γ Δ, ita se habet spatium M N ad spatium N Ξ. Et permutando. Æquale est autem spatium A B spatio M N. Æquale est igitur etiam spatium Γ Δ spatio N Ξ. Ac centrum gravitatis ejusdem est punctum Z. Et quoniam æqualis est A Θ ipsi Θ K, totaque A K opposita latera in duas æquas partes secat, totius spatii Π M centrum gravitatis est punctum Θ. Spatium autem M Π spatio æquale est, quod ex utrisque spatiis M N, N Ξ componitur. Igitur et spatii, quod ex utrisque spatiis A B, Γ Δ componitur, centrum gravitatis est punctum Θ.

Si segmento, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, triangulum inscribatur, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem: et rursus iis, quæ relinquuntur, segmentis triangula inscribantur, quæ easdem ac segmenta bases habeant, eamdemque altitudinem: et continuo iis, quæ relinquuntur, segmentis triangula inscribantur eodem modo; quæ oritur figura segmento perspicue inscribi dicatur. Manifestum autem est, rectas, quæ figuræ ita inscriptæ angulos jungunt, tum eos qui vertici proximi sunt, tum eos, qui deinceps sequuntur, segmenti ejusdem basi parallelas fore. Quæ quidem rectæ secabuntur in duas æquas partes a diametro segmenti: eædemque diametrum ipsam secabunt secundum rationes numerorum deinceps imparium, uno ad segmenti verticem computato. Hoc autem in ordinibus demonstrandum est.

χωρίων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον.

Ἔστω δὲ τᾷ μὲν E Θ ἑκατέρα ἴσα τᾶν Z H, Z K· τᾷ δὲ Z Θ, τουτέστι τᾷ [b] H E ἴσα ἁ E A. [c] Ἔσται καὶ ἁ A Θ τᾷ K Θ ἴσα· καὶ ὅτι ὡς ἁ A H ποτὶ H K, οὕτως τὸ A B ποτὶ Γ Δ. Διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. Περιβεβλήσθω δὴ παρὰ τὰν A H τὸ χωρίον τὸ A B ἐφ' ἑκάτερα τᾶς A H· ὥστε εἶμεν τὸ M N ἴσον τῷ A B. Ἔσται δὴ τοῦ M N κέντρον τοῦ βάρεος τὸ E σαμεῖον. Συμπεπληρώσθω δὴ τὸ N Ξ. Ἕξει δὴ τὸ M N ποτὶ τὸ N Ξ λόγον, ὃν ἁ A H ποτὶ H K. Ἔχει δὲ καὶ τὸ A B ποτὶ τὸ Γ Δ, τὸν τᾶς A H ποτὶ H K λόγον. Καὶ ὡς ἄρα τὸ A B ποτὶ Γ Δ, οὕτως τὸ M N ποτὶ τὸ N Ξ. Καὶ ἐναλλάξ. Ἴσον δὲ τὸ A B τῷ M N. Ἴσον ἄρα καὶ τὸ Γ Δ τῷ N Ξ. Καὶ κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ τοῦ βάρεος τὸ Z σαμεῖον. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ A Θ τᾷ Θ K, καὶ ὅλα ἁ A K τὰς [d] ἀπεναντίον πλευρὰς δίχα τέμνει, τοῦ ὅλου τοῦ Π M κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον. Ἀλλὰ τὸ M Π ἴσον τῷ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν M N, N Ξ. [e] Καὶ τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν A B, Γ Δ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον.

Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον καὶ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέοντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ [f] ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὸν αὐτὸν τρόπον· τὸ γενόμενον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι γνωρίμως ἐγγράφεσθαι λεγέσθω. Φανερὸν δὲ ὅτι τοῦ οὕτως ἐγγραφέντος σχήματος, αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύουσαι, τάς τε ἔγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος καὶ τὰς ἑξῆς, παρὰ τὰν βάσιν ἐσσοῦνται τοῦ τμάματος. Καὶ δίχα τμαθησοῦνται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου· καὶ τὰν διάμετρον τεμοῦντι εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους, ἑνὸς λεγομένου ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος· τοῦτο δὲ [g] δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσιν.

EUTOCIUS.

CUM, quæ primo in libro subobscura sunt, diligenter persecuti simus, necessarium ducimus, et quæ in secundo difficilia sunt ad intelligendum, aliquo modo explicare. Itaque in primi theorematis propositione: ponantur, inquit, spatia A B, Γ Δ, quæ sub recta linea, et rectanguli coni sectione continentur; quæ quidem datæ rectæ applicare possumus. Hoc autem per

ΑΚΡΙΒΩΣ ἐπεξελθόντες τῷ πρώτῳ, καὶ σαφηνίσαντες τὰ ἐν αὐτῷ δυσθεώρητα, ἀναγκαῖον ἡγήμεθα καὶ τὰ ἐν τῷ δευτέρῳ δυσχερῶς εἰρημένα μετρίως ἐκδιδάξαι. Φησὶ τοίνυν ἐν τῇ προτάσει τοῦ πρώτου θεωρήματος· ὑποκείσθω τὰ A B, Γ Δ χωρία περιεχόμενα ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν [h] δοθεῖσαν

[b] H Θ. [c] ἄρα καὶ ἁ A Θ. [d] ἐναντίον. [e] ὥστε καὶ τοῦ. [f] ἀεὶ deest. [g] δεικτέον ex MS.
[h] δοθεῖσαν εὐθείαν παραβαλεῖν.

παραβαλεῖν. Τοῦτο δὲ αὐτόθεν μὲν διὰ τῶν ἐνταῦθα δεδειγμένων οὐκ ἔστι ποιεῖν. Ἐπεὶ δὲ δέδεικται αὐτῷ, ὡς καὶ ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου εἶπεν, ὅτι τὸ τοιοῦτον σχῆμα ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον· τῷ δὲ ἐπιτρίτῳ τοῦ τριγώνου ἐπιτρίτῳ εὐθυγράμμῳ ὄντι δυνατὸν ἴσον παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν· φανερὸν ὅτι καὶ τοῖς τοιούτοις σχήμασι. Τὰ δὲ ἐν τῇ κατασκευῇ εἰρημένα, ἅπαντα δῆλά ἐστι διὰ τοῦ [*] τετάρτου θεωρήματος τοῦ πρώτου τούτων τῶν βιβλίων.

ea, quæ illic demonstrata sunt, facere protinus non licet. Quoniam vero demonstratum ab ipso est, ut ait in libro de sphæra et cylindro, ejusmodi figuram sesquitertiam esse trianguli, quod eamdem atque ipsa basim habeat, eamdemque altitudinem: planoque trianguli sesquitertio, eique rectilineo æquale aliud planum datæ rectæ applicari potest; constat eidem rectæ planum etiam applicari posse ejusmodi figuris æquale. Quæ porro in constructione dicuntur, ea omnia per quartum theorema libri horum duorum primi manifesta sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

[i] Εἰ δὲ καὶ εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγραφῇ, τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται [k] ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

Ἔστω τμᾶμα τὸ Α Β Γ, οἷον εἴρηται· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ Α Ε Ζ Η Β Θ Ι Κ Γ. [l] Διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ἁ Β Δ. Δεικτέον ὅτι τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εὐθυγράμμου ἐστὶν ἐπὶ τᾶς Β Δ.

Ἐπεὶ γὰρ [m] τοῦ μὲν Α Ε Κ Γ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς Α Δ ἐστί· τοῦ δὲ Ε Ζ Ι Κ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς Μ Α· τοῦ δὲ Ζ Η Θ Ι τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς Μ Ν· ἔτι δὲ καὶ τοῦ Η Β Θ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς Β Ν· δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς Β Δ ἐστίν.

PROP. II. Theor.

Quod si segmento, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, rectilineum perspicue inscribatur; inscripti rectilinei centrum gravitatis erit in segmenti diametro.

Sit segmentum Α Β Γ, quale dictum est; eidemque inscribatur perspicue rectilineum Α Ε Ζ Η Β Θ Ι Κ Γ. Diameter autem segmenti sit Α Β. Oportet demonstrare hujusce rectilinei centrum gravitatis esse in Β Δ.

Quoniam enim trapezii quidem Α Ε Κ Γ centrum gravitatis est in Α Δ; trapezii vero Ε Ζ Ι Κ centrum gravitatis in Μ Α; trapezii denique Ζ Η Θ Ι centrum gravitatis in Μ Ν; et amplius trianguli Η Β Θ centrum gravitatis in Β Ν; constat totius quoque rectilinei centrum gravitatis esse in Β Δ.

EUTOCIUS.

Τοῦ δευτέρου θεωρήματος προλέγει τινὰ δεικνύντα, πῶς δυνατὸν ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ σχῆμα γνωρίμως ἐγγράφεσθαι, καὶ φησί· ταῦτα δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσιν. Ἐπειδὴ δὲ ἀσαφές ἐστι τὸ λεγόμενον, ἀναγκαῖον εἰπεῖν βραχέα περὶ αὐτοῦ ἐκ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν εὑρεθέντα. Ἔστω σχῆμα περιεχόμενον ὑπὸ παραβολῆς τῆς Α Β Γ, καὶ εὐθείας τῆς Α Γ, ἡ διάμετρος ἔστω ἡ Β Δ. Φανερὸν δὴ ὅτι κορυφή ἐστι τοῦ τμήματος τὸ Β σημεῖον. Κορυφὰς γὰρ ἐκάλεσε τῶν γραμμῶν ὁ Ἀπολλώνιος τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τῶν διαμέτρων. Ἐὰν δὲ ἐπιζεύξωμεν τὰς Α Β, Β Γ, ἔσται τὸ ὑπὸ Α Β Γ τρίγωνον τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὴν ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν Α Β κάθετον ἀγομένην. Οὕτως γὰρ καὶ ἄξων ἐστὶν ἡ Β Δ. Ἐὰν δὲ λαβόντες τὰς κορυφὰς τῶν Α Β, Β Γ τμημάτων τὰς Ε, Ζ, δι' αὐτῶν παραλλήλους ἀγάγωμεν τῇ Β Δ, [n] ὡς τὰς Ε Η, Ζ Θ· ἔσονται αὗται διάμετροι τῶν Α Β, Β Γ τμημάτων. Δέδεικται γὰρ ἐπὶ τῶν παραβολῶν, ὅτι πᾶσαι αἱ παρὰ τὴν διάμετρον ἀγόμεναι διάμετροί εἰσι τῆς τομῆς. Ἔσονται δὴ τὰ Ε, Ζ κορυφαὶ τῶν τμημάτων, καὶ αἱ διὰ τῶν Ε, Ζ ἐφαπτόμεναι παράλληλοι ταῖς Α Β, Β Γ. Ἔσται δὲ καὶ ἡ Ε Α Ζ παρὰ τὴν Α Δ Γ· ἐπειδὴ αἱ Ε Θ, Ζ Κ παράλληλοί εἰσι καὶ ἴσαι, διάμετροι οὖσαι τῶν ἴσων τμημά-

Secundo theoremati quædam præmittit, quibus ostenditur qui fieri possit, ut rectanguli coni sectioni figura perspicue inscribatur; et ait: hæc in ordinibus demonstranda sunt. Quoniam igitur hoc quod dicitur, obscurum est, pauca quædam de eo ducta ex conicis Apollonii elementis danda sunt. Sit figura, quæ sub parabola Α Β Γ, et recta linea Α Γ continetur; ejusque diameter sit Β Δ. Manifestum utique est segmenti verticem esse punctum Β. Linearum enim vertices Apollonius vocat diametrorum, qui ad lineas sunt, terminos. Itaque si jungantur Α Β, Β Γ, triangulum erit Α Β Γ eamdem ac segmentum basim habens, eamdemque altitudinem; nempe rectam, quæ a puncto Β ad Α Β normalis ducitur. Prorsus enim hoc pacto axis est Β Δ. Quod si sumptis segmentorum Α Β, Β Γ verticibus Ε, Ζ, ducantur per ipsos rectæ ipsi Β Δ parallelæ; erunt utique segmentorum Α Β, Β Γ diametri. Demonstratum est enim de parabola, rectas omnes, quæ diametro parallelæ ducuntur, ejusdem diametros esse. Itaque puncta Ε, Ζ segmentorum vertices erunt: et rectæ, quæ in Ε, Ζ sectionem contingunt, ipsis Α Β, Β Γ parallelæ. Præterea Ε Α Ζ ipsi Α Δ Γ parallela erit; quoniam Ε Θ, et Ζ Κ parallelæ sunt et æquales, quippe æqualium segmentorum

[*] Quartum in Ed. Bas. in hac autem nostra est theorema sextum.

[i] εἰκα. [k] ἐπὶ τᾶς τοῦ. [l] διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος, desunt in MS. [m] τοῦ μὲν Ε Ζ, Ι Κ. [n] ὡς τὰς Ε Η &c.

diametri sunt, sibique invicem conveniunt, ut in sexto conicorum libro demonstratum est. Et quoniam EHΘ parallela est ipsi BΔ; ut BH ad HA, ita se habet ΔΘ ad ΘA. Æqualis est autem HB ipsi AH. Cum enim AB contingenti parallela sit, eam diameter EH in duas æquas partes secat. Æqualis est igitur etiam ΔΘ ipsi ΘA. Eadem ratione et ΔK ipsi KΓ est æqualis. Æqualis est autem tota AΔ toti ΔΓ. Æqualis est igitur ΔΘ ipsi ΔK; ideoque etiam EΛ ipsi ΛZ. Quocirca vere illud dicit, quæ segmentorum vertices jungit, hanc segmenti basi parallelam esse, atque a segmenti diametro in duas æquas partes secari. Jungantur modo AE, EB, BZ, ZΓ; et secentur in duas æquas partes in punctis M, N, Ξ, O; ductisque per M, N, Ξ, O ipsi BΔ parallelis ΠMPΣ, TNΥΦ, XΞΨΩ, ϛOϟΔ, jungantur AΠ, ΠE, ET, TB, BX, XZ, Zϛ, ϛΓ; itemque TΛX, et ΠΔϛ. Itaque manifestum est ex iis, quæ supra demonstrata sunt, rectas TX, EZ, Πϛ ipsi AΓ parallelas esse; æqualesque TΛ ipsi ΛX, et EΛ ipsi ΛZ, et ΠΔ ipsi Δϛ. Dico igitur hasce rectas diametrum BΔ secare in numeros deinceps impares: videlicet qualis unius est linea BΛ, talium trium esse lineam ΛΛ, et quinque lineam ΛΔ, et septem lineam ΔΔ. Quoniam enim æqualis est AH ipsi HB, et ipsi BΔ parallela EΘ; ideo etiam AΘ ipsi ΘΔ est æqualis. Quare dupla ipsius ΔΘ, atque ideo etiam ipsius EΛ est ΛΔ. Quod igitur quadratum ab ΛΔ describitur, id quadruplum est quadrati, quod describitur ab EΛ. Ut autem quadratum, quod ab ΛΔ describitur, ad quadratum, quod describitur ab EΛ, ita demonstratum est se habere BΔ ad BΛ. Quadrupla est igitur etiam BΔ ipsius BΛ; ideoque tripla ΔΛ ipsius ΛB. Itaque qualis unius est ΛB, talium trium est ΛΔ. Eademque ratione qualium quatuor est ΛB, talium duodecim est ΛΔ. Et quoniam æqualis est EN ipsi NB, et EZ ipsi ZΛ, ideoque et ΘΦ ipsi ΦΔ; dupla est EΛ ipsius ΛZ; hoc est TΛ. Quod igitur quadratum ab EΛ describitur, id quadruplum est quadrati, quod describitur a TΛ. Quadrupla est igitur etiam ΛB ipsius BΛ; ideoque tripla ΛΛ ipsius ΛB. Itaque qualium quatuor est ΛB, talis unius est BΛ; et talium trium ΛΛ, et duodecim ΛΔ. Rursus quoniam æqualis est AM ipsi ME, et AP ipsi PH, et AΣ

τον, καὶ ἐφαρμόζουσιν ἀλλήλαις, ὡς ἐν τῷ ϛ´ τῶν κωνικῶν δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἡ EHΘ παράλληλός ἐστι τῇ BΔ, ἐστὶν ὡς ἡ BH πρὸς HA, ἡ ΔΘ πρὸς ΘA. Ἴση δὲ ἡ HB τῇ AH. Δίχα γὰρ αὐτὴν τέμνει ἡ EH διάμετρος παράλληλον οὖσαν τῇ ἐφαπτομένῃ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΘA. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔK τῇ KΓ ἴση ἐστί. Ἴση δὲ ὅλη ἡ AΔ τῇ ΔΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΔK· καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ EΛ τῇ ΛZ. Ὥστε ἀληθῶς λέγει, ὅτι ἡ τὰς κορυφὰς τῶν τμημάτων ἐπιζευγνύουσα παράλληλος ἔσται τῇ βάσει τοῦ τμήματος, καὶ δίχα διαιρεθήσεται ὑπὸ τῆς τοῦ τμήματος διαμέτρου. Ἐπεζεύχθωσαν δὴ καὶ AE, EB, BZ, ZΓ· καὶ δίχα τετμήσθωσαν κατὰ τὰ M, N, Ξ, O σημεῖα· καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν M, N, Ξ, O παρὰ τὴν BΔ, αἱ ΠMPΣ, TNΥΦ, XΞΨΩ, ϛOϟΔ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΠ, ΠE, ET, TB, BX, XZ, Zϛ, ϛΓ· καὶ αἱ TΛX, καὶ ΠΔϛ. Φανερὸν δὴ, ἐκ τῶν προδεδειγμένων, ὅτι ἡ TX καὶ ἡ EZ καὶ ἡ Πϛ παράλληλοι εἰσὶ τῇ AΓ· καὶ ἔτι ἴση ἡ TΛ τῇ ΛX, καὶ ἡ EΛ τῇ ΛZ, καὶ ἡ ΠΔ τῇ Δϛ. Λέγω οὖν ὅτι τέμνουσι τὴν BΔ εἰς τὸν ἑξῆς περισσὸν ἀριθμόν· τουτέστιν οἵων ἐστὶν ἑνὸς ἡ BΛ, τοιούτων τριῶν ἡ ΛΛ, καὶ ἡ ΛΔ πέντε, [o] καὶ ἡ ΔΔ ἑπτά. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ AH τῇ HB, καὶ παράλληλος ἡ EΘ τῇ BΔ· ἴση ἄρα καὶ ἡ AΘ τῇ ΘΔ. [p] Ἡ ΛΔ ἄρα τῆς ΔΘ διπλῆ ἐστιν· ὥστε καὶ τῆς EΛ. Τὸ ἀπὸ τῆς ΛΔ ἄρα τετραπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς EΛ. Ὡς δὲ τὸ [q] ἀπὸ ΛΔ πρὸς τὸ ἀπὸ EΛ, οὕτως δέδεικται ἡ BΔ πρὸς BΛ. Τετραπλασία ἄρα καὶ ἡ ΔB τῆς BΛ· τριπλῆ ἄρα ἡ ΔΛ τῆς ΛB. Οἵων ἄρα ἐστὶν ἑνὸς ἡ ΛB, τοιούτων τριῶν ἐστιν ἡ ΛΔ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἵων ἄρα ἡ ΛB τεσσάρων, ἡ ΛΔ δώδεκα. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἡ EN τῇ NB, καὶ ἡ EZ τῇ ZΛ, καὶ ἡ ΘΦ τῇ ΦΔ· διπλασία ἐστὶν ἡ EΛ τῆς ΛZ, τουτέστι τῆς TΛ. [r] Τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ EΛ τοῦ ἀπὸ TΛ. Τετραπλασία ἄρα καὶ ἡ ΛB τῆς BΛ· ὥστε τριπλασία ἡ ΛΛ τῆς ΛB. Οἵων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛB τεσσάρων, τοιούτων ἡ μὲν BΛ ἑνὸς, ἡ δὲ ΛΛ τριῶν, ἡ δὲ ΛΔ δώδεκα. Πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AM τῇ ME, καὶ ἡ AP τῇ PH, καὶ ἡ AΣ τῇ ΣΘ· ἴσαι εἰσὶ

[o] καὶ ἡ Δ ἑπτά. [p] ἡ ΘΔ. [q] ἀπὸ ΛΔ, οὕτως. [r] διπλάσιον.

καὶ αἱ Λ Σ, Σ Θ, Θ Φ, Φ Δ. Οἵων ἄρα ἐστὶν ἡ Λ Δ τεσσάρων, τοιούτων ἡ Σ Δ τριῶν, τουτέστιν ἡ Π Δ. Οἵων ἄρα τὸ ἀπὸ Λ Δ δεκαέξ, τοιούτων τὸ ἀπὸ Π Δ ἐννέα· καὶ οἵων ἄρα ἡ Δ Β δεκαέξ, ἡ Β Δ ἐννέα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ Δ Δ ἑπτά. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται οἵων ἡ Β Δ δεκαέξ, τοιούτων ἡ μὲν Β Λ ἑνός, ἡ δὲ Λ Λ τριῶν, ἡ δὲ Δ Δ ἑπτά· καὶ λοιπὸ [a] ἡ Λ Δ ἐστὶ πέντε. Τέμνεται ἄρα ἡ Β Δ ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους, ἑνὸς λαμβανομένου τοῦ πρὸς τῇ κορυφῇ [b] τοῦ τμήματος. Δῆλον οὖν ἐστιν ἐκ τῆς καταγραφῆς, ὅτι αἱ καταγόμεναι ὑπὸ τῶν διαμέτρων εἰς τοὺς ἀπὸ μονάδος [c] ἑξῆς ἀριθμοὺς τέμνονται. Οἵων γάρ ἐστιν ἑνὸς ἡ Τ Λ, τοιούτων ἐστὶ δύο ἡ Ε Λ, τριῶν δὲ ἡ Π Δ, τεσσάρων δὲ ἡ Λ Δ. Παράλληλαι γὰρ οὖσαι πᾶσαι εἰς ἴσα τέμνουσιν ἀλλήλας. Ὀνομάζει δὲ ὑπ᾽ Ἀρχιμήδους [d] τὸ Λ Π Ε Τ Β Χ Ζ ϛ Γ σχῆμα γνωρίμως ἐγγραφόμενον.

ipsi Σ Θ; æquales invicem sunt ipsæ quoque Λ Σ, Σ Θ, Θ Φ, Φ Δ. Itaque qualium quatuor est Λ Δ, talium trium est Σ Δ; hoc est Π Δ. Qualium igitur sexdecim est quadratum, quod ab Λ Δ describitur, talium novem est quadratum, quod describitur a Π Δ: et propterea qualium sexdecim est B Δ, talium novem est B Δ, et septem, quæ relinquitur Δ Δ. Quoniam igitur demonstratum est, qualium sexdecim est B Δ, talis unius esse B Λ; et talium trium Λ Λ, et septem Δ Δ; ideo talium quinque est, quæ relinquitur, Λ Δ. Quo circa B Δ secatur a parallelis pro ratione numerorum deinceps imparium, uno ad segmenti verticem computato. Constat etiam ex figura, rectas, quæ ad sectionem ducuntur, secari a diametris in numeros ab unitate deinceps impares. Nam qualis unius est T Λ, talium duo est E Λ, et trium Π Δ, et quatuor Λ Δ. Cum enim diametri omnes parallelæ sint sese in æquas partes invicem secant. Porro figura Λ Π E T B X Z ϛ Γ perspicue inscripta ab Archimede vocatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ΄.

Αἴκα δύο τμαμάτων ὁμοίων, περιεχομένων ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως, ἔχωντι δὲ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει [e] ἀλλάλαις· τῶν εὐθυγράμμων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνοντι τὰς διαμέτρους τῶν τμαμάτων.

Ἔστω δύο τμάματα τὰ Α Β Γ, Ξ Ο Π· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὰ εὐθύγραμμα γνωρίμως κατὰ πάσας πλευρὰς τὸν ἀριθμὸν ἔχονται ἀλλάλοις ἴσον. Διάμετροι δὲ ἔστωσαν τῶν τμαμάτων αἱ Β Δ, Ο Ρ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν [f] αἱ Ε Κ, Ζ Ι, Η Θ, καὶ Σ Τ, Υ Φ, Χ Ψ. Ἐπεὶ οὖν ἅ τε Β Δ διαιρεῖται ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν [g] περισσῶν λόγους [h] καὶ Ρ Ο, ὁμοίως καὶ τῷ πλήθει τὰ τμάματα αὐτῶν ἴσα ἐστί· δῆλον ὡς τά τε τμάματα τῶν διαμέτρων ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ἐσσεῖται καὶ αἱ παράλληλοι τοὺς αὐτοὺς λόγους [i] ἑξοῦνται. Καὶ τῶν τραπεζίων, τοῦ τε Λ Ε Κ Γ, καὶ τοῦ Ξ Σ Τ Π τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσεῖται ἐπὶ τῶν Λ Δ, Ω Ρ εὐθειῶν ὁμοίως κείμενα· [k] ἐπεὶ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον αἱ Λ Γ, Ε Κ ταῖς Ξ Π, Σ Τ. Πάλιν δὴ καὶ τῶν Ε Ζ Ι Κ, Σ Υ Φ Τ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς Λ Μ, Ω ϛ. Καὶ ἐν τοῖς Ζ Θ, Υ Ψ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται [l] ὁμοίως διαιρέοντα τὰς Μ Ν, ϛ ϥ. Ἐσσεῖ δὴ καὶ τῶν Η Β Θ, Χ Ο Ψ τριγώνων [m] τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τῶν Β Ν,

PROP. III. Theor.

Si similibus duobus segmentis, quæ sub recta linea, et rectanguli coni sectione continentur, rectilinea cuique inscribantur, quæ latera habeant multitudine sibi invicem æqualia; rectilineorum centra gravitatum segmentorum diametros similiter secant.

Sint duo segmenta A B Γ, Ξ O Π: inscribanturque iisdem perspicue rectilinea, in quibus omnium laterum numerus æqualis invicem sit. Segmentorum diametri sint B Δ, O P: junganturque E K, Z I, H Θ; itemque Σ T, Υ Φ, X Ψ. Quoniam igitur cum B Δ, tum etiam P O dividuntur similiter a parallelis secundum rationes numerorum deinceps imparium, earumque segmenta æqualia multitudine sunt; constat fore, ut easdem rationes cum segmenta diametrorum, tum parallelæ ipsæ inter se invicem habeant. Ac trapeziorum Λ E K Γ, et Ξ Σ T Π centra gravitatum similiter posita erunt in rectis Λ Δ, Ω P; quoniam eamdem habent rationem Λ Γ, et E K, quam Ξ Π, et Σ T. Rursus autem trapeziorum E Z I K, Σ Υ Φ T centra gravitatum similiter divident rectas Λ M, Ω ϛ: trapeziorumque Z Θ, Υ Ψ centra gravitatum divident similiter rectas M N, ϛ ϥ. Quin etiam triangulorum H B Θ, X O Ψ centra gravitatum similiter posita erunt in rectis B N, O ϥ. Habent

[a] ὁ Λ Δ. [b] τοῦ πράγματος. [c] ἑξῆς κειμένους ἀριθμούς. [d] τὸ ἀπὸ Γ Β Λ, Ζ ϛ Γ. [e] ἀλλήλαις. [f] ἐν, Ζ Γ, Η Θ. [g] περισσῶν. [h] καὶ Π Ρ Ο καὶ τῷ. [i] ἕξουσι. [k] καὶ τὸν αὐτόν. [l] ὁμοίως διαιροῦντα τὰς Μ Ν, Σ Τ. [m] τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσοῦνται ὁμοίως διαιροῦντα τὰς Μ Ν ϛ Τ —— δὴ καὶ τῶν Η Β Θ Χ Ο Ψ τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τῶν Β Ν Ο ϥ.

autem eamdem rationem trapezia, et triangula. Constat igitur totius rectilinei, quod segmento ΑΒΓ inscriptum est, centrum gravitatis diametrum ΒΔ similiter secare, atque ejus, quod inscriptum est segmento ΞΟΠ, centrum gravitatis diametrum ΟΡ secat. Quod oportebat demonstratare.

ὁμοίως κείμενα. Ἔχοντι δὲ αὐτὸν λόγον τὰ τραπέζια καὶ τὰ τρίγωνα. Δῆλον ὦν ὅτι τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ ΑΒΓ τμάματι γεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ὁμοίως διαιρεῖ τὰν ΒΔ· καὶ τοῦ ἐν τῷ ΞΟΠ τμάματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τὰν ΟΡ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Apollonius in sexto conicorum libro similia sectionum coni segmenta ea esse dixit, quarum in utraque si aequales multitudine rectae ducantur basi parallelae; tum hae parallelae atque bases ad rectas, quae a diametris ad vertices abscinduntur, tum quae abscinduntur inter se invicem eandem rationem habuerint. Parabolas autem omnes similes sibi invicem esse. Quae porro sit figura perspicue inscripta, dictum est in sumpto lemmate. Quod autem dicitur, diametros similiter secari, id est hujusmodi, ut eorum segmenta eandem inter se invicem rationem habeant. Quae reliqua sunt in theoremate, ea omnia ex figura, quam supra attulimus, manifesta sunt.

Τὰ ὅμοια τμήματα τῶν τοῦ κώνου τομῶν Ἀπολλώνιος ὡρίσατο ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ τῶν κωνικῶν, ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆθος, αἱ παράλληλοι, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσί· καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας. Καὶ ὅτι αἱ παραβολαὶ πᾶσαι ὅμοιαί εἰσι. Τὸ δὲ γνωρίμως ἐγγραφόμενον σχῆμα εἴρηται ἐν τῷ προληφθέντι λήμματι. Τὸ δὲ ὁμοίως διαιρεῖσθαι τὰς διαμέτρους ἐστίν, ἵνα τὰ τμήματα αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον. Τὰ λοιπὰ τοῦ θεωρήματος σαφῆ ἐστιν ἐκ τοῦ προειρημένου σχήματος.

PROP. IV. Theor.

Cujuslibet segmenti, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, centrum gravitatis est in segmenti diametro.

Sit segmentum, quale dictum est, ΑΒΓ, cujus diameter ΒΔ. Oportet demonstrare segmenti, quod diximus centrum gravitatis esse in ΒΔ.

Si enim minus, sit punctum Ε: ducaturque per id punctum ΕΖ ipsi ΒΔ parallela. Inscribatur autem segmento triangulum ΑΒΓ eamdem ac segmentum basim habens, eamdemque altitudinem: et quam rationem habet ΓΖ ad ΔΖ, hanc habeat triangulum ΑΒΓ ad spatium Κ. Inscribaturque segmento perspicue etiam rectilineum, ita ut, quae relinquuntur, segmenta spatio Κ minora sint. Itaque inscripti rectilinei centrum gravitatis est in ΒΔ. Hoc sit punctum Θ: jungaturque ΘΕ; eademque producta ducatur ΓΛ ipsi ΒΔ parallela. Constat utique majorem rationem habere rectilineum segmento inscriptum ad ea, quae relinquuntur, segmenta, quam triangulum ΑΒΓ ad spatium Κ. Ut autem triangulum ΑΒΓ ad spatium Κ, ita se habet ΓΖ ad ΖΔ. Igitur majorem rationem habet rectilineum segmento inscriptum ad ea, quae relinquuntur, segmenta, quam ΓΖ ad ΖΔ; hoc est ΛΕ ad ΕΘ. Itaque habeat ΜΕ ad ΕΘ eamdem rationem, quam inscriptum rectilineum ad segmenta. Quoniam igitur totius quidem segmenti

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

Ἔστω τμᾶμα, ὡς εἴρηται, τὸ ΑΒΓ, [f] οὗ διάμετρος ἔστω ἁ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι τοῦ εἰρημένου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΒΔ.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω τὸ Ε· καὶ δι' αὐτοῦ ἄχθω παρὰ τὰν ΒΔ ἁ ΕΖ. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τμᾶμα τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΓΖ ποτὶ ΔΖ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. Ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ. Τοῦ δὴ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΒΔ. Ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπιζεύχθω ἁ ΘΕ, καὶ ἐκβεβλήσθω· καὶ παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθω ἁ ΓΛ. Δῆλον δὲ ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ τμάματι ποτὶ τὰ λειπόμενα τμάματα, ἢ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ. Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ, οὕτως ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΔ. Καὶ τὸ [g] ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΔ· τουτέστιν ἁ ΛΕ ποτὶ ΕΘ. Ἐχέτω οὖν ἁ ΜΕ ποτὶ ΕΘ τὸν αὐτὸν λόγον [h] τοῦ ἐγγεγραμμένου περὶ τὰ τμάματα. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ε κέντρον τοῦ ὅλου

[f] ἇς διάμετρος [g] ἐγγεγραμμένον ἄρα εὐθύγραμμον ποτί. [h] τὸν τοῦ ἐγγεγραμμένου ποτί.

τμάματος, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένω ἐν αὐτῷ εὐθυγράμμω τὸ Θ. δῆλον [i] ἔτι λοιπῶ τοῦ συγκειμένω μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων τὸ κέντρον τῶ βάρεός ἐστιν ἐκβληθείσας τᾶς ΘΕ· καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας, ἣ λόγον ἔχει ποτὶ τὰν ΘΕ, ὃν τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα. Ὥστε εἴη καὶ τῶ συγκειμένω μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ σαμεῖον· [k] ὅπερ ἄτοπον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Μ εὐθείας παρὰ τὰν ΒΔ ἀγομένας, [l] ἐπὶ ταυτὰ ἐσσεῦντι πάντα τὰ περιλειπόμενα τμάματα. Δῆλον ὦν, ὅτι ἐπὶ [m] τᾶς ΒΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τῶ βάρεος.

centrum gravitatis est punctum Ε; rectilinei vero eidem inscripti, punctum Θ; constat magnitudinis, quæ relinquitur, quæque ex iis, quæ relinquuntur, segmentis componitur, centrum gravitatis esse in recta ΘΕ producta, abscissa quadam ejus parte, quæ ad ΘΕ eam rationem habeat, quæ inscriptum rectilineum ad ea, quæ relinquuntur, segmenta. Quare magnitudinis, quæ ex iis, quæ relinquuntur, segmentis componitur, centrum gravitatis fuerit punctum Μ: quod est absurdum. Ducta enim per punctum Μ recta ipsi ΒΔ parallela, segmenta omnia, quæ relinquuntur, ad eamdem partem erunt. Constat igitur centrum gravitatis esse in ΒΔ.

E U T O C I U S.

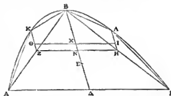
Ἐγγεγράφθω εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα ἦμεν τῶ Κ. Τοῦτο δὲ φανερόν ἐστιν ἐκ τῶν εἰρημένων ἐν τῷ [n] δεκάτῳ τῆς στοιχειώσεως, καὶ τῷ πρώτῳ [o] τῶν περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

Inscribaturque segmento perspicue rectilineum, ita ut, quæ relinquuntur, segmenta spatio Κ minora sint. Hoc autem manifestum est ex iis, quæ in decimo elementorum libro, et primo de sphæra et cylindro dicta sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε΄.

Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς, εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως· [p] τὸ τῶ ὅλω τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς κορυφᾶς τῶ τμάματος, ἢ τὸ τῶ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον.

Ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· διάμετρος δὲ αὐτῶ, ἁ ΔΒ. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον πρῶτον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ· καὶ τετμάσθω ἁ ΒΔ κατὰ τὸ Ε, ὥστε ἦμεν διπλασίαν [q] τὰν ΒΕ τᾶς ΕΔ. Ἔστι ὦν τῶ ΑΒΓ τριγώνω κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. Τετμάσθω δὴ δίχα ἑκατέρα τᾶν ΑΒ, ΒΓ, κατὰ τὰ Ζ, Η· καὶ διὰ τὰ Ζ, Η παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθωσαν αἱ ΖΚ, ΛΗ. Ἔσται ἄρα τοῦ μὲν ΑΚΒ τμάματος κέντρον τῶ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΖΚ· τῶ δὲ ΒΓΛ τμάματος τὸ κέντρον τῶ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΗΛ. Ἔστω δὴ τὰ Θ, Ι· καὶ ἐπιζεύχθω [r] ἁ ΘΙ. Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι [s] τὸ ΘΖΗΙ, καὶ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΝ ἁ ΝΗ, ἐστὶν ἄρα [t] ἁ ΧΘ ἴσα τᾷ ΧΙ. Ὥστε τῶ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένω μεγέθεος κέντρον τῶ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΘΙ· ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τμάματα· τουτέστι τὸ Χ σαμεῖον. Ἐπεὶ δὴ τῶ μὲν ΑΒΓ τριγώνω κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι [u] τὸ Ε σαμεῖον, τῶ δὲ συγκειμένω ἐξ ἀμφοτέρων τῶν



PROP. V. Theor.

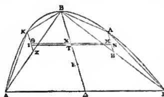
Si segmento, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, rectilineum perspicue inscribatur; totius segmenti centrum gravitatis propius vertici est, quam centrum gravitatis inscripti rectilinei.

Sit segmentum ΑΒΓ, quale dictum est; cujus diameter ΒΔ. Inscribatur autem primo eidem perspicue triangulum ΑΒΓ: secturque ΒΔ in puncto Ε, ita ut ΒΕ dupla sit ipsius ΕΔ. Trianguli igitur ΑΒΓ centrum gravitatis est punctum Ε. Itaque secetur in duas æquas partes utraque ΑΒ, ΒΓ in punctis Ζ, Η: ducanturque per Ζ, Η, ΖΚ, ΛΗ ipsi ΒΔ parallelæ. Igitur segmenti quidem ΑΚΒ centrum gravitatis est in ΖΚ; segmenti vero ΒΓΛ, in ΗΛ. Hæc autem sint puncta Θ, Ι: jungaturque ΘΙ. Et quoniam parallelogrammum est ΘΖΗΙ, æqualisque ΖΝ ipsi ΝΗ, ideo æqualis est ΧΘ ipsi ΧΙ. Quare magnitudinis, quæ ex utrisque segmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, centrum gravitatis est in media ΘΙ; quoniam segmenta æqualia sunt; nimirum est punctum Χ. Quoniam autem trianguli quidem ΑΒΓ centrum gravitatis est punctum Ε, magnitudinis vero, quæ ex utrisque segmentis

[i] ἔτι λοιπῶ. [k] ὅπερ ἀδύνατον. [l] ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐσσοῦνται. [m] τᾶς ΒΓ. [n] δευτέρῳ. [o] τῶ περὶ σφαίρας.
[p] In MS. deest τό. [q] ἁ ΒΕ. [r] ἁ ΘΙ· καί. [s] τὸ ΘΖΗ, καί. [t] καὶ ἁ ΧΘ. [u] τὸ σαμεῖον.

A K B, B A Γ componitur, punctum X; constat totius segmenti A B Γ centrum gravitatis esse in X E; hoc est inter puncta X, et E. Quare propius fuerit vertici centrum gravitatis totius segmenti, quam trianguli perspicue inscripti.

Inscribatur rursus segmento perspicue pentagonum rectilineum A K B Λ Γ. Ac sit totius quidem segmenti diameter B Δ; utriusque vero segmenti utraque diameter K Z, Λ H. Et quoniam segmento A K B triangulum perspicue inscriptum est; totius segmenti centrum gravitatis propius vertici est, quam centrum gravitatis trianguli. Sit igitur segmenti quidem A K B centrum gravitatis punctum Θ, trianguli vero punctum I. Et rursus segmenti quidem B Λ Γ centrum gravitatis punctum M, trianguli vero punctum N: junganturque puncta Θ, M, itemque I, N. Æqualis est igitur Θ X ipsi X M, et I T ipsi T N. Sed triangulo quidem A K B æquale est triangulum B Λ Γ; segmento vero A K B segmentum B Λ Γ. Demonstratum est enim in aliis libris, segmenta triangulorum esse sesquitertia. Igitur magnitudinis quidem, quæ ex utrisque segmentis A K B, B Λ Γ componitur, centrum gravitatis erit punctum X; magnitudinis vero, quæ componitur ex triangulis A K B, B Λ Γ, punctum T. Rursus igitur quoniam trianguli A B Γ centrum gravitatis est punctum E; et magnitudinis, quæ ex utrisque segmentis A K B, B Λ Γ componitur, punctum X; constat totius quidem segmenti A B Γ centrum gravitatis esse in recta X E, ita secta, ut quam habet rationem triangulum A B Γ ad utraque segmenta A K B, B Λ Γ, hanc habeat ejus pars, cujus terminus est punctum X ad partem minorem. Pentagoni vero A K B Λ Γ centrum gravitatis esse in recta E T, ita secta, ut quam habet rationem triangulum A B Γ ad triangula A K B, B Λ Γ, hanc habeat ejus pars, cujus terminus est punctum T, ad partem reliquam. Quoniam igitur majorem rationem habet triangulum A B Γ ad triangula K A B, A B Γ, quam ad segmenta; constat propius esse vertici B centrum gravitatis segmenti A B Γ, quam inscripti rectilinei. Porro in omnibus rectilineis, quæ segmentis perspicue inscripta sunt, eadem argumentatio locum habet.



Α Κ Β, Β Λ Γ τὸ Χ· δῆλον ὦν ὅτι ὅλω τοῦ τμάματος τοῦ Α Β Γ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς Χ Ε, τουτέστι μεταξὺ τῶν Χ, Ε σαμείων. Ὥστ' εἴη Κ Λ ἐγγύτερον τᾶς τοῦ τμάματος κορυφᾶς τὸ κέντρον τοῦ ὅλω τμάματος, ἢ τοῦ ἐγγραφομένω τριγώνω γνωρίμως.

Ἐγγραφέσθω πάλιν εἰς τὸ τμᾶμα πεντάγωνον εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ Α Κ Β Λ Γ. Καὶ ἔστω τοῦ μὲν ὅλω τμάματος διάμετρος ἁ Β Δ· ἑκατέρω δὲ τῶν τμαμάτων, ἑκατέρα τᾶν Κ Ζ, Λ Η διαμέτρων. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ Α Κ Β τμάματι ἐγγέγραπται εὐθύγραμμον γνωρίμως, τοῦ ὅλω τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐγγύτερον τᾶς κορυφᾶς, ἢ τὸ τοῦ εὐθυγράμμω. [w] Ἔστω ὦν τοῦ μὲν Α Κ Β τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ, τοῦ δὲ τριγώνω τὸ Ι. Πάλιν δὲ ἔστω τοῦ μὲν Β Λ Γ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ, [x] τοῦ δὲ τριγώνω τὸ Ν· καὶ ἐπεζεύχθω τὰ Θ, Μ, Ι, Ν. Ἴσα ἄρα ἐστὶν ἁ Θ Χ τᾷ Χ Μ, ἁ δὲ Ι Τ τᾷ Τ Ν. Ἀλλὰ καὶ τριγώνῳ τῷ Α Κ Β ἴσον ἐστὶ τὸ Β Λ Γ· τμᾶμα δὲ τὸ Α Κ Β τμάματι τῷ Β Λ Γ. Δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτριτα εἶμεν τῶν τριγώνων. Ἔσται ὦν τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α Κ Β, Β Λ Γ τμαμάτων συγκειμένω μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Χ· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α Κ Β, Β Λ Γ τριγώνων τὸ Τ. Πάλιν ὦν ἐπεὶ [y] τοῦ Α Β Γ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α Κ Β, Β Λ Γ τμαμάτων, τὸ Χ· δῆλον ὡς τοῦ ὅλου τοῦ Α Β Γ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς Χ Ε τμαθείσας οὕτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τὰ Α Κ Β, Β Λ Γ τμάματα, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τὸ τμᾶμα αὐτᾶς, τὸ πέρας ἔχον τὸ Χ, ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα. Τοῦ δὲ Α Κ Β Λ Γ πενταγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς Ε Τ εὐθείας τμαθείσας οὕτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὰ Α Κ Β, Β Λ Γ τρίγωνα, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ Τ ποτὶ τὸ λοιπόν. Ἐπεὶ ὦν μείζονα λόγον ἔχει τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὰ Κ Α Β, Α Β Γ τρίγωνα, ἢ ποτὶ τὰ [z] τμάματα· δῆλον ὦν ὅτι τοῦ Α Β Γ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος, ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς Β κορυφᾶς, ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένω εὐθυγράμμω. Καὶ ἐπὶ πάντων εὐθυγράμμων, τῶν ἐγγραφομένων ἐς τὰ τμάματα γνωρίμως ὁ αὐτὸς λόγος.

EUTOCIUS.

Et quoniam parallelogrammum est Θ Z H I. Quoniam enim K Z, Λ H æquales sunt; quippe æqualium segmentorum diametri, æqualique ab axe B Δ intervallo

Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ Θ Ζ Η Ι. Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ Κ Ζ, Λ Η· ἴσων γὰρ εἰσὶ τμημάτων διάμετροι, καὶ ἴσον ἀπέχουσι τοῦ Β Δ ἄξονος, καὶ ὁμοίως διαιροῦνται ὑπὸ

[w] ἔστω ὦν τοῦ μὲν τμάματος. [x] τοῦ δὲ τριγώνω &c. hæc et sequentia usque ad Ἔστω ὦν τοῦ μὲν, in MS. desunt. [y] τοῦ Α Β Γ τριγώνου κέντρου. [z] τὰ ex MS.

τῶν Θ, Ι κέντρων· ἔστι ὡς ἁ Κ Θ πρὸς Θ Ζ, ἁ Α Ι πρὸς Ι Κ· καὶ ἐναλλάξ. Καὶ διὰ τοῦτο ἴσα ἐστὶν ἁ Θ Ζ τᾷ Ι Η, ἔστι δὲ καὶ παράλληλος. Παράλληλοι γάρ ἐντι πᾶσαι αἱ διάμετροι ἐν παραβολᾶς, παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ Θ Ζ Η Ι.

Ἔστι δὲ τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν [a] Α Κ Β, Β Α Γ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον βάρεος τὸ Χ· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν [b] Α Κ Β, Β Α Γ τριγώνων τὸ Τ. Δέδεικται μὲν γὰρ ἐν τῷ προλαβόντι, ὅτι ἁ Θ Μ ἐπιζευγνύουσα τὰ κέντρα τῶν τμαμάτων, διχοτομεῖται ὑπὸ τᾶς Β Δ κατὰ τὸ Χ, παράλληλος ἐοῦσα τᾷ Ζ Η, καὶ ἁ [c] Ι Ν διχοτομεῖται κατὰ τὸ Τ. Ὥστε κέντρον βάρεος ἐστὶ τὸ Χ τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν Α Κ Β, Β Α Γ τμαμάτων· καὶ τὸ Τ τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν Α Κ Β, Β Α Γ τριγώνων.

Ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ Β Α Γ τρίγωνον ποτὶ τὰ Α Κ Β, Β Α Γ τρίγωνα, ἢ ποτὶ τὰ τμάματα, καὶ τὰ ἑξῆς· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τοῦ μὲν Α Β Γ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε, τῶν δὲ Α Β Κ, Β Α Γ τριγώνων [d] κέντρον τὸ Τ· φανερὸν ὅτι τοῦ Α Κ Β Α Γ εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς Τ Ε τμαθείσας κατὰ τὸ Ρ κατὰ τὸν ἀντιπεπονθότα λόγον τοῦ ὃν ἔχει τὸ Α Β Γ πρὸς τὰ Α Κ Β, Β Α Γ τρίγωνα. Ἐπεὶ δὲ τὸ Α Β Γ τρίγωνον πρὸς τὰ Κ Α Β, Β Α Γ τρίγωνα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὰ τμάματα· μείζονα γάρ ἐστι τὰ τμάματα τῶν τριγώνων· δῆλον ὅτι ἐὰν τέμωμεν τὰν Ε Τ ἐν τῷ λόγῳ τῷ ὃν ἔχει τὸ τρίγωνον πρὸς τὰ τμάματα, ἀνωτέρω τοῦ Ρ πεσεῖται τὸ σαμεῖον, ὃ ἐστι κέντρον τοῦ παντὸς τμάματος, διὰ τὰν ἀντιπεπόνθησιν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛʹ.

Τμάματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, δυνατὸν [e] ἐς τὸ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγράψαι, ὥστε ταν μεταξὺ εὐθείαν τῶν κέντρων τοῦ βάρεος τοῦ τμάματος, καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου, ἐλάσσονα εἶμεν πάσας [f] τᾶς προτεθείσας εὐθείας.

Διδόσθω τμᾶμα τὸ Α Β Γ, οἷον εἴρηται, [g] οὗ κέντρον ἔστω τοῦ βάρεος τὸ Θ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον γνωρίμως τὸ Α Β Γ. Καὶ ἔστω ἁ προτεθεῖσα εὐθεῖα [h] ἁ Ζ· καὶ ὃν λόγον ἔχει ἁ Β Θ [i] ποτὶ Ζ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. Ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ Α Β Γ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ Α Κ Β Α Γ· ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ· καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε. [k] Φαμὶ δὴ τὰν Θ Β ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς Ζ,

distant; et a centris Θ, I similiter dividuntur, ideo ut K Θ ad Θ Z, ita se habet A I ad I H; itemque permutando. Propterea Θ Z ipsi I H est æqualis. Est autem etiam parallela; quandoquidem omnes parabolæ diametri parallelæ invicem sunt. Igitur Θ Z H I est parallelogrammum.

Igitur magnitudinis quidem, quæ ex utrisque segmentis A K B, B A Γ componitur, centrum gravitatis erit punctum X; magnitudinis vero, quæ componitur ex triangulis A K B, B A Γ, punctum T. Illud enim supra demonstratum est, rectam Θ M, quæ segmentorum centra jungit, cum parallela sit ipsi Z H, et rectam item I N, alteram quidem in puncto X, alteram vero in puncto T, a B Δ in duas æquas partes secari. Quare magnitudinis, quæ ex segmentis A K B, B A Γ componitur, centrum gravitatis est punctum X: et magnitudinis, quæ componitur ex triangulis A K B, B A Γ, punctum T.

Quoniam igitur majorem rationem habet triangulum A B Γ ad triangula A K B, B A Γ, quam ad segmenta, et cætera; quoniam enim demonstratum est, trianguli quidem A B Γ centrum gravitatis esse punctum E, triangulorum vero A B K, B A Γ, punctum T; constat utique centrum gravitatis rectilinei A K B A Γ esse in T E secta in puncto P pro ratione ejus reciproca, quam invicem habent triangulum A B Γ, et triangula A K B, B A Γ. Et quoniam triangulum A B Γ majorem rationem habet ad triangula K A B, B A Γ, quam ad segmenta; majora enim sunt segmenta quam triangula; constat fore, si E T pro ratione secetur, quam habet triangulum ad segmenta, ut punctum illud, quod totius segmenti centrum gravitatis est, supra punctum P propter reciprocationem cadat.

PROP. VI. Theor.

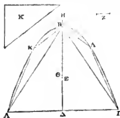
Dato segmento, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, fieri potest, ut eidem rectilineum perspicue inscribatur; ita ut quæ recta inter centra gravitatis segmenti, inscriptique rectilinei interjicitur, minor sit recta qualibet proposita.

Detur segmentum A B Γ, quale dictum est, cujus centrum gravitatis sit punctum Θ: eidemque inscribatur perspicue triangulum A B Γ. Ac sit proposita recta Z: quamque rationem habet B Θ ad Z, hanc habeat triangulum A B Γ ad spatium K. Inscribatur autem segmento A B Γ perspicue rectilineum A K B A Γ; ita ut, quæ relinquuntur, segmenta minora sint spatio K: inscriptique rectilinei centrum gravitatis sit punctum E. Dico utique rectam Θ E minorem esse quam Z.

[a] τῶν Α Κ Β, Β Γ Δ. [b] Α Κ Β, Β Α Δ. [c] Η Θ. [d] κέντρον τὸ Γ. [e] ἐς. [f] τᾶς ex MS.
[g] ὅτως. [h] ἁ Α Ζ. [i] ποτὶ Ε Ζ. [k] φαμὶ sic MS.

Si enim minor non est, aut aequalis est, aut major. Quoniam vero rectilineum ΑΚΒΛΓ ad ea, quae relinquuntur, segmenta majorem rationem habet, quam triangulum ΑΒΓ ad spatium Κ, hoc est ΘΒ ad Ζ: habet autem ΘΒ ad Ζ non minorem rationem, quam ad ΘΕ; eo quod minor non est ΘΕ quam Ζ: ideo multo magis rectilineum ΑΚΒΛΓ ad ea, quae relinquuntur, segmenta majorem rationem habet, quam ΒΘ ad ΘΕ. Quare si faciamus, ut rectilineum ΑΚΒΛΓ ad ea, quae relinquuntur, segmenta, ita alia quaedam recta ad ΘΕ; major erit quam ΒΘ. Haec autem sit ΘΗ. Et quoniam segmenti ΑΒΓ centrum gravitatis est punctum Θ, et rectilinei ΑΚΒΛΓ punctum Ε; producta recta ΕΘ, abscissaque quadam ejus parte, quae ad ΘΕ eam rationem habeat, quam rectilineum ΑΚΒΛΓ ad ea, quae relinquuntur, segmenta, haec major erit quam ΘΒ. Habeat igitur ΗΘ ad ΘΕ rationem hujusmodi. Igitur punctum Η centrum gravitatis est magnitudinis, quae ex iis, quae relinquuntur, segmentis componitur. Quod fieri non potest. Ducta enim recta ipsi ΑΓ parallela, segmenta haec ad eamdem segmenti partem erunt. Constat utique rectam ΘΕ minorem esse quam Ζ. Quod oportebat demonstrare.

Εἰ γὰρ μή, ἤ τοι ἴσα ἐστὶν, ἢ μείζων. Ἐπεὶ δὲ τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ Κ, τουτέστιν ἁ ΘΒ ποτὶ Ζ· ἔχει δὲ καὶ ἁ ΒΘ ποτὶ Ζ οὐκ ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὃν ἔχει ποτὶ ΘΕ· διὰ τὸ μὴ ἐλάσσονα εἶμεν τὰν ΘΕ τᾶς Ζ· πολλῷ ἄρα τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, [1] ἢ ἁ ΒΘ ποτὶ ΘΕ. Ὥστε ἐὰν ποιῶμεν, ὡς τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον [m] ποτὶ περιλειπόμενα τμάματα, οὕτως ἄλλαν τινὰ ποτὶ ΘΕ, ἔσται μείζων τᾶς ΒΘ. Καὶ ἔστω ἁ ΘΗ. Ἐπειδὴ τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός τό ἐστι Θ, εὐθυγράμμου δὲ τοῦ ΑΚΒΛΓ τὸ Ε, ἐκβληθείσας τᾶς ΕΘ, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας ἐχούσας λόγον ποτὶ τὰν ΕΘ, ὃν τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα, ἔσται μείζων τᾶς ΘΒ. Ἐχέτω οὖν ἁ ΗΘ ποτὶ ΘΕ. Τὸ Η ἄρα κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων. Ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Η ἀχθείσας, παρὰ τὰν ΑΓ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐσοῦντι τῷ τμάματι· [*] δῆλον ὅτι ἁ ΘΕ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς Ζ. Ἔδει δὲ τοῦτο δεῖξαι.



EUTOCIUS.

Centrum segmenti omnino unum est; propiusque segmenti vertici, quam inscriptorum rectilineorum centra. Sit enim trianguli ΑΒΓ centrum gravitatis, si quidem contingerit, punctum Ε; ΒΔ ita secta, ut dupla ipsius ΕΔ sit ΕΒ. Manifestum est omnia inscriptorum rectilineorum centra casura inter puncta Θ, Ε. Quo autem plura latera habuerit figura perspicue inscripta, eo magis ipsius centrum ad Θ punctum accedit. Itaque manifestum est, fieri quidem non posse, ut quae inter centra segmenti, et figurae perspicue inscriptae recta interjicitur, major sit quam ΕΘ. At vero posse fieri, ut sit minor non modo quam ΘΕ, sed etiam quam proposita alia quaelibet.

Τὸ κέντρον τοῦ τμάματος πάντως ἕν ἐστι, καὶ ἐγγύτερον τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἤπερ τὰ τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων. Τοῦ γὰρ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἔστω εἰ τύχοι τὸ Ε· τῆς ΒΔ τμηθείσης οὕτως, ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν ΕΒ τῆς ΕΔ. Φανερὸν ὅτι πάντα τὰ κέντρα τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων μεταξὺ πεσοῦνται τῶν Θ, Ε σημείων. Καὶ ὅσῳ δ᾽ ἂν πολυπλευρότερον ᾖ τὸ γνωρίμως ἐγγραφόμενον, τοσούτῳ μᾶλλον συνεγγίζει τῷ Θ. Φανερὸν, οὖν ὅτι τὴν μεταξὺ τῶν κέντρων τοῦ γνωρίμως ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου, καὶ τοῦ τμήματος μείζονα μὲν εἶναι τῆς ΕΘ ἀδύνατον. Ἐλάσσονα δὲ δυνατὸν οὐ μόνον τῆς ΘΕ, ἀλλὰ καὶ πάσης τῆς δοθείσης.

PROP. VII. Theor.

Duorum segmentorum similium, quae sub recta linea, et rectanguli coni sectione continentur, centra gravitatum secundum eamdem rationem diametros secant.

Sint duo segmenta, qualia dicta sunt, ΑΒΓ, ΕΖΗ; quorum diametri ΒΔ, ΖΘ. Ac segmenti

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ΄.

Δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὰ κέντρα τῶν βαρέων εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους.

Ἔστω δύο τμάματα, οἷα εἴρηται, τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ· ὧν διάμετροι αἱ ΒΔ, ΖΘ. Καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ

[1] ἁ ΒΘ.   [m] ποτὶ τὰ περιλειπόμενα.

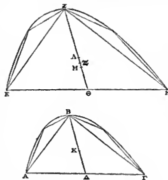
[*] Forte δῆλον οὖν ὅτι.

τμάματος κέντρον τῶ βάρεος τὸ Κ σαμεῖον, [n] τῶ δὲ ΕΖΗ τὸ Λ. Δεικτέον ὅτι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρως τὰ Κ, Λ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἔστω ὡς ἁ ΚΒ ποτὶ ΚΔ, οὕτως ἁ ΖΜ ποτὶ ΘΜ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΕΖΗ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως· ὥστε τὰν μεταξὺ τοῦ κέντρω τῶ τμάματος, καὶ τῶ ἐγγραφομένω εὐθυγράμμω ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς ΛΜ· καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τῶ βάρεος τὸ Ξ σαμεῖον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ ὅμοιον εὐθύγραμμον, τουτέστιν ὁμοίως γνωρίμως· [o] ὧ κέντρον τῶ βάρεος τᾶς κορυφᾶς ἐγγύτερον, ἤπερ τῶ τμάματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Δῆλον ὦν ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἁ ΒΚ ποτὶ ΚΔ, ὃν ἁ ΖΛ ποτὶ ΛΘ.

quidem ΑΒΓ centrum gravitatis sit punctum Κ; segmenti vero ΕΖΗ punctum Λ. Oportet demonstrare, puncta Κ, Λ secundum eamdem rationem diametros secare.

Si enim minus, ut ΚΒ ad ΚΔ, ita se habeat ΖΜ ad ΘΜ: inscribaturque segmento ΕΖΗ perspicue rectilineum; ita ut quæ recta inter centra segmenti, inscriptique rectilinei interjicitur, minor sit quam ΛΜ; sitque inscripti rectilinei centrum gravitatis punctum Ξ. Inscribatur autem segmento ΑΒΓ rectilineum ei, quod segmento ΕΖΗ inscriptum est, simile; hoc est pariter perspicue: cujus quidem rectilinei centrum gravitatis propius vertici erit, quam segmenti. Quod fieri non potest. Constat igitur eamdem rationem habere ΒΚ ad ΚΔ, quam ΖΛ ad ΛΘ.



E U T O C I U S.

Ἐγγεγράφθω γὰρ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ τμάματι ὅμοιον εὐθύγραμμον, τουτέστιν ὁμοίως γνωρίμως. Ὁμοίως γὰρ γνωρίμως ἐγγράφεται, ὅταν αἱ τομαὶ τᾶς ΑΒΓ παραβολᾶς ἴσαι γένωνται ταῖς τᾶς ΕΖΗ· ὥστε τὰς πλευρὰς [p] τῶ ἐν τῷ ΑΒΓ τμάματι ἐγγεγραμμένω γνωρίμως ἰσοπληθεῖς εἶμεν ταῖς ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένω εὐθυγράμμω. Ἐπεὶ γὰρ δὴ κορυφαί εἰσι τὰ [q] Β, Ζ σημεῖα τῶν ὁμοίων τμημάτων, ὁμοιά ἐστι τὰ οὕτως γνωρίμως ἐγγραφόμενα.

Inscribatur autem segmento ΑΒΓ rectilineum ei, quod segmento ΕΖΗ inscriptum est, simile; hoc est pariter perspicue. Pariter enim perspicue inscribitur, quando sectiones parabolæ ΑΒΓ eædem fuerint atque sectiones alterius ΕΖΗ; ita ut latera rectilinei segmento ΑΒΓ perspicue inscripti æqualia multitudine sint lateribus rectilinei inscripti segmento ΕΖΗ. Cum enim puncta Β, Ζ vertices sint similium segmentorum, quæ iis inscribuntur rectilinea similia invicem sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Παντὸς τμάματος περιεχομένω ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς, κέντρον τῶ βάρεος διαιρεῖ τὰν τῶ τμάματος διάμετρον, ὥστε εἶμεν [r] ἀμιόλιον τὸ μέρος αὐτᾶς τὸ ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τῶ τμάματος, τῶ ποτὶ τὰν βάσιν.

Ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, [s] οἷον εἴρηται. Διάμετρος δὲ αὐτῶ ἔστω ἁ ΒΔ· κέντρον δὲ τῶ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. Δεικτέον ὅτι ἀμιόλιά ἐστιν ἁ ΒΘ τᾶς ΘΔ.

Ἐγγεγράφθω [t] ἐς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα γνωρίμως τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, [u] ὧ κέντρον τῶ βάρεος ἔστω τὸ Ε. Καὶ τετμάσθω δίχα [w] ἑκατέρα τᾶν ΑΒ, ΒΓ, κατὰ

PROP. VIII. Theor.

Cujuslibet segmenti, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, centrum gravitatis diametrum segmenti ita dividit, ut quæ altera ejus pars ad verticem est, sesquialtera sit partis alterius, quæ est ad basim.

Sit segmentum ΑΒΓ, quale dictum est. Ac hujus quidem diameter sit ΒΔ; centrum vero gravitatis punctum Θ. Oportet demonstrare ΒΘ ipsius ΘΔ esse sesquialteram.

Inscribatur segmento ΑΒΓ perspicue triangulum ΑΒΓ, cujus centrum gravitatis sit punctum Ε. Secetur autem in duas æquas partes utraque ΑΒ, ΒΓ in punctis Ζ, Η: ducanturque ΚΖ, ΗΛ

[n] τῶ δὲ ΕΖΗ τὸ [o] οὕτως [p] ἐν τῷ ΑΒΓ τμάματι ἐγγεγραμμένω εὐθυγράμμω. Ἐπεὶ γὰρ [q] τὰ Β Δ Ζ σημεῖα
[r] ἡμιόλιον [s] ὅμοιον [t] ἐς τὸ ΑΒΔ [u] ὅτω [w] ἑκατέρα τὰ ΒΑ, ΑΓ, καὶ ἄχθω αἱ ΚΖΗ. Διάμετρος

ipsi B Δ parallelæ; quæ quidem diametri sunt segmentorum A K B, B A Γ.

. Itaque segmenti quidem A K B centrum gravitatis sit punctum M; segmenti vero B A Γ punctum N: junganturque Z H, M N, K A. Igitur magnitudinis, quæ ex utrisque segmentis componitur, centrum gravitatis est punctum X. Et quoniam ut B Θ ad Θ Δ, ita se habet K M ad M Z; etiam componendo, et permutando, ut B Δ ad K Z, ita se habet Θ Δ ad M Z. Quadrupla autem est B Δ ipsius K Z. Hoc enim in fine demonstratur, ubi est punctum Θ. Quadrupla est igitur etiam Δ Θ ipsius M Z. Quare reliqua etiam B Θ reliquæ K M, hoc est Σ X, est quadrupla. Reliquarum igitur utraque simul B Σ, X Θ tripla est ipsius Σ X. Tripla jam sit B Σ ipsius Σ Ξ. Est igitur tripla etiam X Θ ipsius Ξ X. Et quoniam quadrupla est B Δ ipsius B Σ: hoc enim demonstratur: B Σ autem tripla ipsius Σ Ξ; ideo Ξ B tertia pars est ipsius B Δ. Est autem pars tertia etiam E Δ ipsius Δ B; quoniam centrum gravitatis trianguli A B Γ est punctum E. Tertia igitur pars est etiam reliqua Ξ E ipsius B Δ. Et quoniam totius quidem segmenti centrum gravitatis est punctum Θ; magnitudinis vero, quæ ex utrisque segmentis A K B, B A Γ componitur, punctum X; denique trianguli A B Γ, punctum E; ideo ut triangulum A B Γ ad ea, quæ relinquuntur, segmenta, ita se habet X Θ ad Θ E. Triplum est autem triangulum A B Γ segmentorum; quoniam totum segmentum trianguli A B Γ est sesquitertium. Tripla est igitur etiam X Θ ipsius Θ E. Demonstrata autem est X Θ etiam ipsius X Ξ esse tripla. Quincupla igitur est Ξ E, hoc est Δ E, ipsius E Θ. Æquales enim sunt. Quare sexcupla est Δ Θ ipsius Θ E. Tripla est autem B Δ ipsius Δ E. Sesquialtera est igitur B Θ ipsius Θ Δ. Quod oportebat demonstrare.

τὰ Z, H· ϗ ἄχθωσαν παρὰ τὰν B Δ αἱ K Z, H Λ· διάμετροι ἄρα ἐντὶ τῶν A K B, B A Γ τμαμάτων.

Ἔστω οὖν τοῦ μὲν A K B τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ M· τοῦ δὲ B A Γ [a] τὸ N· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ Z H, M N, K A. Τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων [y] τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ X. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἁ B Θ ποτὶ Θ Δ, οὕτως ἁ K M ποτὶ M Z· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἁ B Δ ποτὶ [z] τὰν K Z, οὕτως ἁ Θ Δ ποτὶ τὰν M Z. Ἁ δὲ B Δ τετραπλασίων τᾶς K Z. Τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δείκνυται, [a] οὗ σαμεῖον τὸ Θ. Τετραπλασίων ἄρα καὶ ἁ Δ Θ τᾶς M Z. Ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ B Θ λοιπᾶς τᾶς K M, τουτέστι τᾶς Σ X τετραπλασίων. Καὶ λοιπᾶν ἄρα συναμφότερα ἁ B Σ, X Θ τριπλασίων τᾶς [b] Σ X. Ἔστω τριπλὰ ἁ B Σ τᾶς Σ Ξ. Καὶ ἁ X Θ ἄρα τᾶς Ξ X ἐστὶ τριπλασία. Καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἁ B Δ τᾶς B Σ· [c] καὶ γὰρ τοῦτο δείκνυται· ἁ δὲ B Σ τᾶς Σ Ξ τριπλασίων· ἁ Ξ B ἄρα τᾶς B Δ τρίτον μέρος ἐστίν. Ἔστι δὲ καὶ ἁ E Δ τᾶς Δ B τρίτον μέρος· ἐπειδήπερ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ A B Γ τριγώνου ἐστὶ τὸ E. Καὶ λοιπὰ ἄρα ἁ Ξ E τρίτον μέρος τᾶς B Δ. Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν A K B, B A Γ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ X· τοῦ δὲ A B Γ τριγώνου τὸ E· ἔσται ὡς τὸ A B Γ τρίγωνον ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τμάματα, οὕτως ἁ X Θ ποτὶ Θ E. Τριπλοῦν δὲ τὸ A B Γ τρίγωνον τῶν τμαμάτων· ἐπειδήπερ τὸ ὅλον τμᾶμα ἐπιτρίτον ἐστὶ τοῦ A B Γ τριγώνου. Τριπλασία ἄρα καὶ ἁ X Θ τᾶς Θ E. Ἐδείχθη δὲ ἁ X Θ τριπλασία καὶ τᾶς X Ξ. Πενταπλασία ἄρα ἐστὶν ἁ Ξ E τᾶς E Θ, τουτέστιν ἁ Δ E τᾶς E Θ. Ἴσα γάρ ἐστιν αὐτᾷ. Ὥστε ἑξαπλασία ἐστὶν ἁ [d] Δ Θ τᾶς Θ E. Καὶ ἐντὶ τᾶς Δ E τριπλασία ἁ B Δ. Ἁμιολία ἄρα ἐντὶ ἁ B Θ [e] τᾶς Θ Δ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

E U T O C I U S.

Et quoniam ut B Θ ad Θ Δ, ita se habet K M ad M Z. Cum enim segmenta similia sint, eorum centra diametros pro eadem ratione secabunt. Etiam componendo, ut B Δ ad Δ Θ, ita se habet K Z ad Z M: et permutando, ut B Δ ad K Z, ita Δ Θ ad M Z. Quadrupla autem est B Δ ipsius K Z. Hoc enim in fine demonstrabitur, ubi est punctum Θ. At nos hoc idem deinceps demonstrabimus.

Sit parabola A B Γ, cujus diameter B Δ. Ducatur autem ordinate A Δ; et jungatur AB, eademque secta

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἁ B Θ [f] ποτὶ Θ Δ, οὕτως ἁ K M ποτὶ M Z. Ὅμοια γὰρ ὄντα τὰ τμήματα ἕξει κέντρα εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τέμνοντα τὰς διαμέτρους. Καὶ συνθέντι, [g] ὡς ἁ B Δ ποτὶ Δ Θ, ἁ K Z ποτὶ Z M· καὶ ἐναλλάξ, [h] ὡς ἁ B Δ ποτὶ K Z, οὕτως ἁ Δ Θ ποτὶ M Z. Τετραπλασία δὲ ἁ B Δ τᾶς K Z. Τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δείκνυται οὗ σαμεῖον Θ. Ἑξῆς δὲ αὐτὸ ἡμεῖς δείξομεν.

Ἔστω παραβολὴ ἡ A B Γ, ἧς διάμετρος ἡ B Δ. Καὶ ἤχθω τεταγμένως ἡ A Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ A B, [i] καὶ δίχα

[a] τὸ H [y] τῶν τμαμάτων [z] τᾶς K Z. Τοῦτο γὰρ [a] αὐτοῦ σαμεῖον ὃ ὅλου [b] τᾶς Σ Ξ [c] ἢ γὰρ τοῦτο, sic MS.
[d] ἁ Δ A τᾶς Θ E [e] τᾶς Θ Δ Σ Ι, [f] ποτὶ ex MS. [g] ὡς B A πρὸς Δ Θ, ἡ B Z πρὸς Z M. [h] ὡς ἡ B Δ πρὸς K Δ.
[i] καὶ διὰ τοῦ Z δίχα τετμήσθω ἡ A B κατὰ τὸ Z τῇ B Δ παράλληλος.

τετμάσθω ἁ ΑΒ κατὰ τὸ Ζ, καὶ διὰ τοῦ Ζ τᾷ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἁ ΕΖ. Διάμετρος ἄρα ἐστὶ τοῦ ΑΕΒ τμάματος. Καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ παρατεταγμένως ἤχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΘ. Ἐπεὶ οὖν ἴσα ἐστὶν ἁ ΑΖ τᾷ ΒΖ, διπλᾶ ἐστιν ἁ ΑΒ τᾶς ΖΒ, καὶ ἁ ΔΒ [k] τᾶς ΒΘ, καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΖΘ, τουτέστι τᾶς [l] ΕΗ. Ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΔ, τοῦ ἀπὸ ΕΗ ἐστὶ τετραπλάσιον· καὶ διὰ τοῦτο ἁ ΔΒ τᾶς ΒΗ ἐστὶ τετραπλασία μάκει. Ἐπεὶ οὖν ἁ ΒΔ τᾶς μὲν ΒΘ διπλᾶ, ἁ ΒΘ τᾶς ΒΗ ἐστὶ διπλᾶ, καὶ ἁ ΘΗ τᾷ ΗΒ ἴσα, τουτέστι τᾷ ΕΖ· διὰ τὸ παραλληλόγραμμον εἶμεν τὸ ΕΗΖΘ. Τετραπλασία ἄρα ἁ ΒΔ τᾶς ΖΕ.

Καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἐστὶν ἁ ΒΔ τᾶς [m] ΒΣ· καὶ γὰρ τοῦτο δείκνυται. Δέδεικται γὰρ ἐν τῷ λήμματι ἁ ΒΔ ἑκατέρας τῶν ΒΗ, ΕΖ τετραπλασία· ὥστε ἁ ΒΗ τᾷ ΕΖ ἐστὶν ἴσα· Καὶ διὰ τοῦτο ἐνταῦθα ἁ ΒΣ τᾷ ΚΖ ἴσα, καὶ ἁ ΒΔ ἑκατέρας αὐτῶν τετραπλασία. [n] Ἁ ΒΞ ἄρα τᾶς ΒΔ τρίτον μέρος. Ἐπεὶ γὰρ τετραπλασίων ἁ ΒΔ τᾶς ΒΣ, οἵων ἄρα ἁ ΒΔ τεσσάρων, ἁ ΒΣ ἑνός· καὶ οἵων ἄρα ἁ ΒΔ δώδεκα, τοιούτων ἁ ΒΣ τριῶν. [o] Τριπλᾶ δὲ ἁ ΒΣ τᾶς ΣΞ· οἵων ἄρα ἁ ΒΣ τριῶν, ἁ ΞΣ ἑνός, καὶ ὅλα ἁ ΒΞ τεσσάρων. Τοιούτων δὲ ἦν ἁ ΒΔ δώδεκα. Ἡ ΒΞ ἄρα τᾶς ΒΔ τρίτον μέρος ἐστί. Τριπλοῦν δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν τμαμάτων. Δέδεικται γὰρ ὑπ' αὐτοῦ ἐν τῷ περὶ τετραγωνισμοῦ τᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου, τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον. Ὥστε τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπίτριτόν ἐστι· καὶ διελόντι, τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων τριπλάσιόν ἐστι.

Καὶ ἐστὶ [p] τᾶς ΕΔ τριπλασία ἁ ΒΔ. Ἡμιολία ἄρα ἐστὶ ἁ ΒΘ τᾶς ΘΔ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἐπεὶ γὰρ τριπλᾶ ἐστιν ἁ ΒΔ τᾶς ΔΕ, οἵων ἄρα ἁ ΒΔ δεκαπέντε, τοιούτων ἁ ΕΔ πέντε· οἵων δὲ ἁ ΔΕ πέντε, τοιούτων ἁ ΘΕ ἑνός, καὶ ὅλα ἁ ΘΕ, ΔΕ ἕξ. Ἑξαπλασία ἄρα ἁ ΔΘ τᾶς ΘΕ. Οἵων ἄρα ἁ ΒΔ δεκαπέντε, τοιούτων ἁ ΔΘ ἕξ, καὶ λοιπὰ ἁ ΘΒ ἐννέα. Ὥστε ἡμιολία ἐστὶν ἁ ΒΘ τᾶς ΘΔ.

in duas æquas partes in puncto Z, ducatur per id punctum EZ ipsi BΔ parallela. Hæc diameter utique est segmenti AEB. Ducantur porro per puncta E, Z ordinate EH, ZΘ. Quoniam igitur æqualis est AZ ipsi BZ, dupla utique erit AB ipsius ZB, et ΔB ipsius BΘ, et AΔ ipsius ZΘ, hoc est EH. Quare quadratum, quod ab AΔ describitur, quadruplum est quadrati, quod describitur ab EH: et propterea ΔB quadrupla longitudine ipsius BH. Quoniam igitur BΔ dupla est ipsius BΘ, ideo BΘ ipsius BH est dupla; et ΘH ipsi HB, hoc est EZ, æqualis; cum EHZΘ parallelogrammum sit. Est igitur BΔ ipsius ZE quadrupla.

Et quoniam quadrupla est BΔ ipsius BΣ: hoc enim quoque demonstratur. Demonstratum est enim in lemmate, BΔ quadruplam esse utriusque BH, EZ; quo fit, ut BH ipsi EZ sit æqualis. Propterea æqualis ibi est BΣ ipsi KZ, et BΔ harum utriusque quadrupla. BZ tertia pars est ipsius BΔ. Quoniam enim BΔ quadrupla est ipsius BΣ, qualium quatuor est BΔ, talis unius est BΣ; et propterea qualium duodecim est BΔ, talium trium est BΣ. Tripla est autem BΣ ipsius ΣΞ. Igitur qualium trium est BΣ, talis unius est ΞΣ; et talium quatuor tota BΞ. Talium autem duodecim est BΔ. Est igitur BΞ ipsius BΔ pars tertia. Triplum est autem triangulum ABΓ segmentorum. Demonstratum enim ab ipso est in libro de rectanguli coni sectionis quadratura, quodlibet segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, sesquitertium esse trianguli, quod eandem ac segmentum basim habeat, eandemque altitudinem. Quare segmentum ABΓ sesquitertium est trianguli ABΓ: et dividendo, triangulum ABΓ segmentorum AKB, BΛΓ est triplum.

Tripla est autem BΔ ipsius EΔ. Sesquialtera est igitur BΘ ipsius ΘΔ. Quod oportebat demonstrare. Quoniam enim tripla est BΔ ipsius ΔE, qualium quindecim est BΔ, talium quinque est EΔ: qualium autem quinque est ΔE, talis unius est ΘE, et sex tota ΘE, ΔE. Sexcupla est igitur ΔΘ ipsius ΘE. Itaque qualium quindecim est BΔ, talium sex est ΔΘ, et novem, quæ relinquitur, ΘB. Quare BΘ ipsius ΘΔ est sesquialtera.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Αἴκα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωντι ἐν τᾷ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ἐλαχίστα ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, τοῦτον ἔχουσα τις λαφθῇ ποτὶ τὰ τρία πεμπταμόρια τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα [q] τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα [r] τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μεγίστας τᾶν ἀναλόγον, καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ἑξαπλασίᾳ τᾶς τρίτας, καὶ τᾷ γ' τᾶς τετάρτας, ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε ε' τᾶς μεγίστας, τᾷ ι' τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ι' τᾶς τρίτας, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς τετάρτας, τοῦτον ἔχουσά τις

PROP. IX. Theor.

Si quatuor fuerint rectæ lineæ proportione continua proportionales: et quam habet rationem earum minima ad excessum, quo maxima minimam excedit, hanc sumpta quædam recta habeat ad tres quintas partes excessus, quo maxima excedit tertiam: quamque rationem habet recta æqualis tum duplæ maximæ, tum quadruplæ secundæ, tum sexcuplæ tertiæ, tum triplæ quartæ, ad rectam æqualem tum quincuplæ maximæ, tum decuplæ secundæ, tum decuplæ tertiæ, tum quincuplæ quartæ, hanc

[k] τᾶς ΒΕ [l] τᾶς ΕΒ [m] τᾶς ΒΕ [n] ἁ ΒΖ [o] διπλᾶ [p] τὰς ΒΔ τριπλασία ἁ ΒΔ ἡμιολία
[q] τᾶς ex MS. [r] τᾷ τε β τᾶς μεγίστας τᾶς ἀναλογίας καὶ τᾷ δ.

fumpta quædam recta habeat ad exceffum, quo maxima excedit tertiam; fumptæ hæ duæ rectæ duæ quintæ partes erunt maximæ.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales A B, B Γ, B Δ, B E. Et quam quidem habet rationem B E ad E A, hanc habeat Z H ad tres quintas partes ipfius A Δ: quam vero rationem habet recta æqualis tum duplæ ipfius A B, tum quadruplæ ipfius B Γ, tum fexcuplæ ipfius B Δ, tum triplæ ipfius B E, ad rectam æqualem tum quincuplæ ipfius A B, tum decuplæ ipfius Γ B, tum decuplæ ipfius B Δ, tum quincuplæ ipfius B E, hanc habeat H Θ ad A Δ. Oportet demonftrare, Z Θ duas quintas partes effe ipfius A B.

Quoniam enim proportionales funt AB, BΓ, BΔ, BE, proportionales utique funt fecundum eamdem rationem etiam ipfæ A Γ, Γ Δ, Δ E. Itaque utraque A B, B Γ ad B Δ, et utraque B Δ, B Γ ad E B eamdem rationem habet, quam A Δ ad Δ E. Quarè etiam omnes ad omnes. Eamdem igitur rationem habet A Δ ad Δ E, quam recta æqualis tum duplæ ipfius A B, tum triplæ ipfius Γ B, et amplius Δ B, ad rectam æqualem duplæ ipfius B Δ, et amplius B E. Quam autem rationem habet recta æqualis tum duplæ ipfius A B, tum quadruplæ ipfius B Γ, tum quadruplæ ipfius B Δ, tum duplex ipfius B E ad rectam æqualem duplæ ipfius B Δ, et amplius B E, hanc habebit Δ A ad minorem quam Δ E. Habeat igitur ad Δ O. Utræque autem ad priores eamdem rationem habebunt. Habebit igitur O A ad A Δ eamdem rationem, quam recta æqualis tum duplæ ipfius A B, tum quadruplæ ipfius Γ B, tum fexcuplæ ipfius B Δ, tum triplæ ipfius B E, ad rectam compofitam tum ex dupla utriufque A B, E B, tum ex quadrupla utriufque Γ B, B Δ. Habet autem etiam A Δ ad H Θ eamdem rationem, quam quincupla utriufque A B, B E, una cum decupla ipfarum Γ B, B Δ, ad utriufque Γ B, B Δ, ad rectam compofitam tum ex dupla ipfius A B, tum ex quadrupla ipfius Γ B, tum ex tripla ipfius E B, tum ex fexcupla ipfius B Δ. Igitur rationibus diffimiliter ordinatis, hoc eft perturbata proportione, eamdem, ex æqua proportione, rationem habet O A ad H Θ, quam quincupla utriufque A B, B E, una cum decupla rectam compofitam tum ex dupla utriufque A B, B E, tum ex quadrupla utriufque Γ B, B Δ. Habet autem quincupla utriufque A B, B E, una cum decupla utriufque Γ B, B Δ, ad rectam compofitam tum ex dupla utriufque A B, B E, tum ex quadrupla utriufque Γ B, B Δ, eam rationem, quam quinque ad duo. Habet igitur etiam A O

λαφθῆ ποτὶ τὰν ὑπεροχὰν, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶν ανάλογον τᾶς τρίτας, συναμφότεραι [s] αἱ λαφθεῖσαι ἐσσῦνται δύο πεμπ]αμόρια τᾶς μεγίστας.

Ἔστωσαν τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον αἱ Α Β, Β Γ, Β Δ, Β Ε. Καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ Β Ε ποτὶ Ε Α, τοῦτον ἐχέτω ἁ Ζ Η ποτὶ τὰ τρία πέμπ]α τᾶς Α Δ· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα τᾷ β′ τᾶς Α Β, καὶ δ′ τᾶς Β Γ, καὶ ϛ′ τᾶς Β Δ, καὶ γ′ τᾶς Β Ε, ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ ε′ τᾶς Α Β, καὶ ι′ τᾶς Γ Β, καὶ ι′ τᾶς Β Δ, καὶ ε′ τᾶς Β Ε, τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον ἁ Η Θ ποτὶ τὰν Α Δ. Δεικτέον [t] ὅτι ἁ Ζ Θ δύο πεμπ]αμόρια ἐστὶ τᾶς Α Β.

A	Γ	Δ	O E	B

Z	H	Θ

Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογον ἐντὶ αἱ Α Β, Β Γ, Β Δ, [u] Β Ε, καὶ αἱ Α Γ, Γ Δ, Δ Β, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντί. Καὶ συναμφότερος ἁ Α Β, Β Γ [w] ποτὶ τὰν Β Δ ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Α Δ ποτὶ τὰν Δ Ε· καὶ συναμφότερος ἁ Β Δ, Β Γ ποτὶ τὰν Β Β· καὶ πάντα ποτὶ πάντα. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἁ Α Δ ποτὶ τὰν Δ Ε, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε β′ τᾶς Α Β, καὶ τᾷ γ′ τᾶς Γ Β, καὶ ἁ Δ Β ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε β′ τᾶς Β Δ καὶ τὰν Β Ε. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα τᾷ τε β′ τᾶς Α Β, καὶ τᾷ δ′ τᾶς Β Γ, καὶ τᾷ δ′ τᾶς Β Δ, καὶ τᾷ β′ τᾶς Β Ε, ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε β′ τᾶς Δ Β, καὶ τὰν Ε Β, τοῦτον ἕξει ἁ Δ Α ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς Δ Ε. Ἐχέτω οὖν ποτὶ Δ Ο. Καὶ ἀμφότεραι δὲ ποτὶ τὰς πρώτας αὐτὸν ἕξοντι λόγον. Ἕξει οὖν [x] ἁ Ο Α ποτὶ Α Δ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε β′ τᾶς Α Β, [y] καὶ δ′ τᾶς Γ Β, καὶ ϛ′ τᾶς Β Δ, καὶ γ′ τᾶς Β Ε, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ συναμφοτέρας τᾶς Α Β, Ε Β, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ. Ἔχει δὲ καὶ ἁ Α Δ ποτὶ Η Θ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ε′ συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, μετὰ τᾶς ι′ συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ τᾶς Α Β, καὶ τᾶς δ′ τᾶς Γ Β, καὶ τᾶς γ′ τᾶς Ε Β, καὶ ϛ′ τᾶς Β Δ. Ἀνομοίως δὲ τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν [z] ἐντεταγμένα ἀναλογία, δι᾽ ἴσου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ [a] Ο Α ποτὶ Η Θ, ὃν ἁ πενταπλασία συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, μετὰ τᾶς ι′ τᾶς Γ Β, Β Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν [b] ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, [c] καὶ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ. Ἀλλ᾽ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς ε′ συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, μετὰ τᾶς ι′ συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ, λόγον ἔχει ὃν πέντε ποτὶ δύο. Καὶ ἁ Α Ο ποτὶ Η Θ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ

[s] αἱ λαμφθεῖσαι [t] ὅτι τὰ Α Ζ Θ [u] Β Ε δὲ καὶ [w] ποτὶ τὰν Β τᾶς Β Δ ἔχει [x] ἁ Θ Α [y] καὶ ϛ τᾶς Β Δ.
[z] ἐνστατεγμένα ex MS. [a] ἁ Α. [b] ἕκτε τᾶ συναμφοτέρω [c] καὶ τᾶς Δ

δύο. Πάλιν [d] ἐπεὶ ἁ ΟΔ ποτὶ ΔΑ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΕΒ, μετὰ τᾶς β′ τᾶς ΒΔ, ποτὶ τὰν ἴσαν [e] τᾷ συγκειμένᾳ ἔκτε τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Ἔστι δὲ καὶ [f] ὡς ἁ ΛΔ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β′ τᾶς ΑΒ, καὶ γ′ τᾶς ΓΒ, καὶ τᾶς ΒΔ ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷτε ΕΒ, καὶ τᾷ β′ [g] τᾶς ΒΔ. Ἀνομοίως οὖν τῶν λόγων [h] τεταγμένων, τουτέστι τεταραγμένας οὔσας τᾶς ἀναλογίας, δι᾽ ἴσου [i] ἐστὶν, ὡς [k] ἁ ΟΔ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἁ β′ τᾶς ΑΒ, μετὰ τᾶς γ′ τᾶς ΓΒ, καὶ ἁ ΒΔ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ τᾶς δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Ὥστε καὶ ὡς ἁ [l] ΕΟ ποτὶ ΕΔ ἐστὶν, οὕτως ἁ ΓΒ μετὰ τᾶς γ′ τᾶς ΒΔ, καὶ β′ τᾶς ΕΒ, ποτὶ τὰν β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ ΔΕ ποτὶ ΕΒ, οὕτως ἅτε ΑΓ ποτὶ ΓΒ, καὶ ἁ ΓΔ ποτὶ ΒΔ, καὶ ἁ ΓΔ ποτὶ ΔΒ· ὡς καὶ κατὰ σύνθεσιν καὶ ἁ γ′ τᾶς ΓΔ, ποτὶ τὰν γ′ τᾶς ΔΒ, καὶ ἁ β′ τᾶς ΔΕ, ποτὶ τὰν β′ τᾶς ΕΒ. Ὥστε καὶ ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς ΑΓ, καὶ [m] ἁ γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ β′ τᾶς ΔΕ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς ΓΒ, καὶ γ′ τᾶς ΔΒ, καὶ β′ τᾶς ΕΒ. Ἀνομοίως οὖν πάλιν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τεταραγμένᾳ ἀναλογίᾳ, δι᾽ ἴσου τὸν αὐτὸν τὸν ἕξει λόγον ἁ [n] ΕΟ ποτὶ ΕΒ, ὃν ἁ ΑΓ, μετὰ [o] τᾶς γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ β′ τᾶς ΔΕ, ποτὶ διπλασίαν συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Ὅλα οὖν [p] ἁ ΟΒ ποτὶ τὰν ΕΒ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, [q] ὃν ἴσα τᾷτε γ′ τᾶς ΑΒ μετὰ τᾶς ϛ′ ΓΒ, καὶ τᾷ γ′ τᾶς ΒΔ, ποτὶ τὰν β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ, καὶ συναμφότερος ἑκάστα τᾶν ΕΒ, ΒΔ· ΔΒ, ΒΓ· ΓΒ, [r] ΓΑ· ἔσται καὶ ὡς ἁ ΕΔ ποτὶ ΔΑ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΕΒ, ΒΔ ποτὶ συναμφότερον τὰν ΔΒ, ΒΓ, μετὰ τᾶς συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΑ. Καὶ συνθέντι ἄρα [s] ἐστὶν, ὡς ΑΕ ποτὶ ΑΔ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΕΒ, ΒΔ, μετὰ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΓ, καὶ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ· ὅ ἐστι συναμφότερος ἁ ΕΒΑ, μετὰ τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΔΒΓ, ποτὶ συναμφότερον τὰν ΒΔ, [t] ΒΑ, μετὰ τᾶς β′ τᾶς ΒΓ. Ὥστε καὶ ἁ β′ ποτὶ τὰν β′ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τουτέστιν ὡς ἁ ΕΑ ποτὶ ΑΔ, οὕτως ἁ β′ συναμφοτέρω τᾶς ΕΒΑ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΔ, ποτὶ τὰν β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒΔ, μετὰ τᾶς δ′ [u] τᾶς ΓΒ. Ὥστε ἁ ΕΑ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, [w] οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒΕ [x] καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΔ, ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκει-

ad ΗΘ eam rationem, quam quinque ad duo. Rursus quoniam ΟΔ ad ΔΑ eamdem habet rationem, quam ΕΒ, una cum dupla ipsius ΒΔ, ad rectam æqualem compositæ ex dupla utriusque ΑΒ, ΒΕ,[1] una cum quadrupla utriusque ΓΒ, ΒΔ. Ut autem ΑΔ ad ΔΕ, ita se habet etiam recta composita tum ex dupla ipsius ΑΒ, tum ex tripla ipsius ΓΒ, tum ex ΒΔ, ad rectam æqualem tum ipsi ΕΒ, tum duplæ ipsius ΒΔ. Igitur rationibus dissimiliter ordinatis, hoc est perturbata proportione, ut ΟΔ ad ΔΕ, ita se habet, ex æqua proportione, dupla ipsius ΑΒ, una cum tripla ipsius ΒΓ, et amplius ΒΔ, ad rectam compositam tum ex dupla utriusque ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadrupla utriusque ΓΒ, ΒΔ. Quare etiam ut ΕΟ ad ΕΔ, ita se habet ΓΒ, una cum tripla ipsius ΒΔ, et dupla ipsius ΕΒ, ad duplam utriusque ΑΒ, ΒΕ, et quadrupla utriusque ΓΒ, ΒΔ. Se habet autem ΔΕ ad ΕΒ, ut ΑΓ ad ΓΒ, et ΓΔ ad ΔΒ: et per compositionem, ut tripla ipsius ΓΔ ad triplam ipsius ΔΒ; et dupla ipsius ΔΕ ad duplam ipsius ΕΒ. Ideoque etiam, ut recta composita tum ex ΑΓ, tum ex tripla ipsius ΓΔ, tum ex dupla ipsius ΔΕ, ad rectam compositam tum ex ΓΒ, tum ex tripla ipsius ΔΒ, tum ex dupla ipsius ΕΒ. Rursus igitur rationibus dissimiliter ordinatis, hoc est perturbata proportione, eamdem ex æqua proportione rationem habebit ΕΟ ad ΕΒ, quam ΑΓ, una cum tripla ipsius ΓΔ, et dupla ipsius ΔΕ, ad duplam utriusque ΑΒ, ΒΒ, una cum quadrupla utriusque ΓΒ, ΒΔ. Tota igitur ΟΒ ad ΕΒ eamdem habet rationem, quam recta æqualis triplæ ipsius ΑΒ, una cum sexcupla ipsius ΓΒ, et tripla ipsius ΒΔ, ad duplam utriusque ΑΒ, ΒΕ, una cum quadrupla utriusque ΓΒ, ΒΔ. Et quoniam eamdem inter se invicem rationem habent tum ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ; tum binæ quæque ΕΒ, ΒΔ; ΔΒ, ΓΒ; ΓΒ, ΓΑ; ideo ut ΕΔ ad ΔΑ, ita se habebit utraque ΕΒ, ΒΔ ad utramque ΔΒ, ΒΓ, una cum utraque ΓΒ, ΒΑ. Igitur etiam componendo, ut ΑΕ ad ΑΔ, ita utraque ΕΒ, ΒΔ, una cum utraque ΑΒ, ΒΓ, et utraque ΓΒ, ΒΔ; hoc est utraque ΒΒΑ, una cum dupla utriusque ΔΒΓ, ad utramque ΒΔ, ΒΑ, una cum dupla ipsius ΒΓ. Quare etiam duplum ad duplum eamdem rationem habebit: nimirum ut ΕΑ ad ΑΔ, ita se habebit dupla utriusque ΕΒΑ, una cum quadrupla utriusque ΓΒΔ, ad duplam utriusque ΑΒΔ, una cum quadrupla ipsius ΓΒ. Atque ut ΕΑ ad tres quintas partes ipsius ΑΔ, ita recta composita tum ex dupla utriusque ΑΒΕ, tum ex quadrupla utriusque ΓΒΔ, ad tres quin-

[d] ἐπεὶ ἁ ΘΔ [e] τᾶν συγκειμέναν [f] ὡς ἁ ΒΔ [g] τᾶς ΗΒΔ [h] τεταγμένων [i] In MS. ἐστὶν deest. [k] ἁ ΘΔ [l] ΘΡ [m] καὶ Γ [n] ΕΘ [o] τᾶς ΓΔ [p] ἁ ΕΒ [q] ὧν ἁ ἴσα [r] ΒΑ [s] ἐστὶν ὡς ΑΕ [t] ΒΔ [u] τὰς ΓΕ· ὥστε καὶ ὡς ἁ ΕΑ [w] οὕτως συγκειμένα, ἔκτε τᾶς β συναμφοτέρω [x] μετὰ τᾶς Δ

tas partes rectæ compositæ tum ex dupla utriusque A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B. Ut autem E A ad tres quintas partes ipsius A Δ, ita se habet E B ad Z H. Igitur ut E B ad Z H, ita se habet dupla utriusque A B E, una cum quadrupla utriusque Δ B Γ, ad tres quintas partes rectæ compositæ ex dupla utriusque A B Δ, una cum quadrupla ipsius Γ B. Demonstrata autem est, ut O B ad E B, ita se habere tripla utriusque A B Δ, una cum sexcupla ipsius Γ B, ad duplam utriusque A B E, et quadruplam utriusque Γ B Δ. Igitur etiam ex æqua proportione, ut O B ad Z H, ita se habet recta composita tum ex tripla utriusque A B Δ, tum ex sexcupla ipsius Γ B, ad tres quintas partes rectæ compositæ tum ex dupla utriusque A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B. At vero recta composita tum ex tripla utriusque A B Δ, tum ex sexcupla ipsius Γ B, ad rectam quidem compositam tum ex dupla utriusque A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B, eam rationem habet, quam tria ad duo; ad tres quintas partes vero ejusdem rectæ eam habet rationem, quam quinque ad duo. Demonstratum autem est etiam A O ad H Θ eam rationem habere, quam quinque ad duo. Igitur tota etiam B A ad totam Z Θ eam habet rationem, quam quinque ad duo. Quod si ita est, Z Θ duæ quintæ partes est ipsius A B. Quod oportebat demonstrare.

μένας ἔκτε τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, [f] καὶ δ' τᾶς Γ Β. [g] Ἀλλ' ὡς ἁ Ε Α ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς Α Δ, οὕτως ἐστὶν ἁ Ε Β ποτὶ Ζ Η. Καὶ ὡς ἄρα ἁ Ε Β ποτὶ Ζ Η, οὕτως ἁ β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Ε, μετὰ τᾶς δ' συναμφοτέρω τᾶς Δ Β Γ, ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκτε τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, μετὰ τᾶς δ' τᾶς Γ Β. Ἐδείχθη δὲ ὡς [a] Ο Β ποτὶ Ε Β, οὕτως ἁ γ' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, μετὰ τᾶς ϛ' τᾶς Γ Β, ποτὶ τὰν β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Ε, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ Β Δ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν [b] ὡς ἁ Ο Β ποτὶ Ζ Η, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς γ' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, καὶ ϛ' τᾶς Γ Β, ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκτε τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, καὶ δ' τᾶς Γ Β. Ἀλλὰ ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς γ' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, [c] καὶ ϛ' τᾶς Γ Β, ποτὶ μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' συναμφοτέρω [d] τᾶς Α Β Δ, καὶ δ' τᾶς Γ Β, λόγον ἔχει, ὃν τρία ποτὶ δύο· ποτὶ δὲ τὰ τρία πέμπτα τᾶς αὐτᾶς λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἁ Α Ο ποτὶ Η Θ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Καὶ ὅλα ἄρα ἁ Β Α ποτὶ ὅλαν τὰν Ζ Θ, λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Εἰ δὲ τοῦτο, δύο πεμπταμόριά ἐστι ἁ Ζ Θ [e] τᾶς Α Β. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Nonum theorema, quod plane obscurum est, verbis dilatantes perspicue explicare conabimur. Quoniam enim proportionales sunt A B, B Γ, Δ B, B E, proportionales utique sunt pro eadem ratione dividendo permutandoque, etiam A Γ, Γ Δ, Δ E. Itaque cum proportionales invicem sint A B, Γ B, B Δ, Δ B, itemque A Γ, Γ Δ, Δ E; ut præcedens et media ad sequentem in primis magnitudinibus, ita se habet præcedens et media ad sequentem in magnitudinibus secundis. Ut igitur utraque simul A Γ, Γ Δ, hoc est A Δ, ad Δ E, ita se habet utraque simul A B, Γ B ad Δ B. Se habet autem ut utraque simul A B, Γ B ad Δ B, ita dupla utriusque simul A B, B Γ ad duplam ipsius B Δ; eo quod partes eandem quam æque multiplices inter se invicem rationem habent. Se habet igitur et ut A Δ ad Δ E, ita dupla utriusque simul A B Γ ad duplam ipsius Δ B. Rursus cum Γ B, B Δ, Δ E proportionales invicem sint; ut A Δ ad Δ E, ita se habebit propter ea, quæ prius dicta sunt, utraque simul Γ B, B Δ ad B E. Se habet autem ut A Δ ad Δ E, ita etiam dupla utriusque simul A B, B Γ ad duplam ipsius B Δ. Se habet igitur ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes: et propterea ut A Δ ad Δ E, ita præcedentes ad sequentes. At præcedentes quidem sunt dupla utriusque simul A B, B Γ, et utraque Γ B, B Δ; hoc est duæ A B, et tres Γ B, et una B Δ; sequentes vero dupla ipsius B Δ, et sola B E. Se habet igitur ut A Δ ad Δ E, ita recta composita tum ex dupla ipsius A B, tum ex tripla ipsius Γ B, tum ex sola Δ B ad rectam compositam cum

Τὸ ἔνατον θεώρημα πάνυ ὂν ἀσαφὲς πειρασόμεθα ἐξαφράζοντες σαφῶς, κατὰ τὸ δυνατόν. Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν εἰσι αἱ Α Β, Β Γ, Δ Β, Β Ε, καὶ διελόντι, καὶ ἐναλλὰξ αἱ Α Γ, Γ Δ, Δ Ε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί. Ἐπεὶ οὖν αἱ Α Β, Β Γ, Β Δ, Β Ε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί, καὶ αἱ Α Γ, Γ Δ, Δ Ε, ἔσται ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον, καὶ μέσον πρὸς [f] ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον καὶ μέσον πρὸς ἑπόμενον. Ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ Α Γ, Γ Δ, τουτέστιν ἡ Α Δ, πρὸς Δ Ε, οὕτως συναμφότερος ἡ Α Β, Γ Β πρὸς Δ Β. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ Α Β, Γ Β πρὸς Δ Β, οὕτως ἡ β' συναμφοτέρου τῆς Α Β, Β Γ πρὸς τὴν β' τῆς Β Δ· διότι τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, οὕτως ἡ β' συναμφοτέρου τῆς Α Β Γ πρὸς τὴν β' τῆς Δ Β. Πάλιν ἐπεὶ δὲ αἱ Γ Β, Β Δ, Β Ε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν, καὶ αἱ Α Γ, Γ Δ, Δ Ε· ἔσται, διὰ τὰ πρότερον εἰρημένα, ὡς ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, οὕτως συναμφότερος ἡ Γ Β, Β Δ πρὸς Β Ε. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, ἡ β' συναμφοτέρου τῆς Α Β, Β Γ πρὸς τὴν β' τῆς Β Δ. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἄρα ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, οὕτως τὰ ἡγούμενα πρὸς τὰ ἑπόμενα. Ἔστι δὲ ἡγούμενα μὲν ἡ β' συναμφοτέρου τῆς Α Β, Β Γ, καὶ συναμφότερος ἡ Γ Β, Β Δ, τουτέστι δύο αἱ Α Β, καὶ τρεῖς αἱ Γ Β, καὶ μία ἡ Β Δ. Ἑπόμενα δὲ ἡ β' τῆς Β Δ, καὶ ἡ Β Ε μόνη. Ἔστιν οὖν ὡς ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, ἡ συγκειμένη εὐθεῖα, ἔκ τε τῆς β' τῆς Α Β, καὶ γ' τῆς Γ Β, καὶ τῆς Δ Β μόνης,

[f] μετὰ τᾶς δ' τᾶς Γ Β [g] ἀλλ' ὡς &c. hæc et sequentia ad Ἐδείχθη. desunt in MS. [a] Α Δ [b] ὡς ἁ Ε Β ποτὶ Ζ Η· οὕτως [c] καὶ ἐκ τῶ τᾶς Γ Β [d] τᾶς Α Β Δ καὶ δ' τᾶς Γ Β [e] τῶ Β Δ, Ο Ι [f] ἑπόμενον, ὡς ἄρα

πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β´ τῆς ΒΔ, καὶ μόνης τῆς ΕΒ. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς β´ τῆς ΑΒ, καὶ τῆς δ´ [g] τῆς ΓΒ, καὶ τῆς δ´ τῆς ΔΒ, καὶ τῆς β´ τῆς ΒΕ, τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς β´ τῆς ΑΒ [h], καὶ γ´ τῆς ΓΒ, καὶ τῆς ΒΔ μόνης· ἔξωθεν δὲ ἐστιν ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς β´ τῆς [i] ΒΔ, καὶ μόνης τῆς ΕΒ· τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ´ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β´ τῆς ΔΒ, καὶ τῆς ΕΒ μόνης, ἤπερ ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β´ τῆς ΑΒ, καὶ τῆς γ´ τῆς ΓΒ, καὶ μόνης τῆς ΔΒ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς διπλῆς τῆς ΒΔ, καὶ μόνης τῆς ΕΒ. Ἀλλ᾽ ὡς ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β´ τῆς ΑΒ, καὶ γ´ τῆς ΓΒ, καὶ τῆς ΒΔ μόνης, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β´ τῆς ΒΔ, καὶ μόνης τῆς ΕΒ, οὕτως ἐδείχθη ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ. Καὶ ἡ συγκειμένη ἄρα ἐκ τῆς β´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ´ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β´ τῆς ΒΔ, καὶ μόνης τῆς ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ. Ἐὰν ἄρα θελήσωμεν ποιῆσαι [k] τὸν αὐτὸν τῆς ΑΔ πρὸς ἄλλην τινά, ἐλάσσων ἔσται ἐκείνη τῆς ΔΕ. Ἔστω ἡ ΔΟ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΟ, ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β´ συναμφοτέρου [l] τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ´ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β´ τῆς ΒΔ, καὶ μόνης τῆς ΕΒ. Ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΟΔ πρὸς ΔΑ, ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β´ τῆς ΒΔ, καὶ μόνης τῆς ΕΒ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ τῆς δ´ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΟΑ [m] πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β´ τῆς ΑΒ, καὶ δ´ τῆς ΓΒ, καὶ ς´ τῆς ΒΔ, καὶ γ´ τῆς ΒΕ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ´ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ. Ἥτε γὰρ ΒΔ ἑξάκις παρελήφθη, τετράκις μὲν ἐν τοῖς προτέροις, δὶς δὲ ἐν τοῖς δευτέροις· [n] καὶ ἡ ΒΕ τρὶς ἐλήφθη, δὶς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις, ἅπαξ δὲ ἐν τοῖς δευτέροις. Ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ ΑΔ πρὸς ΗΘ τοῦτον ἔχουσα τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ε´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, [o] καὶ ι´ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β´ τῆς ΑΒ, καὶ δ´ τῆς ΓΒ, καὶ ς´ τῆς ΒΔ, καὶ γ´ τῆς ΒΕ· καὶ ἐστι τεταραγμένη ἀναλογία. Δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΟΑ πρὸς ΗΘ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ε´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ ι´ τῆς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ´ τῆς ΓΒ, ΒΔ. Τὸ γὰρ τῆς γεγραμμένης ἀναλογίας οὕτως ἔσται δῆλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἡγούμενον ἡ ΟΑ πρὸς ἑπόμενον τὴν ΑΔ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενον ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β´ τῆς [p] ΑΒ, καὶ δ´ τῆς ΓΒ, καὶ ς´ τῆς ΒΔ, καὶ γ´ τῆς ΒΕ, πρὸς ἑπόμενον τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ´ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, [q] ΔΒ· ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἑπόμενον ἡ ΑΔ πρὸς ἄλλην τινὰ τὴν ΗΘ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἄλλη τις ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ε´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ ι´ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς ἡγούμενον τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β´ τῆς ΑΒ, καὶ δ´ τῆς ΓΒ, καὶ ς´ τῆς ΒΔ, καὶ γ´ τῆς ΒΕ. Ἐπεὶ δὲ ἡ ε´ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, πρὸς τὴν β´ τῆς αὐτῆς λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο· ἔχει δὲ καὶ ἡ ι´ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ πρὸς τὴν δ´ τῆς αὐτῆς λόγον, ὃν πέντε πρὸς δύο·

ex dupla ipsius B Δ, tum ex sola E B. Et quoniam major est recta composita tum ex dupla ipsius A B, tum ex quadrupla ipsius Γ B, tum ex quadrupla ipsius Δ B, tum ex dupla ipsius B E quam recta composita tum ex dupla ipsius A B, tum ex tripla ipsius Γ B, tum ex sola B Δ; et recta alia seposita est ex dupla ipsius B Δ, et sola E B composita: major autem magnitudo ad eamdem majorem habet rationem quam minor; ideo recta composita cum ex dupla utriusque simul A B, B E, tum ex quadrupla utriusque simul Γ B, B Δ ad rectam compositam cum ex dupla ipsius B Δ, tum ex sola E B, majorem rationem habet, quam recta composita tum ex dupla ipsius A B, tum ex tripla ipsius Γ B, tum ex sola Δ B ad rectam compositam cum ex dupla ipsius B Δ, tum ex sola E B. Ut autem recta composita tum ex dupla ipsius A B, tum ex tripla ipsius Γ B, tum ex sola B Δ, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius B Δ, tum ex sola E B, ita demonstratum est se habere A Δ ad Δ E. Igitur etiam recta composita cum ex dupla utriusque simul A B, B E, tum ex quadrupla utriusque simul Γ B, B Δ, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius B Δ, tum ex sola E B majorem rationem habet, quam A Δ ad Δ E. Itaque si ratio instituenda nobis sit eadem atque ipsius A Δ ad aliam quamdam, minor hæc erit quam Δ E. Sit Δ O. Ut igitur A Δ ad Δ O, ita se habet recta composita cum ex dupla utriusque simul A B, B E, tum ex quadrupla utriusque simul Γ B, B Δ, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius B Δ, tum ex sola E B. Igitur invertendo, ut O Δ ad Δ A, ita se habet recta composita cum ex dupla ipsius B Δ, tum ex sola E B, ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul A B, B E, tum ex quadrupla utriusque simul Γ B, B Δ. Et componendo, ut O A ad A Δ, ita se habet recta composita tum ex dupla ipsius A B, tum ex quadrupla ipsius Γ B, tum ex sexcupla ipsius B Δ, tum ex tripla ipsius B E, ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul A B, B E, tum ex quadrupla utriusque simul Γ B, B Δ. Nam B Δ sumpta sexies est, quater quidem in primis magnitudinibus, bis vero in secundis: et B E sumpta est ter, bis quidem in magnitudinibus primis, semel vero in secundis. Ponitur autem A Δ ad H Θ eamdem rationem habere, quam rectam compositam cum ex quincupla utriusque simul A B, B E, tum ex decupla utriusque simul Γ B, B Δ, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius A B, tum ex quadrupla ipsius Γ B, tum ex sexcupla ipsius B Δ, tum ex tripla ipsius B E: proportioque ipsa perturbata est. Igitur æqua proportione, ut O A ad H Θ, ita se habet recta composita cum ex quincupla utriusque simul A B, B E, tum ex decupla utriusque simul Γ B, B Δ, ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul A B, B E, tum ex quadrupla utriusque simul Γ B, B Δ. Porro ad allatam proportionem quod attinet, ita manifesta res fiet. Nimirum ut in primis magnitudinibus, præcedens O A ad sequentem A Δ, ita se habet in secundis, præcedens, recta composita tum ex dupla ipsius A B, tum ex quadrupla ipsius Γ B, tum ex sexcupla ipsius B Δ, tum ex tripla ipsius B E, ad sequentem, rectam compositam cum ex dupla utriusque simul A B, B E, tum ex quadrupla utriusque simul Γ B, B Δ: ut autem in magnitudinibus primis, sequens A Δ ad aliam quamdam H Θ, ita in secundis, se habet quædam alia, recta composita cum ex quincupla utriusque simul A B, B E, tum ex decupla utriusque simul Γ B, B Δ, ad præcedentem, rectam compositam tum ex dupla ipsius A B, tum ex quadrupla ipsius

[g] τῆς ΓΔ [h] καὶ γ´ τῆς γε´ καὶ τῆς ΓΔ μόνης [i] ΔΕ [k] τὸν αὐτὸν λόγον [l] τῆς ΑΒ, ΒΓ [m] πρὸς ΑΔ
[n] καὶ ἡ ΒΕ τρίτον [o] καὶ συναμφοτέρου τῆς ΓΔ, ΒΔ [p] ΑΔ [q] ΒΑ

ΓΒ, tum ex sexcupla ipsius ΒΔ, tum ex tripla ipsius ΒΕ. Quoniam vero cum quincupla utriusque simul ΑΒ, ΒΕ, ad duplam ejusdem, tum decupla utriusque simul ΓΒ, ΒΔ ad ejusdem quadruplam eandem rationem habet, quam quinque ad duo: nam ratio quinque ad duo eadem est quae decem ad quatuor: ideo etiam recta composita cum ex quincupla utriusque simul ΑΒ, ΒΕ, tum ex decupla utriusque simul ΓΒ, ΒΔ ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadrupla utriusque simul ΓΒ, ΒΔ eandem habet rationem, quam quinque ad duo. Quere etiam ΑΟ ad ΗΘ eamdem quam quinque ad duo rationem habet. Rursus quoniam supra demonstratum est ΟΔ ad ΔΑ eandem rationem habere, quam ΕΒ, et duplam ipsius ΒΔ ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadrupla utriusque simul ΓΒ, ΒΔ: et ut in primis magnitudinibus sequens ΑΔ ad aliam quamdam ΔΕ, ita in secundis se habet quaedam alia, recta composita tum ex dupla ipsius ΑΒ, tum ex tripla ipsius ΓΒ, tum ex sola ΔΒ ad praecedentem, rectam compositam cum ex ΕΒ, tum ex dupla ipsius ΒΔ; ideo rationibus dissimiliter ordinatis, hoc est perturbata proportione, ut ΟΔ ad ΔΕ, ita se habet recta composita tum ex dupla ipsius ΑΒ, tum ex tripla ipsius ΓΒ, tum ex sola ΒΔ, ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadrupla utriusque simul ΓΒ, ΒΔ. Quare etiam invertendo, ut ΕΔ ad ΔΟ, ita se habet recta composita cum ex dupla utriusque simul ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadrupla utriusque simul ΓΒΔ, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ΑΒ, tum ex tripla ipsius ΓΒ, tum ex sola ΒΔ. Et convertendo, ut ΔΕ ad ΕΟ, videlicet praecedens ad excessum quo sequentem superat; ita recta composita cum ex dupla utriusque simul ΑΒΕ, tum ex quadrupla utriusque simul ΓΒΔ, ad rectam compositam tum ex sola ΓΒ, tum ex tripla ipsius ΒΔ, tum ex dupla ipsius ΕΒ. Nam praecedens quidem duplam continet utriusque simul ΑΒ, et ΒΕ; sequens vero duplam unius tantum ΑΒ: ideoque, subducto calculo, dupla ipsius ΕΒ relinquitur. Rursus praecedens quidem quadruplam continet utriusque simul ΓΒΔ; sequens vero triplam ipsius ΓΒ, et solam ΒΔ: etque ideo subducto calculo, sola relinquitur ΓΒ, et tripla ipsius ΒΔ. Jure igitur optimo dictum est, ut ΔΕ ad ΕΟ, ita convertendo, se habere rectam compositam cum ex dupla utriusque simul ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadruple utriusque simul ΓΒΔ, ad rectam compositam tum ex ΓΒ, tum ex tripla ipsius ΔΒ, tum ex dupla ipsius ΕΒ. Quare etiam invertendo, ut ΟΕ ad ΕΔ, ita se habet recta composita tum ex ΓΒ, tum ex tripla ipsius ΒΔ, tum ex dupla ipsius ΕΒ, ad rectam compositam tum ex dupla utriusque simul ΑΒΕ, tum ex quadrupla utriusque simul ΓΒΔ. At vero ut ΔΒ ad aliam quamdam ΕΒ, ita se habet ΑΒ ad ΒΓ: et dividendo, ut ΔΕ ad ΕΒ, ita ΑΓ ad ΓΒ. Eadem ratione, ut ΓΔ ad ΔΒ, ita se habet ΔΕ ad ΕΒ: et propterea ut tripla ipsius ΓΔ ad triplam ipsius ΔΒ, ita dupla ipsius ΔΕ ad duplam ipsius ΕΒ. Partes enim eandem quam aeque multiplices invicem rationem habent. Ut igitur una ad unam, ita etiam se habent omnes praecedentes ad omnes sequentes. Ut igitur ΔΕ ad ΕΒ, ita se habet recta composita tum ex ΑΓ, tum ex tripla ipsius ΓΔ, tum ex dupla ipsius ΔΕ, ad rectam compositam tum ex ΓΒ, tum ex triple ipsius ΒΔ, tum ex dupla ipsius ΕΒ. Quoniam igitur demonstratum est, ut in primis magnitudinibus praecedens ΟΕ ad sequentem ΔΕ, ita in secundis se habere rectam compositam tum ex ΓΒ, tum ex

ἐπειδὴ καὶ τὰ πέντε πρὸς δύο, καὶ [a] τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο· καὶ ἁ συγκειμένα ἄρα ἐκ τᾶς ε′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ ι′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ τᾶς ΓΒ, ΒΔ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ὥστε καὶ ἁ ΑΟ πρὸς ΗΘ λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Πάλιν ἐπεὶ ἐδείχθη ἐν τοῖς ἀνωτέρω, ὅτι ἁ ΟΔ πρὸς ΔΑ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΕΒ μετὰ τᾶς β′ τᾶς ΒΔ πρὸς τὰν ἴσαν τᾷ συγκειμένᾳ ἔκ τε τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, μετὰ [b] τᾶς δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ· ἔστι δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον ἐν τοῖς πρώτοις [c] μεγέθεσιν, ἁ ΑΔ πρὸς ἄλλαν τινὰ ΔΕ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλα τις ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β′ τᾶς ΑΒ, καὶ γ′ τᾶς ΓΒ, καὶ μόνας τᾶς ΔΒ πρὸς ἡγούμενον τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς ΕΒ, καὶ τᾶς β′ τᾶς ΒΔ· ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστι τεταραγμένας οὔσας τᾶς ἀναλογίας, δι᾽ ἴσου ἐστὶν ὡς ἁ ΟΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β′ τᾶς ΑΒ, καὶ τᾶς γ′ τᾶς ΓΒ, καὶ μόνας τᾶς ΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Ὥστε καὶ ἀνάπαλιν ὡς ἁ ΕΔ πρὸς ΔΟ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ τᾶς ΑΒ, καὶ γ′ τᾶς ΓΒ, καὶ μόνας τᾶς ΒΔ. Καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἁ ΔΕ πρὸς ΕΟ, τὸ ἡγούμενον φαμὶ πρὸς τὰν ὑπεροχάν, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΕ, μετὰ τᾶς δ′ τᾶς ΓΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς ΓΒ μόνας, καὶ γ′ τᾶς ΒΔ, καὶ τᾶς β′ τᾶς ΕΒ. Ἐν μὲν γὰρ τῷ ἡγουμένῳ ἁ β′ τᾶς ΑΒ, καὶ τᾶς ΒΕ· ἐν δὲ τῷ ἑπομένῳ ἁ β′ τᾶς ΑΒ μόνας· ὥστε περιλείπεται ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ἁ β′ τᾶς ΕΒ. Πάλιν ἐν μὲν τῷ ἡγουμένῳ ἁ δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ, ἐν δὲ τῷ ἑπομένῳ ἁ γ′ τᾶς ΓΒ, καὶ ἁ ΒΔ μόνα· ὥστε περιλείπεται ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ἁ ΓΒ μόνα, καὶ ἁ γ′ τᾶς ΒΔ. Καλῶς οὖν ἐλέχθη, ὅτι ἐστὶν ἀναστρέψαντι ὡς ἁ ΔΕ πρὸς ΕΟ, ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς ΓΒ, καὶ τᾶς γ′ τᾶς ΔΒ, καὶ τᾶς β′ τᾶς ΕΒ. Ὥστε καὶ ἀνάπαλιν ὡς ΟΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ΓΒ, μετὰ τᾶς γ′ τᾶς ΒΔ, καὶ β′ τᾶς ΕΒ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ. [d] Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ ΔΒ πρὸς ἄλλαν τινὰ τὰν ΕΒ, ἁ ΑΒ πρὸς ΒΓ· καὶ διελόντι ὡς ἁ ΔΕ πρὸς ΕΒ, ἁ ΑΓ πρὸς ΓΒ. Διὰ τὰ αὐτὰ δή, ἐστιν ὡς ἁ ΓΔ πρὸς ΔΒ, οὕτως ἁ ΔΕ πρὸς ΕΒ· καὶ ὡς ἄρα ἁ γ′ τᾶς ΓΔ πρὸς τὰν γ′ τᾶς ΔΒ, οὕτως ἁ β′ τᾶς ΔΕ πρὸς τὰν β′ τᾶς ΕΒ. Τὰ γὰρ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΔΕ πρὸς ΕΒ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ΑΓ, [e] καὶ τᾶς γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ ἁ β′ τᾶς ΔΕ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς ΓΒ, καὶ τᾶς γ′ τᾶς ΒΔ, [f] καὶ τᾶς β′ τᾶς ΕΒ. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον ἁ ΟΕ πρὸς ἑπόμενον τὰν ΔΕ, ἐν τοῖς δευτέροις [g] μεγέθεσιν ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ΓΒ, καὶ τᾶς γ′ τᾶς ΒΔ, καὶ β′ τᾶς [h] ΒΕ, πρὸς ἑπόμενον, τὰν συγκειμέναν

[a] τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο in MS. desunt. [b] τῆς ex MS. [c] In MS. hiatus est, in hoc loco, usque ad ἄλλοτι ὁ. [d] ἔτι δὲ ὡν [e] καὶ τῆς ΓΔ [f] καὶ τῆς β′. ἐπεὶ [g] μεγέθεσιν ἡγούμενον ἡ συγκειμένη [h] ΒΔ

[b] ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΔ· ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον ἁ ΔΕ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΕΒ, ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ΑΓ, καὶ ἁ γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ [c] β′ τᾶς ΔΕ, πρὸς ἡγέμενον τὴν συγκειμέναν, ἔκ τε τᾶς ΓΒ, καὶ γ′ τᾶς ΔΒ, καὶ β′ τᾶς ΒΕ· δι᾽ ἴσου, ἐν τῇ τεταραγμένᾳ ἀναλογίᾳ, ὡς ἁ ΟΕ πρὸς ΕΒ, ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς ΑΓ, [d] καὶ γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ ἁ β′ τᾶς ΔΒ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒΕ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΔ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἁ ΟΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ΑΓ, καὶ γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ β′ τᾶς ΕΔ, καὶ β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρω [e] τᾶς ΓΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΔ. Ἀλλὰ ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ΑΓ, καὶ γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ β′ τᾶς ΔΕ, [f] καὶ β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΔ, ἴσα ἐστὶ τᾷ συγκειμένᾳ ἔκ τε τᾶς γ′ τᾶς ΑΒ, καὶ ϛ′ τᾶς ΓΒ, καὶ γ′ [g] τᾶς ΔΒ. Ἤ τε γὰρ ΑΒ δὶς παραληφθεῖσα αὐτόθεν, καὶ προσλαβοῦσα τὰν ΑΓ, καὶ ἐκ τᾶς δ′ τᾶς ΓΒ μίαν, ποιεῖ τρίτον τὴν ΑΒ. Πάλιν [h] ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τᾶς δ′ τᾶς ΓΒ μιᾶς, γίνονται γ′. Προσλαβοῦσαι δὲ τὴν γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ γ′ τᾶς ΔΒ, ποιεῖ τὰς ϛ′ τᾶς ΓΒ. Πάλιν ἀφαιρεθείσης [i] ἀπὸ τᾶς δ′ τᾶς ΔΒ γ′, μένει μόνα ἁ ΔΒ. Προσλαβοῦσα δὲ τάν τε β′ τᾶς ΔΕ, καὶ τὰν β′ τᾶς ΕΒ, ποιεῖ τὰν γ′ τᾶς ΒΔ. Καλῶς [k] ἄρα λέγει, ὅτι ἁ ΟΒ πρὸς ΕΒ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ συγκειμένη ἐκ τᾶς γ′ τᾶς ΑΒ, καὶ ϛ′ τᾶς ΓΒ, καὶ γ′ τᾶς ΔΒ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΔ. Πάλιν [l] ἐπεὶ αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί, καί, διὰ τὸ ἀνάπαλιν τᾶς ὑποθέσιος, συναμφότεροι ἑκάστη τῶν ΕΒ, ΒΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΓΒ, ΒΑ· ἔστιν ὡς ἁ ΕΔ πρὸς τὰν μέσαν καὶ τὰς ἑπομένας τὰς ΔΓ, ΓΑ, τουτέστι τὴν ΔΑ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΕΒ, ΒΔ πρὸς συναμφότερον τὰν ΔΒ, ΒΓ, μετὰ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΑ. Καὶ συνθέντι ἄρα, ὡς ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΕΒΔ, μετὰ συναμφοτέρω τᾶς ΔΒΓ, καὶ μετὰ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΑ, πρὸς συναμφότερον τὴν ΔΒΓ, μετὰ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΑ. Ἀλλὰ συναμφότερος ἁ ΕΒΔ μετὰ τᾶς ΔΒΓ, καὶ τᾶς ΓΒΑ, ἴσα ἐστὶ συναμφοτέρῳ τᾷ ΕΒΑ, καὶ δὶς συναμφοτέρῳ τᾷ ΔΒΓ· ἅπαξ γὰρ αἱ ἄκραι παραλαμβάνονται, καὶ δὶς αἱ μέσαι· συναμφότερος δὲ [m] ἁ ΔΒΓ μετὰ τᾶς ΓΒΑ, ἴσα ἐστὶ συναμφοτέρῳ τᾷ ΑΒΔ, καὶ δὶς τᾷ [n] ΓΒ, διὰ τὰν αὐτὰν αἰτίαν. Ὥστε [o] ἐστὶν ὡς ἁ ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς ΕΒΑ, [p] καὶ β′ συναμφοτέρω τᾶς ΔΒΓ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε συναμφοτέρω τᾶς ΔΒΑ, καὶ τᾶς β′ τᾶς ΓΒ. Ὥστε καὶ ἡ διπλασία πρὸς τὴν διπλασίαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Ὡς ἄρα ἁ ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΕΒΑ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς [q] ΑΒΔ, καὶ τᾶς δ′ τᾶς ΓΒ. Ὥστε καὶ ὡς ἁ ΕΑ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς ΓΒΔ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς ΑΒΔ, καὶ τᾶς δ′ τᾶς ΓΒ. Ἀλλ᾽ ὡς ἁ ΑΕ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, οὕτως ἐλήφθη ἁ ΒΕ πρὸς

tripla ipſius BΔ, tum ex dupla ipſius BE, ad ſequentem, rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ; et rurſus ut in magnitudinibus primus ſequens ΔE ad aliam quamdam EB, ita ſe habere in ſecundis quamdam aliam, rectam compoſitam tum ex AΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΔE, ad præcedentem, rectam compoſitam tum ex ΓB, tum ex tripla ipſius BΔ, tum ex dupla ipſius BE; ideo æqua eademque perturbata proportione, ut OE ad EB, ita ſe habet recta compoſita tum ex AΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΔE, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ. Et componendo, ut OB ad BE, ita ſe habet recta compoſita tum ex AΓ, tum ea tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius EΔ, tum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ. Recta autem compoſita tum ex AΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΔE, tum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, æqualis eſt rectæ compoſitæ tum ex tripla ipſius AB, tum ex ſexcupla ipſius ΓB, tum ex tripla ipſius ΔB. Cum enim AB ſumpta bis fuerit, ſi ei adjiciatur AΓ, et ΓB ablata ab ejus quadrupla, triplam facit ipſius AB. Rurſus cum a quadrupla ipſius ΓB ablata fuerit ΓB, ea tripla relinquitur. Itaque ſi huic adjiciatur tripla cum ipſius ΓΔ, tum ipſius ΔB, ſexcuplam facit ipſius ΓB. Denique cum a quadrupla ipſius ΔB ablata fuerit tripla, ea una relinquitur ΔB. Itaque ſi huic adjiciatur dupla cum ipſius ΔE, tum ipſius EB, triplam facit ipſius BΔ. Jure igitur merito dicit, OB ad EB eandem habere rationem, quam rectam compoſitam tum ex tripla ipſius AB, tum ex ſexcupla ipſius ΓB, tum ex tripla ipſius ΔB, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ. Rurſus quoniam EΔ, ΔΓ, ΓA, et poſitione inverſa utraque ſimul EB, BΔ, ΔB, BΓ, ΓB, BA proportionales ſunt; ideo ut EΔ ad mediam et ſequentem ΔΓ, ΓA, hoc eſt ΔA, ita ſe habet utraque ſimul EB, BΔ ad utramque ſimul cum ΔB, BΓ, tum ΓB, BA. Igitur etiam componendo, ut EA ad AΔ, ita ſe habet utraque ſimul tum EBΔ, tum ΔBΓ, tum ΓBA, ad utramque ſimul cum ΔBΓ, tum ΓBA. Sed utraque quidem ſimul tum EBΔ, tum ΔBΓ, tum ΓBA æqualis eſt utrique ſimul EBA, et duplæ utriuſque ſimul ΔBΓ: poſtremæ enim ſemel, et mediæ bis ſumuntur: utraque vero ſimul cum ΔBΓ, tum ΓBA æqualis eſt ob eandem cauſam utrique ſimul ABΔ, et duplæ ipſius ΓB. Igitur ut EA ad AΔ, ita ſe habet recta compoſita cum ex utraque ſimul EBA, tum ex dupla utriuſque ſimul ΔBΓ, ad rectam compoſitam cum ex utraque ſimul ΔBA, tum ex dupla ipſius ΓB. Dupla autem ad duplam eamdem rationem habet. Ut igitur EA ad AΔ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul EBA, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB. Quare etiam ut EA ad tres quintas partes ipſius AΔ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB. Ut autem AB ad tres quintas partes ipſius AΔ, ita ſe habet BE ad ZH;

[b] ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρω τοῦ ΓΒΔ [c] καὶ ἁ τᾶς [d] καὶ γ′ τᾶς ΒΔ· καὶ ἁ δ′ τᾶς ΔΕ. [e] τᾶς ΑΒΔ [f] καὶ β′ συναμφοτέρω τᾶς ΒΓΔ [g] τᾶς ΔΕ [h] ἀφαιρεθεῖσα ἁ δ′ [i] ἀπὸ τᾶς α′ τᾶς ΔΒΓ [k] ὃν καὶ λέγει [l] ἴσαι αἱ ΕΔ, ΔΙ, ἐν τῷ [m] ἁ ΔΒΙ [n] ΑΓ [o] εἶναι [p] καὶ συναμφότερα [q] ΑΒΓ

quippe hujusmodi sumptæ sunt. Igitur etiam ut E B ad Z H, ita se habet recta composita cum ex dupla utriusque simul A B E, tum ex quadrupla utriusque simul Γ B Δ, ad tres quintas partes rectæ compositæ cum ex dupla utriusque simul A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B. Quoniam igitur demonstratum est, ut præcedens O B ad sequentem B E, ita se habere præcedentem, cum triplam utriusque simul A B Δ, tum sexcuplam ipsius Γ B, ad sequentem, cum duplam utriusque simul A B E, tum quadruplam utriusque simul Γ B Δ: et rursus ut sequens E B ad aliam quamdam Z H, ita sequentem, cum duplam utriusque simul A B E, tum quadruplam utriusque simul Γ B Δ, ad quamdam aliam; hoc est ad tres quintas partes rectæ compositæ cum ex dupla utriusque simul A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B; ideo æqua eademque ordinata proportione, ut O B ad Z H, ita se habet recta composita cum ex tripla utriusque simul A B Δ, tum ex sexcupla ipsius Γ B, ad tres quintas partes rectæ compositæ cum ex dupla utriusque simul A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B. At vero recta composita cum ex tripla utriusque simul A B Δ, tum ex sexcupla ipsius Γ B, ad tres quintas partes rectæ compositæ cum ex dupla utriusque simul A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B, eamdem habet rationem quam quinque ad duo. Nam tripla quidem utriusque simul A B Δ, duplæ utriusque simul A B Δ sesquialtera est; sexcupla vero Γ B ejusdem quadruplæ est sesquialtera. Et quoniam præcedentes ad sequentes, utpote quæ sesquialteræ sunt, eam rationem habent, quam tria ad duo. Ideo habent eam, quam quadraginta quinque ad triginta. Uterque enim numerus utriusque quincuplex est et decuplus. Sunt autem tres quintæ partes numeri triginta, decem octo. Igitur quadraginta quinque ad decem octo eamdem rationem habent, quam recta composita cum ex tripla utriusque simul A B Δ, tum ex sexcupla ipsius Γ B, ad tres quintas partes rectæ compositæ cum ex dupla utriusque simul A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B. Quæ quidem ratio eadem est quæ ipsius O B ad Z H. Habent autem quadraginta quinque ad decem octo eamdem rationem, quam quinque ad duo. Uterque enim numerus quinque et duo nona est utriusque numeri pars. Habet igitur etiam O B ad Z H eamdem rationem, quam quinque ad duo. Quoniam igitur demonstratum est, cum O A ad H Θ, tum O B ad Z H eamdem rationem habere quam quinque ad duo; ideo tota Z Θ idem est ac duæ quintæ partes totius A B.

Z H. Καὶ ὡς ἄρα ἡ E B πρὸς Z H, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β' συναμφοτέρου τῆς A B E, καὶ τῆς δ' συναμφοτέρου τῆς Γ B Δ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β' συναμφοτέρου τῆς A B Δ, καὶ δ' τῆς Γ B. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὡς ἡγούμενον ἡ O B πρὸς ἑπόμενον τὴν B E, οὕτως ἡγούμενον, ἡ γ' συναμφοτέρου τῆς A B Δ, μετὰ τῆς ς' τῆς Γ B, πρὸς ἑπόμενον, τὴν β' συναμφοτέρου τῆς A B E, καὶ δ' συναμφοτέρου τῆς Γ B Δ· ὡς δὲ ἑπόμενον ἡ E B πρὸς ἄλλο τι [r] τὴν Z H, οὕτως ἑπόμενον, ἡ β' συναμφοτέρου τῆς A B E, καὶ ἡ δ' συναμφοτέρου τῆς [s] Γ B Δ πρὸς τὰ τρία πέμπτα ἄλλο τι, τουτέστι τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β' συναμφοτέρου τῆς A B Δ, καὶ τῆς δ' τῆς Γ B· τεταγμένης οὖν οὔσης τῆς ἀναλογίας δι' ἴσου ἐστὶν, [t] ὡς O B πρὸς Z H, οὕτως ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς γ' συναμφοτέρου τῆς A B Δ, καὶ ς' τῆς Γ B, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς β' συναμφοτέρου τῆς A B Δ, [u] καὶ δ' τῆς Γ B. Ἡ δὲ συγκειμένη ἐκ τῆς γ' συναμφοτέρου τῆς A B Δ, [w] καὶ ς' τῆς Γ B, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β' συναμφοτέρου τῆς A B Δ, καὶ δ' τῆς Γ B, λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Ἡ μὲν γὰρ τριπλασία συναμφοτέρου τῆς A B Δ, τῆς διπλασίας συναμφοτέρου τῆς A B Δ ἡμιολία ἐστί· ἡ δὲ ἑξαπλασία τῆς Γ B τῆς τετραπλασίας τῆς Γ B ἡμιολία ἐστί. Ἐπειδὴ δὲ τὰ ἡγούμενα τῶν ἑπομένων ἡμιολία, καὶ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὰ, ὃν τρία πρὸς δύο. Ἔχει δὲ καὶ ὃν τεσσαράκοντα πέντε πρὸς τριάκοντα. Ἑκάτερον γὰρ ἑκατέρου ἐστὶ πεντα καὶ δεκαπλάσιον. Καί ἐστι τὰ τρία πέμπτα τῶν τριάκοντα δεκαοκτώ. Ἔχει ἄρα τεσσαράκοντα πέντε πρὸς δεκαοκτὼ λόγον, ὃν ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς γ' συναμφοτέρου τῆς A B Δ, καὶ ς' τῆς Γ B, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς β' συναμφοτέρου τῆς A B Δ καὶ δ' τῆς Γ B. Οὗτος καὶ ὁ λόγος ἐστὶ τῆς O B πρὸς Z H. Ἀλλὰ τεσσαράκοντα πέντε πρὸς δεκαοκτὼ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Τὰ γὰρ πέντε καὶ τὰ δύο ἀμφοτέρων εἰσὶν ἔνατα. Ὥστε καὶ ἡ O B πρὸς Z H λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ἡ μὲν O A πρὸς H Θ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε πρὸς δύο, ἡ δὲ O B πρὸς Z H τὸν αὐτὸν λόγον, δύο πεμπτημόριά ἐστιν ὅλη ἡ Z Θ ὅλης τῆς A B.

PROP. X. Theor.

Cujuslibet segmenti a rectanguli coni sectione ablati centrum gravitatis est in recta linea, quæ segmenti diameter est, secta in æquales quinque partes; ita positam in quinque harum partium media, ut quæ altera ejus particula proprior minori segmenti basi est, hæc ad particulam alteram eamdem habeat rationem, quam solidum basim quidem habens quadratum, quod a dimidia majoris basis segmenti describitur, altitudinem vero rectam utrique æqualem, tum duplæ basis minoris, tum majori basi; ad solidum basim quidem habens quadratum, quod describitur a dimidia minoris basis segmenti, altitudinem vero rectam æqualem utrique, tum duplæ majoris basis, tum basi minori.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Παντὸς τόμου ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀφαιρεμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἐστὶν, ἃ διάμετρός ἐστι τοῦ τόμου· τὸν δὲ τρόπον κείμενον, διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας εἰς ἴσα πέντε, ἐπὶ μέσου πεμπτημορίου· ὥς τε τὸ τμᾶμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τᾶς ἐλάσσονος βάσιος τοῦ τόμου ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τὸ αὐτοῦ ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμισέας τᾶς μείζονος τᾶν βάσιων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν συναμφοτέρᾳ, τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων, καὶ τᾷ μείζονι, ποτὶ τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμισέας τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μείζονος, καὶ τᾷ ἐλάσσονι αὐτᾶν.

[r] τὰ τρία πέμπτα τῆς Z H. [s] Δ E Γ [t] ὡς ἡ E B πρὸς Z H [u] καὶ ς' [w] καὶ δ' τῆς Γ B λόγον ἔχει

Ἔστωσαν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΔΕ. Διάμετρος δὲ ἔστω τοῦ ΑΒΓ τμάματος ἁ ΒΖ. [x] Φανερὸν δὴ ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμου διάμετρός ἐστιν ἁ ΗΖ· καὶ αἱ μὲν ΑΓ, ΔΕ παράλληλοί ἐντι τᾷ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένᾳ τᾶς τομᾶς. [y] Καὶ τᾶς ΗΖ εὐθείας διαιρεθείσας εἰς πέντε ἴσα, μέσον ἔστω πεμπταμόριον ἁ ΘΚ. Ἁ δὲ ΘΙ ποτὶ τὰν ΙΚ τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, ὃν ἔχῃ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ [z] τᾶς ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις ταῖς τε β' [a] τᾶς ΔΗ, καὶ τᾷ ΑΖ, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ β' τᾶς ΑΖ, καὶ τᾷ ΔΗ. Δεικτέον ὅτι [b] τοῦ ΑΔΕΓ τόμου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Ι σαμεῖον.

Ἔστω δὴ [c] τᾷ μὲν ΖΒ ἴσα ἁ ΜΝ, τᾷ δὲ ΗΒ ἴσα ἁ [d] ΝΟ· καὶ εἰλήφθω τᾶν μὲν ΜΝ, ΝΟ [e] μέσα ἀνάλογον ἁ ΝΞ· τετάρτα δ' [f] ἀνάλογον ἁ ΤΝ. Καὶ ὡς ΤΜ ποτὶ ΤΝ, οὕτως ἁ ΖΘ ποτί τινα ἀπὸ τοῦ Ι, [g] ὅπου ἂν ἔρχηται τὸ [h] ἕτερον σαμεῖον· οὐδὲν γὰρ διαφέρει, εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Ζ, Η, εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Η, Β, τὰν ΙΡ. Καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ διάμετρός ἐστι τοῦ τμάματος ἁ ΖΒ, [i] ἁ ΒΖ δὲ ἤτοι ἀρχά ἐστι τᾶς τομᾶς, ἢ παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται· αἱ δὲ ΑΖ, ΔΗ εἰς αὐτὰν [k] τεταγμένως εἰσὶ κατηγμέναι· ἐπειδὴ παράλληλοι εἰσὶ τᾷ ἀπὸ τοῦ Β τᾶς τομᾶς [l] ἐφαπτομένᾳ. Εἰ δὲ τοῦτο, ἐστὶν ὡς ἁ ΑΖ ποτὶ ΔΗ δυνάμει, οὕτως ἁ ΖΒ ποτὶ ΒΗ μάκει, [m] τουτέστιν ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, [n] οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΑΖ ποτὶ ΔΗ δυνάμει, οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει. Ὥστε καὶ μάκει ἐν αὐτῷ τῷ λόγῳ. Καὶ ἄρα ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον. Ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως τὸ ΒΑΓ τμᾶμα ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα· ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον, οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΤ. Ὥστε καὶ διελόντι, ἐστὶν ὡς ὁ ΑΔΓΕ τομεὺς [o] ποτὶ τὸ ΔΒΒ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΜΤ ποτὶ ΝΤ, τουτέστι τὰ γ' ε' τᾶς ΗΖ ποτὶ ΙΡ. Καὶ ἐπεὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ

Sint in rectanguli coni sectione duæ rectæ ΑΓ, ΔΕ. Ac segmenti ΑΒΓ diameter sit ΒΖ. Manifestum utique est segmenti etiam ΑΔΕΓ diametrum esse ΗΖ; ipsasque ΑΓ, ΔΕ rectæ illi parallelas esse, quæ sectionem in puncto Β contingit. Itaque secta ΗΖ in æquales quinque partes, sit quinque harum partium media ΘΚ. Ac ΘΙ ad ΙΚ eamdem habeat rationem, quam solidum basim quidem habens quadratum, quod ad ΑΖ describitur, altitudinem vero rectam utrique æqualem, tum duplæ ipsius ΔΗ, tum ipsi ΑΖ; ad solidum basim quidem habens quadratum, quod describitur a ΔΗ, altitudinem vero rectam æqualem utrique, tum duplæ ipsius ΑΖ, tum ipsi ΔΗ. Oportet demonstrare, segmenti ΑΔΕΓ centrum gravitatis esse punctum Ι.

Itaque sit ipsi quidem ΖΒ æqualis ΜΝ, ipsi vero ΕΒ æqualis ΝΟ: sumaturque media inter ΜΝ, ΝΟ proportionalis ΝΞ; et ab his quarta ΤΝ. Tum fiat, ut ΤΜ ad ΤΝ, ita ΖΘ ad rectam aliquam ΙΡ a puncto Ι ductam; ubicunque ceciderit alterum ejus punctum: nihil enim refert, utrum inter puncta Ζ, Η, an vero inter Η, Β cadat. Et quoniam rectanguli coni sectionis diameter est ΖΒ, hæc sive primaria sectionis diameter est, sive illi ducta est parallela: atque huic ordinate applicatæ sunt ΑΖ, ΔΗ; quoniam rectæ illi parallelæ sunt, quæ sectionem in puncto Β contingit. Quod si ita est, ut ΑΖ ad ΔΗ potestate, ita se habet longitudine ΖΒ ad ΒΗ, hoc est ΜΝ ad ΝΟ. Ut autem ΜΝ ad ΝΟ longitudine, ita se habet potestate ΜΝ ad ΝΞ. Ut igitur potestate ΑΖ ad ΔΗ, ita etiam potestate se habet ΜΝ ad ΝΞ. Quare etiam longitudine eamdem inter se invicem rationem habent. Igitur etiam ut cubus, qui ab ΑΖ describitur, ad cubum, qui describitur a ΔΗ, ita se habet cubus, qui a ΜΝ describitur, ad cubum, qui describitur a ΝΞ. Sed ut cubus quidem, qui ab ΑΖ describitur, ad cubum, qui describitur a ΔΗ, ita se habet segmentum ΒΑΓ ad segmentum ΔΒΕ; ut vero cubus qui a ΜΝ describitur, ad cubum qui describitur a ΝΞ, ita se habet ΜΝ ad ΝΤ. Igitur etiam dividendo, ut segmentum ΑΔΓΕ ad segmentum ΔΒΕ, ita se habet ΜΤ ad ΤΝ; hoc est tres quintæ partes ipsius ΗΖ ad ΙΡ. Et quoniam solidum basin quidem habens quadratum, quod

[x] φανερὸν δὲ ὅτι καὶ τοῦ ΑΓ, ΔΕ παράλληλοι [y] καὶ τᾶς ΕΖ [z] τᾶς ΑΖ [a] τᾶς ΖΗ [b] τοῦ ΑΔΓ [c] τᾶ μὲν ΖΒ [d] ΝΘ [e] μεσα ex MS. [f] ἀνάλογος [g] ὅπερ [h] τεμέω [i] ἁ ΒΖ ἤτοι ἀρχὰ ἐστὶ [k] τεταγμένως ex MS. [l] ἐφαπτομέναι [m] τουτέστιν ἁ ΜΝΧ ποτὶ ΝΞ δυνάμει, καὶ ὡς [n] οὕτως ἁ ΖΒ ποτὶ ΒΗ μάκει τουτέστιν καὶ ὡς ἄρα ἁ ΑΖ ποτὶ ΔΗ δυνάμει· οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ δυνάμει, ὥστε καὶ ΜΛΚΝ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος. [o] ποτὶ τὸ ΔΒ τμᾶμα

ab ΑΖ describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΔΗ, tum ex ΑΖ, ad cubum qui describitur ab ΑΖ, eam rationem habet, quam dupla ipsius ΔΗ, una cum ΑΖ, ad ΖΑ; ideoque et quam dupla ipsius ΝΞ, una cum ΝΜ ad ΝΜ: atque ut cubus quidem, qui ab ΑΖ describitur, ad cubum qui describitur a ΔΗ, ita se habet ΜΝ ad ΝΤ: ut vero cubus, qui describitur a ΔΗ, ad solidum basim quidem habens quadratum, quod a ΔΗ describitur, alitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΑΖ, tum ex ΔΗ, ita se habet ΔΗ ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ΑΖ, tum ex ΔΗ; ideoque et ut ΤΝ ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ΟΝ, tum ex ΤΝ. Propterea quatuor sunt magnitudines, nempe solidum basim quidem habens quadratum, quod ab ΑΖ describitur, altitudinem vero rectam, compositam tum ex dupla ipsius ΔΗ, tum ex ΑΖ; et cubus qui describitur ab ΑΖ; et cubus, qui describitur a ΔΗ; et solidum basim quidem habens quadratum, quod a ΔΗ describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΑΖ, tum ex ΔΗ. Quæ quidem quatuor magnitudines quatuor magnitudinibus binæ binis proportionales sunt; nempe rectæ compositæ tum ex dupla ipsius ΝΞ, tum ex ΝΜ; deinde ipsi ΜΝ; postea ipsi ΝΤ; denique rectæ compositæ tum ex dupla ipsius ΝΟ, tum ex ΝΤ. Igitur, ex æqua proportione, ut solidum basim quidem habens quadratum, quod ab ΑΖ describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΔΗ, tum ex ΑΖ, ad solidum basim quidem habens quadratum, quod describitur a ΔΗ, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΑΖ, tum ex ΔΗ, ita se habet recta composita tum ex dupla ipsius ΝΞ, tum ex ΝΜ, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ΝΟ, tum ex ΝΤ. Ut autem solidum, quod diximus, ad id, quod diximus, solidum, ita se habet ΘΙ ad ΙΚ. Igitur etiam ut ΘΙ ad ΙΚ, ita se habet recta composita ad rectam compositam. Quare etiam componendo, sumendoque antecedentium quincupla. Ut igitur ΖΗ ad ΙΚ, ita se habet tum quincupla utriusque ΜΝΤ, tum decupla utriusque ΝΞ, ΝΟ, ad duplam ipsius ΟΝ, et amplius ΝΤ. Ut autem ΖΗ ad ΖΚ, duas quintas ejusdem partes, ita se habet tum quincupla utriusque ΜΝΤ, tum decupla utriusque ΞΝΟ, ad duplam utriusque ΜΝΤ, et quadruplam utriusque ΞΝΟ. Igitur ut ΖΗ ad ΖΙ, ita se habebit tum quincupla utriusque ΜΝΤ, tum decupla utriusque ΞΝΟ, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ΜΝ, tum ex quadrupla ipsius ΝΞ, tum ex sexcupla ipsius ΟΝ,

τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΔΗ, καὶ τᾶς ΑΖ, ποτὶ τὸν ἀπὸ ΑΖ κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἁ β' τᾶς ΔΗ, μετὰ τᾶς ΑΖ ποτὶ ΖΑ· ὥστε καὶ ὃν ἁ β' τᾶς ΝΞ, μετὰ τᾶς ΝΜ, ποτὶ ΝΜ· ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΤ· ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΔΗ κύβος ποτὶ τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε [p] τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΖ, μετὰ τᾶς ΔΗ, οὕτως ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ· ὥς τε καὶ ἁ ΤΝ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΟΝ, καὶ τᾶς ΤΝ. Γέγονεν δὴ τέσσαρα μεγέθη, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς διπλᾶς τᾶς ΔΗ, καὶ [q] τᾶς ΑΖ, καὶ ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ ΔΗ κύβος, καὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ. Τέταρσι μεγέθεσιν ἀνάλογον σὺν δύο λαμβανομένοις, τᾷ τε συγκειμένᾳ ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΝΞ, καὶ τᾶς ΝΜ, [r] καὶ ἑτέρω μεγέθει τᾶς ΜΝ, καὶ ἄλλο ἑξῆς τᾷ ΝΤ, καὶ τελευταίῳ τᾷ συγκειμένᾳ, ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΝΟ, καὶ τᾶς ΝΤ. Δι' ἴσου ἄρα γίνεται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΔΗ, καὶ τᾶς ΑΖ, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, [s] ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΝΞ, καὶ τᾶς ΜΝ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΝΟ, καὶ τᾶς ΝΤ. Ἀλλ' ὡς τὸ εἰρημένον στερεὸν, ποτὶ τὸ εἰρημένον στερεὸν, οὕτως ἁ ΘΙ ποτὶ ΙΚ. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΘΙ ποτὶ ΙΚ, [t] οὕτως ἁ συγκειμένα ποτὶ τὰν συγκειμέναν. Ὥς τε καὶ συνθέντι, καὶ τῶν ἡγουμένων [u] τὰ πενταπλάσια. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΖΗ ποτὶ ΙΚ, [w] οὕτως αἱ πενταπλῆ συναμφοτέρω τᾶς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρω τᾶς ΝΞ, ΝΟ, ποτὶ τὰν β' τᾶς ΟΝ, καὶ τὰν ΝΤ. Καὶ ὡς ἁ ΖΗ ποτὶ ΖΚ, ἐοῦσαν αὐτᾶς δύο πέμπτα, οὕτως ἁ ε' συναμφοτέρω τᾶς ΜΝΤ, [x] καὶ δεκαπλῆ συναμφοτέρω τᾶς ΞΝΟ, ποτὶ τὰν β' συναμφοτέρω τᾶς ΜΝΤ, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς ΞΝΟ. Ἔσται δὴ ὡς ΖΗ ποτὶ ΖΙ, οὕτως αἱ ε' συναμφοτέρω τᾶς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρω τᾶς ΞΝΟ ποτὶ τὰν συγκειμέναν, ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΜΝ, καὶ δ' τᾶς ΝΞ, καὶ ς' τᾶς ΟΝ, καὶ γ' τᾶς ΝΤ. Ἐπεὶ οὖν τέσ-

[p] τᾶς ΑΖ

[q] τᾶς ΑΖ κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ ΔΗ κύβος.

[r] καὶ τὸ ὕστερον

[s] ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΝΞ

[t] οὕτως ex MS.

[u] τὰ ε'

[w] οὕτως ἁ συναμφοτέρω

[x] καὶ ι'.

τάξις εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΜΝΞ, ΟΝΤ, καί ἐστιν ὡς μὲν ἁ ΝΤ ποτὶ ΤΜ, οὕτως εἰλημμένα τις ἁ ΡΙ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΖΗ, τουτέστι τᾶς ΜΟ· ὡς δὲ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς β' τᾶς ΝΜ, καὶ δ' τᾶς ΝΞ, καὶ ς' [y] τᾶς ΝΟ, καὶ γ' τᾶς ΝΤ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς ε' συναμφοτέρω τᾶς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρω τᾶς ΞΝΟ, οὕτως ἑτέρα τις εἰλημμένα ἁ ΙΖ ποτὶ τὰν ΖΗ, τουτέστι ποτὶ τὰν ΜΟ, ἔσται διὰ τὰ πρότερον ἁ ΡΖ δύο πέμπτα τᾶς ΜΝ· τουτέστι τᾶς ΖΒ. Ὥστε κέντρον βάρεος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ Ρ σαμεῖον. Ἔστω δὴ καὶ τοῦ ΔΒΕ τμάματος κέντρον βάρεος τὸ Χ σαμεῖον. Τοῦ ἄρα ΑΔΕΓ τόμου ἔσται τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ἐπ' εὐθείας τᾶς ΧΡ, τὸν αὐτὸν ποτὶ αὐτὰς λόγον ἐχούσας, ὃν ἔχει ὁ τομεὺς ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα. Ἔστι δὲ τὸ Ι σαμεῖον. Ἐπεὶ γὰρ τᾶς μὲν ΖΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΒΡ, τᾶς δὲ ΗΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΒΧ· καὶ λοιπᾶς ἄρα τᾶς ΗΖ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΧΡ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν, ὡς μὲν ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς ποτὶ τὸ ΔΒΒ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΜΤ ποτὶ ΝΤ. Ὡς δὲ ἁ ΜΤ ποτὶ τὰν ΝΤ, οὕτως τὰ τρία πέμπτα [z] τᾶς ΗΖ, ἅ τίς ἐστιν ἁ ΧΡ ποτὶ ΡΙ· ἔσται ἄρα καὶ ὡς ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς ποτὶ τὸ ΔΒΒ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΧΡ [a] ποτὶ ΡΙ. Καί ἐστι μὲν τοῦ ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ρ σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΕ κέντρον βάρεος τὸ Χ. Φανερὸν οὖν, ὅτι [b] καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τομέως τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ι σαμεῖον.

tum ex tripla ipsius ΝΤ. Quoniam igitur quatuor sunt rectæ lineæ continuo proportionales ΜΝΞ, ΟΝΤ, et ut ΝΤ quidem ad ΤΜ, ita se habet sumpta quædam ΡΙ ad tres quintas partes ipsius ΖΗ, hoc est ΜΟ; ut autem recta composita tum ex dupla ipsius ΝΜ, tum ex quadrupla ipsius ΝΞ, tum ex sexcupla ipsius ΝΟ, tum ex tripla ipsius ΝΤ, ad rectam compositam tum ex quincupla utriusque ΜΝΤ, tum ex decupla utriusque ΞΝΟ, ita se habet sumpta alia quædam ΙΖ ad ΖΗ, hoc est ad ΜΟ, ideo erit ΡΖ ex iis, quæ supra demonstrata sunt, duæ quintæ partes ipsius ΜΝ, hoc est ΖΒ. Quare segmenti ΑΒΓ centrum gravitatis est punctum Ρ. Sit modo segmenti ΔΒΕ centrum gravitatis punctum Χ. Itaque segmenti ΑΔΕΓ centrum gravitatis erit in recta linea ipsi ΧΡ in directo posita, ad quam ΧΡ eamdem rationem habeat, quam segmentum ΑΔΕΓ ad reliquum segmentum. Hoc autem est punctum Ι. Quoniam enim ipsius quidem ΖΒ tres quintæ partes est ΒΡ, ipsius vero ΗΒ tres quintæ partes ΒΧ; ideo reliquæ etiam ΗΖ tres quintæ partes est ΧΡ. Et quoniam ut segmentum quidem ΑΔΕΓ ad segmentum ΔΒΕ, ita se habet ΜΤ ad ΝΤ. Ut vero ΜΤ ad ΝΤ, ita se habent tres quintæ partes ipsius ΗΖ, quæ ipsa est ΧΡ, ad ΡΙ; ideo etiam ut segmentum ΑΔΕΓ, ad segmentum ΔΒΒ, ita se habebit ΧΡ ad ΡΙ. Ac totius quidem segmenti centrum gravitatis est punctum Ρ; segmenti vero ΔΒΕ punctum Χ. Manifestum igitur est, segmenti etiam ΑΔΕΓ centrum gravitatis esse punctum Ι.

EUTOCIUS.

Φανερὸν δή, ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμου διάμετρός ἐστιν ἁ ΖΗ. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται ἡ ΖΒ διάμετρος τοῦ τμήματος, καὶ αἱ ΑΓ, ΔΕ διχοτομούμεναι ὑπ' αὐτῆς, κατὰ τὰ Ζ, Η, παράλληλοί εἰσιν τῇ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένῃ τῆς τομῆς. Καὶ δῆλον ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ὁμοίως αὐταῖς ἀγόμεναι παράλληλοι, εἴτε μεταξὺ αὐτῶν, εἴτε μεταξὺ τῆς ΔΕ, καὶ τῆς Β κορυφῆς, δίχα τμηθήσονται [c] ὑπὸ τῆς ΒΖ. Καὶ διὰ τοῦτο φησὶ, διάμετρον εἶναι τοῦ τόμου τὴν ΖΗ. Ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΔΒΕ τμῆμα. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὑπ' αὐτοῦ, ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐστὶν ἐπίτριτον, καὶ τὸ ΔΕΒ τμῆμα τοῦ ΔΕΒ τριγώνου, ἔστιν ὡς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΔΕΒ τμῆμα πρὸς τὸ [d] ΔΕΒ τρίγωνον. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα, τὸ τρίγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον. Ὥστε καὶ τὰ ἡμίση αὐτῶν, ὡς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΔΕΒ τμῆμα, οὕτως

Manifestum utique est, segmenti etiam ΑΔΕΓ diametrum esse, ΖΗ. Quoniam enim ponitur, ΖΒ segmenti diametrum esse, ideo ΑΓ, ΔΒ sectæ ab eadem in duas æquas partes in punctis Ζ, Η parallelæ sunt rectæ, quæ in puncto Β sectionem contingit. Constat autem et rectas omnes, quæ ductæ pariter fuerint, sive ducantur inter ipsas, sive inter ΔΕ, et verticem Β, a ΒΖ in duas æquas partes sectum iri. Propterea dicit, ΖΗ segmenti diametrum esse. Sed et cubus quidem, qui ab ΑΖ describitur, ad cubum, qui describitur a ΔΗ, ita se habet segmentum ΑΒΓ ad segmentum ΔΒΕ. Quoniam enim demonstratum ab ipso est, segmentum ΑΒΓ sesquialterum esse trianguli ΑΒΓ; et segmentum ΔΕΒ sesquitertium trianguli ΔΒΒ; ideo ut segmentum ΑΒΓ ad triangulum ΑΒΓ, ita se habet segmentum ΔΕΒ ad triangulum ΔΕΒ. Et permutando, ut segmentum ad segmentum, ita triangulum ad triangulum. Quare etiam ut segmentum ΑΒΓ ad segmentum ΔΕΒ, ita, quæ triangulorum dimidia sunt triangulum ΑΖΒ ad triangu-

[y] τᾶς ΝΘ   [z] τᾶς ΝΖ   [a] ποτὶ τοῦ βάρεος τὸ Ρ   [b] καὶ τοῦ ΑΒΕΓ τομέως   [c] ὑπὸ τᾶς ΒΘΗ   [d] ΑΕΒ

lum ΔHB. Itaque si describantur parallelogramma triangulorum dupla, æquiangula invicem erunt; quod ΔH, AZ parallelæ sint: et rationem habebunt, quæ ex laterum ratione componitur; hoc est ipsius AZ ad ΔH, et ipsius BZ ad BH. Eadem autem ratio est triangulorum atque segmentorum. Igitur segmentum ad segmentum rationem habet, quæ ex ratione componitur cum ipsius AZ ad ΔH, tum ipsius ZB ad BH. Ratio autem ipsius ZB ad BH eadem est quæ quadrati, quod ab AZ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔH. Igitur ratio segmenti ad segmentum componitur ex ratione cum quadrati, quod ab AZ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔH, tum ipsius AZ ad ΔH. At vero cubus, qui ab AZ describitur, ad cubum, qui describitur a ΔH, ex iisdem rationibus componitur, ut in Scholiis ad librum de sphæra et cylindro demonstratum est. Igitur ut segmentum ad segmentum, ita se habet cubus, qui ab AZ describitur, ad cubum, qui describitur a ΔH. Et quoniam solidum basim quidem habens quadratum, quod ab AZ describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ, ad cubum, qui describitur ab AZ, eam rationem habet, quam dupla ipsius ΔH, una cum AZ ad ZA. Cum enim constituantur super iisdem basibus, se invicem babent ut altitudines. Ut autem ΔH ad AZ, ita se habet ΞN ad NM. Et ut dupla ipsius ΔH ad AZ, ita dupla ipsius ΞN ad NM. Et componendo, ut dupla ipsius NΞ, una cum NM, ad NM, ita dupla ipsius ΔH, una cum AZ, ad AZ. Demonstratum autem est, ut cubus, qui ab AZ describitur, ad cubum, qui describitur a ΔΞ, ita se habere cubum, qui a MN describitur, ad cubum, qui describitur a NΞ, et MN ad NT: nam MN, NΞ, NO, NT quatuor sunt rectæ invicem proportionales. Et ut prima ad quartam, ita se habet solidum, quod a prima ad solidum, quod a secunda simile similique modo describitur. Ut vero cubus, qui describitur a ΔH, ad solidum basim quidem habens quadratum, quod a ΔH describitur, altitudinem vero rectam compositam cum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH, ita se habet ΔH, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH. Rursus enim se invicem habent ut altitudines. Ut autem ΔH ad duplam ipsius AZ, *una* cum ΔH, ita se habet TN ad rectam compositam cum ex dupla ipsius ON, tum ex NT. Ut enim AZ ad ΔH, ita se habet MN ad NΞ, et ON ad NT: et invertendo, ut ΔH ad AZ, ita TN ad NO: et ut ΔH ad duplam ipsius AZ, una cum ΔH, ita TN ad duplam ipsius NO, una cum TN. Propterea quatuor sunt magnitudines deinceps positæ: quarum prima solidum basim quidem habens quadratum, quod ab AZ describitur, altitudinem vero rectam compositam cum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ; secunda, cubus, qui describitur ab AZ; tertia, cubus, qui describitur a ΔH; quarta solidum basim quidem habens quadratum, quod a ΔH describitur, altitudinem vero rectam compositam cum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH. Sunt autem et aliæ quædam rectæ hisce magnitudinibus binæ binis proportionales: atque harum prima recta compo-

τὸ AZB τρίγωνον πρὸς τὸ ΔHB τρίγωνον. Ὥστε καὶ ἐὰν ἀναγράψωμεν τὰ παραλληλόγραμμα διπλάσια τῶν τριγώνων, ἔσται ἰσογώνια, διὰ τὸ παραλλήλους εἶναι [a] τὰς ΔH, AZ· ὥστε καὶ λόγον ἕξει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν, τῆς AZ πρὸς ΔH, καὶ τῆς BZ πρὸς BH. Ὁ αὐτὸς * γὰρ λόγος ἐστὶ τῶν τριγώνων καὶ τῶν τμημάτων. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα λόγον ἔχει, τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τῆς AZ πρὸς ΔH, καὶ τοῦ τῆς ZB πρὸς BH. †Ὁ γὰρ τῆς ZB πρὸς BH λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ AZ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον. Ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ ἀπὸ AZ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, καὶ τοῦ τῆς AZ πρὸς ΔH. Σύγκειται δὲ καὶ ὁ τοῦ ἀπὸ AZ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον λόγος ἐκ τῶν αὐτῶν, ὡς δέδεικται ἐν τοῖς Σχολίοις τοῦ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα, οὕτως ὁ ἀπὸ AZ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον. Καὶ ἐπεὶ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ τᾶς ΔH, καὶ τᾶς AZ, πρὸς τὸν ἀπὸ AZ κύβον, λόγον ἔχει ὃν, ἁ β′ τᾶς ΔH μετὰ τᾶς AZ ποτὶ ZA. Ἐπὶ γὰρ τῶν αὐτῶν βάσεων ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὰ ὕψη. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ ΔH πρὸς AZ, ἁ ΞN πρὸς NM. Καὶ ὡς ἁ β′ τᾶς ΔH πρὸς AZ, ἁ β′ τᾶς ΞN πρὸς NM. Καὶ συνθέντι, ὡς ἁ β′ τᾶς NΞ [f] μετὰ τᾶς NM πρὸς NM, ἁ β′ τᾶς ΔH μετὰ τᾶς AZ πρὸς AZ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ AZ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔE κύβον, [g] οὕτως ὅτι ἀπὸ MN κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ NΞ κύβον, καὶ ἁ MN πρὸς NT· αἱ γὰρ MN, NΞ, NO, NT τέσσαρές εἰσιν ἀνάλογον. Καὶ ὡς ἁ πρώτα πρὸς τὰν τετάρταν, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς πρώτας [h] στερεὸς πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς δευτέρας ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον. Ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος ποτὶ τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν εὐθεῖαν ἔκ τε τᾶς β′ τᾶς AZ, καὶ τᾶς ΔH, [i] οὕτως ἁ ΔH ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ τᾶς AZ, καὶ τᾶς ΔH. Πάλιν γὰρ πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ὕψη. Ὡς δὲ ἁ ΔH πρὸς τὰν β′ τᾶς AZ, μετὰ τᾶς ΔH, οὕτως ἁ TN πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ τᾶς ON, καὶ τᾶς TN. Ἔστι γὰρ ὡς ἁ AZ πρὸς ΔH, ἁ MN πρὸς NΞ, καὶ ἁ ON πρὸς NT· καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἁ ΔH πρὸς AZ, ἁ TN πρὸς NO· καὶ ὡς ἁ ΔH πρὸς τὰν β′ τᾶς AZ, μετὰ τᾶς ΔH, οὕτως ἁ TN πρὸς τὰν β′ τᾶς NO, μετὰ τᾶς TN. Γέγονεν οὖν τέσσαρα μεγέθη ἑξῆς ἀλλήλων κείμενα· πρῶτον, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ τᾶς ΔH, καὶ τᾶς AZ· [k] δεύτερον ὁ ἀπὸ τᾶς AZ κύβος· καὶ τρίτον, ὁ ἀπὸ τᾶς ΔH κύβος· καὶ τέταρτον, τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ τᾶς AZ, καὶ τᾶς ΔH. Καὶ ἄλλαι τινὲς εὐθεῖαι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ σὺν δύο λαμβανόμεναι,

[a] ΔH [f] μετὰ τᾶς NM· ἁ β′ τᾶς ΔH μετὰ τᾶς AZ ἐδείχθη. [g] ὅτως ὁ ἀπὸ ΔN [h] στερεόν· ὡς δὲ [i] οὕτως ἁ ΔH, hæc et sequentia usque ad πάλιν desunt. [k] ἢ δίστιμα

* Forte δὲ † Forte ὁ δὲ

ἅ τε συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΝΞ, καὶ μόνας τᾶς ΜΝ, καὶ δευτέρα ἁ ΜΝ, καὶ τρίτα ἁ ΝΤ, καὶ τετάρτα ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΟΝ, καὶ τᾶς ΝΤ. Δι' ἴσου ἄρα γενήσεται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶν διπλασίας τᾶς ΔΗ, καὶ τᾶς ΑΖ μόνας, πρὸς τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, [l] ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' τᾶς ΑΖ, καὶ μόνας τᾶς ΔΗ, [m] οὕτως συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΞΝ, καὶ μόνας τᾶς ΜΝ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' τᾶς ΝΟ, καὶ μόνας τᾶς ΝΤ. Ἀλλ' ὡς τὰ εἰρημένα στερεὰ πρὸς ἄλλαλα, οὕτως ἐδείχθη ἁ ΘΙ πρὸς ΙΚ. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΘΙ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΞΝ, καὶ μόνας τᾶς ΜΝ, πρὸς τὰν β' τᾶς ΟΝ, καὶ μόνας τᾶς ΝΤ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἁ ΘΚ πρὸς ΚΙ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ, καὶ τᾶς β' συναμφοτέρου τᾶς ΞΝΟ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' τᾶς ΟΝ, καὶ μόνας τᾶν ΝΤ. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ε', ὡς ἁ ΗΖ πρὸς ΚΙ, οὕτως [n] ἁ ε' συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρου τᾶς ΞΝΟ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' τᾶν ΝΟ, καὶ μόνας τᾶς ΝΤ. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΖΗ, ΖΚ ἴσαι αὐτῆς [o] δύο πέμπτα· ἑκατέρα γὰρ τᾶν ΗΘ, ΖΚ δύο πεμπτημόριά ἐστι τᾶς ΗΖ, ἐπειδὴ τὸ μέσον πεμπτημόριον ἁ ΘΚ ὑπόκειται· οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ε' συναμφοτέρου τᾶν ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρου τᾶν ΞΝΟ, πρὸς τὰν β' συναμφοτέρου τᾶν ΜΝΤ, καὶ δ' συναμφοτέρου τᾶς ΞΝΟ. Καὶ γὰρ τὰ β' τῶν ε', καὶ τὰ δ' τῶν ι' δύο πεμπτημόριά ἐστι. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς ἁ ΖΗ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἁ ε' τᾶν ΜΝΤ, καὶ ι' τᾶς ΞΝΟ, πρὸς τὰν β' τᾶς ΝΟ, καὶ μόναν τὰν ΝΤ· πάλιν δὲ ἐδείχθη, ὡς ἁ ΖΗ πρὸς ΖΚ, ἁ ε' συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ, καὶ ι' τᾶς ΞΝΟ, πρὸς τὰν β' τᾶς ΜΝΤ, καὶ δ' τᾶς ΞΝΟ· ἔσται ὡς ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἑπόμενα, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἑπόμενα, ὡς ἁ ΖΗ πρὸς ΖΙ, οὕτως ἁ συγκειμένα [p] ἐκ τᾶς ε' συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρου τᾶς ΞΝΟ, πρὸς τὰν συγκειμέναν [q] ἐκ τᾶς β' τᾶς ΟΝ, καὶ μόνας τᾶς ΝΤ, καὶ τᾶς β' συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ, καὶ δ' τᾶς ΞΝΟ· ὅ ἐστιν ἴσον τᾷ συγκειμένᾳ ἐκ τᾶς β' τᾶς ΜΝ, καὶ δ' τᾶς ΝΞ, καὶ ϛ' τᾶς ΝΟ, καὶ γ' τᾶς ΝΤ· οὕτως γὰρ ἐλήφθη καὶ ἀνωτέρω. Ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν [r] αἱ ΜΝ, ΝΞ, ΟΝ, ΝΤ, καὶ ἐστιν ὡς μὲν ἁ ΝΤ πρὸς ΤΜ, οὕτως εἰλημμένα τις ἁ ΡΙ πρὸς τὰν ΖΘ, τουτέστι πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΗΖ, τουτέστι τᾶς [s] ΜΟ, καὶ δεδειγμέναι ἐντὶ αἱ ἐν τᾷ ῥηθῇ ἀναλογίᾳ· ἔσται διὰ τὸ προειρημένον ἁ ΡΖ δύο πέμπτα τᾶς ΜΝ, τουτέστι τᾶς ΖΒ. Τρία ἄρα πέμπτα ἐστὶν ἁ ΒΡ τᾶς ΒΖ. Ἁ ΒΡ ἄρα πρὸς ΡΖ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ὥστε κέντρον βάρεος ἐστί, τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ Ρ σαμεῖον. Ἐὰν δὲ λάβωμεν τὸ τοῦ [t] ΔΒΕ τμάματος, τὸ Χ, [u] τρία πέμπτα ἔσται ἁ ΒΧ τᾶς ΒΗ. Γέγονεν οὖν ὡς ὅλα ἁ ΖΒ πρὸς ὅλαν τὰν ΒΡ, οὕτως ἀφαιρεθεῖσα ἁ ΒΗ πρὸς ἀφαιρεθεῖσαν τὰν ΒΧ. Ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν πρὸς ἑκατέραν λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς τρία. Καὶ ἁ λοιπὰ ἄρα ἁ ΖΗ πρὸς λοιπὰν [w] τὰν ΧΡ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς τρία. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται, ὡς ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς

sita cum ex dupla ipsius NΞ, tum ex MN; secunda, MN; tertia, NT; quarta, recta composita cum ex dupla ipsius ON, tum ex NT. Igitur, æqua proportione, ut solidum basim quidem habens quadratum, quod ab AZ describitur, altitudinem vero rectam compositam cum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ, ad solidum basim quidem habens quadratum, quod describitur a ΔH, altitudinem vero rectam compositam cum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH, ita se habuerit recta composita cum ex dupla ipsius ΞN, tum ex MN, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius NO, tum ex NT. Demonstratum autem est, ut ea quæ diximus, solida inter se invicem, ita se habere ΘI ad IK. Igitur etiam ut ΘI ad IK, ita se habet recta composita cum ex dupla ipsius NΞ, tum ex MN, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius ON, tum ex NT. Et componendo, ut ΘK ad KI, ita recta composita cum ex utraque simul MNT, tum ex dupla utriusque simul ΞNO, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ON, tum ex NT. Et sumptis præcedentium quincuplicibus, ut HZ ad KI, ita recta composita cum ex quincuplici utriusque simul MNT, tum ex decupla utriusque simul ΞNO, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius NO, tum ex NT. Ut igitur ZH ad ZK, duas quintas ejusdem partes; utraque enim HΘ, ZK idem est ac duæ quintæ partes ipsius HZ, quando media ΘK quinta pars est, ut ponitur; ita se habet recta composita cum ex quincuplici utriusque simul MNT, tum ex decupla utriusque simul ΞNO, ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul MNT, tum ex quadrupla utriusque simul ΞNO. Numerorum enim quinque, et decem duæ quintæ partes sunt duo, et quatuor. Quoniam igitur demonstratum est, ut ZH ad IK, ita se habere quincuplicem utriusque simul MNT, et decuplam utriusque simul ΞNO ad duplam ipsius NO, et ad NT: rursusque ut ZH ad ZK, ita quincuplicem utriusque simul MNT, et decuplam utriusque simul ΞNO ad duplam utriusque simul MNT, et quadruplam utriusque simul ΞNO; ideo ut præcedens ad bina sequentia, ita se habet præcedens ad bina sequentia; nempe ut ZH ad ZI, ita recta composita cum ex quincuplici utriusque simul MNT, tum ex decupla utriusque simul ΞNO, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ON, tum ex NT, tum ex dupla utriusque simul MNT, tum ex quadrupla utriusque simul ΞNO: quæ quidem æqualis est rectæ compositæ tum ex duplo ipsius MN, tum ex quadrupla ipsius NΞ, tum ex sexcupla ipsius NO, tum ex tripla ipsius NT; utpote quæ etiam supra hujusmodi sumpta est. Quoniam igitur quatuor sunt rectæ lineæ deinceps proportionales MN, NΞ, ON, NT; et ut NT ad TM ita se habet sumpta quædam PI ad ZΘ, hoc est ad tres quintas partes ipsius HZ, id est MO; atque huic proportioni ex accedit, quam modo attulimus; ideo PZ propter ea, quæ supra diximus, idem erit ac duæ quintæ partes ipsius MN, hoc est ZB. Itaque BP idem est ac tres duæ quintæ partes ipsius BZ. Ideoque BP ad PZ eamdem rationem habet, quam quinque ad duo. Quare segmenti ABΓ centrum gravitatis est punctum P. Si itaque sumatur centrum gravitatis segmenti ΔBE, nempe punctum X; idem erit BX ac tres quintæ partes ipsius BH. Ut igitur tota ZB ad totam BP, ita se habuerit ablata illius pars BH ad ablatam hujus partem BX. Utraque enim ad utramque eamdem rationem habet, quam quinque ad tria. Igitur reliqua etiam ZH ad reliquam XP eamdem habet rationem, quam quinque ad tria. Et quoniam ponitur, ut segmentum quidem AΔEΓ ad

[l] ὕψος δὲ [m] οὕτως ἡ συγκειμένη [n] ἡ Η [o] δίπεμπτα [p] In MS. hiatus est usque ad literam q.
[r] αἱ ΜΝ, ΞΟΝΤ [s] ΜΘ [t] ΑΒΕ [u] τριάπεμπτα [w] τὰν ΧΕΡ λόγον ἕξει

ſegmentum ΔBE, ita ſe habere MT ad NT; ut vero MT ad TN, ita tres quintas partes ipſius HZ, hoc eſt ZΘ, vel XP, ad PI; ideo etiam ut ſegmentum ad ſegmentum, ita ſe habebit XP ad PI. At vero reciprocantur: et totius ſegmenti centrum gravitatis eſt punctum P. Centum igitur gravitatis ſegmenti AΔEΓ eſt punctum I.

πρὸς τὸ ΔΒΕ τμῆμα, οὕτως ἡ ΜΤ πρὸς ΝΤ· ὡς δὲ ἡ ΜΤ πρὸς ΤΝ, οὕτως τὰ τρία πέμπτα τῆς ΗΖ, τουτέστιν ἡ ΖΘ, ὅτι ἡ ΧΡ, πρὸς ΡΙ· ἔσται ἄρα καὶ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸ τμῆμα, ἡ ΧΡ πρὸς ΡΙ. Καὶ ἀντιπεπόνθασιν· [a] καί ἐστι τὸ Ρ κέντρον τοῦ ὅλου τμήματος. Τοῦ ἄρα τόμου κέντρον ἐστὶ τὸ Ι.

[a] ὅπερ τὸ Ρ

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ

ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΑ ΔΥΟ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE SPHÆRA

ET CYLINDRO

LIBRI DUO,

CUM

COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ
ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ
ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE SPHÆRA ET CYLINDRO
LIBER PRIMUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν ἀπεστάλκαμέν σοι τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐσκεμμένα, γράψαντες αὐτῶν ἀποδείξεις· ὡς ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον. Νῦν δὲ τινῶν προσπεσόντων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις, ἅ ἐστι ταῦτα. Πρῶτον μὲν, ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ. Δεύτερον δὲ, ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. Πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἡμιολία. Ταῦτα μὲν τῇ φύσει προϋπῆρχεν, περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα οὐ μέντοι γέγονεν ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

ANTEA quidem, quæ ipſi meditando aſſecuti ſumus, hæc ſuis firmata demonſtrationibus ad te miſimus; cujuſmodi eſt illud, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Nunc vero elaboravimus demonſtrationes quorumdam, quæ occurrerunt, theorematum, quæ ſunt hujuſmodi. Primum quidem ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa. Alterum vero, cujuſlibet ſegmenti ſphæræ ſuperficiei æqualem eſſe circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ lineæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. Ad hæc, cujuſlibet ſphæræ cylindrum, qui baſim quidem æqualem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, altitudinem vero ſphæræ diametro, ſeſquialterum eſſe ſphæræ: ipſius autem ſuperficiem ſphæræ ſuperficiei eſſe ſeſquialteram. Hæc quidem natura iis, quas diximus, figuris prius inerant, nec tamen ab iis

detecta ſunt, qui ante nos geometriam excoluerunt; ut quivis facile intelliget, qui quæ nos circa haſce figuras contemplanda proponimus cum ipſis demonſtrationibus contulerit. Idem de pluribus accidit, quæ Eudoxus circa ſolida contemplatus eſt, quæque recepta ſunt; cujuſmodi eſt illud, quamlibet pyramidem partem eſſe tertiam priſmatis, quod eamdem ac pyramis baſim habeat, eamdemque altitudinem: itemque illud, quemlibet conum partem eſſe tertiam cylindri, qui eamdem ac conus baſim habeat, et altitudinem eamdem. Hæc enim cum hiſce figuris natura prius ineſſent, etſi plures ante Eudoxum extiterunt haud contemnendi Geometræ, tamen contigit ab omnibus ignorari, nec a quopiam detegi. Licebit autem iis, quibus datum erit, hæc ipſa diſpicere. Oportebat ſane, Conone adhuc ſuperſtite, hæc in lucem edere. Hunc enim potiſſimum arbitramur talia cognoſcere potuiſſe, aptamque de his ſententiam pronuntiare. Optimum vero fore rati, ſi ea aliis quoque matheſeos ſtudioſis impertiremur, mittimus tibi ſuis firmata demonſtrationibus, quas licebit iis, qui in matheſi verſantur, diſpicere. Vale.

Scribuntur primo tam pronuntiata, quam quæ ſumpta ſunt ad ea demonſtranda.

PRONUNTIATA.

1. Sunt quædam in plano curvæ lineæ terminatæ, quæ vel totæ ſunt ad eaſdem partes rectarum earumdem terminos jungentium, vel nihil habent ad partes alteras.

2. Ad eaſdem vero partes cavam voco ejuſmodi lineam, in qua ſumptis utcunque duobus punctis, quæ inter puncta rectæ interjiciuntur vel omnes ad eaſdem lineæ partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſam, ad alteras autem partes nulla.

3. Pariter et quædam ſunt ſuperficies terminatæ, quæ quidem ipſæ non ſunt in plano, ſed in plano terminos habent; eæque vel totæ ſunt ad eaſdem partes plani, in quo terminos habent, vel nihil habent ad partes alteras.

4. Ad eaſdem vero partes cavas voco ejuſmodi ſuperficies, in quibus ſumptis duobus punctis, quæ inter puncta rectæ interjiciuntur vel omnes ad eaſdem ſuperficiei partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſas, ad alteras autem partes nulla.

5. Sectorem vero ſolidum voco, quando ſphæram conus ſecuerit verticem habens ad ſphæræ centrum, figuram, quæ a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ, quæ intra conum eſt, comprehenditur.

ἀνεσκεμμένων τεθεωρημένα· καὶ νοήσειεν ὅς ἂν τούτων τῶν σχημάτων ταῖς ἀποδείξεσιν ἀντιπαραβάλλῃ αὐτὰ τὰ τεθεωρημένα. Ὥσπερ τὰ δόξαντα πολλὰ τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων ἔστιν, ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ πρίσματος τὰ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Καὶ γὰρ προυπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ τοῦ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου Γεωμετρῶν, συνέβαινεν ὑπὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι, μηδ' ὑφ' ἑνὸς κατανοηθῆναι. Ἐξέσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. Ὤφειλε μὲν οὖν, Κόνωνος ζῶντος, ἐκδίδοσθαι ταῦτα. Τῆνον γὰρ ὑπολαμβάνομεν που μάλιστα δύνασθαι κατανοῆσαι ταῦτα, καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι. Δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς ἄλλοις οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλλομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι. Ἔρρωσο.

Γράφονται πρῶτον [a] τά τε ἀξιώματα, καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α'. Εἰσί τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἳ τῶν τὰ πέρατα ἐπιζευγνυουσῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμήν, ἐν ᾗ ἂν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποιωνοῦν, αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς γραμμῆς, ἤ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

γ'. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινές εἰσι πεπερασμέναι, αὐταὶ μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ· καὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δ'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων, αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς ἐπιφανείας· ἤ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ καθ' αὐτῶν, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

ε'. [c] Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ, κορυφὴν ἔχων [d] ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου.

[a] τίνι ἀξίωμα [b] κοινὰς [c] τὸ μέ - - - - - ἐπεὶ δ' ἂν [d] ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας in MS. deſunt.

ϛ'. Ῥόμβον δὲ καλῶ στερεὸν, ἐπειδὰν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ὦσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοιν συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα.

6. Rhombum vero solidum voco, quando duo coni eamdem basim habentes vertices habuerint ad utramque partem plani, in quo est basis, ita ut eorum axes in directo jaceant, solidam figuram, quæ ex utrisque conis componitur.

Sumo autem hæc.

ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

α'. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

β'. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ οὖσαι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχωσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται, ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας, καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γ'. Ὁμοίως καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

δ'. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

ε'. Ἔτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν, καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν, καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον ἑαυτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστιν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

SUMPTA.

1. Linearum, quæ eosdem terminos habent, quæ recta est, eam minimam esse.

2. Aliarum vero linearum, si in plano sint, eosdemque terminos habeant, eas inæquales esse, quarum utraque ad easdem partes cava est, alteraque ab altera, et a recta, quæ eosdem ac ipsa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliqua quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem esse, quæ comprehenditur.

3. Pariter et superficierum, quæ eosdem terminos habent, si in plano terminos habeant, quæ plana est, eam minorem esse.

4. Aliarum vero superficierum, quæ eosdem terminos habent, si in plano terminos habeant, eas inæquales esse, quarum utraque ad easdem partes cava est, alteraque ab altera, et a plano, quod eosdem ac ipsa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliqua quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem esse, quæ comprehenditur.

5. Amplius vero inæqualium linearum, et inæqualium superficierum, et inæqualium solidorum majus excedere minus eo, quod sibimet ipsi aliquoties additum excedere possit quodcunque propositum fuerit ex iis, quæ inter se invicem comparantur.

EUTOCIUS.

Εἰς τὰ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδους βιβλία τῶν πρὸ ἡμῶν ἀξίαν [f] οὐχ εὑρὼν σύνταξιν καταβεβλημένον· καὶ κατανοήσας μὴ δι' εὐμάρειαν τῶν θεωρημάτων τοῦτο παρεωραθῆναι, ἐπιμελείας γὰρ ἀκριβοῦς, ὡς ἴστε, καὶ εὐπετεστέρας δεῖται φαντασίας· ὠρέχθην κατ' ἐμὴν δύναμιν σαφῶς ἐκθέσθαι τὰ ἐν αὐτοῖς δυσθεώρητα, προαχθεὶς μᾶλλον εἰς τοῦτο [g] τῷ μηδένα πω καθεῖναι εἰς ταύτην τὴν ὑπόθεσιν, ἢ διὰ τὴν δυσκολίαν ὀκνήσας, καὶ ἅμα τὸ Σωκρατικὸν λογισάμενος, [h] ὡς τοῦ Θεοῦ συλλαμβάνοντος, πάνυ εἰκὸς καὶ ἐπὶ τέλος ἡμᾶς τῆς σπουδῆς ἐλθεῖν. Ἀνέθηκα δὲ, διανοηθεὶς, ὡς εἴ τι καὶ παρὰ μέλος διὰ τοῦτο φθέγξομαι,

Cum comperissem neminem eorum, qui ante nos fuerunt, quidquam in Archimedis libros de sphæra, et cylindro pro rei dignitate scripsisse; mecumque reputarem, non id ea de caussa factum, quod theoremata facilia essent, cum exquisitam mentis intelligentiam, ut nosti, et imaginandi præstantiam requirant; aggressus sum, quæ subobscura in iis sunt, pro virili explanare, hoc ipso, quod alius nemo huc accesserit, potius impulsus, quam difficultate retardatus, simul illud Socraticum reputans, Deo juvante, omnino consentaneum videri, ut operæ finem assequamur. Hoc autem opus ad te potissimum institui, Ammonie Philosophorum optime; sperans

[f] εὗρον [g] τῷ μηδένα πω καθεῖναι [h] ὅτι

fore, ut si quid ego per ætatem minus concinnum pronuntiavero, id tu pro tua cum in omni Philosophia, tum præcipue in mathematicis disciplinis peritia corrigas. Dignum vero te fuerit adnitenti mihi opem ferre. Et siquidem scriptum hoc inane videbitur, ne patiaris jam inde in aliorum manus venire. Sin vero a scopo non plane aberrare, quid tu de illo sentias aperi; ut, si tuo judicio firmatum fuerit, coner aliud, quod se mihi offeret, Archimedis opus interpretari.

IN DEFINITIONES.

Posteaquam significavit quæ mox expositurus esset theoremata, Geometrarum omnium morem secutus nomina, quibus ipse pro arbitrio usus est, et cum positiones ipsas, tum positionum definitiones in ipso statim operis sui initio explicat. Ac primo quidem esse dicit curvas quasdam lineas in plano, quæ vel totæ sunt ad easdem partes rectarum earumdem terminos jungentium, vel nihil habent ad partes alteras. Quæ sane verba manifesta fuerint, si noverimus quas ipse in plano curvas lineas vocet. Itaque nosse oportet curvas lineas in plano ipsum vocare non circulares tantum, aut conicas, aut quæ ductu continuo describuntur; sed lineam quamlibet præter rectam, quæ in plano sit. Porro lineam hanc, utcunque componatur, sive ex rectis, sive ex circularibus, et rectis, unam in plano curvam lineam vocat. Quoniam vero, ut supra diximus, curvas lineas non circulares tantum vocat, sed eas quoque, quæ ex rectis componuntur, ex quibus illæ fiunt, quæ ad easdem partes cavæ sunt; utique fieri potest, ut in cava quadam linea duo puncta utcunque sumantur; ita ut quæ ea puncta recta conjungit, ad neutram lineæ partem cadat, sed cum ipsam et linea conveniat. Quare cavam ad easdem partes vocare se dicit ejusmodi lineam, in qua quæ duo quælibet puncta rectæ conjungunt, vel omnes ad easdem lineæ partes cadunt, vel aliquæ quidem ad easdem, aliquæ vero secundum ipsam, ad alteras autem partes nulla. Eadem hæc licet etiam de superficiebus intelligere.

Deinde sectorem, rhombumque solidum ordine definit, perspicue explicans quid cujusque nomen significet.

Postea quædam petit, quæ ipsi ad ea, quæ sequuntur, demonstranda maxime necessaria sunt; quæque licet, sensu ipso duce, unusquisque vera esse fateatur, tamen communium notionum ope facile per ea, quæ in Elementis tradita sunt, demonstrari possunt. Atque eorum, quæ petit, hoc primum est: linearum omnium, quæ eosdem terminos habent, quæ recta est, eam minimam esse. Sit enim recta quædam in plano terminata A B, et alia quædam linea A Γ B, quæ puncta A et B eosdem terminos habeat. Itaque petit hoc sibi dari, rectam A B minorem esse linea A Γ B. Dico autem, quod maxime verum est, hoc sibi dari petiisse. Sumatur enim pro arbitrio in linea A Γ B punctum Γ; junganturque rectæ A Γ, Γ B. Manifestum igitur est ipsas A Γ, Γ B majores esse quam AB. Rursus sumantur pro arbitrio in lineis A Γ B puncta

τοῦτο ὑπὸ τῆς σῆς περί τε τὴν ἄλλην φιλοσοφίαν ἐπιστημονικῆς θεωρίας, καὶ διαφερόντως περὶ τὰ μαθήματα ἐπανορθώσεως τεύξεται, ἐπειδή σοι πρέπει φιλοσόφῳ Ἀμμώνιε. [i] Πρέποι δ' ἂν σοι τῇ ἐμῇ σπουδῇ [k] συνάρξασθαι. Καὶ εἰ μὲν ἀπομένω δεῖξαι τὸ γράμμα, αὐτόθεν μὴ εἰς ἄλλον ἐλθεῖν συγχωρήσῃς. Εἰ δὲ τοῦ σκοποῦ μὴ πάντη διαμαρτάνειν, δήλωσον ὃν ἔχεις περὶ αὐτοῦ γνώμην· ὡς εἴγε τῇ ὑμετέρᾳ κρίσει βεβαιωθείη, πειράσομαι καὶ ἄλλο τυχὸν τῶν Ἀρχιμηδείων συντάξεων ἑρμηνεῦσαι.

ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΟΡΟΥΣ.

Προθέμενος τὰ [l] μέλλοντα ἐπιδείκνυσθαι ὑπ' αὐτοῦ θεωρήματα, [m] τὸν συνήθη πᾶσι Γεωμέτραις ἐν τῇ ἐκθέσει [n] τρόπον, τάς τε ὀνομασίας, αἷς αὐτὸς κατ' ἐξουσίαν ἐχρήσατο, καὶ τοὺς ὅρους τῶν ὑποθέσεων, καὶ αὐτὰς τὰς ὑποθέσεις διὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ συγγράμματος διασαφῆσαι βούλεται. Καί φησιν εἶναί τινας ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλας γραμμάς, αἳ πρὸς τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτῶν εὐθείας, ἢ πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα. Σαφὲς δ' ἂν εἴη τι λεγόμενον, εἰ γνωρίσαιμεν τίνας καλεῖ τὰς ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλας γραμμάς. Ἰστέον δὲ ὅτι καμπύλας γραμμὰς καλεῖ οὐχ [o] ἁπλῶς τὰς κυκλικάς, ἢ κωνικάς, ἢ ἄλλως ἐχούσας τὴν συνέχειαν, ἀλλὰ πᾶσαν ἁπλῶς ἐν ἐπιπέδῳ γραμμὴν τὴν παρὰ τὴν εὐθεῖαν, καμπύλην ὀνομάζει. Μίαν δὲ γραμμὴν ἐν ἐπιπέδῳ τὴν ὁπωσοῦν συντιθεμένην, ὥστε κἂν ἐξ εὐθειῶν σύγκειται ἤτοι ἐκ περιφερειῶν, ἤτοι ἐξ εὐθειῶν καὶ περιφερειῶν, καμπύλην ὀνομάζει. Ἀλλ' ἐπειδή, ὡς καὶ ἀνωτέρω εἴρηται, καμπύλας γραμμὰς οὐ τὰς περιφερεῖς μόνον καλεῖ, ἀλλὰ καὶ τὰς ἐξ εὐθειῶν συγκειμένας, ἐκ δὲ τούτων αἱ ἐπαλλαγαὶ τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλων· ἐνδεχόμενον ἂν εἴη λαβεῖν ἐπί τινος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλης γραμμῆς δύο τυχόντα σημεῖα, ὥστε τὴν ἐπ' αὐτὰ ἐπιζευγνυμένην εὐθεῖαν ἐπὶ μηδέτερα μὲν μέρη πίπτειν τῆς γραμμῆς, ἐπ' αὐτὴν δὲ ἐφαρμόζειν. Διὸ φησιν ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλην καλῶ γραμμήν, ἐν ᾗ αἱ διὰ δύο ὁποιωνοῦν σημείων ἀγόμεναι εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πίπτουσι τῆς γραμμῆς, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία. Τὰ δὲ αὐτὰ ἔξεστιν ἐπινοεῖν καὶ ἐπὶ ἐπιφανειῶν.

Εἶτα ἑξῆς ὀνομάζει τομέα στερεόν, καὶ ῥόμβον στερεόν, σαφῶς ἐμφανίζων τὰς ἐννοίας τῶν ὀνομάτων.

Μετὰ δὲ ταῦτα αἰτήματά τινα λαμβάνει ἀξιῶν, χρησιμεύοντα αὐτῷ [p] εἰς τὰς ἑξῆς ἀποδείξεις, καὶ ὄντα μὲν καθ' αὐτὰ τῇ αἰσθήσει ὁμολογούμενα, ἔτι δὲ ὅτι δυνατὰ καὶ ἀποδειχθῆναι ἐκ τῶν κοινῶν ἐννοιῶν, καὶ ἐκ τῶν δεδειγμένων ἐν τοῖς Στοιχείοις. Ἔστι δὲ πρῶτον [q] αἰτημάτων τοιοῦτον, πασῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν. Ἔστω γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ εὐθεῖα μέν τις πεπερασμένη ἡ Α Β, ἑτέρα δέ τις γραμμὴ ἡ Α Γ Β τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσα τὰ Α, Β. Φησὶ δὴ ἀξιοῦν αὐτῷ τὴν Α Β ἐλάττονα εἶναι τῆς Α Γ Β. Λέγω δή, ὅτι τοῦτο καλῶς ἠτήσατο. Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς Α Γ Β, τυχὸν σημεῖον τὸ Γ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν [r] αἱ Α Γ, Γ Β. Φανερὸν δή, ὅτι αἱ Α Γ, Γ Β τῆς Α Β μείζους εἰσί. Πάλιν δὴ εἰλήφθωσαν ἐπὶ [s] τῆς Α Γ Β

[i] πρέπει ex MS. [k] συναρᾶσθαι [l] μέλλοντα ex MS. [m] τῶν ex MS. [n] τὰ τάς τε [o] ἁπλῶς ex MS. [p] πρὸς τάς [q] τῶν αἰτημάτων [r] αἱ Α Γ, Γ Β σημεῖον τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Γ, Γ Β. φανερὸν &c, [s] τῆς Α Γ Β γραμμῆς. ἀλλὰ τυχὸν τὰ σημεῖα τὰ Δ Ε.

γραμμῆς ἄλλα τυχόντα σημεῖα τὰ Δ, Ε· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐνταῦθα δῆλον, ὅτι δύο μὲν αἱ ΑΔ, ΔΓ τῆς ΑΓ μείζους εἰσί· δύο δὲ αἱ ΓΕ, ΕΒ τῆς ΓΒ. Ὥστε αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ πολλῷ μείζους εἰσὶ τῆς ΑΒ. Ὁμοίως δὲ, κἂν ἄλλα σημεῖα λαβόντες μεταξὺ τῶν εἰλημμένων ἐπιζεύξωμεν ἐπὶ τὰ ἤδη ληφθέντα εὐθείας, εὑρήσομεν αὐτὰς ἔτι μείζους τῆς ΑΒ. Καὶ τοῦτο συνεχῶς ποιοῦντες τὰς μᾶλλον συνεγγιζούσας τῇ ΑΓΒ γραμμῇ εὐθείας ἔτι μείζους εὑρήσομεν. Ὥστε ἐκ τούτου συμφανὲς εἶναι, αὐτὴν τὴν γραμμὴν ΑΓΒ μείζονα εἶναι τῆς ΑΒ· δυνατοῦ ὄντος, κατὰ πᾶν αὐτῆς σημεῖον ἐπιζευξάντων εὐθείας λαβεῖν ἐξ εὐθειῶν συγκειμένην τινὰ, οἷον αὐτὴν οὖσαν γραμμὴν, μείζονα δεικνυμένην διὰ τῶν αὐτῶν τῆς ΑΒ. Οὐ γὰρ ἄτοπον ἐν ταῖς τῶν ὁμολογουμένων ἀποδείξεσι καὶ τοιαύτας ἐννοίας [1] προλαβεῖν.

Μετὰ δὲ τοῦτο φησὶν, λαμβάνειν καὶ τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐκείνας ἀνίσους εἶναι, τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας οὔσας, κατὰ τὸν εἰρημένον τρόπον. Οὐ μόνον δὲ ἤρκεσεν εἰς τὸ ἀνίσους εἶναι τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας εἶναι, ἀλλὰ καὶ ὅταν ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν, ἢ ὅλην περιλαμβάνῃ, ἢ μέρος μὲν περιλαμβάνῃ, μέρος δὲ καὶ κοινὸν ἔχῃ, καὶ μείζονα εἶναι τὴν [2] παραλαμβάνουσαν τῆς περιλαμβανομένης.

Νοείσθωσαν γὰρ, πρὸς τὸ καὶ τοῦτο εὔδηλον γενέσθαι, ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμαὶ αἱ ΑΒΓΔΕΖ, καὶ ΑΗΘΖ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι [3] τὰ Α, Ζ, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι· καὶ ἔτι περιλαμβανομένη ὅλη ἡ ΑΗΘΖ ὑπὸ τῆς ΑΒΓΔΕΖ γραμμῆς, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐταῖς, τῆς ΑΖ εὐθείας. Φημὶ δὲ ὅτι καὶ ἄνισοί εἰσιν αἱ προκείμεναι γραμμαὶ, καὶ μείζων ἡ περιλαμβάνουσα. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΘ, ΓΖ, ΔΖ. Ἐπεὶ οὖν ἐὰν νοηθῇ ἐπιζευγνυμένη ἡ ΘΑ, ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τοῦ ΑΒΘ, ἐντὸς συνεστάμεναί εἰσι αἱ ΑΗ, ΗΘ, [4] καὶ ἐλάττους εἰσὶν αἱ ΑΗ, ΗΘ τῶν ΑΒ, ΒΘ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΘΖ. Αἱ ἄρα ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ ἐλάττους εἰσὶ τῶν ΑΒ, ΒΘ, ΘΖ. Ἀλλ' αἱ ΒΘ, ΘΖ ἐλάττους εἰσὶ τῆς ΒΓΖ· ἐντὸς γὰρ πάλιν ἐπὶ μιᾶς τοῦ ΒΓΖ συνεστάμεναί εἰσι. Πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΖ τῶν ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ μείζους εἰσίν. Ἀλλὰ τῆς ΓΖ μείζους αἱ ΓΔ, ΔΖ· τῆς δὲ ΔΖ, αἱ ΔΕ, ΕΖ. Ἔτι πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒΓΔΕΖ μείζους εἰσὶ τῆς ΑΗΘΖ.

Σαφηνείας δὲ χάριν ὑποκείσθωσαν καὶ ἕτεραι γραμμαὶ ὁμοίως ταῖς προειρημέναις, ὡς αἱ ΑΒΓΔΕ, ΑΖΗΘΚΕ. Λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ περιλαμβάνουσα. Νοείσθωσαν γὰρ ἐκβεβλημέναι αἱ ΑΖ, ΗΘ, ἐπὶ τὸ Λ. Ἐπεὶ οὖν πάλιν δύο αἱ ΖΛ, ΛΗ μείζους εἰσὶ τῆς ΖΗ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΑΖ, ΗΘ. Αἱ ἄρα ΑΛ, ΛΘ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΖ, ΗΖ,

alia Δ, Ε; junganturque rectæ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ. Tunc quoque pariter manifestum est, duas quidem ΑΔ, ΔΓ majores esse quam ΑΓ; duas vero ΓΕ, ΕΒ majores quam ΓΒ. Quare ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ multo majores sunt quam ΑΒ. Rursus, et si, punctis aliis inter prima illa sumptis, rectæ jungantur, majores adhuc invenientur quam ΑΒ. Hoc autem si continuo fiat, quæ rectæ ad lineam ΑΓΒ propius accedunt, hæ majores adhuc erunt. Ex quo apparet lineam ipsam ΑΓΒ majorem esse quam ΑΒ; cum nimirum fieri possit, ut junctis ad quodlibet ejus punctum rectis, lineam quis sumat ex rectis compositam, cujusmodi ipsa est linea ΑΓΒ, quam eadem ratione majorem, quam ΑΒ esse demonstret. Neque enim absurdum est in iis, quæ in confesso sunt, demonstrandis talia concipere.

Deinde vero hoc quoque se petere dicit: linearum, quæ eosdem terminos habent, eas inæquales esse, quæ cavæ eo, quo supra diximus, modo ad easdem partes sunt. Neque vero hoc sufficit; sed, ut inæquales sint, oportet etiam earum alteram ab altera vel totam comprehendi, vel aliqua quidem comprehendi, cætera vero communia habere. Tunc vero quæ comprehendit, hanc petit majorem esse, quam quæ comprehenditur.

Intelligantur enim, ut manifestum hoc quoque fiat, duæ esse lineæ in plano ΑΒΓΔΕΖ, et ΑΗΘΖ, quæ puncta Α, Ζ eosdem terminos habeant, et ad easdem partes cavæ sint: earumque altera ΑΗΘΖ ab altera ΑΒΓΔΕΖ, et a recta ΑΖ, quæ eosdem atque ipsæ terminos habet, tota comprehendatur. Dico propositas lineas inæquales esse, eamque majorem, quæ comprehendit. Jungantur enim ΒΘ, ΓΖ, ΔΖ. Et quoniam si intelligatur juncta esse ΘΑ, super unum trianguli ΑΒΘ latus intus constitutæ sunt ΑΗ, ΗΘ, quæ ipsis ΑΒ, ΒΘ sunt minores; communis addatur ΘΖ. Igitur ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ minores sunt quam ΑΒ, ΒΘ, ΘΖ. Minores sunt autem ΒΘ, ΘΖ, quam ΒΓΖ; quippe quæ rursus intus constitutæ sunt super unum latus trianguli ΒΓΖ. Multo igitur magis ΑΒ, ΒΓ, ΓΖ majores sunt quam ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ. Majores sunt autem cum ΓΔ, ΔΖ quam ΓΖ; tum ΔΕ, ΕΖ quam ΔΖ. Igitur multo adhuc magis ΑΒΓΔΕΖ majores sunt quam ΑΗΘΖ.

Quod ut clarius intelligatur, ponantur aliæ quoque lineæ pariter atque illæ quas modo diximus; puta ΑΒΓΔΕ, ΑΖΗΘΚΕ. Dico harum eam majorem esse, quæ comprehendit. Intelligantur enim ΑΖ, ΗΘ productæ esse ad punctum Λ. Et quoniam rursus duæ ΖΛ, ΛΗ majores sunt quam ΖΗ, communes addantur ΑΖ, ΗΘ. Igitur ΑΛ, ΛΘ majores sunt quam ΑΖ, ΗΖ, ΗΘ. Minores

[1] προλαμβάνειν [2] περιλαμβάνουσαν sic corrigitur ex MS. [3] τὰ, sic MS. [4] In MS. καὶ deest.

sunt autem Α Λ, Λ Θ quam Α Β Θ. Multo igitur magis Α Β Θ majores sunt quam Α Ζ Η Θ. Communis addatur Θ Κ. Igitur Α Β Θ Κ majores sunt quam Α Ζ Η Θ Κ. Minores sunt autem Β Θ Κ quam Β Γ Κ. Multo igitur magis Α Β Γ Κ majores sunt, quam Α Ζ Η Θ Κ. Communis addatur Κ Ε. Igitur Α Β Γ Κ Ε majores sunt quam Α Ζ Η Θ Κ Ε. Minores sunt autem Γ Κ Ε quam Γ Δ Ε. Multo igitur magis Α Β Γ Δ Ε majores sunt quam Α Ζ Η Θ Κ Ε.

Quin etiam, si quæ aut comprehendit, aut comprehenditur, aut etiam harum utraque circumferentia fuerit, idem omnino intelligendum est. Si enim continua in iis puncta sumantur, junganturque rectæ; componentur utique ex rectis quædam lineæ, quibus eadem demonstratio, quam de lineis ex rectis compositis supra attulimus, conveniet. Neque vero ab his propositæ lineæ abhorrent; cum lineæ cujusque natura in punctorum continuatione consistat. Cæterum inæquales lineas apte definivit, non quæ tantum ad easdem partes cavæ sint, sed etiam quarum altera ab altera, et a recta, quæ eosdem atque ipsa terminos habet, comprehendatur. Nisi enim ita res habeat, verum generaliter non est lineas inæquales esse; ut videre licet in figuris, quæ subjiciuntur. Nam lineæ Α Β Γ Δ, et Α Ε Ζ Δ eosdem terminos habent, et ad easdem partes cavæ sunt; nec tamen constat utra earum major sit. Siquidem fieri potest, ut sint æquales. Quin etiam fieri potest, ut duæ lineæ concipiantur, quæ ad easdem partes cavæ, eosdemque terminos habentes contrario sibi invicem situ jaceant; cujusmodi est utraque earum, quas diximus, si ad Α Η Θ Κ referantur. Tunc enim plane obscurum est, utrum æquales an inæquales sint. Quocirca illud optime positum est, oportere alteram ab altera, et a recta, quæ eosdem atque ipsa terminos habet, aut totam comprehendi, aut aliqua quidem comprehendi, cætera vero communia habere; prorsus ut in lineis Α Η Θ Κ Δ, et Α Λ Μ Ν Ξ Δ. Quædam enim in iis comprehenduntur, quædam vero communia sunt, ut Α Λ, Μ Ν.

Rursus, ut de linearum inæqualitate judicari possit, illud quoque jure optimo sumptum est; nimirum oportere ipsas eosdem habere terminos. Nisi enim habeant, quamvis invicem comprehendantur, tamen inæquales non sunt: sed quandoque æquales; aut si inæquales, ea major, quæ comprehenditur. Quod ut clarum fiat, intelligantur in plano duæ rectæ Α Β Γ obtusum, qui ad Β est, angulum continentes: Sumptoque in Β Γ puncto quolibet Δ, jungantur Α Δ, Α Γ. Quoniam igitur Α Δ major est quam Α Β, ponatur ipsi Α Β æqualis Δ Ε: sectaque in duas æquas partes Α Ε in puncto Ζ, jungatur Ζ Γ. Et quoniam duæ Α Γ Ζ majores sunt quam Α Γ, æqualisque Α Ζ ipsi Ζ Ε; ipsæ quoque Ε Ζ Γ majores sunt

Η Θ. Ἀλλ' αἱ Α Λ, Λ Θ, ἐλάττους τῶν Α Β Θ. Πολλῷ ἄρα αἱ Α Β Θ μείζους τῶν Α Ζ Η Θ. Κοινὴ προσκείσθω ἡ Θ Κ. Μείζους ἄρα αἱ Α Β Θ Κ τῶν Α Ζ Η Θ Κ. Ἀλλ' αἱ Β Θ Κ ἐλάττους τῶν Β Γ Κ. Πολλῷ ἄρα μείζους αἱ Α Β Γ Κ τῶν Α Ζ Η Θ Κ. Κοινὴ προσκείσθω ἡ Κ Ε. Αἱ ἄρα Α Β Γ Κ Ε μείζους τῶν Α Ζ Η Θ Κ Ε. Ἀλλ' αἱ Γ Κ Ε ἐλάττους τῶν Γ Δ Ε. Πολλῷ ἄρα αἱ Α Β Γ Δ Ε μείζους εἰσὶ τῶν Α Ζ Η Θ Κ Ε.

Κἂν περιφέρειαι [y] δὲ ὦσιν, ἤτοι αἱ περιλαμβάνουσαι, ἢ αἱ περιλαμβανόμεναι, ἢ [z] καὶ ἀμφότεραι, τὸ αὐτὸ ἔστι νοεῖν. Συνεχῶν γὰρ σημείων ἐπ' αὐτῶν λαμβανομένων, καὶ ἐπὶ αὐτὰ ἐπιζευγνυμένων εὐθειῶν, λειφθήσονται γραμμαὶ ἐξ εὐθειῶν συγκείμεναι, ἐφ' ὧν ἁρμόσει ἡ προειρημένη ἀπόδειξις τῶν ἐξ εὐθειῶν συγκειμένων. Οὐκ αὐτῶν γενομένων τῶν προτιθεισῶν· διὰ τὸ καὶ πᾶσαν γραμμὴν κατὰ συνέχειαν σημείων τὴν ὕπαρξιν ἔχουσαν νοεῖσθαι. Ἔτι δὲ εἰκότως τὴν ἀνισότητα τῶν γραμμῶν οὐ μόνον τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας εἶναι ἐχαρακτήρισεν, ἀλλὰ καὶ [a] ἐπέθηκε τὸ καὶ δεῖν συλλαμβάνεσθαι τὴν ἑτέραν ὑπὸ τῆς ἑτέρας, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης εὐθείας. Τούτου γὰρ μὴ ὄντος, οὐδὲ τὸ ἀνίσους εἶναι τὰς γραμμὰς πάντως ἀληθὲς ὑπάρχει, ὡς ἔστι κατανοῆσαι ἐν ταῖς ὑποκειμέναις καταγραφαῖς. Ἡ γὰρ Α Β Γ Δ γραμμὴ, καὶ ἡ Α Ε Ζ Δ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσι, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι εἰσὶ, καὶ ἄδηλον ὁποτέρα αὐτῶν μείζων ἐστί. Δυνατὸν γὰρ καὶ ἴσας εἶναι. Δυνατὸν δὲ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλην ἑτέραν νοεῖν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσας ἀμφοτέρας, κατ' ἐναντίαν δὲ θέσιν ἀλλήλαις [b] κειμένας, ὡς ἑκατέρα τῶν εἰρημένων τῇ Α Η Θ Κ Δ. Καὶ οὕτως γὰρ ἄδηλος, ἥτε ἰσότης καὶ ἀνισότης αὐτῶν. Διὸ καλῶς πρόσκειται, τὸ δεῖν ἢ ὅλην τὴν ἑτέραν ὑπὸ τῆς ἑτέρας περιλαμβάνεσθαι, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης εὐθείας, ἢ τινὰ μὲν συλλαμβάνεσθαι, τινὰ δὲ καὶ κοινὰ ἔχειν, ὡς ἐπὶ τῶν Α Η Θ Κ Δ, καὶ Α Λ Μ Ν Ξ Δ. Ἔστι γὰρ τούτων τινὰ μὲν συλλαμβάνεται, τινὰ δὲ κοινά ἐστι, ὡς τὰ [c] Α Λ, Μ Ν.

Δεόντως δὲ πάνυ κἀκεῖνο πρὸς κρίσιν τῆς ἀνισότητος παρελήφθη, τὸ δεῖν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχειν τὰς γραμμάς. Τούτου γὰρ μὴ ὄντος, οὐδ' ἂν συλλαμβάνοιντο [d] ὑπ' ἀλλήλων, οὐδ' οὕτως ἄνισοί εἰσι· ἀλλ' ἐνίοτε ἴσαι, ἢ καὶ ἡ συλλαμβανομένη μείζων. Ὅπερ ἵνα [e] σαφὲς γένηται, νοείσθωσαν ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι [f] αἱ Α Β Γ, ἀμβλεῖαν τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν περιέχουσαι· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς Β Γ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Δ, Α Γ. Ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ Α Δ τῆς Α Β, κείσθω τῇ Α Β ἴση ἡ Δ Ε· καὶ τετμήσθω ἡ Α Ε δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Ζ Γ. Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ Α Ζ Γ τῆς Α Γ μείζους εἰσὶ, ἴση δὲ ἡ Α Ζ τῇ Ζ Ε, καὶ αἱ

[y] δῆλον [z] In MS. ἢ deest. [a] προσέθηκε [b] κειμένας [c] Α Γ Μ Ν [d] ὑπ' ἀλλήλων — ἄνισοι εἰσιν [e] σαφὴς [f] αἱ Α Β

ΕΖΓ ἄρα τῆς ΑΓ μείζους εἰσί. Κοιναὶ προσκείσθωσαν[g] αἱ ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα[h] ΔΖΓ τῶν ΒΑΓ μείζους εἰσίν. Ὥστε μιᾶς γραμμῆς νοουμένης τῆς ΒΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλης, ἑτέρας δὲ τῆς ΔΖΓ περιλαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἑτέρας, μὴ ἐχούσης δὲ τὰ αὐτὰ πέρατα, οὐ μόνον ὅτι οὐ μείζων ἡ περιλαμβάνουσα, ἀλλὰ καὶ ἐλάττων, ἐδείχθη.

Καὶ ἐπὶ γραμμῶν δὲ ἐκ πλειόνων εὐθειῶν συγκειμένων τὸ αὐτὸ τοῦτο δεῖ θεωρῆσαι. Νοείσθωσαν γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι[i] αἱ ΑΒ, ΒΓ, καὶ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζευγμένη ἡ ΑΔ. Πάλιν δὲ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΔΕ· καὶ ἡ ΕΑ δίχα τετμήσθω τῷ Ζ· καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ. Καὶ κείσθω τῇ ΑΗ ἴση ἡ ΖΘ· καὶ πάλιν δίχα τετμήσθω ἡ ΘΗ κατὰ τὸ Κ· καὶ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΖΗ ἤχθω ἡ ΗΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ. Καὶ πάλιν κείσθω τῇ ΗΛ ἴση ἡ ΚΜ· καὶ δίχα τετμήσθω ἡ[k] ΜΛ τῷ Ν· καὶ πάλιν πρὸς ὀρθὰς τῇ ΚΛ ἤχθω ἡ ΛΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΓ. Φανερὸν οὖν διὰ τὰ προδεδειγμένα, ὅτι μείζων ἡ μὲν ΔΖ τῆς ΑΒ, ἡ δὲ ΖΚ τῆς ΑΗ, ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΗΛ, ἡ δὲ ΝΓ τῆς ΛΓ· ὥστε καὶ ὅλη ἡ γραμμὴ ἡ ΔΖΚΝΓ μείζων τῆς ΒΑΗΛΓ. Καλῶς ἄρα προσετέθη τὸ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχειν, ἐπὶ τῶν ἀνίσων. Τὰ αὐτὰ δὲ, δυνατὸν ἐπινοοῦντα[l] δεικνύειν καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, ἀνὰ πᾶσι τοῖς προειρημένοις, ὅταν αἱ λαμβανόμεναι ἐπιφάνειαι τὰ πέρατα ἔχωσιν ἐν ἐπιπέδῳ.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων.

quam ΑΓ. Communes addantur ΑΒ, ΔΕ. Igitur ΔΖΓ majores sunt quam ΒΑΓ. Quare si intelligatur ΒΑΓ una esse linea ad easdem partes cava, ΔΖΓ vero alia quædam linea, quæ ab eadem illa comprehendatur, sed eosdem terminos non habeat; demonstratum utique est, eam, quæ comprehendit, non modo non majorem, sed etiam minorem esse.

Hoc autem ipsum etiam in lineis ex pluribus rectis compositis considerare licet. Intelligantur enim in plano duæ rectæ ΑΒ, ΒΓ, et punctum quodlibet Δ, junctaque item ΑΔ. Rursus ponatur ipsi ΑΒ æqualis ΔΕ; sectaque in duas æquas partes ΕΑ in puncto Ζ: ipsi ΑΔ ad rectos angulos ducatur ΑΗ; jungaturque ΖΗ. Rursus ponatur ipsi ΑΗ æqualis ΖΘ; sectaque in duas æquas partes ΘΗ in puncto Κ, ipsi ΖΗ ad rectos angulos ducatur ΗΛ; jungaturque ΚΛ. Rursus ponatur ipsi ΗΛ æqualis ΚΜ; sectaque in duas æquas partes ΜΛ in puncto Ν: ipsi ΚΛ ad rectos angulos ducatur ΛΓ; jungaturque ΝΓ. Manifestum est igitur ex iis, quæ supra demonstrata sunt, majorem esse tum ΔΖ quam ΑΒ, tum ΖΚ quam ΑΗ, tum ΚΝ quam ΗΛ, tum ΝΓ quam ΛΓ: atque ideo totam etiam lineam ΔΖΚΝΓ majorem esse quam ΒΑΗΛΓ. Quocirca illud pulchre de inæqualibus lineis additum est, oportere ipsas eosdem habere terminos. Porro eadem hæc, et alia quæcunque supra diximus, si quis diligenter consideraverit, etiam de superficiebus demonstrare poterit; quando nimirum, quæ sumuntur, superficies in planis terminos habuerint.

Hisce vero positis

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερὸν ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τῆς ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης.

PROP. I. Theor.

Si circulo polygonum inscribatur, manifestum est ambitum inscripti polygoni minorem esse circuli circumferentia.

Unumquodque enim polygoni latus minus est ea, quæ ab eodem secatur, circuli circumferentia.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῇ, ἡ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος, μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

Περὶ γὰρ κύκλον πολύγωνον περιγεγράφθω τὸ ὑποκείμενον. Λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

PROP. II. Theor.

Si circulo polygonum circumscribatur, circumscripti polygoni ambitus major est circuli circumferentia.

Circulo enim polygonum circumscriptum sit propositum. Dico ambitum polygoni majorem esse circuli circumferentia.

[g] αἱ ΑΒΓ [h] ΒΑΖ [i] αἱ ΑΒΓ [k] ΜΝ [l] δεικνύειν καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν ἀνὰ πᾶσι τοῖς προειρημένοις ὅταν ex MS.

Quoniam enim utraque ΒΑ, ΑΛ major est quam circumferentia ΒΛ; eo quod eam, quæ eosdem terminos habet, circumferentiam comprehendit; pariterque utraque ΔΓ, ΓΒ major quam ΔΒ; et utraque ΛΚ, ΚΘ major quam ΛΘ; et utraque ΖΗ, ΗΘ major quam ΖΘ; et amplius utraque ΔΕ, ΕΖ major quam ΔΖ. Ideo totus polygoni ambitus major est circuli circumferentia.

Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ ΒΑ, ΑΛ μείζων ἐστὶ τῆς ΒΛ περιφερείας, διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσας περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως καὶ συναμφότερος μὲν ἡ ΔΓ, ΓΒ, τῆς ΔΒ· συναμφότερος δὲ ἡ ΛΚ, ΚΘ, τῆς ΛΘ· συναμφότερος δὲ ἡ ΖΗ, ΗΘ, τῆς ΖΘ, ἔτι δὲ συναμφότερος ἡ ΔΕ, ΕΖ, τῆς ΔΖ. Ὅλη ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.

PROP. III. Prob.

Datis duabus magnitudinibus inæqualibus, fieri potest, ut inæquales duæ rectæ inveniantur, ita ut major recta ad minorem rationem minorem habeat quam major magnitudo ad minorem.

Sint duæ magnitudines inæquales ΑΒ, Δ, et sit major ΑΒ. Dico fieri posse, ut inæquales duæ rectæ inveniantur, quæ propositum conficiant.

Ponatur ipsi Δ æqualis ΒΓ; et ponatur recta quædam linea ΖΗ. ΓΑ autem sibimetipsi aliquoties addita excedet Δ. Ea igitur multiplicetur, sitque ΑΘ; et quam multiplex est ΑΘ ipsius ΑΓ, tam multiplex sit ΖΗ rectæ ΗΕ. Ut igitur ΘΑ ad ΑΓ, ita se habet ΖΗ ad ΗΕ. Et invertendo, ut ΕΗ ad ΗΖ, ita se habet ΑΓ ad ΑΘ. Et quoniam ΑΘ major est quam Δ, hoc est quam ΓΒ; ΓΑ ad ΑΘ rationem minorem habet, quam ΓΑ ad ΓΒ. Igitur etiam componendo ΕΖ ad ΖΗ minorem rationem habet, quam ΑΒ ad ΒΓ. Æqualis est autem ΒΓ ipsi Δ. ΕΖ igitur ad ΖΗ minorem rationem habet, quam ΑΒ ad Δ. Inventæ sunt igitur inæquales duæ rectæ, quæ propositum conficiunt; hoc est hujusmodi, ut major ad minorem rationem minorem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα, τὰ ΑΒ, Δ, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ ΑΒ. Λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστι δύο εὐθείας ἀνίσας εὑρεῖν, τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

Κείσθω τῷ Δ ἴσον τὸ ΒΓ, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΖΗ. Τὸ δὴ ΓΑ ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ. Πεπολλαπλασιάσθω οὖν, καὶ ἔστω τὸ ΑΘ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΘ τοῦ ΑΓ, [m] τοσαυταπλάσιος ἔστω ἡ ΖΗ τῆς ΗΕ. Ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ. Καὶ ἀνάπαλιν [n] ἐστιν, ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΖ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς ΑΘ. Καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΘ τοῦ Δ, τουτέστι τοῦ ΓΒ, τὸ ἄρα ΓΑ πρὸς τὸ ΑΘ λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἤπερ τὸ ΓΑ πρὸς ΓΒ. Καὶ συνθέντι ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ. Ἴσον δὲ τὸ ΒΓ τῷ Δ. Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ. Εὑρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, ποιοῦσαι τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα, τουτέστι, τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

EUTOCIUS.

ΓΑ autem sibimetipsi aliquoties addita excedet Δ. Nimirum si ΑΒ ipsius Δ fuerit aut superparticularis, aut superpartiens. Sin vero multiplex fuerit, aut multiplex sive particularis, sive superpartiens, ablato ab ΑΒ, ΒΓ ipsi Δ æquali, quæ relinquitur ΓΑ excedet Δ. Quocirca non oportebit quidem ipsam multiplicare; sed statim posita ΑΘ æquali ipsi ΑΓ, eadem demonstratione uti.

ΕΖ ad ΖΗ minorem rationem habet, quam ΑΒ ad ΒΓ. Si enim proportio hujusmodi sit, ut prima magni-

Τὸ δὲ ΑΓ ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ· δηλαδὴ ὡς τοῦ ΑΒ, [o] ἤτοι ἐπιμορίου ἢ καὶ ἐπιμεροῦς τυγχάνοντος τοῦ Δ. Εἰ δὲ εἴη τὸ ΑΒ τοῦ Δ ἤτοι πολλαπλάσιον, [p] ἢ πολλαπλασιεπιμόριον, ἢ καὶ πολλαπλασιεπιμερές, ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τοῦ ΑΒ, ἴσου τῷ Δ τοῦ ΒΓ, τὸ λοιπὸν τὸ ΓΑ ὑπερέξει τοῦ Δ. Ὥστε μηκέτι πολλαπλασιάζεσθαι αὐτό, ἀλλὰ αὐτόθεν δεῖν τῷ ΑΓ, ἴσον ἀποτίθεσθαι τὸ ΑΘ, καὶ τὴν αὐτὴν ἀπόδειξιν ἁρμόζειν.

Καὶ συνθέντι ἡ ΕΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ. Ὅτι γὰρ ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον ἐλάσ-

[m] τοσαυταπλάσιος [n] ἔστω [o] ἤτοι ἐπὶ μορίῳ, ἢ ἐπὶ μέρει [p] ἢ πολλαπλὰς ἐπὶ μόριον, ἢ καὶ πολλαπλάσιος ἐπὶ μέρους

ἥσσονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ τρίτον [q] πρὸς τὸ τέταρτον, καὶ συνθέντι ὁ αὐτὸς λόγος ἀκολουθεῖ, δειχθήσεται οὕτως. Ἔστωσαν τέσσαρα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΒΓ, ΔΕ, ΕΖ· τὸ δὲ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ μείζονα λόγον ἐχέτω, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ. Λέγω ὅτι καὶ συνθέντι τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ. Γεγονέτω γάρ, ὡς τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΑ, οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΖΘ. Ἀνάπαλιν ἄρα, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως τὸ ΘΖ πρὸς τὸ ΖΕ. Μείζονα δὲ λόγον ἔχει τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. [r] Καὶ τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΘ τοῦ ΕΔ, καὶ ὅλον τὸ ΘΕ τοῦ ΔΖ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ΘΕ πρὸς ΕΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Ἀλλ' ὡς τὸ ΘΕ πρὸς ΕΖ, τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ, διὰ τὸ συνθέντι· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΕΖ. Ἀλλὰ δὴ τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἐχέτω, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Λέγω ὅτι καὶ διελόντι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐὰν ποιήσωμεν, ὡς τὸ ΒΓ πρὸς ΓΑ, [s] οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔσται καὶ τὸ ΘΕ μεῖζον τοῦ ΔΖ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρουμένου τοῦ ΕΖ, [t] ἔσται μεῖζον τὸ ΘΖ τοῦ ΔΕ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ΘΖ πρὸς ΖΕ, τουτέστι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ, διὰ τὸ διελόντι, μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Φανερὸν δὲ διὰ τῶν ὁμοίων, ὅτι κἂν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ, καὶ συνθέντι, καὶ πάλιν διελόντι, ὁ αὐτὸς λόγος ἔσται. Ἐκ δὲ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ, τὸ [u] ἀναστρέψαντος, λόγος ἐμφανής ἐστι. Ἐχέτω γὰρ τὸ ΑΓ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Λέγω ὅτι καὶ ἀναστρέψαντι τὸ ΓΑ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΔΕ. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ, καὶ διελόντι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ἀνάπαλιν τὸ ΒΓ πρὸς ΒΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΖΕ πρὸς ΒΔ· καὶ συνθέντι τὸ ΓΑ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΔΕ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δʹ.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, καὶ κύκλου, δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ, πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος. Λέγω οὖν, ὅτι δυνατόν ἐστι ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

Εὑρήσθωσαν δὲ δύο εὐθεῖαι αἱ Θ, ΚΑ, ὧν μείζων [w] ἔστω ἡ Θ, ὥστε τὴν Θ πρὸς τὴν ΚΑ, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΚΑ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΜ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ Θ ἴση κατήχθω ἡ ΚΜ. Δυνατὸν γὰρ τοῦτο. Καὶ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΓΕ, ΔΖ. Τέμνοντες οὖν τὴν ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνίαν δίχα, καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα, καὶ ἀεὶ τοῦτο ποιοῦντες, λείψομέν τινα γωνίαν ἐλάσσονα ἢ διπλασίαν τῆς ὑπὸ ΑΚΜ. Λελείφθω,

[q] πρὸς τέσσαρα μεγέθη
[r] καὶ τὸ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΘ
[u] ἀναστρέψαντι
[w] ἔστω ἡ Θ πρὸς τὴν ΚΑ

tudo ad secundam minorem rationem habeat, quam tertia ad quartam, eamdem etiam componendo locum habere hoc pacto demonstrabitur. Sint quatuor magnitudines ΑΒ, ΒΓ, ΔΕ, ΕΖ: et ΑΒ ad ΒΓ majorem rationem habeat, quam ΔΕ, ad ΕΖ. Dico etiam componendo, ΑΓ ad ΓΒ majorem rationem habere, quam ΔΖ ad ΖΕ. Ut enim ΓΒ ad ΒΑ, ita fiat ΖΕ ad ΖΘ. Igitur invertendo, ut ΑΒ ad ΒΓ, ita se habet ΘΖ ad ΖΕ. Habet autem ΑΒ ad ΒΓ majorem rationem, quam ΔΕ ad ΕΖ. Habet igitur etiam ΖΘ ad ΖΕ majorem rationem, quam ΔΕ ad ΕΖ. Major est igitur ΖΘ quam ΕΔ, totaque ΘΕ quam ΔΖ. Propterea ΘΕ ad ΕΖ majorem rationem habet, quam ΔΖ ad ΖΕ. Ut autem ΘΕ ad ΕΖ, ita se habet componendo ΑΓ ad ΓΒ: igitur etiam ΑΓ ad ΓΒ majorem rationem habet, quam ΔΖ ad ΕΖ. At vero ΑΓ ad ΓΒ majorem rationem habeat, quam ΔΖ ad ΖΕ. Dico etiam dividendo, ΑΒ ad ΒΓ majorem rationem habere, quam ΔΕ ad ΕΖ. Rursus enim si pariter fiat, ut ΒΓ ad ΓΑ, ita ΖΕ ad ΘΕ; erit utique ΘΕ major quam ΔΖ: ablataque communi ΕΖ, ΘΖ major quam ΔΕ. Propterea ΘΖ ad ΖΕ, hoc est ΑΒ ad ΒΓ, majorem, dividendo, rationem habuerit, quam ΔΕ ad ΕΖ. Eadem ratione illud quoque manifestum est, si ΑΒ ad ΒΓ minorem rationem habeat quam ΔΕ ad ΕΖ; fore, ut componendo itemque dividendo, idem prorsus eveniat. Quin etiam de conversa proportione quid sequatur patet. Habeat enim ΑΓ ad ΒΓ majorem rationem quam ΔΖ ad ΖΕ. Dico convertendo, ΓΑ ad ΑΒ minorem rationem habere, quam ΔΖ ad ΔΕ. Quoniam enim ΑΓ ad ΓΒ majorem rationem habet, quam ΔΖ ad ΖΕ; et dividendo, ΑΒ ad ΒΓ majorem, quam ΔΕ ad ΕΖ; ideo invertendo, ΒΓ ad ΒΑ minorem habet rationem, quam ΖΕ ad ΕΔ; et componendo, ΓΑ ad ΑΒ minorem, quam ΔΖ ad ΔΕ.

PROP. IV. Prob.

Datis duabus magnitudinibus inæqualibus, et circulo, fieri potest, ut circulo polygonum inscribatur, itemque aliud circumscribatur, ita ut circumscripti polygoni latus ad inscripti polygoni latus minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Sint datæ duæ magnitudines Α, Β; datus vero circulus, qui subjicitur. Dico fieri posse, ut propositum conficiatur.

Inveniantur duæ rectæ Θ, ΚΑ, quarum major sit Θ, ita ut Θ ad ΚΑ minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem: et ducatur a puncto Α ipsi ΚΑ ad rectos angulos ΑΜ; et a puncto Κ ipsi Θ æqualis ΚΜ. Hoc enim fieri potest. Ducantur autem duæ circuli diametri inter se invicem ad rectos angulos ΓΕ, ΔΖ. Si igitur angulus ΔΗΓ in duas æquas partes secetur, ejusque dimidius in duas item æquas partes, idque continuo fiat, relinquetur aliquis angulus minor duplo anguli ΑΚΜ.

[s] οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς ΕΘ, ἔσται τὸ ΘΕ μεῖζον
[t] ἄρα

Relinquatur, ifque fit N H Γ; et jungatur N Γ. Eft igitur N Γ latus polygoni æquilateri. Quoniam enim angulus N H Γ metitur rectum angulum Δ H Γ, ipfa etiam circumferentia N Γ metitur quartam circuli partem. Quare totum etiam circulum metitur. Γ N igitur latus eft polygoni æquilateri. Hoc enim manifeftum eft. Secetur angulus N H Γ in duas æquas partes recta N Ξ; et circulum in puncto Ξ contingat O Ξ Π; et producantur H N Π, H Γ O. Quare etiam Π O latus eft polygoni circulo circumfcripti tum æquilateri, tum fimilis, ut conftat, infcripto, cujus eft latus N Γ. Et quoniam angulus N H Γ minor eft duplo anguli Λ K M, idemque duplus anguli T H Γ, minor eft angulus T H Γ angulo Λ K M. Qui vero anguli ad puncta funt Λ, T, hi funt recti. M K igitur ad Λ K majorem rationem habet quam Γ H ad H T. Æqualis eft autem Γ H ipfi H Ξ. Quare H Ξ ad H T, hoc eft Π O ad N Γ, minorem rationem habet, quam M K ad K Λ. Amplius vero ad K Λ minorem rationem habet quam A ad B: ac Π O quidem latus eft circumfcripti pulygoni, Γ N vero infcripti. Quæ invenienda proponebantur.

καὶ ἔςω ἡ ὑπὸ N H Γ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ N Γ. Ἡ ἄρα N Γ πολυγώνε ἐςὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρε. Ἐπείπερ ἡ ὑπὸ N H Γ γωνία μετρεῖ τὴν ὑπὸ Δ H Γ ὀρθὴν ὖσαν, ϗ ἡ N Γ ἄρα περιφέρεια μετρεῖ τὴν Γ Δ, τέταρτον ὖσαν κύκλε. Ὥςε ϗ τὸν κύκλον μετρεῖ. Πολυγώνε ἄρα ἐςὶ πλευρὰ [x] ἰσοπλεύρε ἡ Γ N. Φανερὸν γάρ ἐςι τῦτο. Καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ N H Γ γωνία δίχα τῇ H Ξ εὐθείᾳ, καὶ ἀπὸ τῦ Ξ ἐφαπτέσθω τῦ κύκλε ἡ O Ξ Π, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ H N Π, H Γ O. Ὥςε ϗ ἡ Π O πολυγώνε ἐςὶ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένε περὶ τὸν κύκλον, ϗ ἰσοπλεύρε, φανερὸν ὅτι καὶ ὁμοίε τῷ ἐγγραφομένῳ, ὗ πλευρὰ ἡ N Γ. Ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων ἐςὶν ἢ διπλασία ἡ ὑπὸ N H Γ τῆς ὑπὸ Λ K M, διπλασία δὲ τῆς ὑπὸ T H Γ, ἐλάσσων ἐςὶ ἄρα ἡ ὑπὸ T H Γ τῆς ὑπὸ Λ K M. Καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Λ, T. Ἡ ἄρα M K πρὸς Λ K μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ H πρὸς H T. Ἴση δὲ ἡ Γ H τῇ H Ξ. Ὥςε ἡ H Ξ πρὸς H T ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τυτέςιν ἡ Π O πρὸς N Γ, [y] ἢ ἡ M K πρὸς K Λ. Ἔτι δὲ ἡ K M πρὸς K Λ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ A πρὸς τὸ B· καί ἐςι μὲν Π O πλευρὰ τῦ περιγραφομένε πολυγώνε, ἡ δὲ Γ N τοῦ ἐγγραφομένε. Ὅπερ προέκειτο εὑρεῖν.

EUTOCIUS.

Et a puncto K ipfi Θ æqualis ducatur K M: hoc enim fieri poteft. Nimirum producta K Λ, puta ad punctum X; pofitaque ipfi Θ æquali K X; centroque K, et intervallo K X circulo defcripto, puta X M N. Æqualis eft enim K M ipfi K X, hoc eft ipfi Θ.

Καὶ ἀπὸ τῦ K, τῇ Θ ἴση κατήχθω ὁ K M· δυνατὸν γδ τῦτο. [z] Καὶ ἐκβληθείσης τῆς K Λ ὡς ἐπὶ τὸ X· καὶ τεθείσης τῇ Θ ἴσης τῆς K X· καὶ κέντρῳ τῷ K, διαςήματι δὲ τῷ K X κύκλε γραφέντος ὡς τοῦ X M N. Ἔςι γδ ὁ K M ἴση τῇ K X, τῦτ' ἔςι τῇ Θ.

Eft igitur N Γ latus polygoni æquilateri, et parilateri. Cum enim quartæ circumferentiæ parti rectus angulus inftiterit, fectufque in pares angulus fit; confiftere

Ἡ ἄρα N Γ πολυγώνου ἐςὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά. Τῆς γὰρ μιᾶς ὀρθῆς ἐπὶ τεταρτημορίου [a] βεβηκυίας, καὶ τῆς τομῆς κατὰ ἀρτίους διαίρεσιν ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γινομένης,

[x] ἰσοπλεύρε· φανερὸν [y] ἤπερ ὁ M H [z] ϗ deeft.

δῆλον ὅτι καὶ ἡ τῷ τεταρτημορίῳ περιφέρεια εἰς ἀρτιάκις ἀρτίους τὸν ἀριθμὸν ἴσας διαιρεθήσεται περιφερείας. Ὥς τε καὶ ἡ ὑποτείνουσα εὐθεῖα μίαν τῶν περιφερειῶν, πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά.

Ὥς τε καὶ ἡ ΟΠ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου πλευρά. Ἐὰν γὰρ τῇ ὑπὸ ΞΗΝ γωνίᾳ ἴσην ποιήσαντες τὴν ὑπὸ ΠΗΔ, ἀπὸ τοῦ Π ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΠΔ καὶ προσεκβάλωμεν ἄχρι τῆς ΗΘ, τῆς μετὰ ΗΔ γωνίαν περιεχούσης ἴσην τῇ ὑπὸ ΠΗΔ· ἴσαι ἴση ἡ ΠΘ τῇ ΠΟ, καὶ ἐφάψεται τοῦ κύκλου. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΞΗ ἴση ἐστὶ τῇ ΗΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΠ καὶ [b] γωνίας ἴσας περιέχουσι· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΞΠ τῇ ΠΔ ἴση ἐστί· καὶ ἡ ὑπὸ ΠΞΗ ὀρθὴ οὖσα, τῇ ὑπὸ ΠΔΗ. Ὥς τε ἐφάπτεται ἡ ΔΠ. Ἐπεὶ οὖν αἱ πρὸς τῷ Δ ὀρθαί εἰσιν, ἴσαι δὲ καὶ ὑπὸ ΠΗΔ, ΔΗΘ ἴσαι, καὶ ἡ πρὸς ταῖς ἴσαις κοινὴ ἡ ΔΗ· ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΠΔ τῇ ΘΔ. Ἀλλ' ἡ ΞΠ τῇ ΠΔ ἐδείχθη ἴση. Καὶ ἡ ΘΠ ἄρα τῇ [c] ΠΟ ἐστὶν ἴση, καὶ πάσαις ταῖς ὁμοίως ὑφαπτομέναις. Ὥς τε ἡ ΘΠ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρὰ τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου. Ὅτι δὲ καὶ ὁμοίου τῷ ἐγγραφομένῳ, αὐτόθεν δῆλον. Ἴσαι γάρ εἰσιν ἡ μὲν ΘΗ τῇ ΗΠ, ἡ δὲ ΓΗ τῇ ΗΝ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΠ τῇ ΓΝ. Διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΟΠ τῇ ΝΖ. Ὥς τε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΝΖ τῇ ὑπὸ ΟΠΘ ἴση ἐστί· καὶ διὰ τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ.

Ἡ ἄρα ΜΚ πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Μείζονος γὰρ οὔσης τῆς πρὸς [d] τὸ Κ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΗΤ, ἐὰν τῇ ὑπὸ ΓΗΤ ἴσην συστησώμεθα τὴν ὑπὸ ΛΚΡ τῷ Ρ, μεταξὺ τῶν Λ, Μ πεσόντος, τὸ ΛΚΡ τρίγωνον τῷ ΓΗΤ ὅμοιόν ἐστιν. Ὥστε ἡ ΡΚ πρὸς ΚΛ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Ὥς τε καὶ ἡ ΜΚ [e] πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ.

quartam quoque circumferentiæ partem inæquales numeroque pariter pares circumferentias sectum iri. Quocirca et quæ uni circumferentiæ recta subjicitur æquilateri et parilateri polygoni latus est.

Quare etiam ΟΠ latus est polygoni æquilateri. Si enim angulus ΠΗΔ angulo ΞΗΝ æqualis fiat, junctaque a puncto Π ad Δ recta ΠΔ producatur usque ad ΗΘ, quæ una cum ΗΘ æqualem ipsi ΠΗΔ angulum efficit; æqualis hæc erit, nempe ΠΘ ipsi ΠΟ eademque circulum continget. Quoniam enim æqualis est ΞΗ ipsi ΗΔ, communisque ΗΠ, et adhuc æquales angulos comprehendunt; ideo æquales est etiam basis ΞΠ basi ΠΔ, angulusque ΠΞΗ, utpote rectus, angulo ΠΔΗ. Quare ΔΠ circulum contingit. Et quoniam qui anguli ad punctum Δ sunt, ii sunt recti; æqualesque reliqui ΠΗΔ, ΔΗΘ; et adhuc ΔΗ, quæ æqualibus subjicitur angulis, communis, ideo æqualis est ΠΔ ipsi ΘΔ. Demonstratum est autem, ΞΠ ipsi ΠΔ æqualem esse. Æqualis est igitur ΘΠ ipsi ΠΟ, cæterisque omnibus circulum pariter contingentibus. Quare ΘΠ latus est polygoni æquilateri, et parilateri circulo circumscripti. Quod vero et inscripto similis, id per se patet. Æqualis enim cum sit ΘΗ ipsi ΗΠ, et ΓΗ ipsi ΗΝ; parallela utique est ΘΠ ipsi ΓΝ. Eadem ratione etiam ΠΟ ipsi ΝΖ est parallela. Quare angulus ΓΝΖ æqualis est angulo ΟΠΘ: ideoque circumscriptum polygonum simile inscripto.

ΜΚ, igitur ad ΚΛ majorem rationem habet, quam ΓΗ ad ΗΤ. Major enim cum sit angulus, qui ad punctum Κ est, angulo ΓΗΤ; si angulus constituatur ΛΚΡ angulo ΓΗΤ æqualis, ita ut punctum Ρ inter puncta Λ, Μ cadere intelligatur; simile utique est triangulum ΛΚΡ triangulo ΓΗΤ. Quare ut ΡΚ ad ΚΛ, ita se habet ΓΗ ad ΗΤ. Hinc ΜΚ ad ΚΛ majorem rationem habet quam ΓΗ ad ΗΤ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ έ.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν πρὸς τὴν ἐγγεγραμμένου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ, ὧν μεῖζον ἔστω τὸ Ε, κύκλος δέ τις ὁ ΑΒΓ, κέντρον ἔχων τὸ Δ· καὶ πρὸς τῷ Δ τομεὺς συνεστάτω ὁ ΑΔΒ. Δεῖ δὴ περιγράψαι, καὶ ἐγγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν ΑΒΔ τομέα, ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς, χωρὶς τῶν ΒΔ, ΔΑ· ὅπως γένηται τὸ ἐπίταγμα.

Εὑρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Η, ΘΚ ἄνισοι, καὶ μείζων ἡ Η, ὥστε τὴν Η πρὸς τὴν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

PROP. V. Prob.

Rursus si duæ fuerint magnitudines inæquales, et sector, fieri potest, ut sectori polygonum circumscribatur, itemque aliud inscribatur, ita ut circumscripti latus ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

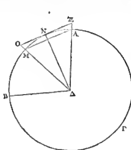
Rursus enim duæ sint magnitudines inæquales Ε, Ζ, quarum major sit Ε; et circulus aliquis ΑΒΓ centrum habens punctum Δ: et ad punctum Δ sector constituatur ΑΔΒ. Oportet autem sectori ΑΒΔ polygonum circumscribere, et inscribere latera habens, exceptis ΒΔ, ΔΑ, æqualia; ita ut propositum conficiatur.

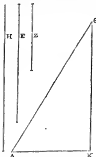
Inveniantur inæquales duæ rectæ Η, ΘΚ, quarum major sit Η; ita ut Η ad ΘΚ minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad

[b] In MS. γωνίας deest. [c] ΠΘ. [d] τῷ ΚΓ . . . τῆς [e] πρὸς ΚΛ. Αὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. ὥστε καὶ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει

minorem. Hoc enim fieri poteſt. Ducta autem pariter a puncto K ipſi Θ K ad rectos angulos K Λ, ducatur ipſi H æqualis Θ Λ. Hoc enim fieri poteſt, quoniam major eſt H quam Θ K. Si igitur angulus A Δ B in duas æquas partes ſecetur, ejuſque dimidius in duas item æquas partes, idque continuo fiat relinquetur aliquis angulus minor duplo anguli Λ Θ K. Relinquatur angulus A Δ M. Eſt igitur A M latus polygoni ſectori inſcripti. Quod ſi angulus A Δ M in duas æquas partes ſecetur recta Δ N, et ducatur a puncto N Ξ N O ſectorem contingens, ipſa erit latus polygoni eidem ſectori circumſcripti ei, quem diximus, ſimilis. Eadem vero ratione, qua ſupra, Ξ O ad A M minorem rationem habet, quam magnitudo E ad magnitudinem Z.

Δυνατὸν γὰρ τοῦτο. Καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ὁμοίως ἀχθείσης πρὸς ὀρθὰς τῇ ΘΚ τῆς ΚΛ, προσβεβλήσθω τῇ Η ἴση ἡ ΘΛ. Δυνατὸν γὰρ τοῦτο, [f] ἐπείπερ μείζων ἐστὶ ἡ Η τῆς ΘΚ. Τεμνομένης δὴ τῆς ὑπὸ τῶν Α Δ Β γωνίας δίχα, καὶ τῆς ἡμισείας δίχα, καὶ ἀεὶ τούτου γινομένου λειφθήσεταί τις γωνία, ἐλάσσων οὖσα ἡ διπλασία τῆς ὑπὸ Λ Θ Κ. Λελείφθω οὖν ἡ ὑπὸ Α Δ Μ. Ἡ Α Μ οὖν ἄρα πολυγώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν τομέα. Καὶ ἐὰν τέμωμεν τὴν ὑπὸ Α Δ Μ γωνίαν δίχα τῇ Δ Ν, καὶ ἀπὸ τοῦ Ν, [g] καὶ ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ τομέως τὴν Ν Ξ Ο, αὕτη πλευρὰ ἔσται τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν αὐτὸν τομέα, ὁμοίου τῷ εἰρημένῳ. Καὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις ἡ Ξ Ο πρὸς τὴν Α Μ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε μέγεθος πρὸς τὸ Ζ.





PROP. VI. Prob.

Dato circulo, et duabus magnitudinibus inæqualibus, circulo polygonum circumſcribere, itemque aliud inſcribere, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Ponatur circulus A, et duæ magnitudines inæquales E, Z, quarum major ſit E. Oportet igitur circulo polygonum inſcribere, itemque aliud circumſcribere, ita ut propoſitum conficiatur.

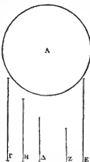
Sumo inæquales duas rectas Γ, Δ, quarum major ſit Γ; ita ut Γ ad Δ minorem rationem habeat quam E ad Z. Itaque ſumpta H proportionali media inter Γ, et Δ, major eſt Γ quam H. Circumſcribatur autem circulo polygonum, itemque aliud inſcribatur, ita ut, quemadmodum docuimus, circumſcripti polygoni

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛʹ.

Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων, περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἐκκείσθω κύκλος ὁ Α, καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ, καὶ μεῖζον τὸ Ε. Δεῖ οὖν πολύγωνον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ ἐπιταχθέν.

Λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας [h] ἀνίσους τὰς Γ, Δ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Γ· ὥστε τὴν Γ πρὸς τὴν Δ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. Καὶ τῶν Γ, Δ μέσης ἀνάλογον ληφθείσης τῆς Η, μείζων ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς Η. Περιγεγράφθω δὴ περὶ κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὴν τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου πλευρὰν, πρὸς τὴν τοῦ ἐγ-



[f] ἐπεὶ μείζων

[g] In MS. deeſt καὶ.

[h] ἀνίσους ex MS.

γραφέντος, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὴν Γ πρὸς τὴν Η, καθὼς ἐμάθομεν. Διὰ τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσσων ἐστί. Καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν, διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸ πολύγωνον· ὅμοια γάρ. Τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν Η, ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. Καὶ τὸ περιγραφὲν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Πολλῷ ἄρα καὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

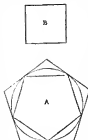
Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ἵνα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι ἐὰν δοθῇ κύκλος, ἢ τομεὺς, καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστιν ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον, ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα, καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα, λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου. Ταῦτα γὰρ ἐν τῇ Στοιχειώσει παραδέδοται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Δεικτέον δὲ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος, ἢ τομέως καὶ χωρίου, δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν κύκλον, [l] ἢ τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου. Ἔστω δὲ ἐπὶ κύκλου [*] δείξαντα, μεταγαγεῖν τὸν ὅμοιον λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

Δεδόσθω κύκλος ὁ Α, καὶ χωρίον [k] τι τὸ Β. Δυνατὸν δὴ περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ ἀπολειφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πολυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Β χωρίου. Καὶ γὰρ ὄντων δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου, περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ εἰρημένον μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον. Τοῦτο δὴ τὸ περιγραφέμενον πολύγωνόν ἐστιν, οὗ τὰ περιλείμματα ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου τοῦ Β.



Εἰ γὰρ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγρα-

latus ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam Γ ad H. Hinc et dupla ratio dupla ratione est minor. Ac rationis quidem lateris ad latus dupla est ratio polygoni ad polygonum; similia enim sunt; rationis vero ipsius Γ ad H dupla est ratio ipsius Γ ad Δ. Igitur etiam circumscriptum polygonum ad inscriptum minorem rationem habet, quam Γ ad Δ. Multo igitur magis etiam circumscriptum ad inscriptum rationem habet minorem quam E ad Z.

Pariter vero demonstrabimus, datis duabus magnitudinibus inæqualibus, et sectore, fieri posse, ut sectori polygonum circumscribatur, eidemque simile aliud inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Illud quoque manifestum est, si detur circulus, vel sector, et aliquod spatium; fieri posse, ut aliquis circulo, vel sectori, et adhuc reliquis circumjectis segmentis polygona æquilatera inscribens aliqua circuli vel sectoris segmenta relinquat, quæ minora sint proposito spatio. Hæc enim in Elementis tradita sunt.

PROP. VII. Prob.

Oportet autem demonstrare, dato etiam circulo, vel sectore, et spatio; fieri posse, ut circulo, vel sectori polygonum circumscribatur, ita ut reliqua circumscripti polygoni segmenta minora sint dato spatio. Liceat enim, quæ de circulo demonstraverim, transferre simili ratione etiam ad sectorem.

Detur circulus A, et spatium aliquod B. Fieri utique potest, ut circulo polygonum circumscribatur, ita ut reliqua, quæ inter circulum et polygonum interjiciuntur, segmenta minora sint spatio B. Duæ enim cum sint inæquales magnitudines; major quidem utrumque simul spatium B et circulus, minor vero circulus circumscribatur circulo polygonum, itemque aliud inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam earum, quas diximus, magnitudinum major ad minorem. Atque circumscriptum hoc polygonum illud est, cujus reliqua circumjecta segmenta minora sunt proposito spatio B.

Quoniam enim circumscriptum polygonum ad inscriptum minorem rationem habet, quam utrumque simul spatium B et circulus ad eum-

[l] ἢ τὸν τομέα. [k] τὸ

[*] Forte δείξαντα

dem circulum; inscripto vero major est circulus; multo magis circumscriptum polygonum ad circulum minorem rationem habet, quam utrumque simul spatium B et circulus ad eumdem circulum. Igitur etiam dividendo, reliqua circumscripti polygoni segmenta ad circulum minorem habent rationem, quam spatium B ad circulum. Minora sunt igitur reliqua circumscripti polygoni segmenta spatio B. Vel hoc pacto.

Quoniam circumscriptum polygonum ad circulum minorem rationem habet quam utrumque simul spatium B et circulus ad circulum; ideo minus erit circumscriptum polygonum utroque simul spatio B et circulo. Quare reliqua etiam circumjecta segmenta minora erunt spatio B. Eadem vero ratione etiam de sectore argumentabimur.

φαμένω μείζων ὁ κύκλος, πολλῷ μᾶλλον τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅτι κύκλος καὶ τὸ B χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον. Καὶ διελόντι ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ B χωρίον πρὸς τὸν κύκλον. Ἐλάσσονα ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου τοῦ B χωρίου. Ἢ οὕτως.

Ἐπεὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅ τε κύκλος καὶ τὸ B χωρίον πρὸς τὸν κύκλον· διὰ τοῦτο δὴ ἔλασσον ἔσται τὸ περιγραφὲν συναμφοτέρου. Ὥστε καὶ ἄλλα τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ χωρίου τοῦ B. Ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ τομέως.

EUTOCIUS.

Ideo minus erit circumscriptum polygonum utroque simul. Quoniam enim circumscriptum polygonum ad inscriptum minorem rationem habet, quam utrumque simul ad circulum; multo magis circumscriptum polygonum ad circulum minorem rationem habuerit, quam utrumque simul ad circulum. Quare circumscriptum polygonum utroque simul est minus. Et communi circulo ablato, reliqua circumjecta segmenta spatio B minora sunt.

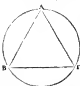
Διὰ δὲ τοῦτο ἔλασσον ἔσται τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφοτέρου. Ἐπεὶ γὰρ τὸ περιγραφόμενον πρὸς τὸ ἐγγραφόμενον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον· πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφόμενον [l] πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον. Ὥστε τὸ περιγραφόμενον ἔλασσόν ἐστι τοῦ συναμφοτέρου. Καὶ κοινοῦ ἀφαιρουμένου τοῦ κύκλου, λοιπὰ τὰ περιλείμματα ἐλάσσονά [m] ἐστι τοῦ B χωρίου.

PROP. VIII. Theor.

Si cono isosceli pyramis inscribatur æquilateram basim habens, ejus superficies, excepta base, æqualis est triangulo basim quidem habenti æqualem ambitui basis, altitudinem vero rectæ, quæ a vertice ad unum basis latus normalis ducitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η´.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ, βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγομένην.



Sit conus isosceles, cujus basis circulus ABΓ, eique inscribatur pyramis æquilaterum habens triangulum ABΓ. Dico ejus superficiem, base excepta, ei, quod diximus, triangulo æqualem esse.

Quoniam enim conus est isosceles, et basis pyramidis æquilatera, triangulorum, quæ pyramidem continent, altitudines æquales sibi invicem sunt. Hæc autem triangula basim quidem habent rectas AB, BΓ, ΓA, altitudinem vero eam, quam diximus. Quare hæc triangula, hoc est superficies pyramidis, excepto triangulo ABΓ, æqualia sunt triangulo basim quidem habenti ipsis AB, BΓ, ΓA æqualem, altitudinem vero ei, quam diximus, rectæ.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ ABΓ κύκλος, καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον [n] ἔχουσα τρίγωνον τὸ ABΓ. Λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάσις τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα, ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. Καὶ βάσιν μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα, τὰς AB, BΓ, ΓA, ὕψος δὲ, τὸ εἰρημένον. Ὥστε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην ταῖς AB, BΓ, ΓA, ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τοῦ ABΓ τριγώνου.

[l] πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει· ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον, ex MS. [m] εἰσι [n] ἔχουσα βάσιν τὸ ABΓ

ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ ΑΛΛΩΣ Η ΔΕΙΞΙΣ.

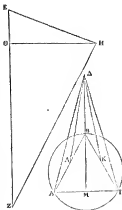
* Ἔςω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις μὲν ὁ Α Β Γ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν κῶνον πυραμὶς, βάσιν μὲν ἔχουσα ἰσόπλευρον τρίγωνον τὸ Α Β Γ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Δ Α, Δ Γ, Δ Β·

Λέγω ὅτι τὰ Α Δ Β, Α Δ Γ, Β Δ Γ τρίγωνα ἴσα ἐςὶ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐςὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ Α Β Γ τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος, ἴση τῇ καθέτῳ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν Β Γ ἀγομένῃ.

Ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι αἱ Δ Κ, Δ Λ, Δ Μ. Αὗται ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. Καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ Ε Ζ Η, ἔχον τὴν μὲν Ε Ζ βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ Α Β Γ τριγώνου ἴσην, τὴν δὲ Η Θ κάθετον τῇ Δ Λ ἴσην. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν Β Γ, Δ Κ διπλάσιόν ἐςι τοῦ Δ Β Γ τριγώνου· ἔςι δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Β, Δ Λ διπλάσιον τοῦ Α Β Δ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Α Γ, Δ Μ διπλάσιον τοῦ Α Δ Γ τριγώνου· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ Α Β Γ τριγώνου, τουτέςι τῆς Ε Ζ, καὶ τῆς Δ Λ, τουτέςι τῆς Η Θ, διπλάσιον τῶν Α Δ Β, Β Δ Γ, Α Δ Γ τριγώνων. Ἔςι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ Ε Ζ, Η Θ διπλάσιον τοῦ Ε Ζ Η τριγώνου. Ἴσον ἄρα τὸ Ε Ζ Η τρίγωνον τοῖς Α Δ Β, Β Δ Γ, Α Δ Γ τριγώνοις.

CLARIOR ALIA DEMONSTRATIO.

Sit conus isosceles, cujus quidem basis circulus ABΓ, vertex vero punctum Δ, et cono pyramis inscribatur, basim habens æquilaterum triangulum ABΓ, et jungantur ΔA, ΔΓ, ΔB:



Dico triangula AΔB, AΔΓ, BΔΓ æqualia esse triangulo, cujus quidem basis æqualis est ambitui trianguli ABΓ; normalis vero, quæ a vertice ad basim ducitur, ei æqualis, quæ ducitur a puncto Δ ad BΓ.

Ducantur enim normales ΔK, ΔΛ, ΔM. Hæ igitur æquales sibi invicem sunt. Et ponatur triangulum EZH, habens basim EZ ambitui trianguli ABΓ æqualem, normalem vero HΘ æqualem ipsi ΔΛ. Quoniam igitur spatium, quod sub BΓ, ΔK continetur, duplum est trianguli ΔBΓ: et spatium quidem, quod sub AB, ΔΛ continetur, duplum est trianguli ABΔ; spatium vero, quod continetur sub AΓ, ΔM, duplum trianguli AΔΓ; ideo spatium, quod continetur sub ambitu trianguli ABΓ, hoc est EZ, et sub ΔΛ, hoc est HΘ, duplum est triangulorum AΔB, BΔΓ, AΔΓ. Est autem et spatium, quod sub EZ, HΘ continetur, duplum trianguli EZH. Æquale est igitur triangulum EZH triangulis AΔB, BΔΓ, AΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῆ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐςὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

Ἔςω κῶνος, οὗ βάσις ὁ Α Β Γ κύκλος, καὶ πυραμὶς περιγεγράφθω, ὥςε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέςι τὸ Δ Ε Ζ πολύγωνον περιγεγραμμένον περὶ τὸν Α Β Γ κύκλον εἶναι· λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐςὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

PROP. IX. Theor.

Si cono isosceli pyramis circumscribatur, superficies pyramidis, base excepta, æqualis est triangulo basim quidem habenti æqualem ambitui basis, altitudinem vero lateri coni.

Sit conus, cujus basis circulus ABΓ, eique pyramis circumscribatur, ita ut ejus basis, hoc est polygonum ΔEZ circulo ABΓ circumscriptum sit: dico superficiem pyramidis, base excepta, ei, quod diximus, triangulo æqualem esse.

Quoniam enim axis coni recta est ad basim, hoc est ad circulum ΑΒΓ, quæque a centro circuli ad contactus rectæ junguntur normales sunt ad contingentes; erunt utique et quæ junguntur a coni vertice ad contactus normales ad rectas ΔΕ, ΖΕ, ΖΔ. Igitur ΗΑ, ΗΒ, ΗΓ, quas diximus, normales æquales sibi invicem sunt: sunt enim coni latera. Ponatur triangulum ΘΚΑ, æqualem quidem habens ΘΚ ambitui trianguli ΔΕΖ, normalem vero ΑΜ æqualem ipsi ΗΑ. Quoniam igitur spatium quidem, quod sub ΔΕ, ΑΗ continetur, duplum est trianguli ΕΔΗ; spatium vero, quod continetur sub ΔΖ, ΗΒ, duplum trianguli ΔΖΗ; denique spatium, quod continetur sub ΕΖ, ΓΗ, duplum trianguli ΕΗΖ; ideo spatium, quod sub ΘΚ, et ΑΗ, hoc est ΜΑ, continetur, duplum est triangulorum ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ. Est autem et spatium, quod sub ΘΚ, ΑΜ continetur, duplum trianguli ΑΚΘ. Propterea superficies pyramidis, base excepta, triangulo æqualis est basim quidem habenti æqualem ambitui trianguli ΔΕΖ, altitudinem vero lateri coni.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθός ἐστι πρὸς τὴν βάσιν, τουτέστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυμέναι εὐθεῖαι καθετοί εἰσιν ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας· ἔσονται ἄρα καὶ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυμέναι καθετοι ἐπὶ τὰς ΔΕ, ΖΕ, ΖΔ. Αἱ ΗΑ, ΗΒ, ΗΓ ἄρα, αἱ εἰρημέναι, καθετοι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις· πλευραὶ γάρ εἰσι τοῦ κώνου. Κείσθω δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΘΚΛ, ἴσην ἔχον τὴν μὲν ΘΚ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ τριγώνου, τὴν δὲ ΑΜ κάθετον ἴσην τῇ ΗΑ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ ΔΕ, ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΔΗ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ ΔΖ, ΗΒ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΖΗ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ ΕΖ, ΓΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΗΖ τριγώνου· ἔστιν ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ΘΚ καὶ τῆς ΑΗ, τουτέστι τῆς ΜΑ, [a] διπλάσιον τῶν ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΑΜ, διπλάσιον τοῦ ΑΚΘ τριγώνου. Διὰ τοῦτο δὴ ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

E U T O C I U S.

Quæ a vertice ad puncta Α, Β, Γ rectæ junguntur, ad contingentes ipsas normales sunt. Intelligatur enim conus seorsum descriptus, cujus vertex sit punctum Η, et centrum basis punctum Θ. Ducatur autem ad punctum Α a puncto quidem Θ, ΘΑ; a puncto vero Η, ΗΑ. Dico ΗΑ ad ΔΕ normalem esse. Quoniam enim ΗΘ recta est ad planum circuli, omnia etiam plana, quæ per ipsum aguntur, recta ad idem planum sunt. Quare triangulum ΗΘΑ rectum est ad basim. At vero ad communem planorum sectionem ΘΑ ducta est in eorum altero ad rectos angulos ΔΕ. Igitur ΔΕ normalis est ad planum ΗΘΑ; ideoque etiam ad ΗΑ. Eodem modo demonstrabitur etiam rectas, quæ a vertice ad puncta Γ, Β junguntur, ad ΔΖ, ΕΖ normales esse. Illud autem sciendum est, optime in superiore Theoremate additum esse, oportere omnino inscriptam pyramidem æquilateram basim habere. Neque enim aliter, quæ a vertice ad basis la-

[b] Αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Β, Γ ἐπιζευγνύμεναι κάθετοί εἰσιν ἐπ' αὐτάς. Νοείσθω γὰρ χωρὶς ὁ κῶνος, καὶ ἔστω κορυφὴ μὲν αὐτοῦ τὸ Η, κέντρον δὲ τῆς βάσεως αὐτοῦ τὸ Θ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Α ἐπιζεύχθω ἡ ΘΑ· ἀπὸ δὲ τοῦ Η, ἡ ΗΑ. Λέγω ὅτι ἡ ΗΑ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΗΘ κάθετός ἐστι πρὸς τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα, πρὸς τὸ αὐτὸ ὀρθά ἐστι. Ὥστε καὶ τὸ ΗΘΑ τρίγωνον ὀρθόν ἐστι πρὸς τὴν βάσιν. Καὶ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων τῇ ΘΑ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἡ ΔΕ. Ἡ ἄρα ΔΕ τῷ ΗΘΑ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΗΑ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσονται καὶ ἐπὶ τὰ Γ, Β ἐπιζευγνύμεναι ἀπὸ τῆς κορυφῆς κάθετοι ἴσαι ἐπὶ τὰς ΔΖ, ΕΖ. Ἐπιστῆσαι δὲ χρή, ὅτι ἐπὶ μὲν τοῦ πρὸ τούτου καλῶς πρόκειται, τὸ δεῖν πάντως τὴν ἐγγραφομένην πυραμίδα ἰσόπλευρον ἔχειν τὴν βάσιν. Οὐκ ἄλλως γὰρ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰς τῆς βά-

[a] διπλάσιον τοῦ ΑΚΘ τριγώνου

[b] εἶναι

σιως πλευρὰς ἴσας ἐδύνατο ἔχειν. Ἐπὶ δὲ τοῦ προκειμένου ὁ προῖδομεν τὸ εἶναι ἰσόπλευρον τὴν βάσιν, διὰ τὸ δύνασθαι, κἂν ὁποῖα ἂν ᾖ, τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖν.

tera rectæ junguntur, æquales esse possent. At contra in hoc Theoremate nulla de basi æquilatera mentio facta est; eo quod, quæcunque tandem sit, idem prorsus eveniat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέσῃ ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον, ὑπό τε τῆς ἐκπεσούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν, ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, τῆς μεταξὺ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἐπιζευχθεισῶν.

Ἔστω κώνου ἰσοσκελοῦς βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ, καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα ἡ ΑΓ· καὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΔΓ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστι τῆς ἐπιφανείας τῆς κωνικῆς, τῆς μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ.

Τετμήσθω ἡ ΑΒΓ περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΓΒ, ΔΒ. Ἔσται δὴ τὰ ΑΒΔ, ΒΓΔ τρίγωνα μείζονα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου. Ὧ δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου, ἔστω τὸ Θ. Τὸ δὴ Θ ἤτοι τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων ἔλασσόν ἐστιν, ἢ οὔ. Ἔστω μὴ ἔλασσον πρότερον. Ἐπεὶ οὖν δύο εἰσὶν ἐπιφάνειαι, ἥτε κωνικὴ ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ, μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος, καὶ ἡ τοῦ ΑΔΒ τριγώνου, τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τὴν περίμετρον τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΔΒ, μείζων ἔσται ἡ περιλαμβάνουσα τῆς περιλαμβανομένης. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος, τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. Ὁμοίως δὴ καὶ ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔ, ΔΓ, μετὰ τοῦ ΓΖΒ τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ὅλη ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ τοῦ Θ χωρίου ἐστὶ μείζων τῶν εἰρημένων τριγώνων. Τὰ δὲ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε ΑΔΓ τριγώνῳ, καὶ τῷ Θ χωρίῳ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Θ χωρίον. Λοιπὴ ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.

Ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων. Τέμνοντες δὴ τὰς ΑΒ, ΒΓ περιφερείας δίχα, καὶ τὰς ἡμισείας αὐτῶν δίχα, λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου. Λελείφθω τὰ

PROP. X. Theor.

Si in coni cujusdam isoscelis circulum, qui coni est basis, recta linea inciderit, junganturque ab ejus terminis rectæ lineæ ad coni verticem; quod sub ea, quæ incidit, iisque, quæ ad verticem junctæ sunt triangulum continetur, minus erit coni superficie, quæ inter eas, quæ ad verticem junctæ sunt, interjicitur.

Sit coni isoscelis basis circulus ABΓ, cujus vertex punctum Δ; et incidat in eumdem recta quædam AΓ; et jungantur a vertice ad puncta A, Γ, AΔ, ΔΓ. Dico triangulum AΔΓ minus esse coni superficie, quæ interjicitur inter AΔ, ΔΓ.

Secetur circumferentia ABΓ in duas æquas partes in puncto B, et jungantur AB, ΓB, ΔB. Erunt utique triangula ABΔ, BΓΔ majora triangulo AΔΓ. Quo autem excedunt ea, quæ diximus, triangula triangulum AΔΓ, hoc sit Θ. Ac Θ quidem aut minus est segmentis AB, BΓ, aut non minus. Sit primo non minus. Quoniam igitur duæ sunt superficies, altera coni, quæ inter AΔ, ΔB interjicitur, una cum segmento AEB, altera trianguli AΔB, eæque ambitum trianguli AΔB eumdem terminum habent, major utique est quæ comprehendit quam quæ comprehenditur. Major est igitur coni superficies, quæ inter AΔ, ΔB interjicitur, una cum segmento AEB, triangulo ABΔ. Pariter autem et quæ interjicitur inter BΔ, ΔΓ, una cum segmento ΓZB, major est triangulo BΔΓ. Tota igitur coni superficies, una cum spatio Θ, major est iis, quæ diximus, triangulis. Æqualia autem sunt ea, quæ diximus, triangula triangulo AΔΓ, et spatio Θ: commune auferatur spatium Θ. Reliqua igitur coni superficies, quæ inter AΔ, ΔΓ interjicitur, major est triangulo AΔΓ.

Sit autem spatium Θ minus segmentis AB, BΓ. Si itaque circumferentiæ AB, BΓ in duas æquas partes secentur, earumque dimidiæ in duas item æquas partes, idque continuo fiat, relinquentur segmenta minora spatio Θ. Relin-

quantur quæ rectis insistunt A E, E B, B Z, Z Γ; et jungantur Δ E, Δ Z. Rursus igitur eadem ratione superficies quidem coni, quæ interjicitur inter A Δ, Δ E, una cum eo, quod ipsi A E insistit segmento major est triangulo A Δ E; quæ vero interjicitur inter E Δ, Δ B, una cum segmento, quod insistit ipsi E B, major est triangulo B Δ B. Superficies igitur coni, quæ inter A Δ, Δ B interjicitur, una cum segmentis A E, E B, major est triangulis A Δ E, E B Δ. Et quoniam triangula A E Δ, Δ E B majora sunt triangulo A B Δ, quemadmodum demonstratum est, multo magis superficies coni, quæ inter A Δ, Δ B interjicitur, una cum iis, quæ ipsis A F, E B insistunt, segmentis, major est triangulo A Δ B. Eadem vero ratione et superficies, quæ inter BΔ, ΔΓ interjicitur, una cum iis, quæ ipsis B Z, Z Γ insistunt, segmentis, major est triangulo B Δ Γ. Tota igitur superficies, quæ inter A Δ, Δ Γ interjicitur, una cum iis, quæ diximus, segmentis, major est triangulis A B Δ, Δ B Γ. Et hæc quidem triangula æqualia sunt triangulo A Δ Γ, et spatio Θ; quæ vero diximus segmenta, ea spatio Θ minora sunt. Reliqua igitur superficies, quæ inter AΔ, ΔΓ interjicitur, major est triangulo A Δ Γ.

ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΕ, ΔΖ. Πάλιν τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ, ἡ μὲν ἐπιφάνεια τȣ͂ κώνȣ ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΕ, μετὰ τȣ͂ ἐπὶ τῆς ΑΕ τμήματος, μείζων ἐϛὶ τȣ͂ ΑΔΕ τριγώνȣ· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΕΔ, ΔΒ μετὰ τȣ͂ ἐπὶ τῆς ΕΒ τμήματος, μείζων ἐϛὶ τȣ͂ ΕΔΒ τριγώνȣ. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ μετὰ τῶν ΑΕ, ΕΒ τμημάτων, μείζων ἐϛὶ τῶν ΑΔΕ, ΕΒΔ τριγώνων. Ἐπεὶ δὲ τὰ ΑΕΔ, ΔΕΒ τρίγωνα μείζονά ἐϛι τοῦ ΑΒΔ τριγώνȣ, καθὼς δέδεικται, πολλῷ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τȣ͂ κώνȣ, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ, μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ τμημάτων, μείζων ἐϛὶ τοῦ ΑΔΒ τριγώνȣ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔ, ΔΓ, μετὰ τῶν [a] ἐπὶ τῶν ΒΖ, ΖΓ, μείζων ἐϛὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνȣ. Ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ, μετὰ τῶν εἰρημένων τμημάτων, μείζων ἐϛὶ τῶν ΑΒΔ, ΔΒΓ τριγώνων. Ταῦτα δέ ἐϛιν ἴσα τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ, καὶ τῷ Θ χωρίῳ, ὧν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίȣ. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ, μείζων ἐϛὶ τȣ͂ ΑΔΓ τριγώνȣ.

EUTOCIUS.

Majora sunt igitur triangula A B Δ, B Δ Γ triangulo A Δ Γ. Quoniam enim angulus, qui ad punctum Δ constituitur, solidus est, anguli A Δ B, B Δ Γ majores sunt angulo A Δ Γ. Quod si a vertice ad punctum basis medium rectam junxerimus, puta Δ E, quæ normalis est ad A Γ; major utique erit angulus A Δ B angulo A Δ E. Itaque constituatur angulus Γ Δ Z angulo A Δ B æqualis: positaque Δ Z æquali ipsi Δ Γ, jungatur Γ Z. Quoniam igitur duo latera duobus lateribus æqualia sunt, et angulus angulo; triangulum A B Δ æquale est triangulo Γ Δ Z, quod quidem triangulo A Δ E est majus. Igitur etiam triangulum A B Δ majus est triangulo Δ Δ E. Pariter vero etiam triangulum Δ B Γ est majus triangulo Δ E Γ. Majora sunt igitur duo triangula A Δ B, Δ B Γ triangulo A Δ Γ.

Μείζονα ἄρα ἐϛὶ τὰ ΑΒΔ, ΒΔΓ τρίγωνα τȣ͂ ΑΔΓ τριγώνȣ. Ἐπεὶ γὰρ ϛερεὰ γωνία ἐϛὶν ἡ πρὸς τῷ Δ, αἱ ὑπὸ ΑΔΒ, ΒΔΓ μείζους εἰσὶ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ. Καὶ ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν διχοτομίαν τῆς βάσεως ἐπιζεύξωμεν, ὡς τὴν ΔΕ κάθετον γινομένην ἐπὶ τὴν ΑΓ, ἔςαι ἡ ὑπὸ ΑΔΒ μείζων τῆς ὑπὸ ΑΔΕ. Συνεςάτω οὖν τῇ ὑπὸ ΑΔΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΔΖ· καὶ τεθείσης τῆς ΔΖ ἴσης τῇ ΔΓ, ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. Ἐπεὶ οὖν δύο δυσὶν ἴσαι, ἀλλὰ καὶ γωνία γωνίᾳ· καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον ἴσον ἐϛὶ τῷ ΓΔΖ τριγώνῳ, μείζων ὄντι τȣ͂ ΑΔΕ. Καὶ τὸ ΑΒΔ ἄρα τρίγωνον τȣ͂ ΑΔΕ μεῖζον ἐϛίν. Ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ΔΒΓ τοῦ ΔΕΓ. Δύο ἄρα τὰ ΑΔΒ, ΔΒΓ, τȣ͂ ΑΔΓ μείζονά ἐϛιν.*

PROP. XI. Theor.

Si rectæ ducantur contingentes circulum, qui coni est basis, quæ in eodem ac circulus plano sint sibique invicem occurrant; junganturque a contactibus et occursu rectæ lineæ ad coni verticem; quæ sub contingentibus, iisque, quæ ad verticem junctæ sunt, triangula continentur, majora sunt coni superficie, quæ inter easdem interjicitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιά.

Ἐὰν ἐπιψαύουσαι ἀχθῶσι τοῦ κύκλȣ, [b] ὅς ἐϛι βάσις τȣ͂ κώνȣ, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι τῷ κύκλῳ, καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνȣ εὐθεῖαι ἀχθῶσι, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τȣ͂ κώνȣ ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν, μείζονά ἐϛι τῆς τȣ͂ κώνȣ ἐπιφανείας, τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

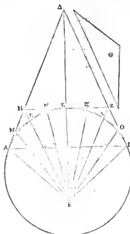
[a] ἐπὶ τῶν, hæc et sequentia usque ad εἰρημένων in MS. desunt. [b] ἣ [c] ἴσον βάσις

* Hæc demonstratio Eutocii non valet, sed res ipsa satis patet.

Ἔστω κῶνος οὗ βάσις μὲν ὁ Α Β Γ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον, καὶ τοῦ Α Β Γ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, αἱ Α Δ, Δ Γ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου, ὅ ἐστι κορυφὴ τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ Α, Δ, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Ε Α, Ε Δ, Ε Γ· λέγω δὲ, ὅτι τὰ Α Δ Ε, Δ Ε Γ τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν Α Ε, Γ Ε εὐθειῶν, καὶ τῆς Α Β Γ περιφερείας.

Ἤχθω γὰρ ἡ Η Β Ζ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ παράλληλος οὖσα τῇ Α Γ, δίχα τμηθείσης τῆς Α Β Γ περιφερείας κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ζ ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθωσαν αἱ Η Ε, Ζ Ε. Καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ Η Δ, Δ Ζ τῆς Η Ζ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ Η Α, Ζ Γ. Ὅλαι ἄρα αἱ Α Δ, Δ Γ μείζους εἰσὶ τῶν Α Η, Η Ζ, Ζ Γ. Καὶ ἐπεὶ αἱ Α Ε, Ε Β, Ε Γ πλευραί εἰσι τοῦ κώνου, ἴσαι εἰσὶ, διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κῶνον. Ὁμοίως δὲ καὶ καθετοί εἰσιν, ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι· τὰ δὲ ὑπὸ τῶν καθετῶν καὶ τῶν βάσεων τῶν Α Ε Δ, Δ Γ Ε τριγώνων μείζονά ἐστι τῶν Α Η Ε, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ τριγώνων. Εἰσὶ γὰρ αἱ μὲν Α Η, Η Ζ, Ζ Γ ἐλάσσους τῶν Γ Δ, Δ Α· τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα· φανερὸν γὰρ, *ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν τῆς βάσεως ἐπιζευγνυμένη, καθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην. Ὧ δὴ μείζονά ἐστι τὰ Α Ε Δ, Δ Γ Ε τρίγωνα, τῶν Α Ε Η, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ *τριγώνων, ἔστω τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὴ Θ χωρίον, ἤτοι ἔλαττόν ἐστιν τῶν περιλειμμάτων τῶν Α Η Β, Β Ζ Γ, ἢ οὐκ ἔλαττον. Ἔστω πρῶτον οὐκ ἔλαττον. Ἐπεὶ οὖν εἰσιν ἐπιφάνειαι σύνθετοι, ἥτε τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ Η Α Γ Ζ τραπεζίου, κορυφὴν ἔχουσα τὸ Ε, καὶ ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν Α Ε, Ε Γ μετὰ τοῦ Α Β Γ τμήματος, καὶ πέρας ἔχετι, τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ Α Ε Γ τριγώνου· δῆλον ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τοῦ Α Ε Γ τριγώνου, μείζων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος τοῦ Α Β Γ. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Α Β Γ τμῆμα. Λοιπὰ ἄρα τὰ τρίγωνα τὰ Α Η Ε, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ, μετὰ τῶν Α Η Β, Β Ζ Γ περιλημμάτων, μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν Α Ε, Ε Γ. Τῶν δὲ Α Η Β,

Sit conus, cujus quidem basis circulus A B Γ, vertex vero punctum E; et ducantur A Δ, Δ Γ contingentes circulum A B Γ, quæ in eodem ac ipse plano sint; junganturque a puncto E, quod coni vertex est, ad puncta A, Δ, Γ, E A, E Δ, E Γ: dico triangula A Δ E, Δ E Γ majora esse coni superficie, quæ interjicitur inter rectas A E, Γ E, et circumferentiam A B Γ.



Ducatur enim H B Z circulum contingens, eademque parallela rectæ A Γ, secta utique in duas æquas partes circumferentia A B Γ in puncto B; et jungantur a punctis H, Z ad punctum E H E, Z E. Et quoniam majores sunt H Δ, Δ Z quam H Z, communes addantur H A, Z Γ. Totæ igitur A Δ, Δ Γ majores sunt quam A H, H Z, Z Γ. Et quoniam A E, E B, E Γ sunt coni latera, et quidem isoscelis, æquales sibi invicem sunt. Sunt autem pariter et normales, quemadmodum in lemmate demonstratum est; quæque sub normalibus, et basibus triangulorum A E Δ, Δ E Γ spatia continentur, majora sunt spatiis, quæ continentur sub normalibus, et basibus triangulorum A H E, H E Z, Z E Γ. Nam bases quidem A H, H Z, Z Γ mioores sunt basibus Γ Δ, Δ A; altitudines vero æquales: cum manifestum sit, rectam, quæ a coni recti vertice ad basis contactum ducitur, contingeoti normalem esse. Quo autem majora suot triangula A E Δ, Δ Γ E triangulis A E H, H E Z, Z E Γ, hoc sit spatium Θ. Ac spatium quidem Θ aut minus est reliquis circumjectis segmentis A H B, B Z Γ, aut non minus. Sit primo non minus. Quoniam igitur duæ sunt compositæ superficies, altera pyramidis, cujus est basis trapezium H A Γ Z, vertex punctum E; altera coni quæ interjicitur inter A E, E Γ, una cum segmento A B Γ, eæque eumdem ambitum trianguli A E Γ terminum habent; constat pyramidis superficiem, excepto triangulo A E Γ, majorem esse superficie coni, quæ inter A E, E Γ interjicitur una cum segmento A B Γ. Commune auferatur segmentum A B Γ. Reliqua igitur triangula A H E, H E Z, Z E Γ, una cum reliquis circumjectis segmentis A H B, B Z Γ, majora sunt superficie coni, quæ inter A E, E Γ interjicitur.

* ἄρα

* In hoc loco in MS. hiatus est.

Non est autem minus spatium Θ reliquis circumjectis segmentis Α Η Β, Β Ζ Γ. Multo igitur magis triangula Α Η Ε, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ, una cum spatio Θ, majora sunt superficie coni, quæ inter Α Ε, Ε Γ interjicitur. Triangula autem Α Η Ε, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ, una cum spatio Θ, eadem sunt quæ triangula Α Ε Δ, Δ Ε Γ. Igitur triangula Α Ε Δ, Δ Ε Γ majora sunt ea, quam diximus, coni superficie. Sit autem spatium Θ minus reliquis circumjectis segmentis. Si igitur continuo segmentis polygona circumscribantur, sectis pariter in duas æquas partes reliquis circumferentiis, ductisque rectis contingentibus, segmenta quædam relinquentur, quæ spatio Θ minora erunt. Relinquantur, eaque sint Α Μ Κ, Κ Ν Β, Β Ξ Λ, Λ Ο Γ minora spatio Θ; et jungantur rectæ ad punctum Ε. Rursus manifestum est, triangula Α Η Ε, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ triangulis Α Ε Μ, Μ Ε Ν, Ν Ε Ξ, Ξ Ε Ο, Ο Ε Γ majora fore. Bases enim basibus majores sunt, et altitudo æqualis. Rursus etiam pariter pyramis, quæ basim quidem habet polygonum Α Μ Ν Ξ Ο Γ, verticem vero punctum Ε, excepto triangulo Α Ε Γ, superficiem habet majorem coni superficie, quæ inter Α Ε, Ε Γ interjicitur, una cum segmento Α Β Γ. Commune auferatur segmentum Α Β Γ. Reliqua igitur triangula Α Ε Μ, Μ Ε Ν, Ν Ε Ξ, Ξ Ε Ο, Ο Ε Γ, una cum reliquis circumjectis segmentis Α Μ Κ, Κ Ν Β, Β Ξ Λ, Λ Ο Γ, majora erunt coni superficie, quæ inter Α Ε, Ε Γ interjicitur. Sed reliquis quidem, quæ diximus, circumjectis segmentis majus est spatium Θ; triangulis vero Α Ε Μ, Μ Ε Ν, Ν Ε Ξ, Ξ Ε Ο, Ο Ε Γ demonstratum est majora esse triangula Α Ε Η, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ. Multo igitur magis triangula Α Ε Η, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ, una cum spatio Θ, hoc est triangula Α Δ Ε, Δ Ε Γ, majora sunt coni superficie, quæ inter rectas Α Ε, Ε Γ interjicitur.

Β Ζ Γ περιλημμάτων οὐκ ἔλασσόν ἐστι τὸ Θ χωρίον. Πολλῷ ἄρα τὰ Α Η Ε, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ, μείζονα [x] ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν Α Ε, Ε Γ. Ἀλλὰ τὰ Α Η Ε, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ, ἐστὶ τὰ Α Ε Δ, Δ Ε Γ τρίγωνα. Τὰ ἄρα Α Ε Δ, Δ Ε Γ τρίγωνα, μείζονα ἔσται τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας. Ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν περιλημμάτων. Ἀεὶ δὴ περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα, ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν, καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων, λείψομέν τινα ἀποτμήματα, [y] ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. Λελείφθω, καὶ ἔστω τὰ Α Μ Κ, Κ Ν Β, Β Ξ Λ, Λ Ο Γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου, καὶ ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ Ε. Πάλιν φανερὸν, ὅτι τὰ Α Η Ε, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ τρίγωνα, τῶν Α Ε Μ, Μ Ε Ν, Ν Ε Ξ, Ξ Ε Ο, Ο Ε Γ τριγώνων ἔσται μείζονα. Αἵτε γὰρ βάσεις τῶν βάσεων εἰσὶ μείζους, [z] τὸ δὲ ὕψος ἴσον. Ἔτι δὲ πάλιν ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἡ πυραμὶς, ἡ βάσιν μὲν ἔχουσα τὸ Α Μ Ν Ξ Ο Γ πολύγωνον, κορυφὴν δὲ τὸ Ε, χωρὶς τοῦ Α Ε Γ τριγώνου, τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν Α Ε, Ε Γ, μετὰ τοῦ Α Β Γ τμήματος. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Α Β Γ τμῆμα. Λοιπὰ ἄρα τὰ Α Ε Μ, Μ Ε Ν, Ν Ε Ξ, Ξ Ε Ο, Ο Ε Γ τρίγωνα, μετὰ τῶν Α Μ Κ, Κ Ν Β, Β Ξ Λ, Λ Ο Γ περιλημμάτων μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν Α Ε, Ε Γ. Ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλημμάτων μεῖζόν ἐστι τὸ Θ χωρίον· τῶν δὲ Α Ε Μ, Μ Ε Ν, Ν Ε Ξ, Ξ Ε Ο, Ο Ε Γ τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ Α Ε Η, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ τρίγωνα. Πολλῷ ἄρα τὰ Α Ε Η, Η Ε Ζ, Ζ Ε Γ τρίγωνα, μετὰ τοῦ Θ χωρίου, τουτέστι τὰ Α Δ Ε, Δ Ε Γ τρίγωνα, μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν Α Ε, Ε Γ εὐθειῶν.

EUTOCIUS.

Ducatur enim Η Β Ζ circulum contingens, eademque parallela rectæ Α Γ, secta in duas æquas partes circumferentia Α Β Γ in puncto Β. Quæ enim hoc pacto ducta fuerit, hanc parellelam esse ipsi Α Γ facile demonstrabitur, junctis a centro Θ rectis Θ Α, Θ Δ, Θ Γ. Quoniam enim æqualis est Α Δ ipsi Δ Γ, communisque Δ Θ, duo latera duobus lateribus æqualia sunt. Æqualis est autem etiam basis Α Θ basi Θ Γ: igitur etiam angulus angulo æqualis est. At vero anguli Η Β Δ, Δ Β Ζ sunt recti: ducta enim Θ Β est a centro ad contactum. Est igitur etiam reliquus angulus Δ Η Β reliquo angulo Δ Ζ Β æqualis. Propterea Η Δ ipsi Δ Ζ æqualis est: ideoque Ζ Η ipsi Α Γ parallela.

Si igitur segmento polygona circumscribantur, sectis pariter in duas æquas partes reliquis circumferentiis, ductisque rectis contingentibus, segmenta quædam relinquentur minora spatio Θ. Ad inscripta quod attinet, demonstratum est in elementis, triangula segmentis in-

[a] Ἤχθω γὰρ ἡ Η Β Ζ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ παράλληλος ὅπη τῇ Α Γ, δίχα τμηθείσης τῆς Α Β Γ περιφερείας κατὰ τὸ Β. Ὅτι γὰρ [b] ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐστι τῇ Α Γ δειχθήσεται, ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Θ ἐπιζευχθεισῶν τῶν Θ Α, Θ Δ, Θ Γ. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ Α Δ τῇ Δ Γ, καὶ κοινὴ ἡ Δ Θ, δύο δυσὶν ἴσαι. Ἀλλὰ καὶ βάσις ἡ Α Θ βάσει τῇ Θ Γ· καὶ γωνία ἄρα γωνίᾳ ἐστὶν ἴση. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ Η Β Δ, Δ Β Ζ γωνίαι ὀρθαί· ἀπὸ γὰρ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ Θ Β. Ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ Δ Η Β, λοιπῇ τῇ ὑπὸ Δ Ζ Β ἐστὶν ἴση. Καὶ διὰ τοῦτο ἡ Η Δ τῇ Δ Ζ ἴση ἐστίν· ὥστε παράλληλός ἐστιν ἡ Ζ Η τῇ Α Γ.

Περιγράφοντες δὲ πολύγωνα περὶ * τὸ τμῆμα, ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν, καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων, λείψομέν τινα ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. Ἐπὶ μὲν τῶν ἐγγραφομένων, δέδεικται ἐν τῇ στοιχειώσει, ὅτι τὰ ἐγγραφόμενα τρίγωνα [c] εἰς τμήματα μείζονά

[x] ΤΝΑ MS. desunt. [y] ἅ τινα [z] τὸ δὲ ὕψος in MS. desunt. [a] ἄχθω [b] ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐστι in [c] εἰς τὰ τμήματα

* Forte τὰ τμήματα.

ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τῶν καθ᾽ ἑαυτὰ τμημάτων. Καὶ διὰ τοῦτο δυνατόν ἐστι, τέμνοντας τὰς περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύντας εὐθείας, καταλείπειν τινὰ ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ δοθέντος χωρίου. Ἐπὶ δὲ τῆς περιγραφῆς, οὐκέτι τοῦτο δέδεικται ἐν τῇ στοιχειώσει. Ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ προκειμένῳ τοῦτό φησι, ὃ καί ἐστιν αὐτὸ συλλογίσασθαι διὰ τοῦ ζ´ θεωρήματος, δεικτέον ὅτι ἡ ἐφαπτομένη ἀφαιρεῖ τρίγωνον μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ καθ᾽ ἑαυτὸ περιλείμματος. Οἷον ὡς ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ὅτι τὸ ΗΔΖ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ περιλείμματος τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ, καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας. Τῶν γὰρ αὐτῶν ἐπεζευγμένων, ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΒΖ, μείζων ἐστὶν ἡ ΔΖ τῆς ΒΖ. Ἡ δὲ ΖΒ τῇ ΖΓ ἴση, ἐφάπτεται γὰρ ἑκατέρα αὐτῶν. Καὶ [d] ἡ ΔΖ ἐστὶ τῆς ΖΓ μείζων. Ὥστε καὶ τὸ ΔΒΖ τρίγωνον μεῖζόν ἐστι τοῦ ΒΖΓ τριγώνου, ἐπὶ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος εἰσίν· πολλῷ ἄρα τοῦ ΒΖΓ περιλείμματος μεῖζόν ἐστι. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ τὸ ΔΒΗ τοῦ ΒΗΑ μεῖζον. Ὅλον ἄρα τὸ ΔΗΖ μεῖζόν ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΔΓ περιλείμματος.

scripta majora esse quam dimidium segmentorum, in quibus constituta sunt. Propterea fieri potest, ut sectis in duas æquas partes circumferentiis, ductisque rectis, segmenta quædam dato spatio minora relinquantur. Quod vero attinet ad circumscripta, hoc nondum in elementis demonstratum est. Quoniam igitur in hac propositione id dicit, quod per septimam colligendo consequi licet; oportet demonstrare contingentem triangulum auferre majus quam dimidium segmenti, in quo constitutum est. Nimirum in eadem figura, triangulum HΔZ majus esse quam dimidium segmenti, quod a rectis AΔ, ΔΓ, et circumferentia ABΓ comprehenditur. Etenim ductis iisdem rectis, quoniam rectus est angulus ΔBZ, major est ΔZ quam BZ. At vero ZB æqualis est ipsi ZΓ: utraque enim contingit. Igitur major est etiam ΔZ quam ZΓ. Quare etiam triangulum ΔBZ majus est triangulo BZΓ; quippe sub eadem altitudine sunt; multoque magis segmento BZΓ. Eadem ratione triangulum etiam ΔBH majus est segmento BHA. Totum igitur triangulum ΔHZ majus est quam dimidium segmenti AΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ´.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, ἡ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ παραλληλογράμμου, τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου εὐθειῶν, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

Ἔστω κύλινδρος ὀρθὸς, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, ἀπεναντίον δὲ ὁ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ· λέγω ὅτι ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου.

Τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ [e] περιφερειῶν δίχα, κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ [f] τῆς ΑΒ μείζους εἰσὶ, καί ἐστιν ἰσοϋψῆ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπ᾽ αὐτῶν· μείζονα οὖν ἐστι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν αἱ βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου. Τίνι ἄρα μεῖζόν ἐστιν, ἔστω τὸ Η χωρίον. Τὸ δὲ Η χωρίον ἤτοι ἔλασσον τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπιπέδων ἐστὶ τμημάτων, ἢ οὐκ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον μὴ ἔλασσον. Καὶ ἐπεὶ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ [g] τμήματα πέρας

PROP. XII. Theor.

Si in superficie recti cylindri duæ fuerint rectæ, quæ inter rectas interjicitur cylindri superficies major est parallelogrammo, quod sub rectis continetur, quæ in cylindri superficie sunt, iisque, quæ earumdem terminos jungunt.

Sit rectus cylindrus, cujus quidem basis circulus AB, atque huic contrarius ΓΔ; et jungantur AΓ, BΔ: dico cylindricam superficiem, quæ a rectis AΓ, BΔ secatur, parallelogrammo AΓΔB majorem esse.

Secetur enim utraque circumferentia AB, ΓΔ in duas æquas partes in punctis E, Z; et jungantur AE, EB, ΓZ, ZΔ. Et quoniam AE, EB majores sunt quam AB, quæque super iis constituuntur parallelogramma æque sunt alta; majora sunt parallelogramma, quorum quidem bases AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammo ABΔΓ. Quo igitur majora sunt, hoc sit spatium H. Ac spatium quidam H aut minus est planis segmentis AE, EB, ΓZ, ZΔ, aut non minus. Sit primo non minus. Et quoniam cylindri superficies, quæ a rectis AΓ, BΔ secatur, una cum segmentis AEB, ΓZΔ, planum parallelogrammi

[d] ἡ ΔΖ ἄρα [e] In MS. περιφερειῶν deest. [f] τῆς ΑΒ διαμέτρου μείζους [g] τρίγωνα

A B Δ Γ terminum habet; et superficies item, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem bases A E, E B, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum triangulis A E B, Γ Z Δ, terminum habet planum parallelogrammi A B Δ Γ; atque harum altera alteram comprehendit, et utraque ad easdem partes cava est. Ideo major est cylindri superficies, quæ a rectis A Γ, B Δ secatur, una cum planis segmentis A E B, Γ Z Δ, superficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem bases A E, E B, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum triangulis A E B, Γ Z Δ. Communia auferantur triangula A E B, Γ Z Δ. Reliqua igitur cylindrica superficies, quæ a rectis A Γ, B Δ secatur, una cum planis segmentis A E, E B, Γ Z, Z Δ, major est superficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem bases A E, E B, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem bases A E, E B, altitudo vero eadem quæ cylindri, æqualia sunt parallelogrammo A Γ Δ B, et spatio H. Reliqua igitur, quæ a rectis A Γ, B Δ secatur cylindrica superficies, major est parallelogrammo A Γ Δ B. At vero spatium H minus sit planis segmentis A E, E B, Γ Z, Z Δ. Secetur unaquæque circumferentiarum A E, E B, Γ Z, Z Δ in duas æquas partes in punctis Θ, K, Λ, M; et jungantur A Θ, Θ E, E K, K B, Γ Λ, Λ Z, Z M, M Δ. Non minora igitur dimidio planorum segmentorum A E, E B, Γ Z, Z Δ triangula auferuntur A Θ E, E K B, Γ Λ Z, Z M Δ. Itaque id si continuo fiat, segmenta quædam relinquentur, quæ spatio H minora erunt. Relinquantur, eaque sint A Θ, Θ E, E K, K B, Γ Λ, Λ Z, Z M, M Δ. Pariter autem demonstrabimus, parallelogramma, quorum quidem bases A Θ, Θ E, E K, K B, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammis, quorum quidem bases A E, E B, altitudo vero eadem quæ cylindri, majora fore. Et quoniam cylindrica superficies, quæ a rectis A Γ, B Δ secatur, una cum planis segmentis A E B, Γ Z Δ, et superficies item, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem bases A Θ, Θ E, E K, K B, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum rectilineis A Θ E K B, Γ Λ Z M Δ, terminum habent planum parallelogrammi A Γ Δ B; communia auferantur rectilinea A Θ E K B, Γ Λ Z M Δ. Reliqua igitur cylindrica superficies, quæ a rectis A Γ, B Δ secatur, una cum planis segmentis A Θ, Θ E, E K, K B, Γ Λ, Λ Z, Z M, M Δ, major est superficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem bases A Θ, Θ E, E K, K B, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem bases A Θ, Θ E, E K, K B, altitudo vero eadem quæ cylindri, paral-

[b] ἐπίπεδα

ἔχει τὸ τοῦ Α Β Δ Γ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια, ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Ε, Ε Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τὰ Α Ε Β, Γ Ζ Δ [b] τρίγωνα, πέρας ἔχει τὸ τοῦ Α Β Δ Γ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον· καὶ ἑτέρα τὴν ἑτέραν περιλαμβάνει, καὶ ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαί εἰσι. Μείζων οὖν ἐστιν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τῶν Α Γ, Β Δ εὐθειῶν, καὶ τὰ Α Ε Β, Γ Ζ Δ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν αἱ βάσεις μὲν αἱ Α Ε, Ε Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν Α Ε Β, Γ Ζ Δ τριγώνων. Κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ Α Ε Β, Γ Ζ Δ τρίγωνα. [i] Λοιπὴ οὖν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν Α Γ, Β Δ εὐθειῶν, καὶ τὰ Α Ε, Ε Β, Γ Ζ, Ζ Δ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Ε, Ε Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Ε, Ε Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶ τῷ Α Γ Δ Β παραλληλογράμμῳ, καὶ τῷ Η χωρίῳ. Λοιπὴ ἄρα ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν Α Γ, Β Δ εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ Α Γ Δ Β παραλληλογράμμου. Ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ Η χωρίον τῶν Α Ε, Ε Β, Γ Ζ, Ζ Δ ἐπιπέδων τμημάτων. Καὶ τετμήσθω ἑκάστη τῶν Α Ε, Ε Β, Γ Ζ, Ζ Δ περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ Θ, Κ, Λ, Μ, σημεῖα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, Γ Λ, Λ Ζ, Ζ Μ, Μ Δ. Τῶν δὲ Α Ε, Ε Β, Γ Ζ, Ζ Δ ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται οὐκ ἔλασσον ἢ τὸ ἥμισυ, τὰ Α Θ Ε, Ε Κ Β, Γ Λ Ζ, Ζ Μ Δ τρίγωνα. Τούτου οὖν ἑξῆς γινομένου, καταληφθήσεταί τινα τμήματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Η χωρίου. Καταλελείφθω, καὶ ἔστω τὰ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, Γ Λ, Λ Ζ, Ζ Μ, Μ Δ. Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Ε, Ε Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν Α Γ, Β Δ εὐθειῶν, καὶ τὰ Α Ε Β, Γ Ζ Δ ἐπίπεδα τμήματα, πέρας ἔχει τὸ τοῦ Α Γ Δ Β παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν Α Θ Ε Κ Β, Γ Λ Ζ Μ Δ, εὐθυγράμμων· κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ Α Θ Ε Κ Β, Γ Λ Ζ Μ Δ εὐθύγραμμα. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν Α Γ Β Δ εὐθειῶν, καὶ τὰ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, Γ Λ, Λ Ζ, Ζ Μ, Μ Δ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμμων,

[i] λοιπαὶ ἄρα

ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΑ, ΑΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶ τῷ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμῳ, καὶ τῷ Η χωρίῳ. Καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΑ, ΑΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ Η χωρίου. Ἀφαιρεθέντα δὲ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΑ, ΑΖ, ΖΜ, ΜΔ τμήματα τοῦ Η χωρίου ἐλάσσονα. [k] Λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, [l] μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ΄.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἀχθῶσιν τινὲς ἐφαπτόμεναι τῶν κύκλων, [m] αἵ εἰσι βάσεις τοῦ κυλίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὖσαι, καὶ συμπέσωσι, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε τῶν ἐφαπτομένων καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονα ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, τῆς μεταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

Ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ [n] ἔστωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι, ὧν πέρατα τὰ Α, Γ· ἀπὸ δὲ τῶν Α, Γ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ κύκλου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η. Νοείσθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθειῶν ἠγμέναι ἐφαπτόμεναι τοῦ κύκλου. Δεικτέον ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ἐστι τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

Ἤχθω γὰρ ἡ ΕΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου, ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς ἑτέρας βάσεως. Τὰ δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμμων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ, [o] καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου. Ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΗ, ΗΖ τῆς ΕΖ μείζους εἰσί, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΑΕ, ΖΓ. Ὅλαι ἄρα αἱ ΗΑ, ΗΓ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ. Ὧ δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ Κ χωρίον. Τοῦ δὴ Κ χωρίου τὸ ἥμισυ ἤτοι μεῖζον ἐστὶ τῶν σχημάτων, τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ εὐθειῶν, καὶ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν, ἢ οὔ. Ἔστω πρότερον μεῖζον. Τῆς

lelogrammis, quorum quidem bases AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri, majora sunt. Igitur etiam cylindrica superficies, quæ a rectis AΓ, BΔ secatur, una cum planis segmentis AΘ, ΘE, EK, KB, ΓA, AZ, ZM, MΔ, major est parallelogrammis, quorum quidem bases AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem bases AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammo AΓΔB, et spatio H æqualia sunt. Igitur etiam cylindrica superficies, quæ a rectis AΓ, BΔ secatur, una cum planis segmentis AΘ, ΘE, EK, KB, ΓA, AZ, ZM, MΔ, major est parallelogrammo AΓΔB, et spatio H. Quæ vero segmenta auferuntur AΘ, ΘE, EK, KB, ΓA, AZ, ZM, MΔ spatio H minora sunt. Reliqua igitur, quæ a rectis AΓ, BΔ secatur, cylindrica superficies major est parallelogrammo AΓΔB.

PROP. XIII. Theor.

Si in superficie recti cujusdam cylindri duæ fuerint rectæ, et ducantur ab earum terminis rectæ quædam contingentes circulos, qui cylindri sunt bases, quæ in ejusdem plano sint, sibique invicem occurrant; quæ sub contingentibus, et lateribus cylindri parallelogramma continentur cylindri superficie majora erunt, quæ inter rectas, quæ in superficie sunt, interjicitur.

Sit recti cujusdam cylindri basis circulus ABΓ, et in ejusdem superficie duæ sint rectæ, quarum termini puncta A, Γ; ducanturque a punctis A, Γ rectæ circulum contingentes, quæ in eodem plano sint, sibique in puncto H invicem occurrant. Intelligantur autem et in altera cylindri base a rectarum, quæ in superficie sunt, terminis ductæ esse rectæ circulum contingentes. Oportet demonstrare, parallelogramma, quæ sub contingentibus et cylindri lateribus continentur, cylindri superficie majora esse, quæ super circumferentia ABΓ constituitur.

Ducatur EZ circulum contingens, et a punctis E, Z rectæ quædam ducantur secundum axem cylindri usque ad alterius basis superficiem. Quæ autem parallelogramma sub AH, HΓ, et cylindri lateribus continentur, parallelogrammis majora sunt, quæ continentur sub AE, EZ, ZΓ, et lateribus item cylindri. Quoniam enim EH, HZ majores sunt quam EZ, communes addantur AE, ZΓ. Totæ igitur HA, HΓ majores sunt quam AE, EZ, ZΓ. Quo autem majora sunt, hoc sit spatium K. Ac spatii quidem K dimidium aut majus est figuris, quæ sub rectis AE, EZ, ZΓ, et circumferentiis AB, BΓ continentur, aut non majus. Sit primo majus. Jam

[k] λοιπὸν [l] μεῖζον ἐστὶ παραλληλογράμμου [m] αἵ εἰσι βάσεις [n] ἔστω [o] καὶ τῆς πλευρᾶς

ſuperficiei, quæ ex parallelogrammis componitur, quæ ſuper A E, E Z, Z Γ conſtituuntur, ac trapeziis tum A E Z Γ, tum eidem in altera cylindri baſe contrario, terminus eſt ambitus parallelogrammi, quod ſuper recta A Γ conſtituitur. Eſt autem etiam ſuperficiei, quæ componitur ex cylindri ſuperficie, quæ conſtituitur ſuper circumferentia A B Γ, et ſegmentis tum A B Γ, tum eidem contrario, terminus idem ambitus. Hæ igitur, quas diximus, ſuperficies eumdem in plano terminum habent, ac utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque alteram aliqua quidem comprehendit, cætera vero communia habet. Minor eſt igitur quæ comprehenditur. Igitur communibus ablatis tum ſegmento A B Γ, tum eidem contrario, minor eſt cylindri ſuperficies, quæ ſuper circumferentia A B Γ conſtituitur, ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quæ ſuper A E, E Z, Z Γ conſtituuntur, atque ex figuris tum A E B, B Z Γ, tum iiſdem contrariis. Horum autem, quæ diximus, parallelogrammorum ſuperficies, una cum iis, quas diximus, figuris, minores ſunt ſuperficie parallelogrammorum, quæ ſuper A H, H Γ conſtituuntur. Nam una cum ſpatio K, quod figuris majus eſt, iiſdem erunt æquales. Conſtat igitur parallelogramma, quæ ſub A H, Γ H, et cylindri lateribus continentur, majora eſſe cylindri ſuperficie, quæ ſuper circumferentia A B Γ conſtituitur. Quod ſi ſpatium K figuris, quas diximus, majus non fuerit, rectæ ducentur circuli figuram contingentes ita ut reliquæ figuræ circumjectæ dimidio ſpatii K minores evadant; cæteraque eadem, qua ſupra, ratione demonſtrabuntur.

Hiſce vero demonſtratis, manifeſtum quidem eſt ex iis, quæ ſupra dicta ſunt, ſi cono iſoſceli pyramis inſcribatur, ſuperficiem pyramidis, excepta baſe, minorem eſſe conica ſuperficie.

Unumquodque enim triangulorum, quæ pyramidem continent, minus eſt conica ſuperficie, quæ inter latera trianguli interjicitur. Quare tota etiam ſuperficies pyramidis, excepta baſe, minor eſt coni ſuperficie, baſe item excepta.

Item ſi coni iſoſceli pyramis circumſcribatur, ſuperficiem pyramidis, excepta baſe, majorem eſſe coni ſuperficie, baſe item excepta, quæ illi contermina eſt.

Illud quoque manifeſtum eſt ex iis, quæ demonſtrata ſunt, ſi cylindro recto priſma inſeri-

δὲ ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν τ̃ κατὰ τὰς Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ, καὶ τ̃ Α Ε Ζ Γ τραπεζίȣ, καὶ τȣ̃ κατεναντίον αὐτοῦ [p] ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρȣ, πέρας ἐςὶ ἡ περίμετρος τȣ̃ παραλληλογράμμȣ τοῦ κατὰ τὴν Α Γ. Ἔςι δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρȣ, τῆς κατὰ Α Β Γ περιφέρειαν, καὶ τῶν τμημάτων τȣ̃τε Α Β Γ, καὶ τȣ̃ [q] ἀπεναντίον αὐτοῦ, πέρας ἡ αὐτὴ περίμετρος. Αἱ ȣ̓̃ν εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρας ἔχȣσαι τυγχάνȣσιν, ὅπερ ἐςὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καί τινι μὲν περιλαμβάνει ἡ ἑτέρα αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχȣσιν. Ἐλάσσων ἄρα ἐςὶν ἡ περιλαμβανομένη. Ἀφαιρεθέντων ȣ̓̃ν κοινῶν τȣ̃ τε Α Β Γ τμήματος, καὶ τȣ̃ ἀπεναντίον αὐτοῦ, ἐλάσσων ἐςὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρȣ, ἡ κατὰ τὴν Α Β Γ [r] περιφέρειαν, τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας, ἔκτε τῶν παραλληλογραμμῶν τῶν κατὰ τὰς Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ, καὶ τῶν σχημάτων τῶν Α Ε Β, Β Ζ Γ, καὶ τῶν ἀπεναντίον αὐτῶν. Αἱ δὲ τῶν εἰρημένων [s] παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων, ἐλάττȣς εἰσὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν, τῶν κατὰ τὰς Α Η, Η Γ. Μετὰ γὰρ τȣ̃ Κ μείζονος ὄντος τῶν σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐτοῖς. Δῆλον ȣ̓̃ν ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν Α Η, Γ Η, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρȣ, μείζονά [t] ἐςι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρȣ τῆς κατὰ τὴν Α Β Γ [u] περιφέρειαν. Εἰ δὲ μή ἐςι μεῖζον τὸ ἥμισυ τȣ̃ Κ χωρὶς τῶν εἰρημένων σχημάτων, ἀχθήσονται εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι [w] τȣ̃ κύκλου σχήματος, ὥςε γενέσθαι τὰ περιλειπόμενα σχήματα ἐλάσσονα τȣ̃ ἡμίσεος τοῦ Κ· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται.

Τȣ́των δὴ δεδειγμένων, Φανερὸν ἐπὶ μὲν τῶν προειρημένων ὅτι ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἐλάσσων ἐςὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας.

Ἕκαςον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τριγώνων ἐλάσσων ἐςὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν τοῦ τριγώνȣ πλευρῶν. Ὥςε καὶ ὅλη ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἐλάσσων ἐςὶ τῆς ἐπιφανείας τȣ̃ κώνȣ, χωρὶς τῆς βάσεως.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, μείζων ἐςὶ τῆς ἐπιφανείας τȣ̃ κώνȣ, χωρὶς τῆς βάσεως, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ.

Φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, [x] ὅτι τε ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια

[p] ἑτέρᾳ βάσει, ſic MS. [q] ἀπεναντίον, ſic MS.
[r] περιφερείας [s] παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων ex MS.
[t] εἰσὶ [u] περιφερείας
[w] τοῦ σχήματος [x] ὑπὸ

τοῦ πρίσματος, ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη, ἐλάσσων ἐςὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Ἔλασσον γὰρ ἕκαστον παραλληλόγραμμον τοῦ πρίσματός ἐςι τῆς καθ' αὐτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας.

ª Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη, μείζων ἐςὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῆς βάσεως.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐςὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

Ἔςω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ Α κύκλος· καὶ ἔςω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ Α κύκλου ἴση ἡ ΓΔ, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κυλίνδρου ἡ ΕΖ. ª Ἐχέτω δὲ μέσον λόγον τῶν ΔΓ, ΕΖ, ἡ Η, καὶ κείσθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ Η, ὁ Β. Δεικτέον ὅτι ὁ Β κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Εἰ γὰρ μή ἐςιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐςὶ, ἢ ἐλάσσων. Ἔςω πρότερον, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Δύο δὴ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, καὶ τοῦ Β κύκλου, δυνατόν ἐςιν εἰς τὸν Β κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥςε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον. Νοείσθω δὴ περιγεγραμ-

batur, superficiem prismatis, quæ ex parallelogrammis componitur, minorem esse cylindri superficie, excepta base.

Minus est enim unumquodque prismatis parallelogrammum ea, quæ super idem constituitur, cylindri superficie.

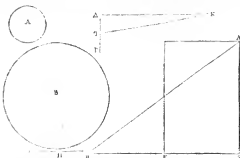
Item si cylindro recto prisma circumscribatur, superficiem prismatis, quæ ex parallelogrammis componitur, majorem esse cylindri superficie, base excepta.

PROP. XIV. Theor.

Cujuslibet recti cylindri superficies, excepta base, æqualis est circulo, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis est inter latus cylindri, et diametrum basis cylindri.

Sit recti cujusdam cylindri basis circulus A: et sit diametro quidem circuli A æqualis ΓΔ, lateri vero cylindri, EZ. Media autem proportionalis inter ΔΓ, EZ sit H; et ponatur circulus B, cujus ea, quæ ex centro, ipsi H est æqualis. Oportet demonstrare circulum B cylindri superficiei, excepta base, æqualem esse.

Si enim non est æqualis, aut major est, aut minor. Sit primo, si fieri potest, minor. Duæ autem cum sint magnitudines inæquales, superficies cylindri, et circulus B, fieri potest, ut circulo B æquilaterum polygonum inscribatur, itemque aliud circumscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam superficies cylindri ad circulum B.



μένον, καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ εὐθυγράμμου πρίσμα, ἔςαι δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. Ἔςω δὴ καὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον, ἴση ἡ ΚΔ,

Intelligatur autem circumscriptum inscriptumque esse; et circulo A ei, quod circulo B circumscriptum est, simile rectilineum circumscribatur; et a rectilineo describatur prisma, quod quidem cylindro circumscriptum erit. Porro ambitui rectilinei circulo A circumscripti æqualis sit KΔ, eidemque KΔ æqualis ΛZ: dimidia

ª In MS. καὶ deest.

ª ἔχετω

autem ipsius ΓΔ sit ΓΤ. Atque erit triangulum quidem ΚΔΤ æquale rectilineo circulo A circumscripto; quoniam basim habet ejus ambitui æqualem, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro circuli A. Parallelogrammum vero ΕΛ æquale superficiei prismatis cylindro circumscripti; quoniam continetur sub cylindri latere, rectaque ambitui basis ipsius prismatis æquali. Ponatur autem ipsi ΕΖ æqualis ΕΡ. Æquale est igitur triangulum ΖΡΛ parallelogrammo ΕΛ: quare etiam prismatis superficiei. Et quoniam, quæ circulis A, B circumscripta sunt, rectilinea similia sunt, eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex centris, proteſtate. Habebit igitur triangulum ΚΤΔ ad rectilineum, circulo B circumscriptum eamdem rationem, quam ΤΔ ad Η potestate. Æquales sunt enim iis, quæ ex centro, ΤΔ, et Η. Sed quam rationem habet ΤΔ ad Η potestate, hanc habet ΤΔ ad ΡΖ longitudine. Est enim Η media proportionalis inter ΤΔ, ΡΖ; quippe quæ media etiam inter ΓΔ, ΕΖ proportionalis est. Quo tandem pacto? Quoniam enim æqualis est ΔΤ ipsi ΤΓ, et ΡΕ ipsi ΕΖ; ideo ΓΔ ipsius ΤΔ, et ΡΖ ipsius ΡΕ est dupla. Ut igitur ΔΓ ad ΔΤ, ita se habet ΡΖ ad ΖΕ. Quod igitur spatium sub ΓΔ, ΕΖ continetur, æquale est spatio, quod continetur sub ΤΔ, ΡΖ. Spatio autem, quod sub ΓΔ, ΕΖ continetur æquale est quadratum, quod describitur ab Η. Igitur etiam spatio, quod continetur sub ΤΔ, ΡΖ, æquale est quadratum, quod ab Η describitur. Ut igitur ΤΔ ad Η, ita se habet Η ad ΡΖ. Ut igitur ΤΔ ad ΡΖ, ita se habet quadratum, quod a ΤΔ describitur, ad quadratum, quod describitur ab Η. Si enim tres fuerint rectæ invicem proportionales, ut prima ad tertiam, ita se habet figura, quæ describitur a prima, ad figuram, quæ secunda similis similique modo describitur. Quam autem rationem habet ΤΔ ad ΡΖ longitudine, hanc habet triangulum ΚΤΔ ad triangulum ΡΛΖ; quoniam ΚΔ, ΛΖ æquales invicem sunt. Eamdem igitur rationem habet triangulum ΚΤΔ ad rectilineum circulo B circumscriptum, quam triangulum ΚΤΔ ad triangulum ΡΖΛ. Æquale est igitur triangulum ΖΛΡ rectilineo circulo B circumscripto. Quare etiam superficies prismatis cylindro circumscripti circumscripto circulo B rectilineo est æqualis. Et quoniam circumscriptum circulo B rectilineum ad inscriptum eidem circulo minorem rationem habet, quam superficies cylindri A ad circulum B; etiam superficies prismatis cylindro circumscripti ad rectilineum circulo B inscriptum rationem

καὶ τῇ ΚΔ ἴση ἡ ΛΖ· τῆς δὲ ΓΔ ἡμισεια ἔςω ἡ ΓΤ. Ἔςαι δὴ τὸ ΚΔΤ τρίγωνον, ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ περὶ τὸν Α κύκλον· ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῇ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου. Τὸ δὲ ΕΛ παραλληλόγραμμον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος, τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου· ἐπειδὴ περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος. Κείσθω δὴ τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΕΡ. Ἴσον ἄρα ἐςὶ τὸ ΖΡΛ τρίγωνον, τῷ ΕΛ παραλληλογράμμῳ· ὥςε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐςι τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον * τὰ εὐθύγραμμα, ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει. Ἕξει ἄρα τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον, λόγον, ὃν ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δυνάμει. Αἱ γὰρ ΤΔ, Η, ἴσαι εἰσὶ ταῖς ἐκ τοῦ κέντρου. Ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον [a] ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δυνάμει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει. Ἡ γὰρ Η τῶν ΤΔ, ΡΖ μέση ἐςὶ [b] ἀνὰ λόγον, διὰ τὸ καὶ τῶν ΓΔ, ΕΖ. Πῶς δὲ τοῦτο; Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐςὶ ἡ μὲν ΔΤ τῇ ΤΓ, ἡ δὲ ΡΕ τῇ ΕΖ· διπλασία ἄρα ἐςὶν ἡ ΓΔ τῆς ΤΔ, καὶ ἡ ΡΖ, τῆς ΡΕ. Ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΔΤ, οὕτως ἡ ΡΖ πρὸς ΖΕ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ. Τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ, ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. Καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ ἄρα ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, [c] οὕτως ἡ Η πρὸς ΡΖ. Ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, [d] οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ἐὰν γὰρ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνὰ λόγον ὦσιν, ἔςαι ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας εἶδος, τὸ ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΛΖ· ἐπειδήπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΔ, ΛΖ. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, ὅνπερ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΖΛ τρίγωνον. Ἴσον ἄρα ἐςὶ τὸ ΖΛΡ τρίγωνον, τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ. Ὥςε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν Α κύλινδρον περιγεγραμμένου, τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον ἴση ἐςί. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον, τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Α κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἕξει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος, τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου, πρὸς τὸ εὐθύ-

[a] ἡ ΤΔ Η Ζ δυνάμει [b] ἀνάλογον [c] ὡ [d] In MS. οὕτως deest.

* τὰ εὐθύγραμμα, videri possunt e margine in textum migrasse. Sane ab Eutocio in suo Commentario elegantius omittuntur.

γραμμον τὸ ἐν τῷ Β τῷ κύκλῳ γεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν κύλινδρον, μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου· [e] τὸ δὲ γεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ Β κύκλου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁ Β κύκλος ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Ἔστω δὲ, εἰ δυνατὸν, μείζων. Πάλιν δὲ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸν Β κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν Α κύκλον πολύγωνον, ὅμοιον τῷ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ πρίσμα ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου. Καὶ πάλιν ἡ Κ Δ ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου, καὶ ἡ Ζ Λ ἴση αὐτῇ ἔστω. Ἔσται δὴ τὸ μὲν Κ Τ Δ τρίγωνον μεῖζον τοῦ εὐθυγράμμου, τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου· διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περίμετρον αὐτοῦ, ὕψος δὲ μεῖζον τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀγομένης καθέτου· τὸ δὲ Ε Λ παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος, [f] τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένῃ, διότι περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, ὅ ἐστι βάσις τοῦ πρίσματος. Ὥστε καὶ τὸ Ρ Λ Ζ τρίγωνον, ἴσον ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς Α, Β κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν δυνάμει. Ἔχει δὲ καὶ τὰ Κ Τ Δ, Ζ Ρ Λ τρίγωνα πρὸς ἄλληλα, λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων δυνάμει. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ Κ Τ Δ τρίγωνον πρὸς τὸ Λ Ζ Ρ τρίγωνον. Ἔλασσον δέ ἐστι τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, τοῦ Κ Τ Δ τριγώνου. Ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, τοῦ Ζ Ρ Λ τριγώνου. Ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος τοῦ ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἐγγεγραμμένου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐπεὶ γὰρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐναλλάξ· μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν Β κύκλον τοῦ Β κύκλου· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ Β κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶ ὁ Β κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδ' ἐλάσσων. Ἴσος ἄρα ἐστί.

[e] τοῦτο δὲ

[f] τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων

habet minorem quam superficies cylindri ad circulum B: et permutando: quod fieri non potest. Nam superficies quidem prismatis cylindro circumscripti major est, quemadmodum demonstravimus, cylindri superficie; rectilineum vero circulo B inscriptum minus est circulo B. Non est igitur minor circulus B cylindri superficie. Sit autem, si fieri potest, major. Ac rursus intelligatur rectilineum circulo inscriptum, itemque aliud circumscriptum esse, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam circulus B ad superficiem cylindri; et circulo A ei, quod circulo B inscriptum est simile polygonum inscribatur; et ab inscripto circulo polygono describatur prisma. Rursus etiam ambitui rectilinei circulo A inscripti æqualis sit K Δ, eidemque æqualis Z A. Erit autem triangulum quidem K T Δ majus rectilineo circulo A inscripto; quoniam basim habet ejusdem ambitui æqualem, et altitudinem majorem normali, quæ a centro ad unum polygoni latus ducitur; parallelogrammum vero E A æquale superficiei prismatis, quæ ex parallelogrammis componitur; quoniam sub cylindri latere continetur, rectaque ambitui rectilinei, quod ipsius prismatis est basis, æquali. Quare etiam triangulum P A Z æquale est prismatis superficiei. Et quoniam, quæ circulis A, B inscripta sunt, rectilinea similia sunt, eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex eorum centris, potestate. Habent autem etiam triangula K T Δ, Z P A inter se invicem eamdem rationem, quam eæ, quæ ex circulorum centris, potestate. Eamdem igitur rationem habet rectilineum circulo A inscriptum ad inscriptum circulo B rectilineum, quam triangulum K T Δ ad triangulum A Z P. Minus est autem rectilineum circulo A inscriptum triangulo K T Δ. Minus est igitur et inscriptum circulo B rectilineum triangulo Z P A. Quare etiam minus superficie prismatis cylindro inscripti. Quod fieri non potest. Quoniam enim minorem rationem habet circumscriptum circulo B rectilineum ad inscriptum, quam circulus B ad superficiem cylindri, itemque permutando; majusque est circumscriptum circulo B rectilineum eodem circulo B; ideo rectilineum circulo B inscriptum est majus cylindri superficie. Quare etiam majus superficie prismatis. Non est igitur major circulus B cylindri superficie. Demonstratum est autem neque minorem esse. Igitur est æqualis.

EUTOCIUS.

Intelligatur autem circumscriptum, inscriptumque esse circulo B; et circulo A ei, quod circulo B circumscriptum est, simile rectilineum circumscribatur. Quomodo sane polygonum dato circulo inscribendum sit inscripto alteri circulo simile, cum ipsum per se pateat, traditum etiam est a Pappo in Commentario, quod in Elementa conscripsit. Quomodo vero polygonum dato circulo circumscribendum sit simile circumscripto alteri circulo, nondum est traditum; quod nunc quidem præstandum est. Inscribatur enim circulo A polygonum ei simile, quod circulo B inscriptum fuit: et circulo item A polygonum circumscribatur ei simile, quod sibimetipsi fuit inscriptum; prorsus ut in quarto theoremate. Atque idem hoc polygonum simile fuerit illi, quod inscriptum fuit circulo B.

Et quoniam, quæ circulis A, B inscripta sunt, rectilinea similia sunt, eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex cencentris, potestate. Hoc quidem de inscriptis in Elementis demonstratum est: de circumscriptis vero, quod nondum factum est, hoc pacto demonstrabitur.

Intelligantur enim seorsum descripta esse polygona cum circumscripta, tum inscripta; ductæque a circulorum centris K E, K M, Λ Θ, Λ N. Manifestum autem est ipsas K E, Λ Θ ex centris circulorum esse, qui circa circumscripta polygona descripti sunt: atque habere sese invicem potestate, ut polygona circumscripta. Et quoniam anguli K E M, Λ Θ N dimidii sunt angulorum, qui in polygonis sunt; constat, cum polygona similia sint, æquales invicem esse. At vero qui anguli, ad puncta M, N, sunt recti. Triangula igitur K E M, Λ Θ N sunt æquiangula. Itaque se habebunt ut K E ad Λ Θ, ita K M ad Λ N; ideoque et quæ ab ipsis quadrata describuntur. Ut autem quadratum, quod a K E describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ Λ, ita habent sese invicem circumscripta polygona. Igitur etiam ut quadratum, quod a K M describitur, ad quadratum, quod describitur a Λ N, ita habent sese invicem polygona circumscripta.

E M Θ N K Λ

Eamdem igitur rationem habet triangulum K T Δ ad rectilineum circulo B circumscriptum, quam triangulum K T Δ ad triangulum Z P A. Quoniam enim circumscripta circulis A, B rectilinea ita habent sese invicem, ut eæ, quæ ex centris potestate; hoc est, ut T Δ ad H potestate; hoc est, ut T Δ ad P Z longitudine; hoc est, ut triangulum K T Δ ad triangulum Z P A: æquale autem est triangulum K T Δ rectilineo circulo A circumscripto. Ideo ut triangulum K T Δ ad rectilineum circulo B circumscriptum, ita se habet idem triangulum K T Δ ad triangulum Z P A.

Igitur permutando minorem rationem habet superficies prismatis ad superficiem cylindri, quam rectilineum circulo B inscriptum ad circulum B; quod est absurdum. Si enim fiat, ut superficies prismatis ad superficiem cylindri, ita rectilineum circulo B inscriptum ad aliud quoddam spatium; id erit minus circulo B, atque ad hoc rectilineum circulo inscriptum majorem rationem habet, quam ad circulum. Nimirum superficies pris-

Νοείσθω δὲ εἰς τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, [a] καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ. Ὅπως μὲν οὖν ἔστιν εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι, ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ ἐγγεγραμμένῳ, δῆλον· εἴρηται δὲ καὶ Πάππῳ εἰς τὸ Ὑπόμνημα τῶν Στοιχείων. Περὶ [o] δὲ τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον περιγράψαι ὅμοιον τῷ περὶ ἕτερον κύκλον περιγεγραμμένῳ, οὐκ ἔτι ὁμοίως ἔχομεν εἰρημένον, ὅπερ νῦν λεκτέον. Τῷ γὰρ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, ὅμοιον εἰς τὸν Α ἐγγεγράφθω, καὶ περὶ αὐτὸν τὸν Α ὅμοιον τῷ εἰς αὐτόν, ὡς ἐν τῷ δ' θεωρήματι. Καὶ ἔσται ὅμοιον καὶ τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα, τὰ περί τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει. Τὸ τοῦτο, ἐπὶ μὲν τῶν ἐγγεγραμμένων, δέδεικται ἐν τῇ Στοιχειώσει· ἐπὶ δὲ τῶν περιγεγραμμένων οὐκ ἔτι. Δειχθήσεται δὲ οὕτως.

Νενοήσθωσαν γὰρ χωρὶς τὰ περιγεγραμμένα καὶ ἐγγεγραμμένα εὐθύγραμμα· καὶ ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν κύκλων ἐπεζευγμέναι αἱ ΚΕ, ΚΜ, ΛΘ, ΛΝ. Φανερὸν δὲ ὅτι αἱ ΚΕ, ΛΘ ἐκ τῶν κέντρων [h] εἰσὶ τῶν περὶ τὰ περιγεγραμμένα πολύγωνα κύκλων· καὶ πρὸς ἀλλήλας [i] ἔχουσι δυνάμει, ὡς τὰ περιγεγραμμένα πολύγωνα. Καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΚΕΜ, ΛΘΝ ἡμίσειαί [k] εἰσι τῶν ἐν τοῖς πολυγώνοις [l] γωνιῶν, ὁμοίων ὄντων τῶν πολυγώνων, δῆλον ὅτι καὶ αὗται ἴσαι εἰσίν. Ἀλλὰ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Μ, Ν ὀρθαί. Ἰσογώνια ἄρα τὰ ΚΕΜ, ΛΘΝ τρίγωνα. Καὶ ἔσται ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΛΘ, ἡ ΚΜ πρὸς ΛΝ· ὥστε καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΚΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΛ, οὕτως τὰ περιγεγραμμένα πρὸς ἄλληλα. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΝ, οὕτως τὰ περιγεγραμμένα πρὸς ἄλληλα.

Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον, τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, ὅνπερ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον [m] πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. Ἐπεὶ γὰρ τὰ περὶ τὸν Α, Β κύκλους εὐθύγραμμα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει, τουτέστιν ὁ [n] ΤΔ πρὸς Η δυνάμει, τουτέστιν ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τουτέστιν ὡς τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΑ· ἴσον δὲ τὸ ΚΤΔ τῷ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγραμμένῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΚΤΔ πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, οὕτως τὸ αὐτὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον.

Ἐναλλὰξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ πρίσμα πρὸς τὸν κύλινδρον, ὅπερ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον πρὸς τὸν Β κύκλον· ὅπερ ἄτοπον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ πρίσματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, οὕτως τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν Β κύκλον πρὸς ἄλλο τι, ἔσται πρὸς ἔλασσον τοῦ Β κύκλου, πρὸς ὃ μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ πρὸς τὸν κύκλον. Τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ

[a] ἐγγεγραμμένον ex MS. [h] εἰσὶ ex MS. [k] εἰσὶ ex MS. [l] γωνιῶν ex MS. [m] πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον ex MS. [n] ΤΑ

[o] Περὶ δὲ &c.—Malim, Ὅπως δὲ περὶ &c.

σχήματος, πρὸς τὴν τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνειαν, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸν κύκλον. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάσσονα. Ὅπερ ἄτοπον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛ΄.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς, χωρὶς τῆς βάσεως, ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἡ Γ. Τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἔστω ἴση ἡ Δ, τῶν δὲ Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. Ὁ δὲ Β κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε ἴσην. Λέγω ὅτι ὁ Β κύκλος ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον ἐλάσσων. Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, καὶ ὁ Β κύκλος, καὶ μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου. Δυνατὸν ἄρα, εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγράψαι. καὶ ἄλλο περιγράψαι ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον. Νοείσθω δὴ καὶ περὶ τὸν Α κύκλον πολύγωνον περιγεγραμμένον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ· καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ τὸ Α κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμὶς ἀνεστάτω ἀναγεγραμμένη, τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας· τουτέστιν, ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Ε δυνάμει, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς Δ μήκει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον περὶ τὸν Α κύκλον, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. Ἡ μὲν γὰρ Γ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτῳ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ [a] δὲ Δ τῇ πλευρᾷ τοῦ κώνου. Κοινὸν δὲ ὕψος ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου, πρὸς τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος [b] περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. Ὥστε ἴση ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον, περιγεγραμμένῳ. Ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον

[a] δὲ ex MS.

matis ad ſuperficiem cylindri majorem rationem habet, quam rectilineum circulo inſcriptum ad circulum. Demonſtratum autem eſt rationem habere etiam minorem. Quod eſt abſurdum.

PROP. XV. Theor.

Cujuſlibet coni iſoſcelis, excepta baſe, ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter coni latus, eamque, quæ ex centro circuli, qui coni eſt baſis.

Sit conus iſoſceles, cujus baſis circulus A; ſitque ea, quæ ex centro, Γ. Lateri autem coni æqualis ſit Δ; mediaque inter Γ, Δ proportionalis E. Denique circulus B habeat eam, quæ ex centro, ipſi E æqualem. Dico circulum B coni ſuperficiei, excepta baſe, æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo minor. Duæ autem ſunt magnitudines inæquales, ſuperficies coni, et circulus B, majorque coni ſuperficies. Fieri igitur poteſt, ut circulo B polygonum æquilaterum inſcribatur, inſcriptoque ſimile aliud item circumſcribatur, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam ſuperficies coni ad circulum B. Intelligatur circumſcriptum etiam eſſe circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B circumſcriptum eſt; atque excitetur a polygono circulo A circumſcripto pyramis eumdem ac conus verticem habens. Quoniam igitur, quæ circulis A, B circumſcripta ſunt, polygona ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam eæ, quæ ex centris, poteſtate; hoc eſt quam Γ habet ad E poteſtate; ſive Γ ad Δ longitudine. Quam autem rationem habet Γ ad Δ longitudine, hanc habet circumſcriptum circulo A polygonum ad ſuperficiem piramidis cono circumſcriptam. Nam Γ quidem æqualis eſt normali, quæ a centro ad unum polygoni latus ducitur; Δ vero lateri coni. Communis autem ſuperficierum altitudo, quarum dimidia ſunt, circumſcriptum circulo A polygonum, et ſuperficies pyramidis cono circumſcriptæ, eſt polygoni ambitus. Eamdem igitur rationem habet circumſcriptum circulo A rectilineum ad rectilineum circulo B circumſcriptum, quam idem rectilineum ad ſuperficiem pyramidis cono circumſcriptæ. Quare ſuperficies pyramidis rectilineo circulo B circumſcripto æqualis eſt. Quoniam igitur minorem ratiooem habet circumſcriptum circulo B rectilineum ad inſcriptum, quam ſuperficies coni ad

B

A

Γ E Δ

[b] τῆς περιγεγραμμένης

circulum B; minorem utique rationem habebit superficies pyramidis cono circumscriptæ ad rectilineum circulo B inscriptum, quam superficies coni ad circulum B: quod fieri non potest. Nam superficies quidem pyramidis major est, quemadmodum demonstravimus, coni superficie; rectilineum vero circulo B inscriptum minus est circulo B. Non est igitur minor circulus B coni superficie. Dico autem neque majorem esse. Sit enim, si fieri potest, major. Ac rursus intelligatur polygonum circulo B inscriptum, itemque aliud circumscriptum esse, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam circulus B ad coni superficiem. Intelligatur item inscriptum esse circulo A polygonum ei simile, quod circulo B inscriptum est; atque excitetur ab eodem pyramis eumdem ac conus verticem habens. Quoniam igitur, quæ circulis A, B inscripta sunt, rectilinea similia sunt, eamdem inter se invicem rationem habent, quam eæ quæ ex centris, potestate. Eamdem igitur rationem habet polygonum ad polygonum, quam Γ ad Δ longitudine. Habet autem Γ ad Δ majorem rationem, quam polygonum circulo A inscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptæ. Nam ea, quæ ex centro circuli A majorem ad coni latus rationem habet, quam recta, quæ a centro ad unum polygoni latus normalis ducitur, ad rectam quæ ducitur normalis a coni vertice ad latus item polygoni. Habet igitur majorem rationem polygonum circulo A inscriptum ad polygonum inscriptum circulo B, quam idem polygonum ad pyramidis superficiem. Major est igitur superficies pyramidis polygono circulo B inscripto. Habet autem minorem rationem circumscriptum circulo B polygonum ad inscriptum, quam circulus B ad superficiem coni. Habet igitur multo magis circumscriptum circulo B polygonum ad superficiem pyramidis cono inscriptæ minorem rationem, quam circulus B ad coni superficiem, quod fieri non potest. Nam circumscriptum quidem polygonum majus est circulo B; superficies vero pyramidis cono inscriptæ minor est coni superficie. Neque igitur major est circulus B coni superficie. Demonstratum est autem neque minorem esse. Igitur est æqualis.

ἕξει ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς περὶ τὸν κῶνον περιγεγραμμένης, πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ B κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν B κύκλον· ὅπερ ἀδύνατον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ B κύκλῳ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ B κύκλου. Οὐκ ἄρα ὁ B κύκλος ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ μείζων. Εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν, ἔστω μείζων. Πάλιν δὲ νοείσθω εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου· καὶ εἰς τὸν A κύκλον νοείσθω ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, ὅμοιον τῷ εἰς τὸν B κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτοῦ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ἐν [a] τοῖς A, B ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ μήκει. Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον. Ἡ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A κύκλου πρὸς [b] τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου [c] πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, κάθετον ἀγομένην ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ B ἐγγεγραμμένον, ἢ αὐτὸ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, τοῦ ἐν τῷ B πολυγώνου ἐγγεγραμμένου. Ἐλάσσονα δὲ λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου. Πολλῷ ἄρα τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐγγεγραμμένης ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου, ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ μὲν γὰρ περιγεγραμμένον πολύγωνον μεῖζόν ἐστι τοῦ B κύκλου· ἡ δὲ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. Οὐκ [d] ἄρα οὐδὲ μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος B τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. Ἴσος ἄρα.

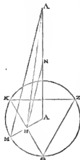
EUTOCIUS.

Γ vero ad Δ majorem rationem habet, quam polygonum circulo A inscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptæ. Quæ enim ex centro circuli, hæc ad coni latus majorem rationem habet, quam quæ a centro circuli ad polygoni latus normalis ducitur, ad eam, quæ

Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον. Ἡ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετος ἀγομένη ἐπὶ μίαν πλευ-

[a] τοῖς A B κύκλοις [b] τὴν ex MS. [c] πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου in MS. desunt. [d] ἄρα ex MS.

φὰν τοῦ πολυγώνου, πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἀγομένην ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου. [u] Νοείσθω γὰρ χωρὶς ἡ ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφὴ, καὶ εἰς τὸν Α κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον τὸ Ζ Θ Κ· καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ Α, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου τὴν Θ Κ, κάθετος ἤχθω ἡ Α Η. Φανερὸν δὴ ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς Α Η διπλάσιόν ἐστι τοῦ πολυγώνου. Νοείσθω δὲ καὶ ἡ τοῦ κώνου κορυφὴ τὸ Λ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Η ἐπεζευγμένης [w] ἡ Λ Η ἡ κάθετος γίνεται ἐπὶ τὴν Θ Κ, ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι τοῦ θ' θεωρήματος. Ἐπεὶ οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, ἔστι δὲ καὶ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, αἱ ἀπὸ τοῦ Λ ἐφ' ἑκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου ἀγόμεναι κάθετοι, ἴσαι εἰσὶ τῇ Λ Η. Ἑκάστη γὰρ αὐτῶν δύναται τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος καὶ τῆς ἴσης τῇ Α Η. Διὰ δὲ τοῦτο καὶ τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς Λ Η, διπλάσιόν ἐστι τῆς ἐπιφανείας τῆς πυραμίδος. Τὸ γὰρ ὑφ' ἑκάστης πλευρᾶς, καὶ τῆς ἀπὸ τῆς κορυφῆς καθέτου ἐπ' αὐτὴν [x] ἀγομένης ἴσης τῇ Λ Η, διπλάσιόν ἐστι τοῦ καθ' ἑαυτὴν τριγώνου. Ὥστε ἐστὶν ὡς ἡ Α Η πρὸς Η Λ, οὕτως τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος, [y] κοινοῦ ὕψους τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου [z] λαμβανομένου. Ἀχθείσης δὲ τῆς Η Ν παρὰ τὴν Μ Λ, ἔσται ὡς ἡ Α Μ πρὸς Μ Λ, ἡ Α Η πρὸς Η Ν. Ἡ δὲ Α Η πρὸς Η Ν μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν Η Λ· μείζων γὰρ ἡ Λ Η τῆς Η Ν. Καὶ ἡ Α Μ ἄρα πρὸς Μ Λ, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Α Η πρὸς Η Λ· τουτέστιν ἤπερ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος.



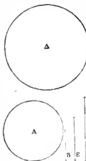
ducitur a coni vertice ad latus item polygoni. Intelligatur enim figura, quæ huc pertinet, seorsum descripta esse; inscriptumque circulo A polygonum ZΘK: et ducatur a centro circuli A ad polygoni latus ΘK normalis AH. Manifestum quidem est spatium, quod sub polygoni ambitu, et sub AH continetur, polygoni esse duplum. Itaque intelligatur coni vertex esse punctum A; junctaque a puncto A ad H AH, quæ normalis utique est ad ΘK; quemadmodum in lemmate noni theorematis demonstratum est. Quoniam igitur inscriptum polygonum æquilaterum, conusque isosceles est; quæ a puncto A ad unumquodque polygoni latus normales ducuntur ipsi AH æquales sunt. Harum enim unaquæque potest quadrata, quæ cum ab axe, tum a recta ipsi AH æquali describuntur. Propterea et spatium, quod sub polygoni ambitu, et sub AH continetur, duplum est superficiei pyramidis. Quod enim spatium sub unoquoque latere, rectaque ipsi AH æquali, quæ a vertice ad ipsum latus ducitur, continetur; id duplum est trianguli, quod sub ipsa constituitur. Quare ut AH ad HA, ita se habet polygonum, ad pyramidis superficiem; sumpto utique polygoni ambitu pro communi altitudine. Itaque ducta HN ipsi MA parallela; ut AM ad MA, ita se habebit AH ad HN. Habet autem AH ad HN majorem rationem, quam ad HA: major est enim AH quam HN. Habet igitur etiam AM ad MA; hoc est Γ ad Δ; majorem rationem, quam AH ad HA; hoc est quam polygonum ad pyramidis superficiem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛ'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος. Ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α, ἴση ἡ Β· τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου, ἡ Γ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Α κύκλον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Β.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Ε, καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ Δ, ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε. Ὁ Δ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου. Ἐδείχθη δὲ ὁ Δ κύκλος πρὸς τὸν Α κύκλον, λόγον ἔχων τὸν αὐτὸν, τῷ τῆς Γ πρὸς Β μήκει. Ἑκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς Ε πρὸς Β δυνάμει διὰ [a] τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τε-



PROP. XVI. Theor.

Cujuslibet coni isoscelis superficies eamdem ad basim rationem habet, quam latus coni ad eam, quæ ex centro basis coni.

Sit conus isosceles, cujus basis circulus A. Sit autem ei quidem, quæ ex centro circuli A, æqualis B; lateri vero coni æqualis Γ. Oportet demonstrare, coni superficiem eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B.

Sumatur enim media inter B, Γ proportionalis E; et ponatur circulus Δ habens eam, quæ ex centro, ipsi E æqualem. Æqualis est igitur circulus Δ coni superficiei. Hoc enim in superiore theoremate demonstratum est. Demonstratum est autem circulum Δ eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B longitudine. Utraque enim ratio eadem est quæ ipsius E ad B potestate: eo quod circuli se

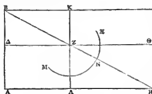
[u] νοείσθω [w] ἡ Α Η ἤτοι κάθετος γάρ ἐστι ἐπὶ τὴν Θ Κ [x] ἀγομένης, sic MS. [y] κοινοῦ ὕψους [z] λαμβανομένης [a] τοῦτο

invicem habent, ut quadrata, quæ a diametris describuntur; pariterque etiam ut quadrata, quæ describuntur ab iis, quæ ex circulorum centris. Quod enim de diametris, idem etiam de eorum dimidiis dicendum est. At vero iis, quæ ex centris, ipsæ Β, Ε æquales sunt. Constat igitur superficiem coni eamdem ad circulum Α rationem habere, quam Γ ad Β longitudine.

τράγωνα πρὸς ἄλληλα, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων. Εἰ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ τὰ ἡμίση, τουτέστιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων. Ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν, αἱ Β, Ε. Δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, πρὸς τὸν Α κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Γ πρὸς Β μήκει.

LEMMA.

Sit parallelogrammum ΒΑΗ, ejusque diameter ΒΗ. Secetur latus ΒΑ utcunque in puncto Δ: et ducatur per punctum Δ parallela ipsi ΑΗ, ΔΘ; et per punctum Ζ ipsi ΒΑ parallela, ΚΛ. Dico spatium, quod sub ΒΑ, ΑΗ continetur, æquale esse spatio, quod continetur sub ΒΔ, ΔΖ; spatioque, quod continetur sub ΔΑ, et utraque simul ΔΖ, ΑΗ.



Quoniam enim spatium quidem; quod sub ΒΑ, ΑΗ continetur, totum est spatium ΒΗ; spatium vero, quod continetur sub ΒΔ, ΔΖ, est spatium ΒΖ; denique spatium, quod continetur sub ΔΑ, et utraque simul ΔΖ, ΑΗ, est gnomon ΜΝΞ: nam spatium, quod continetur sub ΔΑ, ΑΗ æquale est spatio ΚΗ; eo quod complementum ΚΘ æquale est complemento ΔΛ: et spatium, quod continetur sub ΔΑ, ΔΖ, æquale est spatio ΔΛ. Ideo totum spatium ΒΗ, nempe illud, quod sub ΒΑ, ΑΗ continetur, æquale est spatio, quod continetur sub ΒΔ, ΔΖ, et gnomoni ΜΝΞ; qui quidem spatio, quod sub ΔΑ, et utraque simul ΑΗ, ΔΖ continetur, æqualis est.

ΛΗΜΜΑ.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΒΑΗ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΗ. Τετμήσθω ἡ ΒΑ πλευρὰ ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Δ ἤχθω παράλληλος τῇ ΑΗ, ἡ ΔΘ· διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΒΑ, ἡ ΚΛ. Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, [b] καὶ ὑπὸ ΔΑ, καὶ συναμφοτέρου τῆς [c] ΔΖ, ΑΗ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ, ὅλον ἐστὶ τὸ ΒΗ· τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, τὸ ΒΖ· τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ, ὁ ΜΝΞ γνώμων· τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΗ· διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ΚΘ παραπλήρωμα, τῷ ΔΛ παραπληρώματι· τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ, ΔΖ, τῷ ΔΛ. Ὅλον ἄρα τὸ ΒΗ, ὅπερ ἐστὶ τὸ ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ΜΝΞ γνώμονι, ὅς ἐστιν ἴσος τὸ ὑπὸ ΔΑ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΑΗ, ΔΖ.

EUTOCIUS.

Et quoniam spatium, quod sub ΒΑ, ΑΗ continetur, æquale est tum spatio, quod continetur sub ΒΔ, ΔΖ, tum spatio, quod continetur sub ΑΔ, et utraque simul ΔΖ, ΑΗ; eo quod ΔΖ parallela est ipsi ΑΗ. Quoniam enim ΔΖ ipsi ΑΗ est parallela; ut ΒΑ ad ΑΗ, ita se habet ΒΔ ad ΔΖ. Propterea spatium, quod sub extremis ΒΑ, ΔΖ continetur, spatio æquale est, quod continetur sub mediis ΒΔ, ΑΗ. Quod autem spatium sub ΒΑ, ΔΖ continetur, id, per primum theorema secundi Elementorum libri, æquale est spatio, quod continetur sub ΒΔ, ΔΖ; et spatio, quod continetur sub ΑΔ, ΔΖ. Igitur etiam spatium, quod continetur sub ΒΔ, ΑΗ, æquale est spatio, quod continetur sub ΒΔ, ΔΖ; et spatio, quod continetur sub ΑΔ, ΔΖ. Commune addatur spatium, quod sub ΔΑ, ΑΗ continetur. Igitur spatium, quod sub ΒΔ, ΑΗ continetur, una cum spatio, quod continetur sub ΔΑ, ΑΗ; quod quidem illud est, quod sub ΒΑ, ΑΗ continetur; æquale est spatio, quod continetur sub ΒΔ, ΔΖ; et spatio, quod continetur sub ΑΔ, ΔΖ; et adhuc spatio, quod continetur sub ΑΔ, ΑΗ.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΑΔ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔΖ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΖ τῇ ΑΗ, ἔστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΗ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΖ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῶν ΒΑ, ΔΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων τῶν ΒΔ, ΑΗ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΔΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ· διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ β' βιβλίου τῆς Στοιχειώσεως. Καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΑΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΔ, ΑΗ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ, ὅπερ ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΑΗ.

PROP. XVII. Theor.

Si conus isosceles plano secetur basi parallelo, coni superficiei, quæ inter parallela plana inter-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ'.

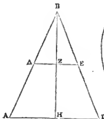
Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων

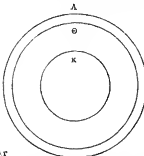
[b] καὶ τῷ ὑπὸ

[c] ΔΖΑΑ

[a] ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου, τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

jicitur, æqualis est circulus, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis est inter coni latus, quod interjicitur inter parallela plana, et rectam utrique earum æqualem, quæ ex centris circulorum, qui in parallelis sunt planis.





Ἔστω κῶνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΔΕ· ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἔστω ΒΗ. Κύκλος δέ τις ἐκκείσθω, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τε ΑΔ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΗΑ. Ἔστω δὲ κύκλος ὁ Θ. Λέγω ὅτι ὁ Θ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ.

Sit conus, cujus triangulum, quod per axem agitur, triangulo ABΓ æquale sit; et secetur plano basi parallelo, quod sectionem faciat ΔE: sitque coni axis BH. Ponatur autem quidam circulus, cujus ea, quæ ex centro, media sit proportionalis inter AΔ, et utramque simul ΔZ, HA. Atque hic quidem circulus sit Θ. Dico, circulum Θ coni superficiei, quæ inter ΔE, AΓ interjicitur, æqualem esse.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Α, Κ. Καὶ τοῦ μὲν Κ κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, δυνάσθω τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, τοῦ δὲ Α, ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, δυνάσθω τὸ ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ. Ὁ μὲν ἄρα Α κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ κώνου· ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΒ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΑΔ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔΖ τῇ ΑΗ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒ, ΑΗ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου· τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Κ κύκλου· τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΔΑ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ. Τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Κ, Θ κύκλων. Ὥστε καὶ ὁ Α κύκλος ἴσος ἐστὶ τοῖς Κ, Θ κύκλοις. Ἀλλ' ὁ μὲν Α ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΓ κώνου. Ὁ δὲ Κ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνου. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἴση ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.

Ponantur enim circuli A, K. Atque ea quidem, quæ ex centro circuli K, possit spatium, quod sub BΔ, ΔZ continetur; quæ vero ex centro circuli A, spatium possit, quod continetur sub BA, AH. Igitur circulus A æqualis est superficiei coni ABΓ; et circulus K æqualis est superficiei coni ΔEB. Et quoniam spatium, quod sub BA, AH continetur, æquale est spatio, quod continetur sub BΔ, ΔZ, spatio quo, quod continetur sub AΔ, et utraque simul ΔZ, AH; eo quod ΔZ ipsi AH est parallela: ac spatium quidem, quod sub AB, AH continetur, ea potest quæ ex centro circuli A; spatium vero, quod continetur sub BΔ, ΔZ, ea potest, quæ ex centro circuli K; denique spatium, quod continetur sub ΔA, et utraque simul ΔZ, AH, ea potest, quæ ex centro circuli Θ. Ideo quadratum, quod ab ea describitur, quæ ex centro circuli A, æquale est quadratis, quæ describuntur ab iis, quæ ex centris circulorum K, Θ. Quare etiam circulus A æqualis est circulis K, Θ. Æqualis est autem circulus quidem A superficiei coni BAΓ; circulus vero K superficiei coni ΔBE. Reliqua igitur, quæ inter parallela plana ΔE, AΓ interjicitur, coni superficies circulo Θ est æqualis.

[a] τῇ ἐπιφανείᾳ

LEMMATA.

1. Coni, qui æquales habuerint altitudines, eamdem quam bases rationem habent. Et qui bases habuerint æquales, eamdem quam altitudines habent rationem.

2. Si cylindrus plano secetur basi parallelo, ut cylindrus ad cylindrum, ita se habet axis ad axem.

3. Coni eamdem quam cylindri rationem habent, qui eamdem ac cylindri basim habuerint.

4. Æqualium conorum reciprocantur bases, et altitudines. Et quorum bases, et altitudines reciprocantur, hi sunt æquales.

5. Et coni, quorum, quæ in basibus sunt, diametri eamdem quam axes, hoc est altitudines, rationem habuerint, rationem habent inter se invicem triplam rationis diametrorum, quæ sunt in basibus.

Hæc autem omnia ab iis, qui ante nos fuerunt, demonstrata sunt.

ΛΗΜΜΑΤΑ.

α'. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς [e] βάσισι. [f] Καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν.

β'. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἐστὶν ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, [g] ὡς ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ'. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι, οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ'. [h] Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. Καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσί.

ε'. Καὶ οἱ κῶνοι ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξοσι, τουτέστι τοῖς ὕψεσι, πρὸς [i] ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσισι διαμέτρων.

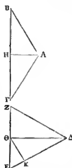
Ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀποδείχθη.

PROP. XVIII. Theor.

Si duo sint coni isosceles, et alterius quidem superficies alterius basi æqualis sit; quæ autem a centro basis ad coni latus normalis ducitur, æqualis sit altitudini, coni æquales erunt.

Sint duo coni isosceles ΑΒΓ, ΔΕΖ: et coni quidem ΑΒΓ basis superficiei coni ΔΕΖ æqualis sit; altitudo autem ΑΗ æqualis sit rectæ ΚΘ, quæ a basis centro Θ ad unum coni latus, puta ΔΕ, normalis ducitur: dico conos æquales esse.

Quoniam enim æqualis est coni ΑΒΓ basis superficiei coni ΔΕΖ, et quæ æqualia sunt, ea ad idem eamdem habent rationem; ideo ut coni ΒΑΓ basis ad basim coni ΔΕΖ, ita se habet superficies coni ΔΕΖ ad basim coni ΔΕΖ. Ut autem superficies ad propriam basim, ita se habet ΔΘ ad ΘΚ. Demonstratum est enim, cujuslibet coni isoscelis superficiem eamdem ad basim rationem habere, quam coni latus ad eam, quæ ex centro basis; hoc est quam ΔΕ ad ΕΘ. Præterea ut ΕΔ ad ΘΕ, ita se habet ΔΘ ad ΘΚ. Æquiangula enim sunt triangula. Æqualisque ΘΚ ipsi ΑΗ. Ut igitur coni ΒΑΓ basis ad basim coni ΔΕΖ, ita se habet coni ΔΕΖ altitudo ad altitudinem coni ΑΒΓ. Conorum igitur ΑΒΓ, ΔΕΖ bases, et altitudines reciprocantur. Est igitur conus ΒΑΓ cono ΔΕΖ æqualis.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Ἐὰν ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου καθετὸς ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

Ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ· καὶ τοῦ ΑΒΓ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ· τὸ δὲ ὕψος τὸ ΑΗ, ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ Θ, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου, οἷον ἐπὶ τὴν ΔΕ [k] καθέτῳ ἠγμένῃ τῇ ΚΘ· λέγω ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ ΑΒΓ, τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ, τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὡς ἄρα ἡ τοῦ ΒΑΓ βάσις, πρὸς τὴν τοῦ ΔΕΖ βάσιν, [l] οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔΕΖ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔΕΖ. Ἀλλ' ὡς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, [m] οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΚ. Ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, τουτέστιν ἡ ΔΕ πρὸς ΕΘ. Ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ. Ἰσογώνια γάρ ἐστι τὰ τρίγωνα. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΚ τῇ ΑΗ. Ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΒΑΓ, πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔΕΖ, [n] οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΔΕΖ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ ΑΒΓ. [o] Τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσος ἄρα ἐστὶ ὁ ΒΑΓ τῷ ΔΕΖ κώνῳ.

[e] ὕψεσι [f] καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν in MS. desunt. [g] In MS. ὡς deest. [h] καὶ τοῦ ἴσου κώνου [i] ἀλλήλας [k] καθέτου [l] ἡ ἐπιφάνεια [m] ὡς ἡ Ε Θ [n] ὡς τὸ ὕψος [o] τοῦ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

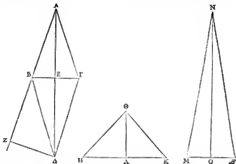
Παντὶ ῥόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ, ἴσος ἐςὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ ἑτέρε κώνε τῶν περιεχόντων τὸν ῥόμβον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῦ ἑτέρε κώνε καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῦ ἑτέρε κώνε.

Ἔςω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ ΑΔ. Ἐκκείσθω δέ τις ἕτερος ὁ ΗΘΚ, τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ ΑΒΓ κώνε ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τῦ Δ σημείε καθέτῳ ἐπὶ τὴν ΑΒ, ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἠγμένῃ. Ἔςω δὲ ἡ ΔΖ, τὸ δὲ ὕψος τῦ ΘΗΚ κώνε, ἔςω τὸ ΘΛ, ἴσον δή ἐςι τὸ ΘΛ τῇ ΔΖ. Λέγω ὅτι ἴσος ἐςὶν ὁ κῶνος τῷ ῥόμβῳ.

PROP. XIX. Theor.

Cuilibet ex isoscelibus conis composito rhombo æqualis est conus, qui basim quidem habeat alterius ex conis, qui rhombum componunt, superficiei æqualem; altitudinem vero æqualem rectæ, quæ ab alterius coni vertice ad unum coni alterius latus normalis ducitur.

Sit rhombus ex isoscelibus conis compositus ΑΒΓΔ, cujus basis circulus, qui circa diametrum ΒΓ describitur, et altitudo ΑΔ. Ponatur autem alius quidam conus ΗΘΚ basim quidem habens superficiei coni ΑΒΓ æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto Δ ad ΑΒ, aut eam, quæ ipsi in directo jacet, normalis ducitur. Ea sit ΔΖ; et coni ΘΗΚ altitudo sit ΘΛ, quæ quidem ipsi ΔΖ æqualis est. Dico conum rhombo æqualem esse.



Ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κῶνος ὁ ΜΝΞ, τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τῦ ΑΒΓ κώνε, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΑΔ. Καὶ ἔςω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ ΝΟ. Ἐπεὶ ὖν ἡ ΝΟ, τῇ ΑΔ ἴση ἐςὶν, ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ΝΟ πρὸς ΔΕ, [p] ὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ, ὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον. Ὡς δὲ ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΔΕ, ὕτως ὁ ΜΝΞ κῶνος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας. Ὡς ἄρα ὁ ΜΝΞ κῶνος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, ὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον. Ἴσος ἄρα ἐςὶν ὁ ΜΝΞ, τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τῦ ΑΒΓ, ἴση ἐςὶ τῇ βάσει τῦ ΗΘΚ· ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ, πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, ὕτως ἡ βάσις τῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ. Ἡ γὰρ βάσις τοῦ ΑΒΓ ἴση ἐςὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ. Ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, ὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ, τυτέςι ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. Ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα. Ὡς ἄρα ἡ βάσις τῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τῦ ΜΝΞ, ὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. Ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΝΟ, ὑπέκειτο γάρ· ἡ δὲ ΔΖ τῇ ΑΘ. [q] Ὡς

Ponatur enim alius conus ΜΝΞ, qui basim quidem habeat coni ΑΒΓ basi æqualem, altitudinem vero æqualem ipsi ΑΔ. Altitudo coni illius sit ΝΟ. Quoniam igitur ΝΟ æqualis est ipsi ΑΔ, ut ΝΟ ad ΔΕ, ita se habet ΑΔ ad ΔΕ. Ut autem ΑΔ ad ΔΕ, ita se habet rhombus ΑΒΓΔ ad conum ΒΓΔ. Ut autem ΝΟ ad ΔΕ ita se habet ΜΝΞ conus ad conum ΒΓΔ; eo quod eorum bases sunt æquales. Ut igitur conus ΜΝΞ ad conum ΒΓΔ, ita se habet rhombus ΑΒΓΔ ad conum ΒΓΔ. Æqualis est igitur conus ΜΝΞ rhombo ΑΒΓΔ. Et quoniam coni ΑΒΓ superficies æqualis est basi coni ΗΘΚ; ut coni ΑΒΓ superficies ad propriam basim, ita se habet basis coni ΗΘΚ ad basim coni ΜΝΞ. Basis enim coni ΑΒΓ basi coni ΜΝΞ est æqualis. Ut autem coni ΑΒΓ superficies ad propriam basim, ita se habet ΑΒ ad ΒΕ; hoc est ΑΔ ad ΔΖ. Triangula enim sunt similia. Ut igitur basis coni ΗΘΚ ad basim coni ΜΝΞ, ita se habet ΑΔ ad ΔΖ. Æqualis est autem ΑΔ ipsi ΝΟ, quippe quæ æqualis posita est; et ΔΖ ipsi ΘΛ. Ut

[p] In MS. pro ὕτως semper est ὡς.

[q] ὅτι ἄρα

igitur basis coni Η Θ Κ ad basim coni Μ Ν Ξ, ita se habet altitudo Ν Ο ad altitudinem Θ Α. Conorum igitur Η Θ Κ, Μ Ν Ξ bases, et altitudines reciprocantur. Igitur coni æquales sunt. Demonstratum autem est, conum Μ Ν Ξ æqualem esse rhombo Α Β Γ Δ: igitur etiam conus Η Θ Κ rhombo Α Β Γ Δ est æqualis.

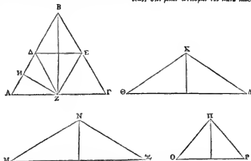
ἄρα ἡ βάσις τῦ Η Θ Κ πρὸς τὴν βάσιν τῦ Μ Ν Ξ, ὕτως τὸ Ν Ο ὕψος * πρὸς τὸ Θ Α. Τῶν Η Θ Κ, Μ Ν Ξ ἄρα κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. Ἐδείχθη δὲ ὁ Μ Ν Ξ ἴσος τῷ Α Β Γ Δ ῥόμβῳ· καὶ ὁ Η Θ Κ ἄρα κῶνος ἴσος ἐςὶ τῷ Α Β Γ Δ ῥόμβῳ.

P R O P. XX. Theor.

Si conus isosceles plano secetur basi parallelo; et ab eo, qui oritur, circulo conus describatur verticem habens centrum basis; quique oritur rhombus auferatur a toto cono; residuo æqualis erit conus, qui basim quidem habeat coni superficiei æqualem, quæ inter parallela plana interjicitur, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro basis ad unum coni latus normalis ducitur.

Π Ρ Ο Τ Α Σ Ι Σ κ'.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου, κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κώνου, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσαι κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.



Sit conus isosceles Α Β Γ, planoque secetur basi parallelo, quod sectionem faciat Δ Ε. Centrum autem basis sit punctum Ζ, et a circulo, qui circa diametrum Δ Ε est, conus describatur verticem habens punctum Ζ. Erit utique rhombus Β Δ Ζ Ε ex isoscelibus conis compositus. Ponatur autem conus quidam Κ Θ Λ, cujus quidem basis superficiei, quæ inter Δ Ε, Α Γ interjicitur, æqualis sit, altitudo vero æqualis rectæ Ζ Η, quæ a puncto Ζ ad Α Β normalis ducitur. Dico, si a cono Α Β Γ ablatus esse intelligatur rhombus Β Δ Ζ Ε, conum Θ Κ Λ residuo æqualem fore.

Ἔσω κῶνος ἰσοσκελὴς ὁ Α Β Γ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν Δ Ε. Κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔσω τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν Δ Ε κύκλου, κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ Ζ. Ἔσαι δὴ ῥόμβος ὁ Β Δ Ζ Ε, ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος. Ἐκκείσθω δή τις κῶνος ὁ Κ Θ Λ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἔσω ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν Δ Ε, Α Γ, τὸ δὲ ὕψος, ἀχθείσης ἀπὸ τῦ Ζ σημείου καθέτου ἐπὶ τὴν Α Β τῆς Ζ Η, ἔσω ἴσον τῇ Ζ Η. Λέγω ὅτι ἐὰν ἀπὸ τοῦ Α Β Γ κώνου νοηθῇ ἀφῃρημένος ὁ Β Δ Ζ Ε ῥόμβος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσαι ὁ Θ Κ Λ κῶνος.

Ponantur enim duo coni Μ Ν Ξ, Ο Π Ρ ejusmodi, ut coni quidem Μ Ν Ξ basis coni Α Β Γ superficiei æqualis sit, et altitudo æqualis ipsi Ζ Η; hinc autem conus Μ Ν Ξ æqualis est cono Α Β Γ. Si enim duo sint coni isosceles, et alterius superficies alterius basi æqualis sit, et amplius quæ a centro basis ad coni latus normalis ducitur, æqualis sit altitudini, coni æquales erunt. Coni vero Ο Π Ρ basis æqualis sit superficiei coni Δ Β Ε,

Ἐκκείσθωσαν γὰρ * δύο κῶνοι οἱ Μ Ν Ξ, Ο Π Ρ, ὥςε τὴν μὲν τῦ Μ Ν Ξ βάσιν ἴσην εἶναι τῦ Α Β Γ κώνου τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ Ζ Η· διὰ δὴ τῦτο ἴσος ἐςὶν ὁ Μ Ν Ξ κῶνος τῷ Α Β Γ κώνῳ. Ἐὰν γὰρ ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τῦ ἑτέρου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τῦ ἑτέρου βάσει, ἔτι δὲ ἡ ἀπὸ τῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου ἀγομένη καθετὸς, τῷ ὕψει ἴση, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι. Τὴν δὴ τοῦ Ο Π Ρ κώνου βάσιν ἴσην εἶναι τῇ

* πρὸς τὸ Θ Α τοῦ Η Θ Κ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ Μ Ν Ξ, οὕτως τὸ Ν Ο ὕψος πρὸς τὸ Θ Α. Τῶν Η Θ Κ, Μ Ν Ξ ἄρα κώνων ἀντιπεπόνθασιν * οἱ δύο κῶνοι

ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνου, ὕψος δὲ τῇ ΖΗ· διὰ δὴ [t] τοῦτο ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος, τῷ ΒΔΖΕ ῥόμβῳ. Τοῦτο γὰρ προαπεδείχθη. Ἐπεὶ δὲ ἡ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια σύγκειται ἐκ τῆς τοῦ ΒΔΕ ἐπιφανείας, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ· ἀλλ' ἡ μὲν τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ [u] ΜΝΞ κώνου· ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΟΠΡ· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ. Ἡ ἄρα τοῦ ΜΝΞ βάσις ἴση [w] ἐστὶ βάσεσι τῶν ΘΚΛ, ΟΠΡ· καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἴσος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΜΝΞ κῶνος τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. Ἀλλ' ὁ μὲν ΜΝΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓ κώνῳ, ὁ δὲ ΠΟΡ, τῷ ΒΔΕΖ ῥόμβῳ. Λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚΛ κῶνος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἐστίν.

et altitudo æqualis ipsi ΖΗ; atque hinc conus ΟΠΡ æqualis est rhombo ΒΔΖΕ. Hoc enim supra demonstratum est. Quoniam vero coni ΑΒΓ superficies componitur ex superficie coni ΒΔΕ, atque ex ea, quæ inter ΔΕ, ΑΓ interjicitur: et coni quidem ΑΒΓ superficies æqualis est basi coni ΜΝΞ; superficies vero coni ΔΒΕ æqualis basi coni ΟΠΡ; quæ denique inter ΔΕ, ΑΓ interjicitur, æqualis basi coni ΘΚΛ. Ideo basis coni ΜΝΞ conrum ΘΚΛ, ΟΠΡ basibus est æqualis: hi autem coni sub eadem altitudine constituuntur. Æqualis est igitur conus ΜΝΞ conis ΘΚΛ, ΟΠΡ. Sed conus quidem ΜΝΞ æqualis est cono ΑΒΓ; conus vero ΠΟΡ rhombo ΒΔΕΖ. Reliquus igitur conus ΘΚΛ residuo est æqualis.

ΠΡΟΤ. κα΄.

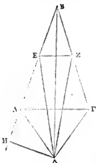
Ἐὰν ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου, ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου [x] κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ, κορυφὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κώνῳ· ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

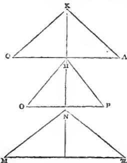
Ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τμηθήτω ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλου, κῶνος ἀναγεγράφθω

PROP. XXI. Theor.

Si rhombi ex isoscelibus conis compositi conus alter plano secetur basi parallelo; et ab eo, qui oritur, circulo conus describatur, eumdem atque alter conus verticem habens; quique oritur, rhombus a toto rhombo auferatur; residuo æqualis erit conus, qui basim quidem habeat coni superficiei æqualem, quæ inter parallela plana interjicitur, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a vertice coni alterius ad alterius coni latus normalis ducitur.

Sit rhombus ex isoscelibus conis compositus ΑΒΓΔ; conusque alter plano secetur basi parallelo, quod sectionem faciat ΕΖ; et a circulo, qui circa diametrum ΒΖ est, conus describatur verticem habens punctum Δ. Orietur





κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον. Ἔσται δὴ γεγωνὼς ῥόμβος ὁ ΕΒΖΔ, καὶ νοείσθω ἀφῃρημένος ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. Ἐκκείσθω δέ τις κῶνος ὁ ΘΚΛ, τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΑΓ, ΕΖ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου

utique rhombos ΕΒΖΔ, qui quidem intelligatur ablatus esse a toto rhombo. Ponatur autem conus quidam ΘΚΛ, basim quidem habens superficiei, quæ inter ΑΓ, ΕΖ interjicitur, æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a

[t] τούτοις [u] ΜΝΞ κώνου. Ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ in MS. desunt. [w] ἐστὶ ταῖς βάσεσι [x] κώνου κύκλος

puncto Δ ad B A, aut eam, quæ ipsi in directo jacet, normalis ducitur. Dico, conum Θ K A ei, quod diximus, residuo æqualem esse.

Ponantur enim duo coni M N Ξ, O Π P. Ac coni quidem M N Ξ basis coni A B Γ superficiei æqualis sit, et altitudo rectæ Δ H; æqualis est autem ex iis, quæ demonstrata sunt, conus M N Ξ rhombo A B Γ Δ; coni vero O Π P basis æqualis sit superficiei coni E B Z, et altitudo rectæ item Δ H; est autem pariter conus O Π P rhombo E B Z Δ æqualis. Quoniam vero coni A B Γ superficies pariter componitur ex superficie coni E B Z, atque ex ea, quæ inter E Z, A Γ interjicitur: et coni quidem A B Γ superficies æqualis est basi coni M N Ξ; superficies vero coni E B Z æqualis basi coni O Π P; quæ denique inter E Z, A Γ interjicitur, æqualis basi coni Θ K A: ideo basis coni M N Ξ conorum O Π P, Θ K A basibus est æqualis. Hi autem coni sub eadem altitudine constituuntur. Æqualis est igitur conus M N Ξ conis Θ K A, O Π P. Sed conus quidem M N Ξ æqualis est rhombo A B Γ Δ; conus vero O Π P rhombo E B Z Δ. Reliquus igitur conus Θ K A residuo est æqualis.

PROP. XXII. Theor.

Si circulo polygonum inscribatur parilaterum idemque æquilaterum, rectæque ducantur polygoni latera jungentes, quæ unicuilibet ex iis, quæ duobus polygoni lateribus subjiciuntur, parallelæ sint; quæ jungunt omnes polygoni latera, hæ ad circuli diametrum eamdem habent rationem, quam quæ dimidiis polygoni lateribus, præterquam uni, subjicitur, ad latus polygoni.

Sit circulus A B Γ Δ; eique polygonum inscribatur A E Z B H Θ Γ M N Δ Λ K; et jungantur E K, Z Λ, B Δ, HN, ΘM. Constat utique hasce rectas ei parallelas esse, quæ duobus polygoni lateribus subjicitur. Dico igitur omnes, quas diximus, rectas eamdem ad circuli diametrum rationem habere, quam Γ E ad E A.

Jungantur enim Z K, Λ B, H Δ, Θ N. Parallela igitur est Z K quidem ipsi E A; B Λ vero ipsi Z K; et amplius Δ H quidem ipsi B Λ; Θ N vero ipsi Δ H; denique Γ M ipsi Θ N. Et quoniam duæ sunt rectæ parallelæ E A, K Z,

καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὴν B A, ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ. Λέγω ὅτι ὁ Θ K A κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ περιλείμματι.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι, οἱ M N Ξ, O Π P. Καὶ ἡ μὲν βάσις τοῦ M N Ξ κώνου ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ A B Γ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ Δ H· διὰ δὴ τὰ προδειχθέντα, ἴσος ἐστὶν ὁ M N Ξ κῶνος τῷ A B Γ Δ ῥόμβῳ· τοῦ δὲ O Π P κώνου, ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ E B Z κώνου, ὁ δὲ ὕψος ἴσον τῇ Δ H· ὁμοίως δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ O Π P κῶνος τῷ E B Z Δ ῥόμβῳ. Ἐπεὶ δὲ ὁμοίως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Λ B Γ κώνου, σύγκειται ἐκ τῆς τοῦ E B Z, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν E Z, A Γ· ἀλλὰ ἡ μὲν τοῦ A B Γ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ M N Ξ, ἡ δὲ τοῦ E B Z κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ O P Π κώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν E Z, A Γ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ Θ K A· ἡ ἄρα βάσις τοῦ M N Ξ ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσι τῶν O Π P, Θ K A. Καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Καὶ ὁ M N Ξ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τοῖς Θ K A, O Π P κώνοις. Ἀλλ' ὁ μὲν M N Ξ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ A B Γ Δ ῥόμβῳ, ὁ δὲ O Π P κῶνος τῷ E B Z Δ ῥόμβῳ. Λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ Θ K A, ἴσος ἐστὶ τῷ περιλείμματι τῷ λοιπῷ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιζευγνύουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιᾳοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἐπιζευγνύουσαι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾶ ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

Ἔστω κύκλος ὁ A B Γ Δ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω τὸ A E Z B H Θ Γ M N Δ Λ K· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ E K, Z Λ, B Δ, H N, Θ M. Δῆλον δὴ ὅτι παράλληλοί εἰσι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ. Λέγω οὖν, ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν A Γ, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τῷ τῆς Γ E πρὸς E A.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ Z K, Λ B, H Δ, Θ N. Παράλληλος ἄρα ἡ μὲν Z K τῇ E A, ἡ δὲ B Λ τῇ Z K· καὶ ἔτι ἡ μὲν Δ H τῇ B Λ, ἡ δὲ Θ N τῇ Δ H, καὶ ἡ Γ M τῇ Θ N. Καὶ ἐπεὶ δύο παράλληλοί εἰσιν αἱ

ΕΛ, ΚΖ, καὶ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΛΟ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΞ, πρὸς ΞΛ, ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ· ὡς δὲ ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ, ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ· ὡς δὲ ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ· ὡς δὲ ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, οὕτως ἡ ΒΣ πρὸς ΣΡ· καὶ ἔτι ὡς ἡ μὲν ΒΣ πρὸς ΣΡ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ· ὡς δὲ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ἡ ΗΥ πρὸς ΥΤ· καὶ ἔτι ὡς ἡ μὲν ΗΥ πρὸς ΥΤ, ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ· ὡς δὲ ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ, ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ· καὶ ἔτι ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, ἡ ΜΧ πρὸς ΧΓ. Καὶ πάντα ἄρα πρὸς πάντα ἐστὶν [y] ὡς εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα ἡ ΕΞ πρὸς ΞΛ, οὕτως αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον. Ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΛ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτως πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.

ductæque item duæ ΕΚ, ΛΟ; ideo ut ΕΞ ad ΞΛ, ita se habet ΚΞ ad ΞΟ; et ut ΚΞ ad ΞΟ, ita ΖΠ ad ΠΟ; et ut ΖΠ ad ΠΟ, ita ΛΠ ad ΠΡ; et ut ΛΠ ad ΠΡ, ita ΒΣ ad ΣΡ; et amplius ut ΒΣ ad ΣΡ, ita ΔΣ ad ΣΤ; et ut ΔΣ ad ΣΤ, ita ΗΥ ad ΥΤ; et amplius ut ΗΥ ad ΥΤ, ita ΝΥ ad ΥΦ; et ut ΝΥ ad ΥΦ, ita ΘΧ ad ΧΦ; denique ut ΘΧ ad ΧΦ, ita ΜΧ ad ΧΓ. Igitur omnes se habent ad omnes, ut una ad unam. Ut igitur ΕΞ ad ΞΛ, ita se habent ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ. Ut autem ΕΞ ad ΞΛ, ita se habet ΓΕ ad ΕΑ. Ut igitur ΓΕ ad ΕΑ, ita se habent omnes ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγʹ.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴσας καὶ ἀρτίας, ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡμίσεια τῆς βάσεως, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη, πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

Εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓ, διήχθω τὶς εὐθεῖα ἡ ΑΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἀρτιοπλευρόν τι, καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς ΑΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΕΘ, αἵ εἰσι παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ.

Πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΑΘ· παράλληλοι ἄρα εἰσὶ τῇ ΒΖ. Διὰ δὴ ταῦτα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΚΒ, ἥτε ΗΚ πρὸς ΚΛ, καὶ ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, καὶ ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ, καὶ ἡ ΞΑ πρὸς ΞΝ. Καὶ ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα, εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ [z] πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ. Ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ, [a] οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ. Ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ, [b] οὕτως αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ.

PROP. XXIII. Theor.

Si circuli segmento polygonum inscribatur latera habens, excepta base, æqualia numeroque paria, rectæque ducantur segmenti basi parallelæ, polygoni latera jungentes; quæ ductæ sunt omnes, et adhuc ipsius basis dimidia ad segmenti altitudinem eamdem habent rationem, quam quæ a circuli diametro ad polygoni latus ducitur, ad latus polygoni.

Ducatur enim in circulo ΑΒΓ recta quædam ΑΓ; segmentoque ΑΒΓ super ΑΓ polygonum inscribatur latera habens, excepta base ΑΓ, æqualia numeroque paria; ducanturque ΖΗ, ΕΘ, quæ segmenti ipsius basi parallelæ sint. Dico, ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita se habere ΔΖ ad ΖΒ.

Rursus enim pariter jungantur ΗΕ, ΑΘ; quæ quidem ipsi ΖΒ parallelæ sunt. Eadem vero ratione, ut ΚΖ ad ΚΒ, ita se habet tum ΗΚ ad ΚΛ, tum ΕΜ ad ΜΛ, tum ΜΘ ad ΜΝ, tum ΞΑ ad ΞΝ. Ut igitur omnes ad omnes, ita se habet una ad unam. Igitur ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita se habet ΖΚ ad ΚΒ. Ut autem ΖΚ ad ΚΒ, ita se habet ΔΖ ad ΖΒ. Ut igitur ΔΖ ad ΖΒ, ita se habent ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδʹ.

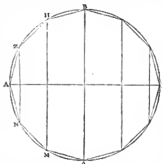
Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ

PROP. XXIV. Theor.

Sit in sphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; eique inscribatur polygonum æquilaterum, et ip-

[y] ὡς τὸν λόγον [z] πρὸς ὃ [a] ξ [b] ξ

sius laterum multitudinem quaternarius metiatur. Sint autem Α Γ, Β Δ diametri. Quod si, manente diametro Α Γ, circulus, in quo est polygonum, circumagatur, constat fore, ut ejus quidem circumferentia secundum sphæræ superficiem feratur; polygoni autem anguli, exceptis qui ad puncta Α, Γ sunt, ferantur secundum circulorum orbes, qui recti ad circulum Α Β Γ Δ in sphæræ superficie descripti sunt. Atque horum diametri erunt rectæ, quæ ipsi Β Δ parallelæ polygoni angulos jungunt. Porro polygoni latera secundum conos quosdam ferentur; nimirum latera quidem Α Ζ, Α Ν secundum coni superficiem, cujus basis circulus, qui circa diametrum Ζ Ν describitur, et vertex punctum Α. Latera vero Ζ Η, Μ Ν secundum coni superficiem, cujus basis circulus, qui circa diametrum Μ Η describitur, et vertex punctum illud, in quo eadem Ζ Η, Μ Ν producta secum invicem, et cum Α Γ concurrunt; denique latera Β Η, Μ Δ secundum coni superficiem, cujus basis circulus, qui circa diametrum Β Δ describitur, et vertex illud punctum, in quo eadem Β Η, Δ Μ producta concurrunt secum invicem, et cum Α Γ. Pariter et in altero semicirculo ferentur latera secundum coni superficies hisce itidem similes. Atque ita quidem inscripta erit sphæræ quædam figura iis, quas diximus, superficiebus comprehensa, cujus superficies minor erit sphæræ superficie. Divisa enim sphæra acto per Β Δ plano, rectoque ad circulum Α Β Γ Δ, superficies cum alterius hemisphærii, tum figuræ eidem inscriptæ eosdem in uno plano terminos habent; siquidem utriusque superficiei terminus est circumferentia circuli, qui rectus ad circulum Α Β Γ Δ circa diametrum Β Δ describitur; et utraque ad easdem partes cava est, alteraque ab altera, et a plano, quod eosdem ac ipsa terminos habet, comprehenditur. Pariter etiam figuræ, quæ in altero hemisphærio est, superficies minor est hemisphærii superficie. Tota igitur superficies figuræ, quæ in sphæra est, sphæræ superficie est minor.



ἡ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Αἱ δὲ Α Γ, Β Δ διάμετροι ἔστωσαν. Ἐὰν δὴ μενούσης τῆς Α Γ διαμέτρου, περιενεχθῇ ὁ Α Β Γ Δ κύκλος ἔχων τὸ πολύγωνον, δῆλον ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται· αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου γωνίαι, χωρὶς τῶν ᵃ πρὸς Α, Γ σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν Α Β Γ Δ κύκλον. Διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται, αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου παρὰ τὴν Β Δ οὖσαι. Αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατὰ τινῶν κώνων ἐνεχθήσονται· αἱ μὲν Α Ζ, Α Ν κατ' ἐπιφανείας κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν Ζ Ν, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον. Αἱ δὲ Ζ Η, Μ Ν κατά τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν Μ Η, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ Ζ Η, Μ Ν ἀλλήλαις τε καὶ τῇ Α Γ· αἱ δὲ Β Η, Μ Δ πλευραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μέν ἐστι ὁ κύκλος, ὁ περὶ διάμετρον τὴν Β Δ, ὀρθὸς πρὸς τὸν Α Β Γ Δ κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ Β Η, Δ Μ, ἀλλήλαις τε καὶ τῇ Γ Α. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, πάλιν ὁμοίων ταύταις. Ἔσται δή τι σχῆμα ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, τῶν προειρημένων, οὗ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. Διαιρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν Β Δ ὀρθοῦ, πρὸς τὸν Α Β Γ Δ κύκλον, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶ τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν Β Δ ὀρθοῦ πρὸς τὸν Α Β Γ Δ κύκλον· καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ. Ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ ἐν ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπιφάνεια, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας. Καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

EUTOCIUS.

Et multitudinem laterum polygoni quaternarius metiatur. Id demum in causa est cur quaternarium po-

Τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Ὑπὸ τετράδος βούλεται μετρεῖσθαι τὰς πλευρὰς τοῦ

ᵃ πρὸς τοῖς Α Γ

πολυγώνου, διὰ τὸ τοῦ κύκλου κινουμένου περὶ τὴν ΑΓ διάμετρον, πάσας τὰς πλευρὰς κατὰ κωνικῶν φέρεσθαι ἐπιφανειῶν, χρησίμου ἐσομένου αὐτῷ ἐν τοῖς ἑξῆς τοῦ τοιούτου. Μὴ γὰρ ὑπὸ τετράδος μετρουμένων τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου, κἂν ἀρτιόπλευρον ᾖ, οὐ πάσας δυνατὸν κατὰ κωνικῶν φέρεσθαι ἐπιφανειῶν· ὡς κατανοῆσαι ἔνεστιν ἐπὶ τῶν τοῦ ἑξαγώνου πλευρῶν, δύο γὰρ τὰς ἀπεναντίον αὐτοῦ παραλλήλους πλευρὰς κατὰ κυλινδρικῆς φέρεσθαι ἐπιφανείας συμβαίνει. Ὅπερ, ὡς εἴρηται, οὐ χρήσιμον αὐτῷ πρὸς τὰ ἑξῆς.

lygoni latera metiri velit, quod circumacto circulo diametrum ΑΓ, latera omnia secundum conicas superficies ferantur; quod ipsi in iis, quæ sequuntur, usui futurum est. Nisi enim polygoni latera quaternarius metiatur, quamvis parilaterum sit, fieri tamen non potest, ut omnia secundum conicas superficies ferantur: quod in hexagoni lateribus videre licet, cujus duo opposita latera, quæ parallela sibi invicem sunt secundum cylindricam superficiem feruntur. Hoc autem, ut diximus, ipsi in iis, quæ sequuntur, usui non est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κέ.

Ἡ τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχήματος, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς [a] τοῦ πολυγώνου, ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι, καὶ παραλλήλους οὔσας τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΓΒΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετρῶνται· καὶ ἀπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγεγραμμένον σχῆμα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, παράλληλοι οὖσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ. Κύκλος δή τις ἐκκείσθω ὁ Ξ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ, καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. Λέγω ὅτι ὁ κύκλος οὗτος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου σχήματος.

PROP. XXV. Theor.

Superficies figuræ sphæræ inscriptæ æqualis est circulo, cujus ea, quæ ex centro, potest spatium, quod sub figuræ latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni latera jungunt, ita ut quadrilatera fiant, et parallelæ sunt rectæ, quæ duobus polygoni lateribus subjicitur.

Sit in sphæra maximus circulus ΑΓΒΔ, eique inscribatur polygonum æquilaterum, cujus latera quaternarius metiatur; et intelligatur ab inscripto polygono figura quædam in sphæra descripta esse; junganturque ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, quæ quidem rectæ, quæ duobus polygoni lateribus subjicitur, parallelæ sint. Ponatur autem circulus quidam Ξ, cujus ea, quæ ex centro, possit spatium, quod sub ΑΕ, rectaque ipsis ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ æqualis continetur. Dico, hunc circulum figuræ sphæræ inscriptæ superficiei æqualem esse.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ. Καὶ τοῦ μὲν Ο, ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ, καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Π, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΕΖ, ΗΘ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΗΘ, ΓΔ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Σ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΓΔ, ΚΛ· ἡ δὲ ἐκ κέντρου τοῦ Τ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ, καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΚΛ, ΜΝ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Υ, δυνάσθω τὸ περιε-

Ponantur enim circuli Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ. Atque ea, quæ ex centro circuli Ο, possit spatium, quod sub ΕΑ, et dimidia ipsius ΕΖ; quæ ex centro circuli Π, possit spatium, quod continetur sub ΕΑ, et dimidia ipsarum ΕΖ, ΗΘ; quæ ex centro circuli Ρ, possit spatium, quod continetur sub ΕΑ, et dimidia ipsarum ΗΘ, ΓΔ; quæ ex centro circuli Σ, possit spatium, quod continetur sub ΑΕ, et dimidia ipsarum ΓΔ, ΚΛ; quæ ex centro circuli Τ, possit spatium, quod continetur sub ΑΕ, et dimidia ipsarum ΚΛ, ΜΝ; quæ denique ex centro circuli Υ, spatium possit, quod continetur sub ΑΕ, et dimidia ip-

[a] τοῦ πολυγώνου τετραγώνου οὔσας

fius M N. Hinc autem æqualis eſt circulus O ſuperficiei coni A E Z; circulus Π coni ſuperficiei, quæ interjicitur inter E Z, H Θ; circulus P ei, quæ interjicitur inter H Θ, Γ Δ; circulus Σ ei, quæ interjicitur inter Δ Γ, K Λ; et amplius circulus quidem T æqualis eſt ſuperficiei coni, quæ interjicitur inter K Λ, M N; circulus vero Υ coni M B N ſuperficiei eſt æqualis. Omnes igitur circuli inſcriptæ figuræ ſuperficiei æquales ſunt. Ac manifeſtum eſt eas, quæ ex circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ centris, poſſe ſpatium, quod ſub A E, ipſarumque E Z, H Θ, Γ Δ, K Λ, M N dimidiis ſemel atque iterum ſumptis continentur; quæ quidem totæ ſunt E Z, H Θ, Γ Δ, K Λ, M N. Quæ igitur ex circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ centris, hæ poſſunt ſpatium, quod continetur ſub A E, omnibuſque ſimul E Z, H Θ, Γ Δ, K Λ, M N. Poteſt autem, et quæ ex centro circuli Ξ, ſpatium, quod ſub A E, continetur, eaque, quæ ex omnibus ſimul componitur E Z, H Θ, Γ Δ, K Λ, M N. Poteſt igitur, quæ ex circuli Ξ centro, eas omnes quæ ex centris circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ. Æquales eſt igitur circulus Σ circulis O, Π, P, Σ, T, Υ. Demonſtratum autem eſt, circulos O, Π, P, Σ, T, Υ figuræ, quam diximus, ſuperficiei æquales eſſe. Igitur etiam circulus Ξ figuræ ſuperficiei eſt æqualis.

χόμενον ὑπό τε τ͂ ΑΕ, καὶ τ͂ ἡμισείας τ͂ ΜΝ. Διὰ δὴ ταῦτα ὁ μὲν Ο κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΕΖ κώνε· ὁ δὲ Π τῇ ἐπιφανείᾳ τ͂ κώνε τῇ μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΗΘ· ὁ δὲ Ρ τῇ μεταξὺ τῶν ΗΘ, ΓΔ· ὁ δὲ Σ τῇ μεταξὺ τῶν ΔΓ, ΚΛ· καὶ ἔτι ὁ μὲν Τ ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τ͂ κώνου τῇ μεταξὺ τ͂ ΚΛ, ΜΝ· ὁ δὲ Υ τῇ τ͂ ΜΒΝ κώνε ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐςί. Οἱ πάντες ἄρα κύκλοι ἴσοι εἰσὶ τῇ τ͂ ἐγγεγραμμένε σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ φανερὸν ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων, [e] δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τ͂ ΑΕ καὶ δὶς τῶν ἡμίσεων τῆς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ· αἱ ὅλαι εἰσὶν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. Αἱ ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων [f] δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τ͂ ΑΕ καὶ πασῶν τ͂ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τ͂ κέντρε τ͂ Ξ κύκλε [g] δύναται τὸ ὑπὸ τῆς ΑΕ, καὶ τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τ͂ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. Ἡ ἄρα ἐκ τ͂ κέντρε τ͂ Ξ κύκλε δύναται τὰς ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων. Καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ Ξ, ἴσος ἐςὶ τοῖς Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοις. Οἱ δὲ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοι ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ εἰρημένῃ τε σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ ὁ Ξ ἄρα κύκλος ἴσος ἔςαι τῇ ἐπιφανείᾳ τε σχήματος.

PROP. XXVI. Theor.

Figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficies, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, minor eſt quadrupla circuli maximi omnium qui ſunt in ſphæra.

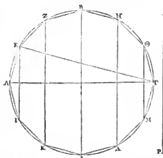
Sit in ſphæra maximus circulus A B Γ Δ, eique polygonum inſcribatur pariangulum et æquilaterum, cujus latera quaternarius metiatur; et intelligatur ſuper id conſtituta eſſe ſuperficies, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur. Dico, inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

Jungantur enim, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur, rectæ E I, Θ M, eiſdemque parallelæ Z K, Δ B, H Λ. Ponatur autem circulus quidam P, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod ſub E A, rectaque omnibus ſimul E I, Z K, B Δ, H Λ, Θ M æquali continetur. Æqualis eſt igitur hic circulus per id, quod ſupra demonſtratum eſt, figuræ, quam diximus, ſuperficiei. Et quoniam demonſtratum eſt, ut recta omnibus ſimul E I, Z K, B Δ, H Λ,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κς΄.

Τοῦ ἐγγεγραμμένε σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τ͂ κωνικῶν ἐπιφανειῶν, ἐλάσσων ἐςὶν ἡ τετραπλασία τ͂ μεγίςε κύκλε τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Ἔςω ἐν σφαίρᾳ μέγιςος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον ἰσόπλευρον, ὃ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετρῶνται· καὶ ἐπ' αὐτῷ νοείσθω ἐπιφάνεια ἡ ἀπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένη. Λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τ͂ ἐγγραφέντος, ἐλάσσων ἐςὶ ἡ τετραπλασία τ͂ μεγίςε κύκλε τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.



Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνουσαι τ͂ πολυγώνε, αἱ [h] ΕΙ, ΘΜ, καὶ ταύταις παράλληλοι αἱ ΖΚ, ΔΒ, ΗΛ. Ἐκκείσθω δέ τις κύκλος ὁ Ρ, οὗ ἡ ἐκ τ͂ κέντρε δύναται τὸ ὑπὸ τῆς ΕΑ, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ΕΙ, ΖΚ, ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ. Διὰ δὴ τὸ προδειχθὲν ἴσος ἐςὶν ὁ κύκλος τῇ τοῦ εἰρημένε σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὅτι ἐςὶν ὡς ἡ ἴση πάσαις ταῖς ΕΙ, ΖΚ, ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλε τὴν ΑΓ,

[e] δύναται [f] δύναται [g] δύναται [h] ΞΙΘΜ

[l] οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς εἰρημέναις, καὶ τῆς ΕΑ, τουτέςι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ κύκλου, [k] ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ. Ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΓ, ΓΕ ἔλασσόν ἐςι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. Ἔλασσον ἄρα ἐςὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ, τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. Ἐλάσσων ἄρα ἐςὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ τῆς ΑΓ· ὥςε ἡ διάμετρος τοῦ Ρ κύκλου, ἐλάσσων ἐςὶν ἢ διπλασία τῆς διαμέτρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Καὶ δύο ἄρα τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετροι, μείζους εἰσὶ τῆς διαμέτρου τοῦ Ρ κύκλου· καὶ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, τουτέςι τῆς ΑΓ, μεῖζον ἐςὶ τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ Ρ κύκλου διαμέτρου. Ὡς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς ΑΓ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ Ρ κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ πρὸς τὸν Ρ κύκλον. Τέσσαρες ἄρα κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ, μείζους εἰσὶ τοῦ Ρ κύκλου. Ὁ ἄρα κύκλος ὁ Ρ ἐλάσσων ἐςὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ μεγίςου κύκλου. Ὁ [l] δὲ Ρ κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ εἰρημένῃ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος ἐλάσσων ἐςὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίςου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ΘΜ æqualis ad circuli diametrum ΑΓ, ita se habere ΓΕ ad ΕΑ; ideo spatium, quod sub recta iis omnibus, quas diximus, æquali, et sub ΕΑ continetur; hoc est quadratum, quod ab ea describitur, quæ ex centro circuli Ρ, spatio est æquale, quod continetur sub ΑΓ, ΓΕ. Spatium autem, quod continetur sub ΑΓ, ΓΕ, minus est quadrato, quod describitur ab ΑΓ. Igitur quadratum, quod ab ea, quæ ex centro circuli Ρ describitur, minus est quadrato, quod describitur ab ΑΓ. Minor est igitur ea quæ ex centro circuli Ρ, quam ΑΓ; ideoque circuli Ρ diameter minor dupla diametri circuli ΑΒΓΔ. Igitur etiam duæ circuli ΑΒΓΔ diametri majores sunt diametro circuli Ρ; quadratumque quod a diametro circuli ΑΒΓΔ, hoc est ΑΓ, quater describitur, majus est quadrato, quod describitur a diametro circuli Ρ. Ut autem quadratum, quod ab ΑΓ quater describitur, ad quadratum, quod describitur a diametro circuli Ρ ita se habent quatuor circuli ΑΒΓΔ ad circulum Ρ. Igitur quatuor circuli ΑΒΓΔ majores sunt circulo Ρ. Circulus igitur Ρ minor est quadruplo maximi circuli. Demonstratum autem est, circulum Ρ figuræ, quam diximus, superficiei æqualem esse. Igitur figuræ, quam diximus, superficies minor est quadrupla circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ΄.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν [m] ἴσος ἐςὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος [n] δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

Ἔςω ἡ σφαῖρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιςος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τῷ πρότερον. Ἔςω δὲ κῶνος ὀρθὸς ὁ Ρ, βάσιν μὲν ἔχων [o] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. Δεικτέον ὅτι ὁ κῶνος ὁ Ρ, ἴσος ἐςὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.

Ἀπὸ γὰρ τῶν κύκλων ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΖΝ, ΗΜ, ΘΛ, ΙΚ, κῶνοι ἀναγεγράφθωσαν, κορυφὴν ἔχοντες τὸ τῆς σφαίρας κέν-

PROP. XXVII. Theor.

Figuræ sphæræ inscriptæ, quæ conicis superficiebus comprehenditur, æqualis est conus, qui basim quidem habeat inscriptæ sphæræ figuræ superficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a sphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur.

Sit sphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓΔ, eademque alia, quæ in superiore theoremate. Sit autem Ρ conus rectus, basim quidem habens inscriptæ sphæræ figuræ superficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a sphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Oportet demonstrare conum Ρ figuræ sphæræ inscriptæ æqualem esse.

Describantur a circulis, qui circa diametros ΖΝ, ΗΜ, ΘΑ, ΙΚ sunt, coni verticem habentes sphæræ centrum. Atque

[l] δὲ [k] καὶ ἐςὶ τῷ ὑπὸ [l] δὲ ex MS. [m] ὁ ἐςὶ [n] ὕψος δὲ ὁ τῇ [o] ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν

erit folidus rhombus compofitus tum ex cono, cujus quidem bafis eft circulus, qui circa diametrum Z N defcribitur, vertex vero punctum A; tum ex cono, cujus quidem bafis idem eft circulus, vertex vero punctum X. Qui quidem rhombus cono eft æqualis, qui bafim quidem habeat coni N A Z fuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad A Z normalis ducitur. Rurfus etiam refiduum rhombi, quod coni fuperficie, quæ inter parallela plana per Z N, H M acta interjicitur, conorumque Z N X, H M X fuperficiebus comprehenditur, æquale eft cono, qui bafim quidem habeat coni fuperficiei æqualem, quæ interjicitur inter parallela plana per Z N, H M acta, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad Z H normalis ducitur. Hæc enim demonftrata funt. Amplius vero etiam coni refiduum, quod comprehenditur coni fuperficie, quæ inter parallela plana per H M, B Δ acta interjicitur, et fuperficie coni M H X, et adhuc circuli, qui circa diametrum B Δ defcribitur, æquale eft cono, qui bafim quidem habeat coni fuperficiei, quæ inter parallela plana per H M, B Δ acta interjicitur æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad B H normalis ducitur. Pariter et in altero hemifphærio rhombus X K Γ I, conorumque refidua tot tantifque conis æqualia erunt, quot quantique ii funt quos fupra diximus. Itaque conftat totam figuram fphæræ infcriptam omnibus, quos diximus, conis æqualem effe. Hi autem coni æquales funt cono P; quoniam conus P altitudinem quidem habet unicuique conorum, quos diximus, altitudini æqualem, bafim vero æqualem omnibus eorundem bafibus. Conftat igitur infcriptam fphæræ figuram expofito cono effe æqualem.

P R O P. XXVIII. Theor.

Figura fphæræ infcripta, quæ conicis fuperficiebus comprehenditur, minor eft quadrupla coni, qui bafim quidem habeat circulo maximo omnium, qui funt in fphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro fphæræ.

Qui enim conus infcriptæ fphæræ figuræ eft æqualis, bafim quidem habens figuræ infcriptæ fuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro circuli ad unum infcripti polygoni latus normalis ducitur, hic fit P. Sit autem conus Ξ bafim quidem habens circulo A B Γ Δ æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro circuli A B Γ Δ.

Quoniam igitur conus P bafim quidem habet infcriptæ fphæræ figuræ fuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad A Z normalis ducitur; demonftratumque eft infcriptæ figuræ fuperficiem minorem effe

τρεο. Ἔςαι δὴ ῥόμβος ςερεὸς ἔκτε κώνε, ὗ βάσις μὲν ἐςὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν Z N, κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον· καὶ τῦ κώνε ὗ βάσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ X σημεῖον. Καὶ ἴσος ἐςὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφανείαν τῦ N A Z, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῦ X ἐπὶ τὴν A Z καθέτῳ ἠγμένῃ. Πάλιν δὲ καὶ τὸ περιλελειμμένον τῦ ῥόμβε τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῦ κώνε τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς Z N, H M, καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κώνων τῦ τε Z N X, καὶ τῦ H M X, ἴσον ἐςὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ κώνε, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς Z N, H M, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῦ X ἐπὶ τὴν Z H καθέτῳ ἠγμένῃ. Δέδεικται γὰρ ταῦτα. Ἔτι δὲ καὶ τὸ περιλειπόμενον τῦ κώνε περιεχομένε ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῦ κώνε τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς H M, B Δ, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῦ M H X κώνε, καὶ τῦ κύκλε τῦ περὶ διάμετρον τὴν B Δ, ἴσον ἔςαι κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ κώνε τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς H M, B Δ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῦ X ἐπὶ τὴν B H καθέτῳ ἠγμένῃ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ ὅ τε ῥόμβος ὁ X K Γ I, καὶ τὰ περιλείμματα τῶν κώνων ἴσα ἔςαι τοσέτοις καὶ τηλικέτοις κώνοις, ὅσοι καὶ πρότερον ἐῤῥήθησαν. Δῆλον ὖν ὅτι καὶ ὅλον τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἴσον ἐςὶ πᾶσιν τοῖς εἰρημένοις κώνοις. Οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἰσὶ τῷ P κώνῳ· ἐπειδὴ ὁ P κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἑκάςῳ ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων· βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς βάσεσιν αὐτῶν. Δῆλον ὖν, ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐςὶ τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

Π Ρ Ο Τ. κη΄.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, ἔλασσόν ἐςιν ἢ τετραπλάσιον τῦ κώνε, βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίςῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τῦ κέντρε τῆς σφαίρας.

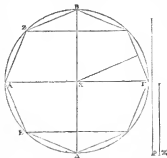
Ἔςω γὰρ ὁ γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὴν βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένε σχήματος, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρε τοῦ κύκλε καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνε ὁ P. Ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔςω, βάσιν ἔχων ἴσην τῷ A B Γ Δ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τῦ κέντρε A B Γ Δ κύκλε.

Ἐπεὶ ὖν ὁ P κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ ἐγγεγραμμένε σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ * ἴσον τῇ ἀπὸ τῦ X καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν A Z, ἐδείχθη δὲ ἐπιφάνεια τῦ ἐγγεγραμμένε σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίςε

* In MS. ἴσον deest.

κύκλου, ἐστὶν ἄρα ἡ τοῦ Ρ κώνου βάσις ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆς βάσεως τοῦ Ξ κώνου. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὕψος τοῦ Ρ ἔλασσον τοῦ ὕψους τοῦ Ξ κώνου. Ἐπεὶ οὖν ὁ Ρ κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ Ξ βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἔλασσον τοῦ ὕψους, δῆλον ὡς καὶ αὐτὸς ὁ Ρ κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλάσιος τοῦ Ξ κώνου. Ἀλλὰ καὶ ὁ Ρ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. Τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ Ξ κώνου.

quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra; ideo baſis coni Ρ minor eſt quadrupla baſis coni Ξ. Minor eſt autem et coni Ρ altitudo coni Ξ altitudine. Quoniam igitur conus Ρ baſim quidem habet minorem quadrupla baſis coni Ξ, altitudinem vero minorem altitudine; conſtat eundem conum Ρ quadruplo coni Ξ minorem eſſe. Eſt autem conus Ρ inſcriptæ figuræ æqualis. Igitur inſcripta figura minor eſt quadrupla coni Ξ.

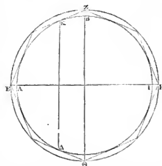


ΠΡΟΤΑΣΙΣ κθ'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, περὶ δὲ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον, κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ ΑΒΓΔ, μενούσης δὴ τῆς ΕΗ περιενεχθήτω τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τότε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. Δῆλον οὖν ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται· ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ ΕΖΗΘ, κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται. Αἱ δὲ ἁφαὶ καθ' ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραί, γράφουσι κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ. Αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς Ε, Η σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται, ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ ¶ ἐπὶ * τοῦ πρώτου. Ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, περὶ μὲν

PROP. XXIX. Theor.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; circuloque ΑΒΓΔ circumſcribatur polygonum æquiangulum et æquilaterum; et ipſius laterum multitudinem quaternarius metiatur. Circumſcriptum autem circulo polygonum circumſcriptus circulus comprehendat, cujus idem ſit centrum ac circuli ΑΒΓΔ; et manente ΕΗ, planum in quo polygonum ΕΖΗΘ, et circulus eſt, circumagatur. Conſtat igitur fore, ut circuli quidem ΑΒΓΔ circumferentia ſecundum ſphæræ ſuperficiem feratur; circumferentia vero circuli ΕΖΗΘ feratur ſecundum ſuperficiem alterius ſphæræ, cujus idem ſit ac minoris centrum. Porro contactus laterum polygoni circulos in minore ſphæra deſcribent ad circulum ΑΒΓΔ rectos. At polygoni anguli, exceptis, qui ad puncta Ε, Η ſunt, ſecundum circumferentias circulorum ferentur, qui recti ad circulum ΕΖΗΘ in ſuperficie majoris ſphæræ deſcripti ſunt; latera vero ferentur ſecundum conicas ſuperficies, ut in priore theoremate. Quæ igitur figura ſub conicis ſuperficiebus comprehenditur, minori quidem ſphæræ circumſcripta erit, ma-



¶ ἐπὶ τοῦ πρώτου ex MS.

* Sive, τοῦ πρὸ τούτου.

jori vero inscripta. At vero circumscriptæ figuræ superficiem sphæræ superficie majorem esse, hoc pacto demonstrabitur. Sit enim ΚΔ circuli alicujus eorum, qui in minore sphæra sunt, diameter; et Κ, Δ puncta, in quibus duo circumscripti polygoni latera circulum ΑΒΓΔ contingunt. Divisa autem sphæra acto per ΚΔ plano, rectoque ad circulum ΑΒΓΔ, dividetur utique ab eodem plano et circumscriptæ sphæræ figuræ superficies. Ac manifestum est ejusmodi superficies eosdem in plano terminos habere; utriusque enim terminus est circumferentia circuli, qui rectus ad circulum ΑΒΓΔ circa diametrum ΚΔ describitur; et utramque ad easdem partes cavam esse, alteramque ab altera, et a plano, quod eosdem ac ipsa terminos habet, comprehendi. Minor est igitur, quæ comprehenditur segmenti sphærici superficies, circumscriptæ eidem segmento figuræ superficie. Pariter etiam reliqui segmenti sphærici superficies minor est superficie figuræ eidem segmento circumscriptæ. Constat igitur totam superficiem sphæræ circumscriptæ eidem figuræ superficie minorem esse.

PROP. XXX. Theor.

Figuræ sphæræ inscriptæ superficiei æqualis est circulus, cujus ea, quæ ex centro, potest spatium ei æquale, quod sub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, et parallelæ sunt alicui earum, quæ duobus polygoni lateribus subjiciuntur.

Quæ enim circumscribitur figura minori sphæræ, eadem majori inscribitur. Demonstratum autem est inscriptæ sphæræ figuræ superficiem, quæ conicis superficiebus comprehenditur, æqualem esse circulum, cujus ea, quæ ex centro, potest spatium, quod sub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, et parallelæ sunt alicui earum, quæ duobus polygoni lateribus subjiciuntur. Constat igitur id, quod supra positum est.

PROP. XXXI. Theor.

Circumscriptæ sphæræ figuræ superficies major est quadrupla circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra.

Sit enim sphæra, et circulus, eademque alia, quæ antea dicta sunt. Circulus autem Α æqualis sit superficiei propositæ figuræ minori sphæræ circumscriptæ.

Quoniam igitur circulo ΕΖΗΘ inscriptum est polygonum æquilaterum et pariangulum;

[a] αἱ δύο πλευραὶ in MS. desunt. [b] διῃρημένας sic MS.

τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτως δειχθήσεται. Ἔστω γὰρ ἡ ΚΔ διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, τῶν Κ, Δ σημείων ὄντων, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου [a] αἱ δύο πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. [b] Διῃρημένης δὴ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΚΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, διαιρεθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου. Καὶ φανερὸν ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. Ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΚΔ, ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι. Καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. Ἐλάσσων οὖν ἐστιν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λ'.

[c] Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, ἐγγέγραπται εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν. Τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, δέδεικται ὅτι [d] τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινουσῶν. Δῆλον οὖν ἐστι τὸ προειρημένον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λα'.

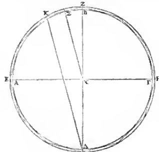
Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν, ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσια τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Ἔστω γὰρ ἥτε σφαῖρα καὶ ὁ κύκλος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον προκειμένοις. Καὶ ὁ Α κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστω τοῦ προκειμένου περιγεγραμμένου περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν.

Ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ ΕΖΗΘ κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγέγραπται, καὶ ἀρτιογώνιον, αἱ ἐπιζευγνύουσαι

[c] Τῆς ἐπιφανείας [d] τῆς ἐπιφανείας ἴσος ὁ κύκλος ἐστίν

τὰς τοῦ πολυγώνου γωνίας παράλληλοι οὖσαι τῇ ΘΖ, πρὸς τὴν ΖΘ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΚΘ πρὸς ΚΖ. Ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου [w] καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΖΘ, ΘΚ. Ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΖΘ, ΘΚ. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου τῆς ΘΚ. Ἡ δὲ ΘΚ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· διπλασία γάρ ἐστι τῆς ΧΣ, οὔσης ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Δῆλον οὖν ὅτι μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος ὁ Λ κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ.



quæ rectæ diametro ΘZ parallelæ polygoni angulos jungunt, eamdem ad ΘZ rationem habent, quam KΘ ad KZ. Æquale eſt igitur ſpatium quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, ſpatio, quod continetur ſub ZΘ, ΘK. Quare ea, quæ ex centro circuli Λ poteſt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub ZΘ, ΘK. Igitur ea, quæ ex centro circuli Λ major eſt quam ΘK. ΘK autem æqualis eſt diametro circuli ABΓΔ; quippe quæ dupla eſt rectæ XΣ, quæ ex centro circuli ABΓΔ ducitur. Conſtat igitur circulum Λ, hoc eſt figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiem, majorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium qui ſunt in ſphæra.

EUTOCIUS.

Ἡ δὲ ΚΘ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ Χ ἐπιζεύξωμεν ἐπὶ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ ἐφάπτεται ἡ ΚΖ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, νοούμενον τὸ Σ, ὁμοίως δὲ καὶ τὴν ΧΚ· ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΧΚ τῇ ΧΖ, εἰσὶ δὲ καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τῷ Σ· ἴση ἄρα ἡ ΚΣ τῇ ΣΖ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΖΧ τῇ ΧΘ ἴση. Παράλληλος ἄρα ἡ ΧΣ τῇ ΚΘ. Καὶ διὰ τοῦτο ἔσται ὡς ἡ ΘΖ πρὸς ΖΧ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΧΣ. Διπλῆ δὲ ἡ ΘΖ τῆς ΧΖ. Διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΚΘ τῆς ΧΣ ἐκ τοῦ κέντρου οὔσης τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου.

ΘK autem æqualis eſt diametro ciculi ABΓΔ. Si enim recta jungatur a puncto X ad id punctum, in quo KZ circulum ABΓΔ contingit, quod Σ eſſe intelligatur; jungaturque pariter recta XK: quoniam æqualis eſt XK ipſi XZ, quique anguli ad punctum Σ ſunt, recti; ideo etiam KΣ ipſi ΣZ eſt æqualis. At vero æqualis etiam eſt ZX ipſi XΘ. Parallela igitur eſt XΣ ipſi KΘ. Propterea, ut ΘZ ad ZX, ita ſe habet KΘ ad XΣ. Dupla eſt autem ΘZ ipſius XZ. Dupla eſt igitur etiam KΘ ipſius XΣ; quæ quidem ex centro eſt circuli ABΓΔ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λβʹ.

Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, ἐγγέγραπται [x] ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. Τῷ δὲ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν, δέδεικται ἴσος κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, [y] ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. Αὕτη δέ ἐστιν ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. Δῆλον οὖν ἐστι τὸ προτεθέν.

PROP. XXXII. Theor.

Figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat circulum figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quæ enim circumſcribitur figura minori ſphæræ, eadem majori inſcribitur. Demonſtratum autem eſt inſcriptæ figuræ, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualem eſſe conum, qui baſim quidem habeat circulum figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Atque hæc quidem æqualis eſt ei, quæ ex centro minoris ſphæræ. Conſtat igitur id, quod ſupra poſitum eſt.

[w] καὶ ταῖς πάσαις [x] αὐτῇ [y] ὕψος δὲ τῇ

P R O P. XXXIII. Theor.

Ex hoc autem manifestum est, figuram minori sphæræ circumscriptam majorem esse quadrupla coni, qui basim quidem habeat circulo maximo omnium, qui sunt in sphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro sphæræ.

Quoniam enim figuræ æqualis est conus, qui basim quidem habeat ejusdem superficiei æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ a centro sphæræ ad unum polygoni latus normalis ducitur, hoc est ei, quæ e minoris sphæræ centro; superficies autem figuræ sphæræ circumscriptæ major est quadrupla circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra. Ideo figura sphæræ circumscripta major erit quadrupla coni, qui basim quidem habeat maximum circulum, altitudinem vero eam, quæ ex centro sphæræ. Nam et qui ipsi æqualis est conus, major est quadruplo ejus, quem diximus, coni; cum et basim habeat majorem quadrupla, et æqualem altitudinem.

Π Ρ Ο Τ Α Σ Ι Σ λγ'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχήματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τουτέστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας· ἔστι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν μείζων ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Μείζων ἄρα ἢ τετραπλάσιον ἔσται τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν τοῦ κώνου, βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἐπειδὴ καὶ [z] ὁ κῶνος ἴσος αὐτῷ, μείζων ἢ τετραπλάσιος γίνεται τοῦ εἰρημένου· βάσιν τε γὰρ μείζονα ἢ τετραπλασίαν ἔχει, καὶ ὕψος ἴσον.

P R O P. XXXIV. Theor.

Si sphæræ figura inscripta sit, itemque alia circumscripta, circumactis polygonis iis, quæ supra constructa sunt, similibus; circumscriptæ figuræ superficies ad superficiem inscriptæ rationem habet ejus duplam, quam habet latus circumscripti maximo circulo polygoni ad latus polygoni eidem circulo inscripti: ipsa autem figura circumscripta ad inscriptam rationem habet ejusdem rationis triplam.

Sit in sphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; cique inscribatur polygonum æquilaterum, et ipsius laterum multitudinem quaternarius metiatur; circumscribatur item circulo polygonum aliud inscripto simile, circumscriptique polygoni latera circulum contingant in punctis circumferentiarum mediis, quæ ab inscripti polygoni lateribus secantur. Sint autem ΕΗ, ΘΖ ejus circuli, qui circumscriptum polygonum comprehendit, diametri ad angulos inter se invicem rectos similique modo positæ ac diametri ΑΓ, ΒΔ: atque intelligantur junctæ esse ad oppositos polygoni angulos rectæ lineæ, quæ quidem sibi invicem rectisque ΒΖ, ΘΔ parallelæ erunt. Itaque, manente diametro ΕΗ, actisque in orbem polygonorum ambitibus, circumscribetur sphæræ figura, aliaque item inscribetur. Oportet igitur demonstrare, circumscriptæ figuræ superficiem ad superficiem inscriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet ΕΑ ad ΑΚ: ipsam autem figuram circumscriptam ad inscriptam habere rationem ejusdem rationis triplam.

Π Ρ Ο Τ Α Σ Ι Σ λδ'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων, τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένοις, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ· αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα [a] τὸ ἐγγεγραμμένον, τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἄλλο περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον, ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν. Αἱ δὲ ΕΗ, ΖΘ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον, καὶ ὁμοίως κείμεναι ταῖς ΑΓ, ΒΔ διαμέτροις· καὶ νοείσθωσαν ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἳ γίγνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΒΖ, ΘΔ παράλληλοι. Μενούσης δὴ τῆς ΕΗ διαμέτρου, καὶ περιενεχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, τὸ μὲν περιγεγραμμένον σχῆμα ἔσται ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον. Δεικτέον οὖν ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΑ πρὸς ΑΚ· τὸ δὲ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

[z] ὁ κῶνος ὁ ἴσος

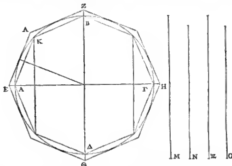
[a] τὸ ἐγγεγραμμένον, in MS. desunt.

Ἔστω γὰρ ὁ μὲν Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν· ὁ δὲ Ν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου. Δύναται ἄρα τοῦ μὲν Μ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΛ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, τὸ ὑπὸ τῆς ΑΚ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις [b] τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, ὅμοια ἂν εἴη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας, καὶ τῶν πλευρῶν τῶν πολυγώνων. Ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν [c] πρὸς ἄλληλα ὃν ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. Ἀλλὰ καὶ ὃν ἔχει λόγον τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Μ, Ν κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει. Ὥστε καὶ αἱ τῶν Μ, Ν διάμετροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. Οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασίονα λόγον ἔχουσι τῶν διαμέτρων· οἵτινες ἴσοι εἰσὶ ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ περιγεγραμμένου, καὶ ἐγγεγραμμένου. Δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

Εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ Ο, Ξ. Καὶ ἔστω ὁ μὲν Ξ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Μ, ὁ δὲ Ο βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Ν· ὕψος δὲ ὁ μὲν Ξ κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὁ δὲ Ο τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετον ἠγμένην. Ἴσος ἄρα ὁ μὲν Ξ κῶνος τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ Ο τῷ ἐγγεγραμμένῳ. Δέδεικται γὰρ ταῦτα. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ, ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετον ἀγομένην.

Sit enim circulus quidem M figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiei æqualis; circulus autem N æqualis ſuperficiei figuræ inſcriptæ. Itaque ea, quæ ex centro circuli M, poteſt ſpatium, quod ſub EΛ continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt: et ea, quæ ex centro circuli N, illud poteſt, quod continetur ſub AK, æqualique recta iis omnibus, quæ angulos jungunt polygoni inſcripti. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, ſimilia utique erunt et ſpatia, quæ ſub rectis, quas diximus, hoc eſt iis, quæ polygonorum angulos jungunt, et ſub eorumdem lateribus continentur. Quare eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam polygonorum latera poteſtate. Quam autem habent rationem ſpatia, quæ ſub iis, quas diximus, rectis continentur, hanc habent poteſtate inter ſe invicem eæ, quæ ex circulorum M, N centris. Habent igitur etiam circulorum M, N diametri inter ſe invicem eamdem rationem, quam polygonorum latera. Circuli autem inter ſe invicem rationem habent ejus duplam, quam habent diametri: æqualeſque ſunt ſuperficiebus figurarum tum circumſcriptæ tum inſcriptæ. Conſtat igitur, figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiem ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet EΛ ad AK.

Sumantur modo duo coni O, Ξ. Et conus quidem Ξ baſim habeat circulum circulo M æqualem; conus vero O baſim habeat circulum æqualem circulo N: at vero altitudinem habeat conus Ξ eam, quæ ex ſphæræ centro; et conus O rectam, quæ a centro ejuſdem ad AK normalis ducitur. Æqualis eſt igitur conus quidem Ξ figuræ ſphæræ circumſcriptæ; conus vero O inſcriptæ. Hæc enim demonſtrata ſunt. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, eamdem habet rationem EΛ ad AK, quam ea, quæ ex centro ſphæræ ad eam, quæ a centro ſphæræ ad



[b] τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου in MS. deſunt.

[c] πρὸς ἄλληλα

AK normalis ducitur. Eamdem igitur rationem habet altitudo coni Ξ ad coni O altitudinem, quam EA ad AK. Habet autem etiam diameter circuli M ad circuli N diametrum eamdem rationem quam EA ad AK. Conorum igitur Ξ, O diametri, quæ in basibus sunt diametri eamdem habent rationem, quam altitudines. Igitur coni sunt similes: ac propterea conus Ξ ad conum O rationem habet ejus triplam, quam diameter circuli M habet ad diametrum circuli N. Constat igitur, etiam figuram circumscriptam ad inscriptam rationem habere ejus triplam, quam habet EA ad AK.

Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου, ὃν ἡ ΕΑ πρὸς ΑΚ. Ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΕΑ πρὸς ΑΚ. Τῶν ἄρα Ξ, Ο κώνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς ὕψεσι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον. Ὅμοιοι ἄρα εἰσί· καὶ διὰ αὐτὸ τριπλασίονα λόγον ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον, ἤπερ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΑ πρὸς ΑΚ.

EUTOCIUS.

Habet autem etiam diameter circuli M ad diametrum circuli N eamdem rationem, quam EA ad AK. Si enim jungantur HΛ, et ΓK; cum anguli, qui ad puncta sunt K et Λ, sint recti, et AK ipsi AE parallela; æquiangulum utique est triangulum HAE triangulo ΓKA. Propterea, ut HA ad AE, ita se habet ΓK ad KA. Sed ut HA quidem ad AE, ita se habent rectæ omnes, quæ circumscripti polygoni angulos jungunt, ad diametrum circuli, qui circumscripto polygono circumscriptus est; ut vero ΓK ad KA, ita rectæ omnes, quæ inscripti polygoni angulos jungunt, ad diametrum circuli ABΓΔ. Ut igitur rectæ omnes, quæ circumscripti polygoni angulos jungunt ad diametrum circuli, qui eidem polygono circumscriptus est, ita se habent rectæ omnes, quæ inscripti polygoni angulos jungant, ad diametrum circuli ABΓΔ. Ut autem diameter ad latus, ita se habet diameter ad latus; quoniam et ut HE ad EΛ, ita ΓA ad AK. Igitur etiam ex æquo, ut rectæ, quæ jungunt, omnes ad EA, ita se habent rectæ, quæ jungunt, omnes ad AK. Sed ut illæ quidem omnes ad latus EA, ita se habet spatium, quod sub omnibus, et sub EA continetur; hoc est quadratum, quod ab ea describitur, quæ ex centro circuli M, ad quadratum, quod ab EA describitur, sumpta EA pro communi altitudine: ut vero hæ omnes ad AK, ita se habet spatium, quod sub omnibus, et sub AK continetur; hoc est quadratum, quod ab ea describitur, quæ ex centro circuli N, ad quadratum, quod ab AK describitur, AK pariter pro communi altitudine sumpta. Ut igitur quadratum, quod ab ea, quæ ex centro circuli M describitur, ad quadratum, quod describitur ab EA, ita se habet quadratum quod ab ea quæ ex centro circuli N describitur ad quadratum quod describitur ab AK. Igitur etiam ut ea, quæ ex centro circuli M ad EA, ita se habet ea quæ ex centro circuli N, ad AK. Et permutando, ut ea, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N, ita EA ad AK. Denique, sumptis præcedentium duplis, ut diameter circuli M ad circuli N diametrum, ita EA ad AK.

Ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΕΑ πρὸς ΑΚ. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΗΑ, ΓΚ, [d] ὀρθῶν γωνιῶν τῶν πρὸς τοῖς Κ, Λ, καὶ παραλλήλου τῆς ΑΚ τῇ ΑΕ· ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΗΑΕ τρίγωνον [e] τῷ ΓΚΑ τριγώνῳ. Καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΗΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΚΑ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΗΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ περιγεγραμμένου γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ περὶ τὸ περιγεγραμμένον κύκλου διάμετρον· ὡς δὲ ἡ ΓΚ πρὸς ΚΑ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ ἐγγεγραμμένου γωνίας πρὸς τὴν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετρον. Ὡς ἄρα πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ περιγεγραμμένου γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου διάμετρον, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ ἐγγεγραμμένου γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετρον. Ὡς δὲ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευρὰν, οὕτως ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν· ἐπεὶ καὶ ὡς ἡ ΗΕ πρὸς ΕΑ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΚ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι πρὸς τὴν ΑΚ. Ἀλλ' ὡς πᾶσαι πρὸς τὴν πλευρὰν τὴν ΕΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ πασῶν καὶ τῆς ΕΑ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, τῆς ΕΑ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης· ὡς δὲ πᾶσαι πρὸς τὴν ΑΚ, οὕτως τὸ ὑπὸ πασῶν καὶ τῆς ΑΚ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΚ· κοινοῦ ὕψους πάλιν λαμβανομένης τῆς ΑΚ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, πρὸς τὸ [f] ἀπὸ ΑΚ. Καὶ ὡς ἄρα αὐτὴ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν πρὸς τὴν ΑΚ. Ἐναλλὰξ [g] ἄρα ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ, πρὸς τὴν ἐκ κέντρου τοῦ Ν, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΚ. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ Μ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν, ἡ ΕΑ πρὸς ΑΚ.

PROP. XXXV. Theor.

Cujuslibet sphæræ superficies quadrupla est circuli maximi omnium, qui sunt in ipsa.

Sit enim sphæra aliqua, et circulus A maximi circuli quadruplus. Dico, circulum A sphæræ superficiei æqualem esse.

Si enim non est æqualis, aut major est, aut minor. Sit primo sphæræ superficies major circulo. Duæ autem sunt magnitudines inæquales, super-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λέ.

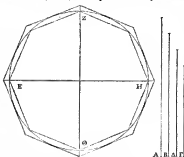
Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

[h] Ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἔστω τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου ὁ Α. Λέγω ὅτι ὁ Α ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

Εἰ γὰρ μὴ, ἤτοι μείζων ἐστὶ, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον μείζων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. [i] Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας, καὶ ὁ

[d] ὀρθῶν - - - - γωνιῶν [e] τῷ ΓΚΑ τριγώνῳ in MS. desunt. [f] In MS. ἀπὸ deest [g] In MS. ἄρα deest.
[h] Ὡς γὰρ [i] Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας in MS. desunt.

Α κύκλος. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα, λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. Εἰλήφθωσαν αἱ Β, Γ, καὶ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ Δ. Νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν ΕΖΗΘ κύκλον· νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον καὶ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ, καὶ τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ἡ Β πρὸς τὴν Δ. Καὶ ὁ διπλάσιος ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἐστὶν ἐλάσσων. Καὶ τοῦ μὲν τῆς Β πρὸς Δ, διπλάσιός ἐστι ὁ τῆς Β πρὸς τὴν Γ· τῆς δὲ πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου, διπλάσιος ὁ τῆς ἐπιφανείας [k] περιγεγραμμένου στερεοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, πρὸς τὴν [l] ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Α κύκλον. Ὅπερ ἄτοπον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας μείζων ἐστὶν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος τοῦ Α κύκλου ἐλάσσων ἐστί. Δέδεικται γὰρ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἢ τετραπλασία· τοῦ δὲ μεγίστου κύκλου τετραπλάσιός ἐστιν ὁ Α κύκλος. Οὐκ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου. Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. Εἰ γὰρ δυνατὸν ἔστω· καὶ ὁμοίως εὑρήσθωσαν αἱ Β, Γ εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Δ. Καὶ ἐγγεγράφθω καὶ περιγεγράφθω πάλιν πολύγωνον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τῆς Β πρὸς Δ. Καὶ τὰ διπλάσια ἄρα. Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας. Ὅπερ ἄτοπον. Ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγεγραμμένου ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου· ἡ δὲ τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. [m] Οὐκ



ficies ſphæræ, et circulus A. Fieri igitur poteſt, ut inæquales duæ rectæ ſumantur, ita ut major ad minorem rationem habeat minorem, quam ſphæræ ſuperficies ad circulum. Sumantur B, Γ; mediaque inter B, Γ proportionalis ſit Δ. Intelligatur autem ſphæra ſecta eſſe plano per centrum acto ſecundum circulum EZHΘ; circuloque polygonum inſcriptum, circumſcriptumque eſſe, ita ut circumſcriptum inſcripto ſimile ſit, et circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam B ad Δ. Igitur dupla etiam ratio dupla ratione eſt minor. Ac rationis quidem ipſius B ad Δ dupla eſt ratio ipſius B ad Γ; rationis vero lateris circumſcripti polygoni ad latus inſcripti dupla ratio ſuperficiei circumſcripti ſolidi ad ſuperficiem inſcripti. Igitur figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficies, ad ſuperficiem inſcriptæ minorem rationem habet, quam ſphæræ ſuperficies ad circulum A. Quod eſt abſurdum. Superficies enim figuræ ſphæræ circumſcriptæ major eſt ſphæræ ſuperficie; ſuperficies vero inſcriptæ minor eſt circulo A. Demonſtratum enim eſt, inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra: circulus autem A maximi circuli eſt quadruplus. Non eſt igitur major ſphæræ ſuperficies circulo A. Dico autem, neque minorem eſſe. Sit enim, ſi fieri poteſt, minor: pariterque rectæ inveniantur B, Γ ita ut B ad Γ rationem habeat minorem, quam circulus A ad ſphæræ ſuperficiem; mediaque inter B, Γ proportionalis ſit Δ. Rurſus autem inſcribatur, et circumſcribatur polygonum, ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam B ad Δ. Igitur dupla etiam harum rationum alterum alterius minora ſunt. Circumſcriptæ igitur polygonæ ſuperficies ad ſuperficiem inſcriptæ minorem rationem habet, quam circulus A ad ſphæræ ſuperficiem. Quod eſt abſurdum. Superficies enim figuræ circumſcriptæ major eſt circulo A; ſuperficies vero inſcriptæ minor ſphæræ ſuperficie. Neque igi-

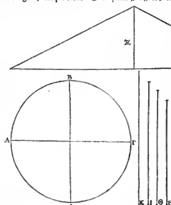
[k] τοῦ περιγεγραμμένου [l] In MS ἐπιφάνεια deeſt. [m] Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας in MS deſunt.

tur minor est sphæræ superficies circulo A. Demonstratum autem est neque majorem esse. Æqualis est igitur sphæræ superficies circulo A, hoc est quadruplo maximi circuli.

PROP. XXXVI. Theor.

Quælibet sphæra coni est quadrupla, basim quidem habentis circulo maximo omnium, qui sunt in sphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro sphæræ.

Sit enim sphæra aliqua, et maximus in ea circulus ABΓΔ. Si igitur sphæra quadrupla non est ejus, quem diximus, coni, sit ea, si fieri potest, major quadrupla. Sit autem conus Ξ basim quidem habens quadruplam circuli ABΓΔ, altitudinem vero ei æqualem, quæ ex centro sphæræ. Major est igitur sphæra cono Ξ. Duæ autem erunt magnitudines inæquales sphæra, et conus. Fieri igitur potest, ut inæquales duæ rectæ sumantur, ita ut major ad minorem rationem habeat, quam sphæra ad conum Ξ. Hæ sint, K, H. Sumptæque aliæ item duæ, ita ut K æque excedat I, atque I excedit Θ, et Θ excedit H. Intelligatur autem inscriptum esse circulo ABΓΔ polygonum, cujus laterum multitudinem quaternarius metiatur, itemque aliud circumscriptum simile inscripto, ut in superioribus theorematibus; et circumscripti polygoni latus ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam K ad I. Ac sint AΓ, BΔ diametri inter se invicem ad angulos rectos. Si igitur, manente diametro AΓ, planum, in quo polygona sunt, circumagatur, inscribetur sphæræ figura, aliaque item circumscribetur: et circumscripta ad inscriptam rationem habebit ejus triplam, quam habet latus polygoni circulo ABΓΔ circumscripti ad latus inscripti. Habet autem latus ad latus minorem rationem, quam K ad I. Habet igitur circumscripta figura ad inscriptam rationem minorem ejus tripla, quam habet K ad I. At vero etiam K ad H rationem habet tripla ejus majorem quam habet K ad I. Hoc enim ex lemmatibus manifestum est. Multo igitur magis circumscripta figura



ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ A κύκλου. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι οὐδὲ μείζων. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐςὶ τῷ A κύκλῳ, τουτέςι τῷ τετραπλασίῳ τοῦ μεγίςου κύκλου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λϛ'.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐςὶ κώνου, βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίςῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἔςω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιςος κύκλος ὁ ABΓΔ. Εἰ οὖν μή ἐςιν ἡ σφαῖρα τετραπλασία τοῦ εἰρημένου κώνου, ἔςω, εἰ δυνατὸν, μείζων ἢ τετραπλασία. Ἔςω δὴ ὁ Ξ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τετραπλασίαν τοῦ ABΓΔ κύκλου, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Μείζων οὖν ἐςιν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. Ἔσοι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε σφαῖρα καὶ ὁ κῶνος. Δυνατὸν οὖν δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίσους, ὥς' ἔχειν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον * ἐλάσσονα, ἢ ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. Ἔςωσαν οὖν αἱ K, H. Αἱ δὲ I, Θ εἰλήφθωσαν, ὥςε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν, τὴν K τῆς I, καὶ τὴν I τῆς Θ, καὶ τὴν Θ τῆς H. Νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν ABΓΔ κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρότερον· ἡ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ ὃν ἔχει ἡ K πρὸς I. Καὶ ἔςωσαν αἱ AΓ, BΔ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. Εἰ οὖν μενούσης τῆς AΓ διαμέτρου, περιενεχθείη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔςαι τὸ σχῆμα τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον· καὶ ἕξει τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸν ABΓΔ κύκλον. Ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ K πρὸς τὴν I. Ὥςε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλασίονα τοῦ K πρὸς I. Ἔχει δὲ καὶ ἡ K πρὸς H μείζονα λόγον, ἢ τριπλάσιον οὗ ὃν ἔχει ἡ K πρὸς I. Τοῦτο γὰρ φανερὸν διὰ λημμάτων. Πολ-

* In MS. ἐλάσσονα deest.

λῳ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Η. Ἡ δὲ Κ πρὸς Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ σφαῖρα πρὸς τὸ Ξ κῶνον καὶ ἐναλλάξ. Ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ γὰρ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον μεῖζόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον ἔλασσον τοῦ Ξ κώνου· διότι ὁ μὲν Ξ κῶνος τετραπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ εἰρημένου κώνου, ἢ τετραπλάσιον. Οὐκ ἄρα μείζων ἢ τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου. Ἔστω, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων ἢ τετραπλασία· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. Εἰλήφθωσαν δὴ αἱ Κ, Η εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Κ μείζονα εἶναι τῆς Η, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν πρὸς αὐτὴν, τοῦ ὃν ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν. Καὶ αἱ Θ, Ι ἐκκείσθωσαν καθὼς πρότερον, καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον νοείσθω πολύγωνον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι· καὶ τὰ ἄλλα κατεσκευασμένα τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον. Ἕξει ἄρα καὶ τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι. Ἕξει οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἐλάσσονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ [a] πρὸς τὴν Ι. Ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Ι. Ὥστε ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ἡ Κ πρὸς τὴν Η. Ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν. Ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ μὲν γὰρ ἐγγεγραμμένον ἔλασσόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περιγεγραμμένον μεῖζον τοῦ Ξ κώνου. Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ μείζων. Τετραπλασία ἄρα.

ad inscriptam minorem rationem habet, quam K ad H. K autem ad H minorem habet rationem, quam sphæra ad conum Ξ: et permutando. Quod fieri non potest. Circumscripta enim figura major est sphæra; inscripta autem minor cono Ξ; eo quod conus quidem Ξ quadruplus est coni, qui basim habeat circulo ΑΒΓΔ æqualem, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro sphæræ; figura vero inscripta minor est quadrupla ejus, quem diximus, coni. Non est igitur sphæra minor quadrupla coni ejus, quem diximus. Sit minor, si fieri potest, quadrupla: et sphæra quidem minor est cono Ξ. Sumantur autem rectæ K, H, ita ut K major sit quam H, et minorem ad ipsam rationem habeat, quam conus Ξ ad sphæram. Exponantur item, ut supra, Θ, I; circuloque ΑΒΓΔ intelligatur polygonum inscriptum, itemque aliud circumscriptum esse, ita ut circumscripti latus ad latus inscripti minorem rationem habeat quam K ad I: aliaque demum eodem, quo supra modo constructa sint. Igitur circumscripta figura solida ad inscriptam rationem habebit ejus triplam, quam habet latus polygoni circulo ΑΒΓΔ circumscripti ad latus inscripti. Habet autem latus ad latus minorem rationem, quam K ad I. Habebit igitur circumscripta figura ad inscriptam rationem minorem ejus tripla, quam habet K ad I. At vero etiam K ad H majorem rationem habet tripla ejus quam habet K ad I. Igitur circumscripta figura ad inscriptam minorem rationem habet, quam K ad H. K autem ad H minorem habet rationem, quam conus Ξ ad sphæram. Quod fieri non potest. Inscripta enim figura minor est sphæra; circumscripta vero major cono Ξ. Neque igitur minor est sphæra quadrupla coni, qui basim quidem habeat circulo ΑΒΓΔ æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro sphæræ. Demonstratum autem est, neque majorem esse. Est igitur quadrupla.

E U T O C I U S.

Αἱ δὲ Ι, Θ εἰλημμέναι, ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν, τὴν Κ τῆς Ι, καὶ τὴν Ι τῆς Θ, καὶ τὴν Θ τῆς Η. Τὸ προκείμενόν ἐστι, δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν ἀριθμητικῇ ἀναλογίᾳ, ὃ ταυτόν ἐστι τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν. [γ] Ποιεῖται δὲ τοῦτο οὕτως. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΚ ἄνισοι· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴση τῇ ΓΚ, ἡ ΒΔ, ἡ λοιπὴ ἡ ΑΔ τετμήσθω τριχῇ

Sumptæque aliæ item duæ I, Θ, ita ut K æque excedat I, atque I excedit Θ, et Θ excedit H. Nimirum hoc propositum est: Datis duabus rectis, duas proportionales medias secundum arithmeticam proportionem invenire; hoc est hujusmodi, quod eodem recidit, ut æqualiter se invicem excedant. Id autem hoc plane modo conficitur. Sint datæ duæ rectæ, eædemque inæquales AB, ΓK: ablataque ab AB ipsi ΓK æquali BΔ,

[a] πρὸς τὴν Ι. Ἡ δὲ Κ in MS. desunt.

[γ] Ποιεῖται

quæ reliqua est ΑΔ in tres æquas partes secetur in punctis E, Z: ponantur æquales alteri quidem EB, H; alteri vero BZ, Θ. Atque hæ duæ H, Θ propositum conficient. Dico porro AB ad ΓK rationem habere majorem ejus tripla, quam habet eadem AB ad H. Ut enim AB ad H, ita fiat H ad aliam quamdam Λ. Et quoniam qua sui parte AB excedit H, hac sui parte etiam H excedit Λ: et pars ipsius AB major est eadem ipsius H parte; ideo majore AB excedit H, quam H excedat Λ. Qua vero parte AB excedit H, eadem H excedit Θ. Igitur majore H excedit Θ, quam H excedat Λ: ideoque Λ major est quam Θ. Quod si rursus ut H ad Λ, ita fiat Λ ad M; multo magis hæc major erit quam ΓK. Et quoniam quatuor rectæ AB, H, Λ, M continuo proportionales sunt; AB ad M rationem habet ejus triplam, quam habet AB ad H. Quare AB ad ΓK rationem habet majorem ejus tripla, quam habet eadem AB ad H.



κατὰ τὰ Ε, Ζ· καὶ τῇ μὲν ΕΒ ἴση κείσθω ἡ Η, τῇ δὲ ΒΖ ἴση ἡ Θ. Ἔσονται δὴ αἱ Η, Θ ποιοῦσαι τὸ προκείμενον. Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΚ μείζονα ἢ τριπλασίονα λόγον ἔχει, οὗ ὃν ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Η. Γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς ἄλλην τινὰ τὴν Λ. Καὶ ἐπεὶ ᾧ μέρει ἑαυτῆς ἡ ΑΒ ὑπερέχει τῆς Η, τούτῳ καὶ ἡ Η ἑαυτῆς ὑπερέχει τῆς Λ· τὸ δὲ αὐτὸ μέρος τῆς ΑΒ μεῖζόν ἐστι τοῦ μέρους τῆς Η· μείζονι ἄρα ὑπερέχει ἡ ΑΒ τῆς Η, [a] ἤπερ ἡ Η τῆς Λ. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ ΑΒ τῆς Η, καὶ ἡ Η τῆς Θ. Μείζονι ἄρα ὑπερέχει ἡ Η τῆς Θ, ἤπερ ἡ Η τῆς Λ· ὥστε μείζων ἡ Λ, τῆς Θ. Ἐὰν δὴ πάλιν ποιήσωμεν ὡς τὴν Η πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὴν Λ πρὸς Μ, πολλῷ μείζων ἔσται τῆς ΓΚ. Καὶ ἐπεὶ τέσσαρες εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, Η, Λ, Μ, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Μ, τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς Η. Ὥστε ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΚ μείζονα ἢ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν Η.

PROP. XXXVII. Theor.

Hisce vero demonstratis, manifestum est, quemlibet cylindrum, qui basim quidem habeat circulo maximo omnium, qui sunt in sphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem sphæræ diametro, sesquialterum esse sphæræ: ipsius autem superficiem, una cum basibus, sphæræ superficiei esse sesquialteram.

Nam cylindrus quidem, quem diximus, sexcuplex est coni, qui eamdem ac ipse basim habeat, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro: sphæra autem demonstrata est ejusdem coni esse quadrupla. Constat igitur cylindrum sesquialterum esse sphæræ. Rursus, quoniam demonstratum est, cylindri superficiem, exceptis basibus, circulo æqualem esse, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis est inter latus cylindri, et basis diametrum: cylindri autem, quem diximus, sphæræ circumscripti latus æquale est diametro basis; constat utique mediam illam proportionalem basis diametro æqualem esse. Circulus autem, qui habeat eam, quæ ex centro, basis diametro æqualem, quadruplus est ipsius basis, hoc est circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra. Igitur cylindri superficies, exceptis basibus, erit circuli maximi quadrupla. Tota igitur cylindri superficies, una cum basibus, sexcuplex erit maximi circuli. Est autem sphæræ superficies quadrupla maximi circuli. Igitur tota cylindri superficies sphæræ superficiei est sesquialtera.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ'.

Προδεδειγμένων δὲ τούτων, Φανερὸν ὅτι πᾶς κύλινδρος, βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, ἡμιόλιός [a] ἐστι τῆς σφαίρας· [b] καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἑξαπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ σφαῖρα δέδεικται τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλασία οὖσα. Δῆλον οὖν, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. Πάλιν, ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῶν βάσεων, ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον ἀνάλογόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς, καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως· τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου περὶ τὴν σφαῖραν, ἡ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως, δῆλον ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον, ἴση γίνεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως. Ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως, τετραπλάσιός ἐστι τῆς βάσεως, τουτέστι τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Ἔσται ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῶν βάσεων, τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλασία ἔσται τοῦ μεγίστου κύκλου. Ἔστι δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡμιολία ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

PROP. XXXVIII. Theor.

Figuræ sphæræ segmento inscriptæ superficies æqualis est circulo, cujus ea, quæ ex centro,

ΠΡΟΤ. κη'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ

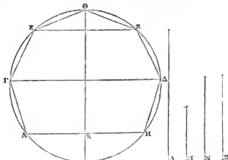
[a] ἤπερ ἡ Η τῆς Λ. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ ΑΒ τῆς Η in MS. desunt [a] ἐστ. [b] καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ex MS.

κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου κύκλου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς [1] παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος, σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσεως.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ τμῆμα, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΗ κύκλος. Ἐγγεγράφθω σχῆμα εἰς αὐτὸ, οἷον εἴρηται, περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν· καὶ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΗΘ, καὶ ἀρτιόπλευρον πολύγωνον τὸ ΑΓΕΘΖΔΗ, χωρὶς τῆς ΑΗ πλευρᾶς. Καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Α, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΓ πλευρᾶς, καὶ ὑπὸ πασῶν τῶν ΕΖ, ΓΔ, καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τουτέστι τῆς ΑΚ. Δεικτέον [2] οὖν, ὅτι ὁ Α κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

poteſt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno latere polygoni maximi circuli ſegmento inſcripti, rectaque iis omnibus æquali, quæ ſegmenti ipſius baſi parallelæ ſunt, una cum dimidia baſis ſegmenti.

Sit ſphæra, et in ipſa ſegmentum, cujus baſis circulus, qui circa ΑΗ deſcribitur. Inſcribatur eidem figura, qualis dicta eſt, conicis ſuperficiebus comprehenſa; et maximus circulus ΑΗΘ, et polygonum parilaterum ΑΓΕΘΖΔΗ, latere ΑΗ excepto. Sumatur autem circulus Α, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub latere ΑΓ, et ſub omnibus ΕΖ, ΓΔ, et amplius ſub dimidia baſis, hoc eſt ΑΚ. Oportet igitur demonſtrare, circulum Α figuræ ſuperficiei æqualem eſſe.



Εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ Μ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΘ πλευρᾶς, καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ. Γίνεται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον. Εἰλήφθω δὲ καὶ ἄλλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΓ, καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς ΕΖ, ΓΔ. Ἔσται οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΕΖ, ΓΔ. Καὶ ἄλλος ὁμοίως ὁ Ξ εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΓ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρων τῶν ΓΔ, ΑΗ. Καὶ αὐτὸς οὖν ἴσος ἐστὶ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΓΔ. Πάντες οὖν οἱ κύκλοι ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ· καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ μιᾶς πλευρᾶς τῆς ΑΓ, καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΓΔ, καὶ τῇ ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ ΑΚ. Ἠδύνατο δὲ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου, ἴσον τῷ

Sumatur circulus Μ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub latere ΕΘ, et dimidia ipſius ΕΖ. Æqualis eſt igitur circulus Μ coni ſuperficiei, cujus quidem baſis circulus, qui circa ΕΖ deſcribitur, vertex vero punctum Θ. Sumatur item alius circulus Ν, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΕΓ, et dimidia utriuſque ΕΖ, ΓΔ. Æqualis hic erit coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana interjicitur per ΕΖ, ΓΔ acta. Pariter alius ſumatur circulus Ξ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΑΓ, et dimidia utriuſque ΓΔ, ΑΗ. Æqualis eſt igitur hic quoque coni ſuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per ΑΗ, ΓΔ. Omnes igitur circuli æquales erunt toti figuræ ſuperficiei; quæque ex eorum centris poterunt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno latere ΑΓ, rectaque ipſis ΕΖ, ΓΔ, et dimidiæ baſis ΑΚ æquali. Poterat autem ea quoque, quæ ex cen-

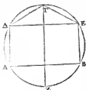
[1] παραλλήλαις

[2] In MS. οὖν deeſt.

tro circuli A huic ipsi æquale spatium. Igitur circulus A æqualis est circulis M, N, Ξ. Quare etiam inscriptæ figuræ superficiei.

PROP. XXXIX. Theor.

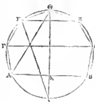
Secetur sphæra plano non per centrum acto, et maximus in ea circulus A E Z id ipsum, a quo secatur, planum ad rectos angulos secans: inscribaturque segmento A B Γ polygonum æquilaterum et parilaterum, base A B excepta. Si igitur, pariter ac in superioribus theorematibus, figura, manente Γ Z, circumagatur, anguli quidem Δ, E, A, B secundum circulos, quorum diametri Δ E, A B; latera vero figuræ secundum conicas superficies ferentur. Atque orietur solida figura conicis superficiebus comprehensa, basim quidem habens circulum, cujus diameter A B, verticem vero punctum Γ. Pariter autem ac in superioribus theorematibus, superficiem habebit minorem segmenti, a quo comprehenditur, superficie. Idem est enim tam segmenti quam figuræ terminus circumferentia circuli, cujus diameter A B: et utraque harum superficierum ad easdem partes cava est, alteraque ab altera comprehenditur.



PROP. XL. Theor.

Superficies figuræ sphæræ segmento inscriptæ minor est circulo, cujus ea quæ ex centro, æqualis est rectæ, quæ a vertice segmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui est basis segmenti.

Sit sphæra, et maximus in ea circulus A B Z E. Sit item in sphæra segmentum, cujus basis circulus, qui circa diametrum A B describitur; eique inscribatur figura, quam diximus. Circuli autem segmento inscribatur polygonum; et reliqua eadem fiant, quæ supra; ducto sphæræ diametro Θ Λ, junctisque Λ E, Θ A. Denique sit circulus M, cujus ea, quæ ex centro, sit ipsi A Θ æqualis. Oportet demonstrare, circulum M majorem esse figuræ superficie.



Demonstratum est enim figuræ superficiem æqualem esse circulo, cujus ea, quæ ex centro, potest spatium ei æquale, quod sub E Θ, omnibusque E Z, Γ Δ, K A continetur. At vero illud quoque demonstratum est, spatium, quod sub E Θ, omnibusque E Z, Γ Δ, K A continetur, æquale esse spatio, quod continetur sub E Λ, et K Θ: et spatium, quod continetur sub E Λ, et K Θ, minus est quadrato, quod ab A Θ describitur; eo

αὐτῷ χωρίῳ. Ὁ ἄρα A κύκλος ἴσος ἐστὶ τοῖς M, N, Ξ κύκλοις. Ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λθʹ.

Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ A E Z, τέμνων πρὸς ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω [w] εἰς τὸ A B Γ τμῆμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς A B. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον ἐὰν, μενούσης τῆς Γ Z, περιενεχθῇ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν Δ, E, A, B γωνίαι κατὰ κύκλων ἐνεχθήσονται, ὧν διάμετροι αἱ Δ E, A B· αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ σχήματος, κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας. Καὶ ἔσται τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, βάσιν μὲν ἔχον κύκλον οὗ διάμετρος ἡ A B, κορυφὴν δὲ τὸ Γ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον, τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἕξει, τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τοῦ περιλαμβάνοντος. Τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας αὐτῶν ἐστιν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦ τε τμήματος, καὶ τοῦ σχήματος [x] ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ A B· καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφότεραί εἰσιν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μʹ.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ A B Z E. Καὶ ἔστω τμῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, [y] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν A B· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρημένον σχῆμα. Καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγωνον, καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτὰ, διαμέτρου μὲν τῆς σφαίρας οὔσης τῆς Θ Λ, ἐπεζευγμένων δὲ τῶν Λ E, Θ A. Καὶ ἔστω κύκλος ὁ M [z] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [a] ἴση ἔστω τῇ A Θ. Δεικτέον ὅτι ὁ M κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ σχήματος ἐπιφανείας.

Ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὖσα κύκλῳ, [b] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς E Θ, καὶ τῶν E Z, Γ Δ, K A. Τὸ δὲ ὑπὸ τῆς E Θ, καὶ τῶν E Z, Γ Δ, K A δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν E Λ, K Θ περιεχομένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν E Λ, K Θ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς A Θ· καὶ γὰρ τοῦ

[w] εἰς τὸ τμῆμα πολύγωνον [x] ἡ περιφέρεια [y] ὅτι [z] ὅτι [a] ἴσον ἄρα τῇ [b] ὅτι in MS. ut semper pro οὗ.

ὑπὸ ΛΘ, ΘΚ, [c] ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ. Φανερὸν οὖν ὅτι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστιν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ. Δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ Μ κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

quod quadrato, quod ab ΑΘ describitur, æquale est spatium, quod continetur sub ΛΘ, et ΘΚ. Manifestum est igitur eam, quæ ex centro circuli, qui figuræ superficiei æqualis est, minorem ea esse, quæ ex centro circuli Μ. Itaque constat, circulum Μ majorem esse figuræ superficie.

EUTOCIUS.

Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΕΘ, καὶ τῶν ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΕΛ, ΚΘ. Ἐν γὰρ τῷ τρίτῳ καὶ εἰκοστῷ θεωρήματι δέδεικται, ὅτι αἱ ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ, πρὸς τὴν ΘΚ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΛΕ πρὸς ΕΘ. Ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ δὲ ὑπὸ ΕΛ, ΚΘ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΘΑ· καὶ γὰρ τοῦ ὑπὸ ΛΘ, ΘΚ, ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ, ὡς ἐστι δῆλον, ἐπιζευγνυμένης τῆς ΑΛ, καὶ διὰ τοῦτο ὁμοίου γενομένου τοῦ ΘΑΚ τριγώνου τῷ ΘΑΛ. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ ΛΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΚ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς μέσης.

Sed demonstratum est spatium, quod continetur sub ΕΘ, omnibusque ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ, æquale esse spatio, quod continetur sub ΕΛ, et ΚΘ. Demonstratum est enim in theoremate vigesimo tertio omnes ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ ad ΘΚ eamdem rationem habere, quam ΛΕ ad ΕΘ. Quare spatium, quod sub extremis continetur, id spatio æquale est, quod continetur sub mediis. At vero spatium, quod sub ΕΛ, ΚΘ continetur, minus est qudrato, quod a ΘΑ describitur; quippe eo quoque est minus, quod continetur sub ΛΘ, ΘΚ; quadratoque, quod a ΘΑ describitur, est æquale: hoc autem manifestum est, si ΑΛ jungatur, et propterea triangulum ΘΑΚ triangulo ΘΑΛ simile fiat. Ut enim ΛΘ ad ΘΑ, ita se habet ΑΘ ad ΘΚ: spatiumque, quod sub extremis continetur, quadrato æquale est, quod a media describitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μα´.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι, ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν [d] πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἠγμένην.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ· καὶ κέντρον τὸ Ε. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πολύγωνον ἀρτιόπλευρον, χωρὶς τῆς ΑΓ, ὁμοίως τοῖς πρότερον· καί, μενούσης τῆς ΒΕ, περιενεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ, κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον. Καὶ εἰλήφθω κῶνος ὁ Κ, βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἠγμένην. Δεικτέον ὅτι ὁ Κ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ [e] σχήματι, σὺν τῷ κώνῳ τῷ ΑΕΓ.

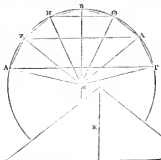
Ἀναγεγράφθωσαν δὴ καὶ κῶνοι ἀπὸ τῶν κύ-

PROP. XLI. Theor.

Figura segmento inscripta, quæ conicis superficiebus comprehenditur, una cum cono qui basim quidem habeat eamdem ac figura, verticem vero sphæræ centrum, æqualis est cono, qui basim quidem habeat figuræ superficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro sphæræ ad unum polygoni latus normalis ducitur.

Sit enim sphæra, et maximus in ea circulus; segmentumque minus semicirculo, ΑΒΓ; centrumque Ε. Inscribatur autem segmento ΑΒΓ, pariter ac in superioribus theorematibus, polygonum æquilaterum, latere ΑΓ excepto: et sphæra, manente ΒΕ, circumacta figuram quamdam efficiat conicis superficiebus comprehensam; et a circulo, qui circa diametrum ΑΓ est, conus describatur verticem habens sphæræ centrum. Sumatur porro conus Κ, basim quidem habens figuræ superficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro Ε ad unum polygoni latus normalis ducitur. Oportet demonstrare, conum Κ figuræ, quam diximus, una cum cono ΑΕΓ, æqualem esse.

Describantur coni etiam a circulis, qui



[c] ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ in MS. desunt. [d] πλευρὰν τῶν [e] τμήματι

circa diametros HΘ, ZΛ funt, verticem habentes punctum E. Itaque rhombus quidem folidus HBΘE æqualis eft cono, cujus bafis æqualis eft coni HBΘ fuperficiei, et altitudo rectæ, quæ a puncto E ad HB normalis ducitur. Refiduum vero, quod comprehenditur fuperficie, quæ inter parallela plana per HΘ, ZΛ acta interjicitur, et conicis fuperficiebus ZEΛ, HEΘ, æquale eft cono, cujus bafis æqualis eft fuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per HΘ, ZΛ, et altitudo rectæ, quæ a puncto E ad ZH normalis ducitur. Rurfus refiduum, quod comprehenditur fuperficie, quæ inter parallela plana per ZΓ, ΛΛ acta interjicitur, et conicis fuperficiebus ΑΕΓ, ZEΛ, æquale eft cono, cujus bafis æqualis eft fuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per ZΛ, ΑΓ, et altitudo rectæ, quæ a puncto E ad ZΛ normalis ducitur. Igitur coni, quos diximus, æqualis funt figuræ, una cum cono ΑΕΓ: et altitudinem quidem habent rectæ æqualem, quæ a puncto E ad unam polygoni latus normalis ducitur, bafes vero æquales figuræ ΑΖΗΕΘΛΓ fuperficiei. Habet autem etiam conus K eamdem altitudinem, et bafim figuræ fuperficiei æqualem. Igitur conus K æqualis eft iis, quos diximus, conis. Demonftratum autem eft, conos, quos diximus, æquales effe cum figuræ, tum cono ΑΕΓ. Igitur etiam conus K cum figuræ tum cono EΑΓ eft æqualis.

Hinc autem manifeftum eft, conum, qui bafim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eft rectæ, quæ a vertice fegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eft bafis fegmenti; altitudinem vero æqualem ei, quæ ex fphæræ centro; infcripta figura, una cum cono, majorem effe. Conus enim, quem diximus, major eft cono figuræ ipfi æquali, una cum cono bafim quidem habente ipfius fegmenti bafim, verticem vero fphæræ centrum; nimirum cono bafim quidem habente figuræ fuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Major eft enim, ut demonftratum eft, bafis bafe, et altitudo altitudine.

PROP. XLII. Theor.

Sit fphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓ, a quo fegmentum fecetur minus femicirculo, id nempe, quod ΑΒ fecat. Centrum autem fit Δ; junganturque a centro Δ ad puncta Α, Β rectæ ΑΔ, ΔΒ; eique, qui inde oritur, fectori polygonum circumfcribatur, et polygono circulus. Habebit fane eumdem centrum atque circulus ΑΒΓ. Quod fi polygonum, manente ΕΚ, circumactum eodem reftituatur, unde moveri cœpit; circumfcriptus circulus fecundum fphæræ fuperficiem

κλων τῶν περὶ διαμέτρους τὰς ΗΘ, ΖΛ, κορυφὴν ἔχοντες τὸ Ε σημεῖον. Οὐκοῦν ὁ μὲν ΗΒΘΕ ῥόμβος στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΗΒΘ κώνου, τὸ ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΗΒ ἀγομένῃ καθέτῳ. Τὸ δὲ περίλημμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΛ, καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ΖΕΛ, ΗΕΘ, ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΛ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΗ καθέτῳ ἠγμένῃ. Πάλιν τὸ περίλημμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΛ, ΑΓ, καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ΑΕΓ, ΖΕΛ, ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΛ, ΑΓ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΛ καθέτῳ ἠγμένῃ. Οἱ οὖν εἰρημένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι, καὶ μετὰ τοῦ ΑΕΓ κώνου· καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσι τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τὰς δὲ βάσεις [f] ἴσους τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΖΗΒΘΛΓ σχήματος. Ἔχει δὲ καὶ ὁ Κ κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος, καὶ βάσιν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τοῖς εἰρημένοις κώνοις. Οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδείχθησαν ἴσοι τῷ σχήματι, καὶ τῷ ΑΕΓ κώνῳ. Καὶ ὁ Κ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε σχήματι, καὶ τῷ ΕΑΓ κώνῳ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἐστὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κώνῳ. Ὁ γὰρ προειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ ἴσου σχήματι, σὺν τῷ κώνῳ [g] τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ, τουτέστι τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὴ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. Ἥτε γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ, δέδεικται γὰρ τοῦτο, καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μβ'.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἔλασσον ἡμικυκλίου ὃ ἀποτέμνει ἡ ΑΒ. Καὶ κέντρον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὰ Α, Β ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ· καὶ περὶ τὸν γενηθέντα τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. Ἕξει δὴ, αὐτὸ κέντρον τῷ ΑΒΓ κύκλῳ. Ἐὰν δὴ, μενούσης τῆς ΕΚ, περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας

[f] ἴσας

[g] τῷ βάσιν μὲν ἔχοντος

οἰσθήσονται σφαίρας· καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους [h] γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἐπιζευγνύουσι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὖσαι παράλληλοι τῇ ΑΒ. Τὰ δὲ σημεῖα καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ τοῦ πολυγώνου πλευραί, κύκλους γράφουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ὧν διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἁφὰς, παράλληλοι οὖσαι τῇ ΑΒ· αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται. Καὶ ἔσται τὸ περιγεγραφὲν σχῆμα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΖΗ κύκλος. Ἡ δὲ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΒ κύκλος.

Ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ ΑΜ, ΒΝ. Κατὰ κωνικῆς ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ γενηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ΑΜΘΕΛΝΒ, ἕξει μείζονα τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος [i] ἐστί. Πέρας γὰρ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ τῷ αὐτῷ ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον [k] τὴν ΑΒ κύκλον, καὶ περιλαμβάνεται τὸ τμῆμα ὑπὸ τοῦ σχήματος. Ἀλλ' ἡ γεγενημένη ὑπὸ τῶν ΖΜ, ΗΝ ἐπιφάνεια κώνου, μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης ὑπὸ τῶν ΜΑ, ΝΒ· ἡ μὲν γὰρ ΖΜ τῆς ΜΑ μείζων ἐστὶ, ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει, ἡ δὲ ΝΗ τῆς ΝΒ. Ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασι. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

feretur; et anguli polygoni circulos describent, quorum diametri ipsi AB parallelæ polygoni angulos jungunt. At puncta, in quibus polygoni latera minorem circulum contingunt, describent circulos in minore sphæra, quorum diametri sunt rectæ, quæ ipsi AB parallelæ jungunt contactus: ipsa autem latera ferentur secundum conicas superficies. Atque ita figura circumscribetur conicis superficiebus comprehensa, cujus basis erit circulus, qui circa diametrum ZH describitur. Figuræ autem, quam diximus, superficies major est superficie minoris segmenti, cujus basis est circulus, qui describitur circa diametrum AB.

Ducantur enim contingentes AM, BN. Ferentur utique secundum conicam superficiem: quæ a polygono fit et figura, AMΘEΛNB, superficiem habebit majorem sphæræ segmento, cujus basis est circulus, qui describitur circa diametrum AB. Nam terminum in uno eodemque plano circulum habent, qui describitur circa diametrum AB; segmentumque a figura comprehenditur. At vero coni superficies, quæ fit a rectis ZM, HN major est ea, quæ fit a MA, NB; cum ZM major sit quam MA, utpote quæ recto angulo subjicitur, et NH quam NB. Quod si aliquando contigerit, superficies major est superficie. Hæc enim in lemmatibus demonstrata sunt. Manifestum est igitur, circumscriptæ figuræ superficiem superficie segmenti minoris sphæræ majorem esse.

E U T O C I U S.

Ἕξει δὲ καὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ΑΒΓ κύκλῳ. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ Θ, Ε, Λ ἴσαι ἔσονται, διὰ τὸ καὶ τὰς ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυμένας εὐθείας καθέτους εἶναι ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας, καὶ αὐτὰς δὲ τὰς ἐφαπτομένας δίχα τέμνεσθαι πρὸς τῇ ἁφῇ.

Ὅταν δὲ τοῦτο [l] ᾖ, μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΜΖ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας φέρεται, κατὰ κολούρου κώνου ἐπιφανείας οἰσθήσεται, ᾗ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε ΖΜ, καὶ τῆς ἡμισείας

Habebit sane eumdem centrum, atque circulus ABΓ. Si enim a puncto Δ ad Θ, E, Λ, rectæ jungantur, æquales erunt; eo quod quæ ab eodem Δ ad contactus junguntur, normales ad contingentes sunt, ipsasque contingentes in duas æquas partes ad contactum secant.

Quando vero hoc contigerit, superficies major est superficie. Quoniam enim MZ secundum conicam superficiem fertur, feretur utique secundum superficiem coni mutili, cui circulus æqualis est, cujus ea, quæ ex centro, media est proportionalis inter ZM, et dimidiam

[h] γράψωσι [i] In MS. ἐστὶ deest [k] τὸν [l] μείζων γάρ

utriuſque ſimul ZH, et MN. Pariter vero ſuperficiei coni mutili, quæ ex MA oritur, æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter MA, et dimidiam utriuſque ſimul AB, et MN. Ac ZM quidem major eſt quam MA; ZH vero major quam AB. Igitur major eſt etiam media quam media, hoc eſt ſuperficies quam ſuperficies. Quæ igitur ſuperficies rectis ZM, NH concluditur, major eſt ſuperficie, quæ concluditur rectis MA, NB.

συναμφοτέρε τῆς ZH καὶ τῆς MN. Ὁμοίως δὲ καὶ τῇ ὑπὸ τῆς MA γινομένῃ [m] κολούρε κώνε ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἐςὶ κύκλος, ἡ ἡ ἐκ τοῦ κέντρε μέσον [n] λόγον ἔχει τῆς MA καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρε τῆς AB καὶ MN. Καί ἐςιν ἡ μὲν ZM μείζων τῆς MA, ἡ δὲ ZH τῆς AB. Μείζων ἄρα καὶ ἡ μέση τῆς μέσης, ὥςε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ἡ ἄρα ὑπὸ ZM, NH μείζων ἐςὶ τῆς ὑπὸ MA, NB ἐπιφανείας.

PROP. XLIII. Theor.

Ac manifeſtum eſt, figuræ ſectori circumſcriptæ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod continetur ſub uno polygoni latere, et rectis omnibus, quæ polygoni angulos jungunt, et amplius dimidia baſis ejus, quod diximus, polygoni.

Quæ enim circumſcribitur figura ſectori, eadem majoris ſphæræ ſegmento inſcribitur. Hoc autem ex iis conſtat, quæ ſupra ſcripta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μγ΄.

Καὶ φανερὸν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα, ἴση ἐςὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρε δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνε, καὶ τῶν ἐπιζευγνυεσῶν πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνε, [o] καὶ τῆς ἔτι ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένε πολυγώνε.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ, ἐγγεγραμμένον σχῆμά ἐςιν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας. Τοῦτο δὲ δῆλον, διὰ τὸ προγεγραμμένον.

PROP. XLIV. Theor.

Figuræ ſegmento circumſcriptæ ſuperficies major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΔΒΓ, et centrum E. Circumſcribatur autem ſectori polygonum ΑΖΚ, et huic ipſi circulus; et oriatur figura, ut ſupra. Sit etiam circulus N, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno polygoni latere, rectiſque omnibus, quæ angulos jungunt, una cum dimidia ipſius ΚΛ. Atque hoc, quod diximus, ſpatium æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΜΘ, et ſub ZH, quæ quidem eſt ſegmenti majoris ſphæræ altitudo. Hoc enim ſupra demonſtratum eſt. Igitur ea, quæ ex centro circuli N, poteſt ſpatium ei æquale, quod ſub ΜΘ et HZ continetur. At vero HZ major eſt quam ΔΞ, quæ altitudo eſt minoris ſegmenti. Si enim jungatur KZ, parallela erit rectæ ΔΑ. Eſt autem etiam

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μδ΄.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τμήματι ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐςὶ κύκλε, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρε ἴση ἐςὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἠγμένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλε, ὅς ἐςι βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔςω γὰρ σφαῖρα, καὶ μέγιςος κύκλος ἐπ᾽ αὐτῆς ὁ ΑΔΒΓ, καὶ κέντρον τὸ E. Καὶ περὶ τὸν τομέα περιγεγράφθω τὸ ΛΖΚ πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος περιγεγράφθω καὶ γεγενήσθω σχῆμα, καθάπερ πρότερον. Καὶ ἔςω κύκλος ὁ N, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρε ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνε, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυεσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ΚΛ. Ἀλλὰ τὸ εἰρημένον χωρίον ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΜΘ καὶ ZH, ἥ δή ἐςιν ὕψος τοῦ τμήματος τῆς μείζονος σφαίρας. Τοῦτο γὰρ προδέδεικται. Τοῦ ἄρα N κύκλε ἡ ἐκ τοῦ κέντρε ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΜΘ, HZ περιεχομένῳ. [p] Ἀλλ᾽ ἡ μὲν HZ μείζων ἐςὶ τῆς ΔΞ, ἥ ἐςιν ὕψος τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὴν KZ, ἔςαι παράλληλος τῇ ΔΑ.

[m] Σολοίρο [n] λόγω ἐςὶ [o] ἢ ὑπὸ τῆς ἡμισείας [p] καὶ ἄλλη μὲν

Ἐςὶ δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΚΛ παράλληλος, καὶ κοινὴ ἡ ΖΕ. Ὅμοιον ἄρα τὸ ΖΚΗ τρίγωνον τῷ ΔΛΞ τριγώνῳ. Καί ἐςι μείζων ἡ ΖΚ τῆς ΛΔ. Μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΔΞ. Ἴση δὲ ἡ ΜΘ τῇ διαμέτρῳ τῇ ΓΔ. Ἐὰν [a] γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ Ε, Ο, ἐπεὶ ἴση ἐςὶν ἡ μὲν ΜΟ τῇ ΟΖ, ἡ δὲ ΘΕ τῇ ΕΖ, παράλληλος ἄρα ἐςὶν ἡ ΕΟ τῇ ΜΘ. Διπλασία ἄρα ἐςὶν ἡ ΜΘ τῆς ΕΟ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΔ διπλασία ἐςὶ τῆς ΕΟ. Ἴση ἄρα ἐςὶν ἡ ΜΘ τῇ ΓΔ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΞ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΛΔ. Ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ ΚΖΛ ἐπιφάνεια μείζων ἐςὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐςι βάσις τοῦ τμήματος τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ. Ὁ γὰρ Ν κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν τομέα σχήματος.

ΑΒ ipsi ΚΛ parallela, et ΖΕ communis. Igitur simile est triangulum ΖΚΗ triangulo ΔΛΞ. Major est autem ΖΚ quam ΛΔ. Major est igitur etiam ΖΗ quam ΔΞ. Præterea ΜΘ diametro ΓΔ est æqualis. Si enim jungatur Ε, Ο, cum ΜΟ æqualis sit rectæ ΟΖ, et ΘΕ rectæ ΕΖ, parallela utique est ΕΟ ipsi ΜΘ. Igitur ΜΘ ipsius ΕΟ est dupla. Dupla est autem etiam ΓΔ ipsius ΕΟ. Est igitur ΜΘ æqualis ipsi ΓΔ. Denique spatium quod sub ΓΔ, ΔΞ continetur, æquale est quadrato, quod ab ΛΔ describitur. Igitur figuræ ΚΖΛ superficies major est circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est rectæ, quæ a vertice segmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui est basis segmenti; ejus scilicet, qui circa diametrum ΑΒ describitur. Nam circulus Ν æqualis est superficiei figuræ sectori circumscriptæ.

E U T O C I U S.

Ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ ΚΖΛ ἐπιφάνεια μείζων ἐςὶ τοῦ κύκλου, καὶ τὰ ἑξῆς. Ἀσαφέστερον δοκεῖ συνῆχθαι τὸ εἰρημένον· λέγοι δ' ἂν σαφῶς οὕτως. Ἐπειδὴ ὁ Ν κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν δύναται τὸ ὑπὸ ΜΘ, ΖΗ, τὸ δὲ ὑπὸ ΜΘ, ΖΗ, μεῖζον τοῦ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ· ἡ μὲν γὰρ ΜΘ ἴση δέδεικται τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΖΗ μείζων τῆς ΔΞ· Ὁ Ν ἄρα κύκλος μείζων ἐςὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΑ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου, μείζων ἐςὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΔΑ.

Figuræ igitur ΚΖΛ superficies major est circulo; et quæ sequuntur. Subobscure id collegisse videtur; quod clarius hoc pacto colligas. Quoniam circulus Ν æqualis est superficiei figuræ; quæque ex centro circuli Ν, potest spatium, quod sub ΜΘ, ΖΗ continetur, idque majus est spatio, quod continetur sub ΓΔ, ΔΞ; demonstratum est enim ΜΘ æqualem esse ipsi ΓΔ, et ΖΗ majorem quam ΔΞ; ideo circulus Ν major est circulo, cujus ea, quæ ex centro, potest spatium, quod continetur sub ΓΔ, ΔΞ. Quod autem spatium sub ΓΔ, ΔΞ continetur, id quadrato æquale est, quod a ΔΑ describitur. Igitur circulus Ν, hoc est circumscriptæ figuræ superficies, major est circulo, cujus ea, quæ ex centro, ipsi ΔΑ est æqualis.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ με'.

Γίνεται δὴ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτῳ ἠγμένῃ, ἢ δὴ ἴση ἐςὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ, ἐγγεγραμμένον ἐςὶν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον ἐςὶ τὸ αὐτό. Δῆλον οὖν τὸ λεγόμενόν ἐςιν ἐκ τῶν προγεγραμμένων.

PROP. XLV. Theor.

Quinetiam figura ipsa sectori circumscripta, una cum cono, cujus basis est circulus, qui circa diametrum ΚΛ describitur, et vertex ipsius centrum, æqualis est uno, cujus basis æqualis est superficiei figuræ, et altitudo rectæ, quæ a centro ad latus normalis ducitur; quæ quidem æqualis est ei, quæ ex centro sphæræ.

Quæ enim circumscribitur figura sectori, eadem segmento majoris sphæræ, cujus idem est centrum, inscribitur. Constat igitur quod dictum est ex iis, quæ supra scripta sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μϛ'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ, μεῖζόν ἐςι κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐςι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου.

PROP. XLVI. Theor.

Hinc autem manifestum est, circumscriptam figuram, una cum cono, majorem esse cono, qui basim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est rectæ, quæ a vertice segmenti minoris sphæræ ducitur ad circumferentiam circuli, qui est basis segmenti; altitudinem vero rectam ei æqualem, quæ ex centro sphæræ.

[a] γὰρ ex MS.

Qui enim conus figuræ, una cum cono, æqualis fuerit, hic basim quidem habebit majorem eo, quem diximus, circulo; altitudinem vero ei æqualem, quæ ex centro minoris sphæræ.

Ὁ γὰρ ἴσος κῶνος τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, τὴν μὲν βάσιν μείζονα ἕξει τοῦ εἰρημένου κύκλου, τὸ δὴ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

PROP. XLVII. Theor.

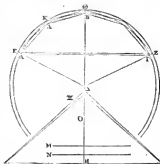
Sit rursus sphæra, et maximus in ea circulus, et segmentum minus semicirculo ΑΒΓ; et centrum punctum Δ: et sectori ΑΒΓ inscribatur polygonum æquiangulum, et huic simile aliud circumscribatur, lateraque lateribus parallela sint. Circumscribatur item circumscripto polygono circulus: et pariter ac in superioribus theorematibus circuli, manente ΗΒ, circumacti figuras efficiant conicis superficiebus comprehensas. Oportet demonstrare, circumscriptæ figuræ superficiem ad superficiem figuræ inscriptæ rationem habere ejus duplam, quam latus circumscripti polygoni habet ad latus polygoni inscripti; figuram autem ipsam, una cum cono, rationem habere ejusdem rationis triplam.

Sit enim circulus Μ, cujus ea, quæ ex centro, possit spatium ei æquale, quod continetur sub uno polygoni latere circumscripti, et rectis omnibus, quæ angulos jungunt, et amplius dimidia ipsius ΕΖ. Atque erit circulus Μ circumscriptæ figuræ superficiei æqualis. Sumatur autem etiam circulus Ν, cujus ea, quæ ex centro, possit spatium ei æquale, quod continetur sub uno inscripti polygoni latere, rectisque omnibus, quæ angulos jungunt, una cum dimidia ipsius ΑΓ. Atque erit hic circulus æqualis superficiei figuræ inscriptæ. Sed ea, quæ diximus, spatia sese habent invicem ut quadratum, quod a latere ΕΚ describitur, ad quadratum, quod describitur a latere ΑΛ. Ut igitur polygonum ad polygonum, ita se habet circulus Μ ad circulum Ν. Manifestum est igitur, circumscriptæ figuræ superficiem ad superficiem figuræ inscriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet ΕΚ ad ΑΛ; eamdem scilicet, quam polygonum habet ad polygonum.

Sit rursus conus Ξ basim quidem habens circulo Μ æqualem, altitudinem vero æqualem ei,

ΠΡΟΤ. μζ´.

Ἔστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ· καὶ κέντρον τὸ Δ· καὶ εἰς τὸν ΑΒΓ τομέα ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς. Καὶ κύκλος περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον· καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον, μενούσης τῆς ΗΒ, περιενεχθέντες οἱ κύκλοι, ποιήτωσαν σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Δεικτέον ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ πλευρὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου· τὸ δὲ σχῆμα, σὺν τῷ κώνῳ, τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.



Ἔστω γὰρ ὁ Μ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας. καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ. *Ἔσται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Εἰλήφθω δὴ καὶ ὁ Ν κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου, [1]καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ΑΓ. Ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία ἐστὶ πρὸς ἄλληλα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ πλευρᾶς. Καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν Ν κύκλον. Φανερὸν οὖν ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΑΛ· τὸν δὲ αὐτὸν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον.

Ἔστω πάλιν κῶνος ὁ Ξ βάσιν μὲν ἔχων τῷ Μ ἴσην, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαί-

* ἴσ.

[1] καὶ τῶν

μας. Ἴσος δὴ οὗτος ἐστὶν ὁ κῶνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ. Καὶ ἔστω ἄλλος κῶνος ὁ Ο, βάσιν μὲν ἴσην ἔχων τῷ Ν, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην. Ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ κέντρον. Ταῦτα γὰρ πάντα προγέγραπται. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, [v] οὕτως ἡ ΑΛ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην· οὕτως ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΑΛ, [w] οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου, καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον· ἔσται ἄρα ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ξ, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ο, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου. Ὅμοιοι [x] ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. Ὁ Ξ ἄρα κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον. Φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ.

quæ ex centro minoris fphæræ. Æqualis eft igitur hic conus figuræ circumfcriptæ, una cum cono, cujus bafis eft circulus, qui circa E Z defcribitur, et vertex punctum Δ. Sit alius conus O bafim quidem habens circulo N æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto Δ ad A Λ normalis ducitur. Et hic quidem conus æqualis erit figuræ infcriptæ, una cum cono, cujus bafis eft circulus, qui circa diametrum A Γ defcribitur, et vertex punctum Δ. Hæc enim omnia antea fcripta funt. Et quoniam ut E K ad eam, quæ ex centro minoris fphæræ, ita fe habet A Λ ad rectam, quæ a centro Δ ad A Λ normalis ducitur: demonftratum autem eft, ut E K ad A Λ, ita fe habere eam, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N, et diametrum ad diametrum; ideo ut diameter circuli, qui bafis eft coni Ξ, ad diametrum circuli, qui coni O eft bafis, ita fe habebit coni Ξ altitudo ad altitudinem coni O. Coni igitur fimiles funt. Igitur conus Ξ ad conum O rationem habet ejus triplam, quam diameter habet ad diametrum. Manifeftum igitur eft, circumfcriptam figuram, una cum cono, ad figuram infcriptam, una cum cono, rationem habere ejus triplam, quam E K habet ad A Λ.

E U T O C I U S.

Ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ πλευρᾶς. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ ΔΑΚ, παραλλήλου οὔσης τῆς ΕΚ τῇ ΑΛ, ἐστὶν ὡς [y] ἡ ΕΔ πρὸς ΔΛ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. Ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΛ, ἡ ΕΖ πρὸς ΑΓ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ, ἡ ΕΖ πρὸς ΑΓ· καὶ ἡμίσεια τῆς ΕΖ πρὸς τὴν ἡμίσειαν τῆς ΑΓ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας τῶν πολυγώνων δειχθήσεται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλας, ὃν ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ περιγεγραμμένου γωνίας μετὰ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ μείζονος τμήματος, πρὸς πάσας τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰς τοῦ ἐγγεγραμμένου γωνίας, μετὰ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς ΕΚ καὶ πασῶν, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς ΑΛ καὶ πασῶν. Τὰ γὰρ ὅμοια εὐθύγραμμα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. Καὶ τοῦ μὲν τῆς ΕΚ πρὸς ΑΛ λόγου διπλασίων ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ. Τῶν δὲ ἐπιζευγνυουσῶν τὰς τοῦ μείζονος, πρὸς τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰς τοῦ [z] ἐλάσσονος, διπλασίων ἐστὶν ὁ τοῦ ὑπὸ τῆς ΕΚ, καὶ πασῶν, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς ΑΛ καὶ πασῶν. Ὅμοια γὰρ καὶ ταῦτα, διὰ τὸ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχειν.

Sed ea, quæ diximus, fpatia fefe habent invicem, ut quadratum, quod a latere E K defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur a latere A Λ. Si enim jungatur Δ A K, cum E K parallela fit ipfi A Λ, ut E Δ ad Δ Λ, ita fe habet E K ad A Λ. Ut autem E Δ ad Δ Λ, ita fe habet E Z ad A Γ. Igitur et ut E K ad A Λ, ita fe habet E Z ad A Γ; dimidiaque ipfius E Z ad dimidiam ipfius A Γ. Pariter de cæteris omnibus, quæ polygonorum angulos jungunt, illud demonftrabitur; eamdem inter fe invicem rationem habere, quam E K ad A Λ. Igitur ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes. Ut igitur E K ad A Λ, ita fe habent omnes, quæ circumfcripti polygoni angulos jungunt, una cum dimidia bafis majoris fegmenti, ad omnes, quæ angulos jungunt infcripti polygoni, una cum dimidia bafis fegmenti minoris. Quare et ut quadratum, quod ab E K defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur ab A Λ, ita fpatium, quod fub E K, omnibufque fimul continetur, ad fpatium, quod continetur fub A Λ, fimulque item omnibus. Quæ enim rectilinea fimilia funt, hæc duplam refpondentium fibi invicem laterum rationem habent. Ac rationis quidem ipfius E K ad A Λ dupla eft ratio quadrati, quod ab E K defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur ab A Λ. Rationis vero rectarum omnium, quæ majoris polygoni angulos jungunt, ad rectas omnes, quæ angulos jungunt polygoni minoris, dupla eft ratio fpatii, quod fub E K, omnibufque fimul continetur, ad fpatium, quod continetur fub A Λ, fimulque item omnibus. Nam hæc quoque fpatia fimilia funt, quippe quæ latera habent proportionalia.

[v] οὕτως ex MS. [w] οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου in MS. defunt. [x] ἄρα ex MS. [y] ΕΔ πρὸς ΔΑ ex MS. [z] ἐλάττονος

Atque ut E K ad eam, quæ ex centro minoris ſphæræ, ita ſe habet A A ad rectam, quæ a centro ad A A normalis ducitur. Si enim recta a centro ad contactum juncta fuerit; erit utique, quæ juncta fuit recta, ad utramque E K, A A normalis. Atque ut E Δ ad Δ A, hoc eſt E K ad A A, ita ſe habebit quæ a centro ad contactum juncta eſt; nimirum ea, quæ ex centro minoris ſphæræ, ad eam, quæ ducta a centro ad A A normalis fuerit.

Demonſtratum autem eſt, ut E K ad A A, ita ſe habere eam, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N. Quoniam nimirum demonſtratum eſt, ut polygonum ad polygonum, ita ſe habere circulum M ad circulum N; hoc eſt quadratum, quod ab ea quæ ex centro circuli M deſcribitur, ad quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N.

Καὶ ἔστιν ὡς ἡ E K πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, οὕτως ἡ A A πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν A A κάθετον ἠγμένην. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζεύξωμεν εὐθεῖαν, [a] ἔσται ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἐπ' ἀμφοτέρας τὰς E K, A A. [b] Καὶ ἔσται ὡς ἡ E Δ πρὸς Δ A, τουτέστιν ἡ E K πρὸς A A, [c] ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν A A κάθετον.

Ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ E K πρὸς A A, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου. Ἐπεὶ δέδεικται ὅτι ἐστὶν, ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N.

PROP. XLVIII. Theor.

Cujuſlibet ſegmenti ſphæræ, hemiſphærio minoris, ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſphæræ ſegmenti.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus A B Γ, ſegmentumque minus hemiſphærio, cujus baſis circulus, qui circa A Γ deſcribitur, ad circulum A B Γ rectus: et ſumatur circulus Z, cujus ea, quæ ex centro, ſit rectæ A B æqualis. Oportet demonſtrare, ſegmenti A B Γ ſuperficiem circulo Z æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, major ſit ſuperficies circulo Z: et ſumatur centrum Δ; et rectæ a centro Δ ad puncta A, Γ junctæ producantur. Duæ autem cum ſint magnitudines inæquales, ſuperficies ſegmenti, et circulus Z, ſectori A B Γ inſcribatur polygonum æquilaterum et æquiangulum, itemque aliud huic ſimile circumſcribatur; ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam ſegmenti ſphæræ ſuperficies ad circulum. Circumacto autem, ut antea, circulo, duæ erunt figuræ conicis ſuperficiebus comprehenſæ; altera quidem circumſcripta, altera vero inſcripta: et circumſcriptæ figuræ ſuperficies ſe habebit ad ſuperficiem inſcriptæ, ut circumſcriptum polygonum ad inſcriptum. Utraque enim ratio dupla eſt ejus, quam habet latus polygoni circumſcripti ad latus inſcripti.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μη'.

Παντὸς τμήματος σφαίρας, ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου, ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ A B Γ, καὶ τμῆμα ἐν αὐτῇ ἔλασσον ἡμισφαιρίου, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν A Γ κύκλος, πρὸς ὀρθὰς ὢν τῷ A B Γ κύκλῳ· καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Z, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B. [d] Δεῖ δεῖξαι ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ A B Γ τμήματος, ἴση ἐστὶ τῷ Z κύκλῳ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἔστω μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Z κύκλου· καὶ εἰλήφθω τὸ Δ κέντρον· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ [e] τὰ A, Γ ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν. Καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος, καὶ τοῦ Z κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ A B Γ τμῆμα πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ [f] ἀρτιογώνιον, καὶ ἄλλο τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω· ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας [g] πρὸς τὸν κύκλον. Περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἔσται δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα, ὧν τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον· καὶ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔσται, ὡς τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον. Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ, πρὸς

[a] ἔστω [b] καὶ ἔστιν ὡς ἡ E Δ [c] ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθεῖσα, τουτέστιν [d] Δεῖ δεῖξαι ex MS.
[e] τὸ [f] ἀρτιογώνιον [g] πρὸς τὸν Z κύκλον.

τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν. Ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ τοῦ εἰρημένου τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὸν Ζ κύκλον· μείζων δέ ἐστιν ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ τμήματος. Καὶ ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια ἄρα μείζων ἐστὶ τοῦ Ζ κύκλου. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων οὖσα τοῦ τηλικούτου κύκλου. Ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μείζων τῆς ἐπιφανείας· καὶ ὁμοίως περιγεγράφθω καὶ ἐγγεγράφθω ὅμοια πολύγωνα· καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ὁ κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σχήματος. Οὐκ ἄρα μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ζ κύκλου. Ἐδείχθη δὲ ὡς οὐδὲ ἐλάσσων. Ἴση ἄρα.

Circumſcriptum autem polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam ejus, quod diximus, ſegmenti ſuperficies ad circulum Z; majorque eſt circumſcriptæ figuræ ſuperficies ſuperficie ſegmenti. Igitur etiam inſcriptæ figuræ ſuperficies major eſt circulo Z. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt, figuræ, quam diximus, ſuperficiem minorem eſſe hujuſmodi circulo. Sit rurſus circulus major ſuperficie: pariterque circumſcribantur, inſcribanturque ſimilia polygona; et circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus ad figuræ ſuperficiem. Non eſt igitur minor ſuperficies circulo Z. Demonſtratum autem eſt, neque majorem eſſe. Eſt igitur æqualis.

E U T O C I U S.

Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἐδείχθη γὰρ ἐν τῷ πρὸ τούτου, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ ἴσου τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ ἴσου τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου, οὕτως ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐκ τῶν κέντρων. Καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἄρα πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Utraque enim ratio dupla eſt ejus, quam habet latus polygoni circumſcripti ad latus inſcripti. Illud enim in ſuperiore theoremate demonſtratum eſt: ut ea, quæ ex centro circuli circumſcripti polygoni ſuperficiei æqualis, ad eam, quæ ex centro circuli æqualis ſuperficiei polygoni inſcripti, ita ſe habere circumſcripti polygoni latus ad latus polygoni inſcripti. Circuli autem duplam earum, quæ ex centro, inter ſe invicem rationem habent. Igitur etiam ſuperficies ad ſuperficiem duplam habent rationem lateris ad latus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μθ'.

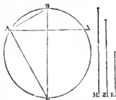
[b] Ἐὰν μεῖζον ἡμισφαιρίου ᾖ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ νοείσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῷ, τῷ κατὰ τὴν ΑΔ· καὶ τὸ ΑΒΔ ἔλασσον ἔστω [1] ἡμισφαιρίου. Καὶ διάμετρος ἡ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΔ· καὶ ἀπὸ τῶν ΒΓ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ. Καὶ ἔστω ὁ μὲν Ε κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ· ὁ δὲ Ζ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΓ· ὁ δὲ Η κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΓΒ. Καὶ ὁ Η κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυσὶ κύκλοις τοῖς Ε, Ζ. Ὁ δὲ Η κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλῃ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας· ἐπειδήπερ ἑκατέρα

PROP. XLIX. Theor.

Quod ſi majus hemiſphærio ſegmentum ſit, pariter ejus ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ quæ a vertice ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus: et intelligatur recto plano ſecta eſſe per AΔ acto; ſegmentumque ABΔ minus ſit hemiſphærio. Diameter autem BΓ rectus ſit ad AΔ; et jungantur a punctis B, Γ ad A rectæ BA, AΓ. Porro ſit circulus quidem E, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi AB; circulus vero Z, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi AΓ: denique circulus H, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi ΓB. Itaque circulus H duobus circulis E, Z eſt æqualis. Circulus autem H æqualis eſt toti ſphæræ ſuperficiei; quoniam utraque ſuperficies quadrupla



[b] Καὶ ἐὰν

[1] ἡμισφαιρίου

est circuli, qui circa diametrum B Γ describitur; et circulus E aequalis superficiei segmenti A B Δ; hoc enim de minore hemisphaerio demonstratum est. Reliquus igitur circulus Z aequalis est superficiei segmenti A Γ Δ; quod quidem segmentum majus est hemisphaerio.

τετραπλασία ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν B Γ κύκλου· ὁ δὲ E κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ A B Δ τμήματος, δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου. Λοιπὸς ἄρα ὁ Z κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ A Γ Δ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ὅ δή ἐστι μείζων ἡμισφαιρίου.

PROP. L. Theor.

Cujuslibet sphaerae sectori aequalis est conus, qui basim quidem habeat superficiei sphaerae segmenti, quod in sectore est, aequalem, altitudinem vero aequalem ei, quae ex centro sphaerae.

Sit sphaera; et maximus in ea circulus A B Δ; et centrum, punctum Γ. Sit autem conus, qui basim quidem habeat circulum aequalem superficiei, quae secundum A B Δ circumferentiam est, altitudinem vero rectam aequalem ipsi B Γ. Oportet demonstrare, sectorem A B Γ Δ ei, quem diximus, cono aequalem esse.

Si enim non est aequalis, major sit sector cono: ponaturque conus Θ, qualis dictus est. Duae autem cum sint magnitudines inaequales, sector, et conus Θ, inveniantur duae lineae Δ, E, quarum major sit Δ; habeatque Δ ad E minorem rationem, quam sector ad conum. Sumantur item duae lineae Z, H; ita ut Δ aeque excedat Z, atque Z excedit H, et H excedit E: planoque circuli sectori circumscribatur polygonum aequilaterum et pariangulum, itemque aliud huic simile inscribatur; ita ut circumscripti latus ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam Δ ad Z. Circumacto autem, pariter ac in superioribus theorematibus, circulo, duae oriantur figurae conicis superficiebus comprehensae. Igitur circumscripta figura, una cum cono, qui verticem habet punctum Γ, ad figuram inscriptam, una cum eodem cono, rationem habet ejus triplam, quam habet circumscripti polygoni latus ad latus polygoni inscripti. Circumscripti autem latus ad latus inscripti minorem rationem habet, quam Δ ad Z. Igitur circumscripta solida figura, quam diximus, ad inscriptam rationem habebit minorem ejus tripla, quam habet Δ ad Z. Habet autem Δ ad E rationem majorem ejus tripla, quam Δ habet ad Z. Habet igitur circumscripta sectori solida figura ad figuram inscriptam minorem rationem, quam

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ν.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ A B Δ, καὶ κέντρον τὸ Γ. Καὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν A B Δ περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ B Γ. Δεικτέον ὅτι ὁ τομεὺς ὁ A B Γ Δ ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ κώνῳ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἔστω μείζων ὁ τομεὺς τοῦ κώνου· καὶ κείσθω ὁ Θ κῶνος, οἷος εἴρηται. Δύο δὴ μεγέθων ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ Θ κώνου, εὑρήσθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Δ, E, μείζων δὲ ἡ Δ τῆς E, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἡ Δ πρὸς E, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. Καὶ εἰλήφθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Z, H, ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχῃ ἡ Δ τῆς Z, καὶ ἡ Z τῆς H, καὶ ἡ H τῆς E· καὶ περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρον, καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ τούτῳ ὅμοιον ἐγγεγράφθω, [k] ὅπως ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς Z. Καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιενεχθέντος τοῦ κύκλου, γεγενήσθω δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ κορυφὴν ἔχοντι τὸ Γ σημεῖον, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἀλλὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Δ πρὸς Z. Ἐλάσσονα λόγον ἄρα ἕξει, ἢ τριπλάσιον, τὸ εἰρημένον στερεὸν σχῆμα τοῦ τῆς Δ πρὸς Z. Ἡ δὲ Δ πρὸς E μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλάσιον τοῦ τῆς Δ πρὸς Z. Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σχῆμα στερεὸν τῷ τομεῖ, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς

[k] ἴσως ex MS.

E. Ἡ δὲ Δ πρὸς E ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. [l] Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον τῷ τομεῖ σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον [m] ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. Καὶ ἐναλλάξ. Μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα τοῦ τμήματος. Καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομεῖ, μεῖζόν ἐστι τοῦ Θ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω, ἔλαττον ὂν τοῦ τηλικούτου κώνου, τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν μὲν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ εἰρημένος κῶνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ εἰρημένῳ κύκλῳ, καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Οὐκ ἄρα ὁ στερεὸς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ Θ κώνου. Ἔστω δὴ πάλιν ὁ Θ κῶνος τοῦ στερεοῦ τομέως μείζων· πάλιν δὴ ὁμοίως ἡ Δ πρὸς τὴν E, μείζων αὐτῆς οὖσα, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ὁ κῶνος πρὸς τὸν τομέα. Καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ Z, H, ὥστε εἶναι τὰς δύο πλευρὰς τὰς αὐτάς· καὶ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου ἀρτιογωνίου ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς τὴν Z· καὶ γεγενήσθω τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχήματα. Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν τομέα στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἡ Δ πρὸς E· καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Θ κῶνος πρὸς τὸν τομέα. Ὥστε καὶ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον στερεὸν ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμμένον. Μείζων δέ ἐστιν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς αὐτὸν σχήματος. [n] Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικοῦτος κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα. Ἴσος ἄρα ὁ τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

Δ ad E. Δ autem ad E minorem rationem habet, quam folidus fector ad conum Θ. Igitur circumfcripta fectori folida figura ad figuram infcriptam minorem habet rationem, quam folidus fector ad conum Θ. Et permutando. Major eft autem circumfcripta folida figura fectore. Major eft igitur etiam figura fectori infcripta cono Θ. Quod fieri non poteft. Demonftratum enim eft in fuperioribus theorematibus, conο ejufmodi minorem effe; nempe illo, qui bafim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eft rectæ, quæ a vertice fegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eft bafis fegmenti; altitudinem vero eam, quæ ex centro fphæræ. Hic autem conus eft, quem diximus Θ; quippe bafim habet circulum æqualem fuperficiei fegmenti; hoc eft ei, quem diximus, circulo; et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro fphæræ. Non eft igitur folidus fector major cono Θ. Rurfus autem conus Θ major fit folido fectore: pariterque Δ ad E, cujus major eft Δ, minorem rationem habeat, quam conus ad fectorem. Et fumatur pariter Z, H, ita duo latera eadem fint; et latus polygoni paris anguli plano fectori circumfcripti ad latus infcripti minorem rationem habeat, quam Δ ad Z; orianturque circa folidum fectorem folidæ figuræ. Eodem igitur modo demonftrabimus, circumfcriptam folido fectori figuram ad figuram infcriptam minorem rationem habere, quam Δ ad E; et quam conus Θ ad fectorem. Quare etiam fector ad conum minorem habet rationem, quam infcripta fegmento folida figura ad figuram circumfcriptam. Major eft autem fector infcripta eidem figura. Major eft igitur conus Θ figura circumfcripta. Quod fieri non poteft. Illud enim demonftratum eft, ejufmodi conum figura fectori circumfcripta minorem effe. Eft igitur fector cono Θ æqualis.

E U T O C I U S.

Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. Εἰ γὰρ τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα ἢ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς Z· ἡ δὲ Δ πρὸς E μείζονα ἢ τριπλασίονα· τὸ ἄρα περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Δ πρὸς

Circumfcripta igitur fectori folida figura ad infcriptam minorem rationem habet, quam folidus fector ad conum Θ. Si enim circumfcripta folida figura ad infcriptam minorem rationem habet ejus tripla, quam habet Δ ad Z; Δ vero ad E tripla hujus rationis majorem; circumfcripta figura ad infcriptam minorem utique rationem habet,

[l] ἢ τὸ [m] ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον in MS. defunt. [n] Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος in MS. defunt.

quam Δ ad E. Habet autem Δ ad E minorem rationem quam fector ad conum. Habet igitur etiam circumfcripta figura ad infcriptam rationem minorem, quam fector ad conum.

Eutocii Afcalonitæ commentarius in primum Archimedis librum de fphæra, et cylindro, ex editione ab Ifidoro Milefio Mechanico præceptore noftro recognita.

Ε. Ἡ δὲ Δ πρὸς [a] Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. Καὶ τὸ περιγεγραμμένον ἄρα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον.

[b] Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ πρῶτον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

[a] ἐλάσσονα λόγον ἔχει in MS. defunt.

[b] Hic Commentariorum finis in MS. non invenitur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE SPHÆRA ET CYLINDRO

LIBER SECUNDUS,

CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν [d] ἀπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κόνωνι. Συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά σοι τὰς ἀποδείξεις· ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· καὶ δὴ ὅτι παντὸς [a] τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, [b] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ· καὶ δὴ ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας· καὶ δὴ ὅτι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γράφεται [c] διὰ τούτων θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βιβ-

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

ANTEA quidem mandasti mihi, ut quorum problematum propositiones ipse ad Cononem miseram, horum demonstrationes conscriberem. Contingit autem, ut plurima ex his per theoremata exponantur, quorum antea ad te misi demonstrationes: cujusmodi est illud, cujuslibet sphæræ superficiem quadruplam esse circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra; itemque illud, cujuslibet segmenti sphæræ superficiei æqualem esse circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est rectæ lineæ, quæ a vertice segmenti ad basis circumferentiam ducitur; quinetiam illud, cujuslibet sphæræ cylindrum, qui basim quidem habeat circulum maximum omnium, qui sunt in sphæra, altitudinem vero æqualem sphæræ diametro, magnitudine sesquialterum esse sphæræ; ipsius autem superficiem sphæræ superficiei esse sesquialteram: illud denique, quemlibet sectorem solidum æqualem esse cono, qui basim quidem habeat circulum æqualem superficiei segmenti sphæræ, quod est in sectore, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro sphæræ. Quæcunque igitur theoremata et problemata per theo-

[a] In MS. τμήματος deest. [b] ὅτου [c] δι' αὐτῶν τούτων

[d] Forte ἐπέστειλας.

mata ista exponuntur, hoc in libro conscripta ad te misi: quæcunque vero per aliam inveniuntur contemplationem, quæ tum ad helicas tum ad conoidas pertinent, dabo operam ut ad te quamprimum mittam. Problematum autem hoc primum erat,

PROP. I. Prob.

Data sphæra, planum spatium invenire sphæræ superficiei æquale.

Hoc vero manifestum est; cum ex iis, quæ diximus, theorematibus demonstratum sit. Quadruplum enim circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra, cum planum spatium est, tum sphæræ superficiei æquale.

PROP. II. Prob.

Alterum hoc erat: dato cono, vel cylindro, sphæram invenire cono, vel cylindro æqualem.

Sit datus conus, vel cylindrus A, et ipsi A æqualis sphæra B: et ponatur coni, vel cylindri A sesquialter cylindrus ΓΖΔ; sphæræ autem B sesquialter cylindrus, cujus basis circulus, qui circa diametrum ΗΘ describitur, axis vero ΚΛ sphæræ B diametro æqualis. Æqualis est igitur cylindrus E cylindro K. Æqualium autem cylindrorum bases et altitudines reciprocantur, Ut igitur circulus E ad circulum K, hoc est, ut quadratum, quod a ΓΔ describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΗΘ: ita se habet ΚΛ ad EZ. Æqualis est autem ΚΛ ipsi ΗΘ. Qui enim cylindrus sesquialter est sphæræ diametro æqualem; circulusque K maximus est omnium, qui sunt in sphæra. Ut igitur quadratum, quod a ΓΔ describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΗΘ, ita se habet ΗΘ ad EZ. Sit modo quadrato quod describitur ab ΗΘ æquale spatium, quod continetur sub ΓΔ, ΜΝ. Ut igitur ΓΔ ad ΜΝ, ita se habet quadratum, quod a ΓΔ describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΗΘ; hoc est ΗΘ ad EZ. Et permutando, ut ΓΔ ad ΗΘ, ita se habet ΗΘ ad ΜΝ, et ΜΝ ad EZ. Utraque autem ΓΔ, EZ data est. Datæ sunt igitur inter datas duas rectas ΓΔ, EZ proportionales mediæ ΗΘ, ΜΝ. Utraque igitur ΗΘ, ΜΝ est data.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit datus conus, vel cylindrus A. Oportet autem cono vel cylindro A æqualem sphæram invenire.

λιῳ γράψας ἀπέςαλκά σοι· ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὑρίσκονται θεωρίας, πότι περὶ ἑλικᾶν καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχεος ἀποςεῖλαι. Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων, τόδε.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Σφαίρας δοθείσης, ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν, ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

Ἔςι δὲ τοῦτο φανερὸν, δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. Τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίςου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἐπίπεδόν τε χωρίον ἐςὶ, καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

ΠΡΟΤ. β'.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος, ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσαν.

Ἔςω ὁ διδόμενος κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ Α, καὶ τῷ Α ἴση ἡ Β σφαῖρα· καὶ κείσθω τοῦ Α κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ ΓΖΔ, τῆς δὲ Β σφαίρας ἡμιόλιος κύλινδρος, [d] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς Β σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐςὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. Τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, τουτέςιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΕΖ. Ἴση δὲ ἡ ΚΛ τῇ ΗΘ. Ὁ γὰρ ἡμιόλιος κύλινδρος τῆς σφαίρας ἴσον ἔχει τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ Κ κύκλος μέγιςός ἐςι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, [e] οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΕΖ. Ἔςω τῷ ἀπὸ ΗΘ ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΜΝ. Ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, τουτέςι ἡ ΗΘ πρὸς ΕΖ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, [f] οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ ἡ ΜΝ πρὸς ΕΖ. Καί ἐςι δοθεῖσα ἑκάτερα τῶν ΓΔ, ΕΖ. Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΓΔ, ΕΖ, δύο μέσαι ἀναλόγον εἰσὶν αἱ ΗΘ, ΜΝ. Δοθεῖσα ἄρα ἑκατέρα [g] τῶν ΗΘ, ΜΝ.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔςω δὴ ὁ δοθεὶς κῶνος, ἢ κύλινδρος ὁ Α. Δεῖ δὴ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἴσαν σφαῖραν εὑρεῖν.

[d] ἆς [e] ἁ [f] ἆ [g] τῶν τᾶς ΗΘ

Ἔςω τῷ Α κώνῳ, ἢ κυλίνδρῳ, ἡμιόλιος κύλινδρος, ᾧ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΕΖ. Καὶ εἰλήφθω τῶ ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι ἀνάλογον, αἱ ΗΘ, ΜΝ· ὥςε εἶναι ὡς τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, ὕτω τὴν ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ τὴν ΜΝ, πρὸς τὴν ΕΖ· καὶ νοείσθω κύλινδρος, [h] ᾧ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ ΗΘ διαμέτρῳ. Λέγω δὴ ὅτι ἴσος ἐςὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ.

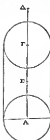
Sit coni vel cylindri A ſeſquialter cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΓΔ, deſcribitur, et axis EZ. Sumanturque inter ΓΔ, EZ duæ proportionales mediæ HΘ, MN; ita ut quemadmodum ΓΔ ad HΘ, ita ſe habeat HΘ ad MN, et MN ad EZ: atque intelligatur cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum HΘ deſcribitur, et axis KΛ diametro HΘ æqualis. Dico cylindrum E cylindro K æqualem eſſe.

Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΗΘ, ἡ ΜΝ πρὸς ΕΖ· καὶ ἐναλλὰξ, καὶ ἴση ἡ ΗΘ τῇ ΚΛ. Ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, τυτέςιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, ὕτως ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον· ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, ὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΕΖ. Τῶν ἄρα Ε, Κ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσος ἄρα ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. Ὁ δὲ Κ κύλινδρος τῆς σφαίρας, ἧς διάμετρος ἡ ΗΘ ἡμιόλιός ἐςι. Καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα ἧς ἡ διάμετρος ἴση ἐςὶ τῇ ΗΘ, τυτέςιν ἡ Β, ἴση ἐςὶ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

Quoniam enim ut ΓΔ ad HΘ, ita ſe habet MN ad EZ; itemque permutando, æqualiſque eſt HΘ ipſi KΛ. Ideo ut ΓΔ ad MN, hoc eſt ut quadratum, quod a ΓΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab HΘ, ita ſe habet circulus E ad circulum K; et ut circulus E ad circulum K, ita KΛ ad EZ. Cylindrorum igitur E, K baſes et altitudines reciprocantur. Æqualis eſt igitur cylindrus E cylindro K. Cylindrus autem K ſphæræ, cujus diameter HΘ, eſt ſeſquialter. Igitur etiam ſphæra, cujus diameter ipſi HΘ eſt æqualis, hoc eſt ſphæra B, æqualis eſt cono, vel cylindro A.

EUTOCIUS.

Σαφῶς ἡμῖν τῶν ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ θεωρημάτων γεγραμμένων, ἀκόλουθος καὶ ἡ κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐν τοῖς δευτέροις θεωρήμασι σπουδή. Φησὶ δὲ πρῶτον ἐν τῷ β θεωρήματι· εἰλήφθω τῦ δοθέντος κώνυ, ἢ κυλίνδρυ ἡμιόλιος κύλινδρος. Τῦτο δὲ διχῶς δυνατόν ἐςιν [i] εἰπεῖν, ἤτοι τῆς βάσεως τῆς αὐτῆς σωζομένης ἐν ἀμφοτέροις, ἢ τῦ ὕψυς. Καὶ ἵνα σαφέστερον γένηται τὸ λεγόμενον, νοείσθω κῶνος, ἢ κύλινδρος, ᾗ βάσις μὲν ὁ Α κύκλος, ὕψος δὲ ὁ ΑΓ. Καὶ δέον ἔςω αὐτῦ κώνυ ἢ κυλίνδρυ ἡμιόλιον κύλινδρον εὑρεῖν. Ὑποκείσθω δὲ πρότερον ὁ ΑΓ κύλινδρος, καὶ προσεκβεβλήσθω τὸ ΑΓ ὕψος τῦ κυλίνδρυ, καὶ κείσθω τῆς ΑΓ ἡμίσεια ἡ ΓΔ. Ἡ ἄρα ΑΔ ἡμιόλιά ἐςι τῆς ΑΓ. Ἐὰν δὲ νοήσωμεν κύλινδρον, βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΔ εὐθεῖαν, ἡμιόλιος [k] ἔςαι τοῦ προτεθέντος τοῦ ΑΓ. Οἱ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Εἰ δὲ κῶνος εἴη ὁ ΑΓ, τμηθείσης τῆς ΑΓ δίχα, ὡς κατὰ τὸ Ε, ἐὰν πάλιν νοηθῇ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΕ, ἔςαι ἡμιόλιος τοῦ ΑΓ. Ὁ γὰρ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΓ εὐθεῖαν, τοῦ μὲν ΑΓ κώνυ τριπλάσιός ἐςι, τοῦ δὲ ΑΕ κυλίνδρυ διπλάσιος. Ὥςε δῆλον, ὅτι καὶ ὁ ΑΕ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐςι τοῦ ΑΓ κώνυ. Οὕτως μὲν ἂν, τῆς αὐτῆς βάσεως σωζομένης, ἔν τε τῷ προτεθέντι, καὶ ἐν τῷ λαμβανομένῳ, γενήσεται τὸ πρόβλημα. Ἔςι δὲ καὶ, τῆς βάσεως διαφόρυ τυγχανούσης, τῦ δὲ ἄξονος τῦ αὐτῦ μένοντος, τὸ αὐτὸ ποιεῖν. Ἔςω γὰρ πάλιν κῶνος ἢ κύλινδρος,



Cum, quæ primo in libro ſunt, theoremata ſatis, opinor, perſpicue a nobis ſint explicata, ſequitur, ut ea quoque, quæ ſunt in ſecundo, eadem cura perſequamur. Ac primum quidem hoc in ſecundo theoremate dicit: ſumatur cylindrus dati coni, vel cylindri ſeſquialter. Hoc autem poteſt duobus dici modis; nimirum ſervata in utroque eadem vel baſe, vel altitudine. Quod ut clarius fiat, intelligatur conus, aut cylindrus, cujus quidem baſis ſit circulus A, altitudo vero AΓ. Oporteat autem cylindrum invenire coni, aut cylindri hujus ſeſquialterum. Ponatur primo AΓ cylindrus eſſe; productaque ejus altitudine AΓ, abſcindatur ΓΔ ipſius AΓ dimidia. Eſt igitur AΔ ſeſquialtera ipſius AΓ. Itaque ſi intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero rectam AΔ, ſeſquialter erit propoſiti cylindri AΓ. Qui enim coni, et cylindri ſuper eadem baſe conſtituti ſunt, hi ſeſe habent invicem ut altitudines. Quod ſi AΓ conus fuerit, ſecta AΓ in duas æquas partes in puncto E, ſi rurſus intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero AE, hic erit coni AΓ ſeſquialter. Cylindrus enim baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero rectam AΓ, coni quidem AΓ eſt triplus, cylindri vero AE duplus. Quare conſtat cylindrum AE ſeſquialterum eſſe coni AΓ. Atque ita quidem, eadem in utroque cum propoſito tum ſumpto baſe ſervata, problema conficietur. Quinetiam ſi baſis diverſa, et altitudo eadem fuerit, hoc ipſum fiet. Sit enim rurſus conus, aut cylindrus, cujus quidem baſis circulus

[h] ἔςω [i] εἰπεῖν [k] ἄρα

ZH, altitudo vero recta ΘK: oportet autem cylindrum invenire, coni aut cylindri hujus sesquialterum, cujus altitudo sit ipsi ΘK æqualis. Describatur a circuli diametro ZH quadratum ZΛ; productaque ZH, abscindatur ejus dimidia HM; compleaturque parallelogrammum ZN. Sesquialterum igitur est eum ZN ipsius ZΛ, tum MZ ipsius ZH. Constituatur modo quadratum ΞΠ parallelogrammo ZN æquale; describaturque circa unum ejusdem latus ΞO, velut diametrum, circulus. Erit utique circulus ΞO circuli ZH sesquialter. Circuli enim sese habent invicem ut quadrata, quæ a diametris describuntur. Itaque si rursus intelligatur cylindrus basim quidem habens circulum ΞO, altitudinem vero ipsi ΘK æqualem; sesquialter erit cylindri, cujus quidem basis circulus ZH, altitudo vero recta ΘK. Quod si conus fuerit, iisdem pariter confectis, constitutoque quadrato tertiæ parti parallelogrammi ZN æquali, cujusmodi est ΞΠ, circuloque circa ejusdem latus ΞO descripto; si intelligatur cylindrus ab hoc circulo excitatus esse altitudinem habens ΘK, hic erit propositi coni sesquialter. Quoniam enim parallelogrammum ZN quadrati quidem ΞΠ est triplum, quadrati vero ZΛ sesquialterum; erit utique idem ZΛ ipsius ΞΠ duplum. Propterea et circulus circuli, et cylindrus cylindri duplus erit. At vero cylindrus basim quidem habens circulum ZH, altitudinem vero ΘK, triplus est coni circa eamdem basim, et altitudinem descripti. Quare et cylindrus basim quidem habens circulum ΞO, altitudinem vero ipsi ΘK æqualem, sesquialter est coni propositi. Jam si oportuerit neque altitudinem, neque basim eamdem esse, problema duobus pariter modis conficietur. Qui enim quæritur cylindrus, habuerit utique aut basim, aut altitudinem datæ cuidam æqualem. Ac quæ data est, sit primum basis, puta circulus ΞO. Oporteat autem cylindrum invenire, quem a base ΞO excites, dati coni, aut cylindri sesquialterum. Sumatur eo, quo supra diximus, modo cylindrus ΦΤ dati coni, aut cylindri sesquialter, eamdemque atque propositus basim habens: et fiat, ut quadratum quod a ΞO describitur, ad quadratum, quod describitur a TΥ, ita cylindri ΦΤ altitudo ad PΣ. Igitur cylindrus, qui a base ΞO excitatur, altitudinem habens PΣ cylindro ΦΤ æqualis est: reciprocantur enim inter se

ἡ βάσιν ὁ ZH κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΘK εὐθεῖα, ᾧ δεῖ ἴσον ἡμιόλιον [l] κύλινδρον εὑρεῖν, ὕψος ἔχοντα ἴσον τῇ ΘK. Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ZH διαμέτρου τοῦ κύκλου τετράγωνον τὸ ZΛ, καὶ προσεκβληθείσης τῆς ZH, [m] κείσθω αὐτῆς ἡμίσεια ἡ HM· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ZN παραλληλόγραμμον. Τὸ ἄρα ZN ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ZΛ, καὶ ἡ MZ [n] τῆς ZH. Συνεστάτω δὲ τῷ ZN παραλληλογράμμῳ ἴσον τετράγωνον τὸ ΞΠ· καὶ περὶ διάμετρον μίαν τῶν πλευρῶν αὐτοῦ τὴν ΞO κύκλος περιγεγράφθω. [o] Ἔσται δὴ ὁ ΞO ἡμιόλιος τοῦ ZH. Οἱ γὰρ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. Καὶ ἐὰν πάλιν νοηθῇ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν ΞO κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΘK, [p] ἔσται ἡμιόλιος τοῦ κυλίνδρου [q] ἧ βάσις μὲν ὁ ZH κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΘK. Εἰ δὲ κῶνος εἴη, ὁμοίως τὰ πάντα ποιήσαντες, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ZN παραλληλογράμμου ἴσον συστησάμενοι τετράγωνον, ὡς τὸ ΞΠ· καὶ περὶ τὴν πλευρὰν αὐτοῦ ΞO κύκλον γράψαντες, ἐὰν νοήσωμεν ἀπ᾽ αὐτοῦ κύλινδρον ὕψος ἔχοντα τὴν ΘK· ἕξομεν αὐτὸν ἡμιόλιον τοῦ προτεθέντος κώνου. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ZN παραλληλόγραμμον τοῦ ΞΠ τετραγώνου τριπλάσιον, τοῦ δὲ ZΛ ἡμιόλιον· τὸ ZΛ τοῦ ΞΠ [r] ἔσται διπλάσιον. Καὶ διὰ τοῦτο [s] καὶ ὁ κύκλος τοῦ κύκλου διπλάσιος, καὶ ὁ κύλινδρος τοῦ κυλίνδρου. Ἀλλ᾽ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν ZH κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΘK, τριπλάσιόν ἐστι τοῦ, περὶ τὴν αὐτὴν βάσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ κώνου. Ὥστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν ΞO κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΘK, ἡμιόλιός ἐστι τοῦ προκειμένου κώνου. Εἰ [t] δὲ δέοι μήτε τὸν ἄξονα τὸν αὐτὸν εἶναι, μήτε τὴν βάσιν, γενήσεται τὸ πρόβλημα πάλιν διχῶς. Ἢ γὰρ τὴν βάσιν ἕξει ἴσην τῇ δοθείσῃ, ἢ τὸν ἄξονα ὁ προεζητημένος κύλινδρος. Ἔστω γὰρ πρότερον ἡ βάσις δεδομένη, ὡς ὁ ΞO κύκλος. Καὶ δέον ἔστω κύλινδρον εὑρεῖν ἡμιόλιον τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου, ἀπὸ βάσεως τῆς ΞO. Εἰλήφθω, ὡς προείρηται, τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος, βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ προτεθέντι ὁ ΦΥ· καὶ γεγονέτω ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΞO, πρὸς τὸ [u] ἀπὸ TΥ, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΦΥ πρὸς [w] τὴν PΣ. Ἔσται ἄρα ὁ κύλινδρος ὁ ἀπὸ τῆς ΞO βάσεως, ὕψος ἔχων τὴν PΣ, ἴσος τῷ ΦΥ· ἀντιπεπόνθασι γὰρ αἱ βάσεις [x] τοῖς ὕψεσι· καὶ γενοὺς ἂν εἴη τὸ ἐπί-

[l] In MS. κύλινδρον deest. [m] κείσθω αὐτῆς ἡμίσεια ἡ HM· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ZN in MS. desunt. [n] τοῦ ZH [o] ἔστω [p] ἔστω [q] οὗ [r] ἔστω [s] In MS. καὶ deest. [t] δὲ ex MS. [u] ἀπὸ τοῦ TΥ [w] τὴν PO ἔστω [x] ταῖς

τασμα. Εἰ δὲ μὴ ἡ βάσις ᾖ δεδομένη, ἀλλὰ ὁ ἄξων, τῷ αὐτῷ λόγῳ ποιηθέντος τοῦ Φ Τ, γενήσεται τὰ τῆς προτάσεως.

invicem bases, et altitudines: confectumque est quod propositum fuit. Sin autem quæ data est, non basis sed altitudo fuerit; quæsito eadem ratione cylindro Φ Τ, quod propositum est conficietur.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ β'.

Τούτου ληφθέντος, ἐπεὶ δι' ἀναλύσεως αὐτῷ προῆλθε τὰ τοῦ προβλήματος, λαξάσης τῆς ἀναλύσεως εἰς τὸ δεῖν δύο δοθεισῶν δύο μέσας ἀνάλογον προσευρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, φησὶν ἐν τῇ συνθέσει, εὑρήσθωσαν. Τὴν δὲ εὕρεσιν τούτου, ὑπ' αὐτοῦ μὲν γεγραμμένην οὐδὲ ὅλως εὑρίσκομεν. Πολλῶν δὲ κλεινῶν ἀνδρῶν γραφαῖς [y] ἐντυχόντες, τὸ πρόβλημα τοῦτο ἐπαγγελλομέναις, ὧν τὴν Εὐδόξου τοῦ Κνιδίου παρῃτησάμεθα [z] γράφειν. Ἐπειδή φησι μὲν ἐν προοιμίοις διὰ καμπύλων γραμμῶν αὐτὴν ηὑρηκέναι, ἐν δὲ τῇ ἀποδείξει πρὸς τὸ μὴ κεχρῆσθαι καμπύλαις γραμμαῖς· ἀλλὰ καὶ διῃρημένην ἀναλογίαν [a] εὑρών, ὡς συνεχεῖ χρῆται· ὅπερ ἦν ἄτοπον ὑπονοεῖν. Τί λέγω περὶ Εὐδόξου, ἀλλὰ περὶ τῶν καὶ μετρίως περὶ γεωμετρίαν ἀνεστραμμένων; Ἵνα δὲ ἡ τῶν εἰς ἡμᾶς ἐληλυθότων ἀνδρῶν ἔννοια ἐμφανὴς γένηται, ὁ ἑκάστης τῆς εὑρέσεως τρόπος καὶ ἐνταῦθα γραφήσεται.

IN SECUNDI THEOREMATIS COMPOSITIONEM.

Sumpto eo, ex cujus resolutione, quæ ad problema pertinent, fluxerunt; cum resolutio ipsa eo demum exierit, ut inter datas duas rectas duæ proportionales mediæ proportione continua inveniendæ sint; illud in compositione dicit, inveniantur. Quo autem pacto easdem ipse invenerit, compertum plane mihi non est. Cum autem in multorum illustrium virorum scripta inciderim, in quibus plures problematis hujus conficiendi rationes traduntur, unam Eudoxi Gnidii rejeci. Quippe quum in Proœmiis per curvas lineas illam se invenisse dicat, nullas in demonstratione curvas lineas adhibet; discretaque, quam instituit, proportione tamquam continua utitur; quod absurdum utique erat cogitasse. Quid de Eudoxo dico, cum de illis quoque dici possit, qui mediocriter in Geometria versati sunt? Ut autem eorum intelligentia, quorum scripta ad nos pervenerunt, cognoscatur, qua quisque ratione Problema illud confecerit, deinceps scribetur.

ΩΣ ΠΛΑΤΩΝ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὰ Δ, Ε. Καὶ κατεσκευάσθω ὀρθὴ γωνία ἡ ὑπὸ Ζ Η Θ· καὶ ἐν ἑνὶ σκέλει, οἷον τῷ Ζ Η, κινείσθω κανὼν ὁ Κ Λ ἐν σωλῆνί τινι ὄντι ἐν τῷ Ζ Η οὕτως, ὥστε παράλληλον αὐτὸν διαμένειν τῷ Η Θ. [b] Ἔσται δὲ τοῦτο, ἐὰν καὶ ἕτερον κανόνιον νοηθῇ συμφυὲς τῷ Θ Η, παράλληλον δὲ τῷ Ζ Η, ὡς τὸ Θ Μ. Σωληνισθεισῶν [c] γὰρ τῶν ἄνωθεν ἐπιφανειῶν τῶν Ζ Η, Θ Μ σωλῆσι πελεκινοειδέσι, καὶ τύλων συμφυῶν γενομένων τῷ Κ Λ εἰς τοὺς εἰρημένους σωλῆνας, [d] ἔσται ἡ κίνησις τοῦ Κ Λ παράλληλος ἀεὶ τῷ Η Θ. Τούτων οὖν κατεσκευασμένων, κείσθω τὸ ἓν σκέλος τῆς γωνίας Ζ Η Θ τυχὸν τὸ Η Θ, ψαῦον τοῦ Γ· καὶ μεταφερέσθω ἥ τε γωνία, καὶ ὁ Κ Λ κανών, ἐπὶ τοσοῦτον, ἄχρις ἂν [e] ᾖ τὸ μὲν Η σημεῖον ἐπὶ τῆς Β Ε εὐθείας ᾖ, τοῦ Η Θ σκέλους ψαύοντος τοῦ Γ· ὁ δὲ Κ Λ κανὼν κατὰ μὲν τὸ Κ [f] ψαύῃ τῆς Β Δ εὐθείας, κατὰ δὲ τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ Α. Ὥστε εἶναι, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς καταγραφῆς, τὴν μὲν ὀρθὴν γωνίαν θέσιν ἔχουσαν, ὡς τὴν ὑπὸ Γ Ε Δ· τὸν δὲ Κ Λ κανόνα θέσιν ἔχειν, οἵαν ἔχει ἡ Δ Α. Τούτων γὰρ [g] γενομένων ἔσται τὸ προκείμενον. Ὀρθῶν γὰρ οὐσῶν τῶν πρὸς [h] τοῖς Δ, Ε, ἐστὶν ὡς ἡ Γ Β πρὸς Β Ε, ἡ Ε Β πρὸς Β Δ, καὶ ἡ Δ Β πρὸς Β Α.

QUA PLATO.

Datis duabus rectis, duas proportionales medias proportione continua invenire. Sint datæ duæ rectæ, Α Β, Β Γ ad angulos inter se invicem rectos, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Producantur in directum ad puncta Δ, Ε. Construatur autem rectus angulus Ζ Η Θ: cujus in uno crure, puta Ζ Η, per strigem aliquam, quæ ducta in ipso sit, regula Κ Λ ita moveatur, ut cruri alteri Η Θ parallela maneat. Hoc vero fiet, si ipsi Θ Η intelligatur regula alia inserta esse cruri Ζ Η parallela, cujusmodi est Θ Μ. Cum enim striatæ desuper sint superficies Ζ Η, Θ Μ strigibus securiclatis; compactis utique in regulam Κ Λ ligneis clavis, iisdemque in eas, quas diximus, striges infertis; Κ Λ ipsi Η Θ parallela continuo movebitur. His ita confectis, admoveatur utrumlibet crus anguli Ζ Η Θ, Η Θ ad punctum Γ: et tum angulus, tum regula Κ Λ usque eo transferatur; donec, crure Η Θ per punctum Γ transeunte, punctum quidem Η super rectam Β Ε cadat; regula vero Κ Λ ab una parte, puncto ipsius Κ, rectam Β Δ, et ab altera rectam Δ Α contingat. Nimirum figuræ hujus species exhibeatur: ita ut rectus quidem angulus eodem, quo Γ Ε Δ, situ jaceat; regula vero Κ Λ eodem, quo recta Δ Α. Hæc enim si ita fiant, quod propositum est conficietur. Nam anguli, qui ad puncta sunt Δ, Ε cum sint recti; ut Γ Β ad Β Ε, ita se habuerit tum Ε Β ad Δ Β, tum Β Δ ad Β Α.

[y] ἐντετυχήκαμεν [z] γραφεῖν [a] εὑρεῖν [b] ἔςω [c] σωληνῶν [d] ἔςω [e] In MS. ᾖ deest.
[f] ψαύει [g] γενομένων ἔςω [h] τοῖς Α Ε

QUA HERO

In Mechanicis institutionibus, librisque de telis fabricandis.

Sint datæ duæ rectæ A B, B Γ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Ponantur ita inter se invicem, ut rectum, qui ad punctum B est, angulum comprehendant: et compleatur parallelogrammum; junganturque A Γ, B Δ. Manifestum igitur est easdem, rectæ cum sint, in duas æquas partes sese invicem secare. Qui enim circulus circa earum alteram describitur, hic per alterius quoque extrema transibit; eo quod parallelogrammum rectangulum est. Producantur Δ Γ, Δ A ad puncta Z, H: atque intelligatur regula Z B H circa clavum aliquem ligneum moveri puncto B infixum. Moveatur autem usque eo circa hunc clavum, donec æquales absciderit rectas, quæ a puncto E ducuntur; hoc est E H, E Z. Intelligatur vero eas abscidisse ubi primum ad situm pervenerit Z B H; atque sint, ut dictum est, E H, E Z. Ducatur modo a puncto E ad Γ Δ normalis E Θ. Secat utique ipsam Γ Δ in duas æquas partes. Quoniam igitur Γ Δ in duas æquas partes in puncto Θ secatur, eidemque apponitur Γ Z; spatium quod sub Δ Z Γ continetur, una cum quadrato, quod a Γ Θ describitur, quadrato æquale est, quod describitur a Θ Z. Commune addatur quadratum, quod describitur ab E Θ. Quod igitur spatium sub Δ Z Γ continetur, una cum quadratis, quæ a Γ Θ, Θ E describuntur, id æquale est quadratis, quæ describuntur a Z Θ, Θ E. Æquale autem est quadratis quidem, quæ a Γ Θ, Θ E describuntur, quadratum, quod a Γ E describitur; quadratis vero, quæ describuntur a Z Θ, Θ E, quadratum, quod describitur ab E Z. Quod igitur spatium sub Δ Z Γ continetur, una cum quadrato, quod a Γ E describitur, id æquale est quadrato, quod describitur ab E Z. Eadem ratione demonstrabitur, etiam spatium, quod sub Δ H A continetur, una cum quadrato, quod ab A E describitur, æquale esse quadrato, quod describitur ab E H. Æqualis est autem tum A E ipsi E Γ, tum H E ipsi E Z. Igitur etiam spatium, quod sub Δ Z Γ continetur, spatio æquale est, quod continetur sub Δ H A. At vero si spatium, quod sub extremis continetur, spatio æquale sit, quod continetur sub mediis, quatuor hæ rectæ proportionales invicem sunt. Igitur, ut Z Δ ad Δ H, ita se habet A H ad Γ Z. Ut autem Z Δ ad Δ H, ita se habet tum Z Γ ad Γ B, tum B A ad A H. Ductæ enim sunt in triangulo Z Δ H parallelæ alteri quidem lateri Δ H, Γ B; alteri vero Δ Z, A B. Ut igitur B A ad A H, ita se habet A H ad Γ Z, et Γ Z ad Γ B. Proportionales igitur mediæ inter A B, B Γ sunt A H, Z Γ: quæ inveniendæ proponebantur.

ΩΣ ΗΡΩΝ

Ἐν Μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς, καὶ ἐν τοῖς βελοποιικοῖς.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Κείσθωσαν ὥστε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ Β· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ Β Δ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Γ, Β Δ. Φανερὸν δὴ, ὅτι ἴσαι εἰσὶ, δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας. Ὁ γὰρ περὶ μίαν αὐτῶν γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τῶν περάτων τῆς ἑτέρας, διὰ τὸ ὀρθογώνιον εἶναι τὸ παραλληλόγραμμον. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ Δ Γ, Δ Α ἐπὶ τὰ Ζ, Η, καὶ νοείσθω κανόνιον ὡς τὸ Ζ Β Η, κινούμενον περί τινα τύλον μένοντα πρὸς τῷ Β. Καὶ κινείσθω ἕως ἀποτέμῃ ἴσας τὰς ἀπὸ τοῦ Ε, τουτέστι τὰς Ε Η, Ε Ζ. Καὶ νοείσθω ἀποτεμὸν, καὶ θέσιν ἔχον τὴν Ζ Β Η, [i] ἴσων, ὡς εἴρηται, γενομένων τῶν Ε Η, Ε Ζ. Ἤχθω δὲ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν Γ Δ κάθετος ἡ Ε Θ. Δίχα δὴ τέμνει, [k] δῆλον ὅτι τὴν Γ Δ. Ἐπεὶ οὖν δίχα τέμνεται ἡ Γ Δ κατὰ τὸ Θ, καὶ πρόσκειται ἡ Γ Ζ, τὸ ὑπὸ Δ Ζ Γ μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Θ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ Θ Ζ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ Ε Θ. Τὸ ἄρα ὑπὸ Δ Ζ Γ μετὰ τῶν ἀπὸ Γ Θ, Θ Ε, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ Ζ Θ, Θ Ε. Καί ἐστι τοῖς μὲν ἀπὸ Γ Θ, Θ Ε, ἴσον τὸ ἀπὸ Γ Ε· τοῖς δὲ ἀπὸ Ζ Θ, Θ Ε, ἴσον τὸ ἀπὸ Ε Ζ. Τὸ ἄρα ὑπὸ Δ Ζ Γ μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Ε, ἴσον τῷ ἀπὸ Ε Ζ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ Δ Η Α μετὰ τοῦ ἀπὸ Α Ε, [l] ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ Ε Η. Καί ἐστιν ἴση ἡ μὲν Α Ε τῇ Ε Γ, ἡ δὲ Η Ε τῇ Ε Ζ. Καὶ τὸ ὑπὸ Δ Ζ Γ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ Δ Η Α. Ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσι. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ζ Δ πρὸς Δ Η, οὕτως ἡ Α Η πρὸς Γ Ζ· Ἀλλ' ὡς ἡ Ζ Δ πρὸς Δ Η, οὕτως ἡ Ζ Γ πρὸς Γ Β, καὶ ἡ Β Α πρὸς Α Η. Τριγώνου γὰρ τοῦ Ζ Δ Η παρὰ μίαν μὲν τὴν Δ Η, ἦκται ἡ Γ Β, παρὰ δὲ τὴν Δ Ζ ἡ Α Β. Ὡς ἄρα ἡ Β Α πρὸς Α Η, οὕτως ἡ Α Η πρὸς Γ Ζ, καὶ ἡ Γ Ζ πρὸς Γ Β. Τῶν ἄρα Α Β, Β Γ μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ Α Η, Γ Ζ· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

QUA PHILO BYZANTINUS.

Sint datæ duæ rectæ A B, B Γ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Ponantur ita inter se invicem, ut rectum, qui ad punctum B est, angulum comprehendant: et juncta A Γ, describatur circa ipsam semicirculus A B E Γ: ducanturque A Δ, et Γ Z, altera quidem ad B A, altera vero ad Γ B, utraque ad angulos rectos. Admoveatur autem ad punctum B regula rectas abscindens A Δ, Γ Z: eademque moveatur usque eo circa id punctum, donec quæ recta a puncto B ad Δ du-

ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Κείσθωσαν, ὥστε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ Β· καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς Α Γ, γεγράφθω περὶ [m] αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ Α Β Ε Γ· καὶ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν, τῇ μὲν Β Α, ἡ Α Δ, τῇ δὲ Β Γ ἡ Γ Ζ. Καὶ παρακείσθω κανὼν κινούμενος πρὸς τῷ Β, τέμνων τὰς Α Δ, Γ Ζ· καὶ κινείσθω περὶ μὲν τὸ Β, ἄχρις ἂν ἡ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Δ

[i] ἴσων [k] δηλονότι [l] ἴσον τὸ [m] αὐτῶν

ἴση γίνηται τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Ζ, τουτέστι τῇ μεταξὺ τῆς τε περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς ΓΖ. Νοείσθω οὖν ἔχων ὁ κανὼν θέσιν, οἵαν [n] ἔχει ἡ ΔΒΕΖ, ἴσης οὔσης, ὡς εἴρηται, τῆς ΔΒ τῇ ΕΖ. Λέγω ὅτι αἱ ΑΔ, ΓΖ μέσαι ἀνάλογόν εἰσι τῶν ΑΒ, ΒΓ. Νοείσθωσαν γὰρ ἐκβεβλημέναι αἱ ΔΑ, ΖΓ, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Θ. Φανερὸν δὴ ὅτι παραλλήλων οὐσῶν τῶν ΒΑ, ΖΘ, ἡ πρὸς [o] τῷ Θ γωνία ὀρθή ἐστι· καὶ ὁ ΑΕΓ κύκλος ἀναπληρούμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Θ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΕΖ, καὶ τὸ ὑπὸ ΕΔΒ ἄρα [p] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΖΕ. Ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΕΔΒ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΔΑ· ἑκάτερον γὰρ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ Δ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΒΖΕ ἴσον τῷ ὑπὸ ΘΖΓ· ἑκάτερον γὰρ ὁμοίως ἴσον ἐστὶ [q] τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ Ζ. Ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ ΘΔΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΖΓ· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΘΖ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΔΑ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΖ, οὕτως ἥ τε ΒΓ πρὸς ΓΖ, καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ. Τριγώνου γὰρ τοῦ ΔΘΖ, παρὰ μὲν τὴν ΔΘ, ἦκται ἡ ΒΓ, παρὰ δὲ τὴν ΘΖ ἡ ΒΑ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΖ, ἡ ΓΖ πρὸς ΔΑ καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ· ὅπερ προέκειτο δεῖξαι.

Ἰστέον δὲ, ὅτι ἡ τοιαύτη κατασκευὴ σχεδὸν ἡ αὐτή ἐστι τῇ ὑπὸ [r] Ἥρωνος κατασκευῇ. Τὸ γὰρ ΒΘ παραλληλόγραμμον ταυτόν ἐστι τῷ τῆς τοῦ Ἥρωνος κατασκευῆς, καὶ αὐταὶ αἱ προσεκβαλλόμεναι πλευραὶ αἱ ΘΑ, ΘΓ, καὶ ὁ πρὸς τῷ Β κινούμενος κανών. Ταύτῃ δὲ μόνον διαφέρει, ὅτι ἐκεῖ μὲν μέχρι τοσούτου ἐκινοῦμεν περὶ τὸ Β τὸν κανόνα, ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τῆς διχοτομίας τῆς ΑΓ, τουτέστι τοῦ Κ, ἴσαι ὑπ' αὐτοῦ ἀποτέμνωνται πρὸς ταῖς ΘΔ, ΘΖ προσπιπτούσαις, ὡς αἱ ΚΔ, ΚΖ· ἐνταῦθα δὲ ἄχρις ἂν ἡ ΔΒ ἴση γένηται τῇ ΕΖ. Ἐφ' ἑκατέρας δὲ κατασκευῆς τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖ. Τὸ δὲ νῦν εἰρημένον πρὸς χρῆσιν εὐθετώτερον· τὰς γὰρ ΔΒ, ΕΖ ἴσας τηρεῖν ἐνδέχεται, διῃρημένου τοῦ ΔΖ κανόνος εἰς ἴσα καὶ συνεχῆ. Πολὺ γὰρ εὐκολώτερον τοῦ καρκίνῳ διαπειράζειν τὰς ἀπὸ τοῦ Κ ἴσας πρὸς [s] τὰ Δ, Ζ.

citur rectæ æqualis fiat, quæ ducitur a puncto E ad Z; nempe illi, quæ inter circumferentiam circuli, et ΓZ interjicitur. Itaque intelligatur regula hæc ad situm pervenisse ΔBEZ, ubi primum fuerit ΔB ipsi EZ, ut dictum est, æqualis. Dico rectas AΔ, ΓZ medias inter AB, BΓ proportionales esse. Intelligantur enim productæ esse rectæ ΔA, ZΓ, eædemque in puncto Θ concurrisse. Manifestum utique est, cum BA, ZΘ parallelæ sint, angulum, qui ad punctum Θ est, rectum esse: ideoque fore, ut si circulus AEΓ perficiatur, per id punctum transeat. Quoniam igitur æqualis est BΔ ipsi EZ, æquale etiam est spatium, quod sub EΔB continetur, spatio, quod continetur sub BZE. Æquale autem est spatium quidem, quod sub EΔB continetur, spatio, quod continetur sub ΘΔA: utrumque enim quadrato est æquale, quod a recta, quæ circulum a puncto Δ contingit, describitur. Spatium vero, quod sub BZE continetur, spatio, quod continetur sub ΘZΓ: utrumque enim pariter quadrato est æquale, quod a recta describitur, quæ circulum contingit a puncto Z. Igitur etiam spatium, quod sub ΘΔA continetur, spatio æquale est, quod continetur sub ΘZΓ: et propterea ut ΔΘ ad ΘZ, ita se habet ΓZ ad ΔA. Ut autem ΘΔ ad ΘZ, ita se habet tum BΓ ad ΓZ, tum ΔA ad AB. Ductæ enim sunt in triangulo ΔΘZ parallelæ alteri quidem lateri ΔΘ, BΓ; alteri vero ΘZ, BA. Ut igitur BΓ ad ZΓ, ita se habet ΓZ ad ΔA et ΔA ad AB: quod demonstrandum proponebatur.

Illud vero sciendum est, constructionem hanc eamdem fere, quæ Hieronis, esse. Nam parallelogrammum BΘ idem est atque illud Hieronis; eædemque sunt productæ rectæ ΘA, ΘΓ; itemque regula, quæ circa punctum B movetur. Hoc uno inter se differunt, quod regula in illa quidem usque eo circa punctum B movebatur, donec rectas æquales abscinderet, quæ a puncto rectam AΓ in duas æquas partes secante, hoc est K, ad ΘΔ, ΘZ ducuntur, cujusmodi sunt KΔ, KZ; in hac vero eo usque movetur, donec ΔB ipsi EZ æqualis fiat. Cæterum in utraque res eodem recidit. Sed altera, quam modo diximus, usui accommodatior est: cum obtineatur, ut ΔB, EZ æquales deprehendantur, regula in æquas partes easque continuas divisa. Quod sane longe facilius est, quam circino explorare, an quæ a puncto K ad Δ, Z ducuntur, æquales sint.

[t] ὩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ ΒΑΓ, ὀρθὴν περιέχουσαι γωνίαν τὴν πρὸς τῷ Α. Καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β, διαστήματι δὲ τῷ ΑΓ, κύκλου [u] [w] περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΚΘΛ· καὶ πάλιν κέντρῳ [x] τῷ Γ, καὶ διαστήματι τῷ ΑΒ, κύκλου [y] περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΜΘΝ, καὶ τεμνέτω τὴν ΚΘΛ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπι-

QUA APOLLONIUS.

Sint datæ duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat, BAΓ: eædemque rectam, qui ad punctum A est, angulum comprehendant. Describatur centro quidem B, intervallo vero AΓ circumferentia circuli KΘΛ: rursusque centro Γ, et intervallo AB circumferentia circuli MΘN; quæ quidem priorem illam KΘΛ in puncto Θ secet; et jungantur ΘA,

[n] ἔχει ἡ ΔΒΕΖ, ἴσης οὔσης ὡς εἴρηται τῆς ΔΒ τῇ ΕΖ. Λέγω ὅτι in MS. desunt. [o] τὸ Γ [p] In MS. ἴσον deest. [q] τῷ ex MS. [r] Ἥρωνος. Τὸ γὰρ ΒΘ παραλληλόγραμμον τὸ αὐτό ἐστι τῷ ληφθέντι ἐπὶ τῆς Ἥρωνος κατασκευῆς καὶ αἱ προσεκβαλλόμεναι [s] τὸ ΚΖ [t] Hæc in MS. desunt. [u] ἡ ex MS. [w] περιφέρεια [x] τῷ Δ [y] περιφέρεια

Θ B, Θ Γ. Parallelogrammum igitur est B Γ, ejusque diameter Θ A. Secetur Θ A in duas æquas partes in puncto Ξ: centroque Ξ circulus describatur qui rectas A B, A Γ secet ad puncta Δ, E productas; ita ut puncta Δ, E, et Θ in directo jaceant. Hoc autem fiet, si regula rectas A Δ, A E secans usque eo circa punctum Θ moveatur, donec rectæ, quæ a puncto Ξ ad Δ, E ducuntur, æquales fiant.

Hoc enim quando contigerit, confectum erit quod quæritur. Nam constructio eadem quæ Hieronis, et Philonis est. Quare constat eamdem quoque demonstrationem huic convenire.

QUA DIOCLES IN LIBRO DE IGNIARIIS.

Ducantur in circulo duæ diametri ad angulos inter se invicem rectos A B, Γ Δ: et abscindantur ab utraque parte puncti B æquales duæ circuli circumferentiæ E B, B Z: ductaque per punctum Z recta Z H ipsi A B parallela, jungatur Δ E. Dico rectas Z H, H Δ duas esse proportionales medias inter Γ H, H Θ. Ducatur enim per punctum E ipsi A B parallela E K. Æqualis est igitur tum E K ipsi Z H, tum K Γ ipsi H Δ. Quod quidem manifestum fuerit, rectis lineis a puncto Λ ad E, et Z junctis. Æquales enim sunt anguli Γ Λ E, Z Λ Δ; suntque recti, qui ad puncta sunt K et H. Igitur omnia etiam omnibus æqualia sunt; cum Λ E ipsi Λ Z sit æqualis; hicoque etiam reliqua Γ K reliquæ H Δ. Quoniam igitur ut Δ K ad K E, ita se habet Δ H ad H Θ; et ut Δ K ad K E, ita E K ad K Γ; media enim inter Δ K, K Γ proportionalis est E K; ideo ut Δ K ad K E, et E K ad K Γ, ita se habet Δ H ad H Θ. Æqualis est autem tum Δ K ipsi Γ H, tum K E ipsi Z H, tum K Γ ipsi H Δ. Ut igitur Γ H ad H Z, ita se habet Z H ad H Δ, et Δ H ad H Θ. Itaque si ab utraque puncti B parte æquales sumantur circumferentiæ M B, B N; et per punctum N ducatur N Ξ ipsi A B parallela; jungaturque Δ M, erunt rursus inter Γ Ξ, Ξ O proportionales mediæ N Ξ, Ξ Δ. Ductis autem hoc pacto pluribus parallelis, iisque continuis inter puncta B, Δ; positisque circumferentiis iis, quæ inter has, et punctum B interjiciuntur, æqualibus aliis a puncto B ad Γ circumferentiis; junctisque ordine a puncto Δ ad alia puncta eodem modo, quo Δ E, Δ M junctæ sunt, rectis lineis: secabuntur utique parallelæ, quæ inter puncta B, Δ interjiciuntur, in aliquibus punctis, cujusmodi sunt in apposita figura O, Θ. Quæ puncta si admota regula juncta rectis lineis fuerint, describetur in circulo quædam linea, in qua sumpto quolibet puncto, ductaque per ipsum recta

ζευχθῶσιν αἱ Θ Α, Θ Β, Θ Γ. Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ Β Γ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ Θ Α. Τετμήσθω δίχα ἡ Θ Α τῷ Ξ· καὶ κέντρῳ τῷ Ξ γεγράφθω κύκλος τέμνων τὰς Α Β, Α Γ ἐκβληθείσας κατὰ τὰ Δ, Ε· ὥς τε μέντοι τὰ Δ, Ε ἐπ' εὐθείας εἶναι τῷ Θ. Ὅπερ ἂν γένοιτο κανόνιο κινουμένου περὶ τὸ Θ, τέμνοντος τὰς Α Δ, Α Ε, καὶ παραγομένου ἐπὶ τοσοῦτον, ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὰ Δ, Ε ἴσαι γένωνται.

Τούτου γὰρ γενομένου, [a] ἔσται τὸ ζητούμενον. Ἡ γὰρ αὐτὴ κατασκευή ἐστι τῇ ὑπὸ Ἥρωνος καὶ Φίλωνος γεγραμμένῃ. Καὶ [a] δῆλον ὅτι καὶ ἡ ἀπόδειξις ἡ αὐτὴ ἁρμόσει.

ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ ΕΝ ΤΩ ΠΕΡΙ ΠΥΡΙΩΝ.

Ἐν κύκλῳ ἤχθωσαν δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς αἱ Α Β, Γ Δ· καὶ δύο περιφέρειαι ἴσαι ἀπειλήφθωσαν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Β αἱ Ε Β, Β Ζ· καὶ διὰ τοῦ Ζ παράλληλος τῇ Α Β, ἤχθω ἡ Ζ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Δ Ε. Λέγω ὅτι τῶν Γ Η, Η Θ δύο μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ Ζ Η, Η Δ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Ε τῇ Α Β παράλληλος ἡ Ε Κ. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν Ε Κ τῇ Ζ Η, ἡ δὲ Κ Γ τῇ Η Δ. Ἔσται γὰρ τοῦτο δῆλον, ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὰ Ε, Ζ ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. Ἴσαι γὰρ γίνονται αἱ ὑπὸ Γ Λ Ε, Ζ Λ Δ, καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Κ, Η. Καὶ πάντα ἄρα πᾶσιν, [b] διὰ τὴν Λ Ε τῇ Λ Ζ ἴσην εἶναι· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ Γ Κ τῇ Η Δ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ Δ Κ πρὸς Κ Ε, ἡ Δ Η πρὸς Η Θ· ἀλλ' ὡς ἡ Δ Κ πρὸς Κ Ε, ἡ Ε Κ πρὸς Κ Γ· μέση γὰρ ἀνάλογον ἡ Ε Κ τῶν Δ Κ, Κ Γ· ὡς ἄρα ἡ Δ Κ πρὸς Κ Ε, καὶ ἡ Ε Κ πρὸς Κ Γ, οὕτως ἡ Δ Η πρὸς Η Θ. Καί ἐστιν ἴση ἡ μὲν Δ Κ τῇ Γ Η, ἡ δὲ Κ Ε τῇ Ζ Η, ἡ δὲ Κ Γ τῇ Η Δ. Ὡς ἄρα ἡ Γ Η πρὸς Η Ζ, ἡ Ζ Η πρὸς Η Δ, καὶ ἡ Δ Η πρὸς Η Θ. Ἐὰν δὲ παρ' ἑκάτερα τοῦ Β ληφθῶσι περιφέρειαι ἴσαι [c] Μ Β, Β Ν· καὶ διὰ μὲν τοῦ Ν παράλληλος ἀχθῇ τῇ Α Β ἡ Ν Ξ, ἐπιζευχθῇ δὲ ἡ Δ Μ, ἔσονται πάλιν τῶν Γ Ξ, Ξ Ο μέσαι ἀνάλογον αἱ Ν Ξ, Ξ Δ. Πλειόνων οὖν οὕτως καὶ συνεχῶν παραλλήλων ἐκβληθεισῶν μεταξὺ τῶν Β, Δ, καὶ ταῖς ἀπολαμβανομέναις ὑπ' αὐτῶν περιφερείαις πρὸς τῷ Β ἴσων τιθεισῶν ἀπὸ τοῦ Β ὡς ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἐπὶ τὰ γενόμενα σημεῖα ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν ἀπὸ τοῦ Δ, ὡς τῶν [d] ὁμοίως ταῖς Δ Ε, Δ Μ· τμηθήσονται αἱ παράλληλοι αἱ μεταξὺ τῶν Β, Δ κατά τινα σημεῖα, [e] ὧν ἐπὶ τῆς προκειμένης καταγραφῆς τὰ Ο, Θ. Ἐφ' ἃ κανόνος παραθέσει ἐπιζεύξαντες εὐθείας, ἕξομεν καταγεγραμμένην ἐν τῷ κύκλῳ τινὰ γραμμήν, ἐφ' ἣν ἐὰν ληφθῇ τυχὸν σημεῖον, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῇ τῇ Α Β [f] ἔσονται ἡ

[a] ἔστω [a] δηλονότι [b] διὰ τὸ τὴν Α Β [c] αἱ Μ Β [d] ὁμοίως [e] In MS. ὡς deest. [f] ἔστω ἡ

ἀχθεῖσα, καὶ ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῷ Δ μέση ἀνάλογον τῆς τε ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς ὑπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῷ Γ σημείῳ, καὶ τῆ μέρους αὐτῆς τοῦ ἀπὸ [a] τοῦ ἐν τῇ γραμμῇ σημείου ἐπὶ τὴν Γ Δ διάμετρον.

Τούτων προκατεσκευασμένων, ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ Α, Β. Καὶ ἔστω κύκλος ἐν ᾧ δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ Γ Δ, Ε Ζ· καὶ γεγράφθω ἐν αὐτῷ ἡ διὰ τῶν συνεχῶν σημείων γραμμή, ὡς προείρηται, ἡ Δ Θ Ζ. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἡ Γ Η πρὸς Η Κ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Γ Κ, καὶ ἐκβληθεῖσα τεμνέτω τὴν γραμμὴν κατὰ τὸ Θ· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ τῇ Ε Ζ παράλληλος ἤχθω ἡ Λ Μ. Διὰ ἄρα τὰ προγεγραμμένα τῶν Γ Λ, Λ Θ μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ Μ Λ, Λ Δ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ Λ πρὸς Λ Θ, οὕτως ἡ Γ Η πρὸς Η Κ, ὡς δὲ ἡ Γ Η πρὸς Η Κ, οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Β· ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ταῖς Γ Λ, Λ Μ, Λ Δ, Λ Θ παρεμβάλωμεν μέσας τῶν Α, Β, ὡς τὰς Ν, Ξ, ἔσονται εἰλημμέναι τῶν Α, Β μέσαι ἀνάλογον αἱ Ν, Ξ. Ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

ipsi A B parallela; erunt quæ ducta est, quamque ipsa a diametro versus punctum Δ abscindit, proportionales mediæ inter eam, quam abscindit item a diametro versus punctum Γ, eamque ejus partem, quæ puncto in linea sumpto, et diametro ΓΔ concluditur.

His ita confectis, sint datæ duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias invenire oportet, A, B. Sit autem circulus cujus duæ diametri ΓΔ, EZ ad rectos angulos sese invicem secent: describaturque in eo per continua puncta, ut supra dictum est, linea ΔΘZ. Porro fiat, ut A ad B ita ΓH ad HK; junctaque ΓK eademque producta lineam ipsam secet in puncto Θ; et ducatur per id punctum ipsi EZ parallela ΛM. Itaque ex his, quæ supra diximus, mediæ inter ΓΛ, ΛΘ proportionales sunt MΛ, ΛΔ. Et quoniam ut ΓΛ ad ΛΘ, ita se habet ΓH ad HK; et ut ΓH ad HK, ita A ad B; si mediæ inter A, B interjiciantur N, Ξ pro eadem illa ratione, quam invicem habent ΓΛ, ΛM, ΛΔ, ΛΘ; sumptæ utique fuerint mediæ inter A, B proportionales N, Ξ. Quod facere oportebat.

ΩΣ ΠΑΠΠΟΣ

Ἐν Μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς.

Προέθετο μὲν ὁ Πάππος κύβον εὑρεῖν πρὸς τὸν δοθέντα κύβον λόγον ἔχοντα δεδομένον. Καὶ ὡς πρὸς τὸ τοιοῦτο [b] πρότασιν καὶ τὰ ὑπὸ τῆς ἀποδείξεως αὐτῷ προέρχονται. Δῆλον δὲ ὅτι τούτου εὑρισκομένου, καὶ τὸ προκείμενον εὑρίσκεται. Δύο γὰρ δοθεισῶν εὐθειῶν, [c] ἐὰν ἀφθείσαιν μέσων εὑρεθῶσι, ἡ δευτέρα εὑρέθη, καὶ ἡ τρίτη αὐτόθεν δοθήσεται. Γεγράφθω γὰρ, ὥς φησιν αὐτὸς κατὰ λέξιν, ἡμικύκλιον τὸ Α Β Γ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ Δ Β, καὶ κινείσθω κανόνιον περὶ τὸ Α σημεῖον· ὥστε τὸ μὲν ἓν πέρας αὐτοῦ προσκείσθαι τυλίῳ τινὶ κατὰ τὸ Α [d] σημεῖον, τὸ δὲ λοιπὸν μέρος, ὡς περὶ κέντρον περὶ τὸ τυλάριον κινείσθω μεταξὺ τῶν Β, Γ. Τούτων δὲ κατεσκευασμένων ἐπιτετάχθω δύο κύβους εὑρεῖν, λόγον ἔχοντας πρὸς ἀλλήλους τὸν ἐπιταχθέντα. Καὶ τῷ λόγῳ ὁ αὐτὸς πεποιήσθω ὁ τῆς Β Δ πρὸς Δ Ε· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Γ Ε ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ. Παραγέσθω δὴ τὸ κανόνιον μεταξὺ τῶν Β, Γ, ἕως [e] οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτοῦ μέρος μεταξὺ τῶν Ζ Ε, Ε Β εὐθειῶν, ἴσον γένηται τῷ με-

QUA PAPPUS

In mechanicis Institutionibus.

Proposuit sibi Pappus cubum invenire, qui ad datum cubum datam rationem habeat. Quæ autem demonstratio ab eo instituitur rei huic conficiendæ inservit. Manifestum enim est, cubo hoc invento, quod propositum nobis est inventum iri. Datis siquidem duabus rectis; si mediæ inter ipsas inveniendæ sint, et secunda inventa fuerit, inventa erit et tertia. Describatur, ut ipse dicit, semicirculus ABΓ; ducaturque a puncto Δ ad rectos angulos ΔB: et moveatur regula circa punctum A; ita ut ejus termini, alter quidem clavo cuidam ligneo ad punctum A infixus sit, alter vero circa hunc clavum tamquam centrum inter puncta B et Γ circumagatur. His ita confectis, propositum sit duos cubos invenire, qui propositam inter se invicem rationem habeant. Fiat ratio, quam habet BΔ ad ΔE, eadem quæ data: junctaque ΓE producatur ad punctum Z. Circumagatur autem regula inter puncta B, Γ usque eo, donec quæ pars ejus inter rectas ZE, EB interjicitur, æqualis sit parti illi, quæ interjicitur inter rectam

[a] In MS. τοῦ deest. [b] πρόθεσιν [c] ἐὰν τῶν ὀφθαλμῶν μέσων ἡ δευτέρα [d] σημείου ἔσω. Τὸ [e] ἄν

B E, et circumferentiam B K Γ. Hoc enim explorando, transferendoque regulam facile assequemur. Itaque factum sit, et regula eo, quo A K, situ jaceat; ita ut H Θ, Θ K æquales invicem sint. Dico cubum, qui ab B Δ describitur, ad cubum, qui describitur a Δ Θ, propositam rationem habere: hoc est eamdem, quam B Δ ad Δ E. Intelligatur enim circulus completus esse: junctaque K Δ, eademque ad punctum Λ producta, jungatur Λ H. Parallela igitur est B Δ ipsi Λ H; eo quod æquales sunt, K Θ quidem ipsi H Θ, K Δ vero ipsi Δ Λ. Jungantur A Λ et Λ Γ. Quoniam igitur rectus est angulus A Λ Γ utpote qui semicirculo insistit, normalisque Λ M; ideo ut quadratum, quod ab Λ M describitur, ad quadratum, quod describitur a M A, hoc est Γ M ad M A, ita se habet quadratum, quod ab A M describitur, ad quadratum, quod describitur a M H. Communis addatur ratio ipsius A M ad M H. Quæ igitur ratio ex ratione componitur, quam habet tum Γ M ad M A tum A M ad M H; hoc est ea, quam Γ M habet ad M H; hæc eadem est atque ratio quæ componitur ex ratione, quam habet tum quadratum, quod ab A M describitur, ad quadratum, quod describitur a M H, tum A M ad M H. Ratio autem quæ componitur ex ratione, quam habet tum quadratum, quod ab A M describitur, ad quadratum, quod describitur a M H, tum A M ad M H, eadem est atque ratio, quam habet cubus, qui ab A M describitur, ad cubum, qui describitur a M H. Igitur et ratio, quam Γ M habet ad M H, eadem est atque ratio, quam habet cubus, qui ab A M describitur, ad cubum, qui describitur a M H. Ut autem Γ M ad M H, ita se habet Γ Δ ad Δ E; et ut A M ad M H, ita Λ Δ ad Δ Θ. Igitur etiam ut B Δ ad Δ E, quæ quidem data est ratio, ita se habet cubus, qui a B Δ describitur, ad cubum, qui describitur a Δ Θ. Cum igitur duæ inter rectas B Δ, Δ E proportionales mediæ inveniendæ sint, rectarum secunda est Δ Θ. Quod si ut B Δ ad Δ Θ, ita fiat Θ Δ ad aliam quamdam, hæc erit tertia. Illud vero animadvertendum est, constructionem hanc eamdem atque illam esse, quam Diocles tradidit. Hoc uno inter se differunt, quod ibi quidem Diocles descripta linea quadam inter A, et B per continua puncta, sumit in ea punctum H, producta Γ E, eademque lineam, quam diximus, secante; hic vero Pappus id punctum exhibet circumacta circa punctum A regula A K. Quod enim punctum H idem sit, utcunque sumatur, sive ut Diocles præcipit, sive ut Pappus, regulæ ope, ita facile colligitur. Producta M H ad punctum N, jungatur K N. Quoniam igitur æqualis est K Θ ipsi Θ H, et H N ipsi Θ B parallela; ideo etiam K Ξ ipsi Ξ N est æqualis. Communis est autem Ξ B eademque ad rectos angulos: nam K N ab ea, quæ per centrum ducitur, in duas æquas partes, et ad rectos angulos secatur. Æqualis est igitur etiam basi basis, et quod consequitur, circumferentiæ B N, K B circumferentia. Punctum igitur H idem est quod in linea Dioclis: quinetiam demonstratio eadem fuerit. Quippe aiebat Diocles, ut Γ M ad M N, ita se habet M N ad M A, et A M ad M H. Æqualis est autem M N ipsi M Λ: nam diameter eamdem ad rectos angulos secat. Ut igitur Γ M ad M Λ, ita se habet Λ M ad M A, et A M ad M H. Igitur mediæ inter Γ M, M H proportionales sunt Λ M, M A. Ut autem Γ M ad M H, ita se habet Γ Δ ad Δ E: et ut Γ M ad M Λ, ita Λ M ad M H; hoc est Γ Δ ad Δ Θ. Cum igitur inter rectas Γ Δ, Δ E duæ mediæ inveniendæ sint, rectarum secunda est Δ Θ; quam quidem et Pappus exhibuit.

μεταξὺ τῆς B E εὐθείας, καὶ τῆς B K Γ περιφερείας. Τοῦτο γὰρ ψηλαφῶντες, καὶ μετάγοντες τὸ κανόνιον ῥᾳδίως ποιήσομεν. Γεγονέτω δὴ, καὶ ἐχέτω θέσιν τὴν A K, ὥστε ἴσας εἶναι τὰς H Θ, Θ K. Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τῆς B Δ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Δ Θ κύβον, λόγον ἔχει τὸν ἐπιταχθέντα, τουτέστι τὸν τῆς B Δ πρὸς Δ E. Νενοήσθω γὰρ ὁ κύκλος ἀναπεπληρωμένος· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ K Δ ἐκβεβλήσθω [m] ἐπὶ τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Λ H. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ B Δ [n] τῇ Λ H, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν K Θ τῇ H Θ, τὴν δὲ K Δ τῇ Δ Λ. Ἐπεζεύχθω δὴ ἥτε A Λ καὶ ἡ [o] Λ Γ. Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ A Λ Γ, ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ, καὶ κάθετος ἡ Λ M, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ Λ M πρὸς τὸ ἀπὸ M A, τουτέστιν ἡ Γ M πρὸς M A, οὕτως τὸ ἀπὸ A M πρὸς τὸ ἀπὸ M H. Κοινὸς προσκείσθω ὁ τῆς A M πρὸς M H λόγος. Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος, ἔκ τε τοῦ τῆς Γ M πρὸς M A, καὶ τοῦ τῆς A M πρὸς M H, τουτέστιν ὁ τῆς Γ M πρὸς M H λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς A M πρὸς τὸ ἀπὸ M H, καὶ τοῦ τῆς A M πρὸς M H. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς A M πρὸς τὸ ἀπὸ M H, καὶ τοῦ τῆς A M πρὸς M H, [p] ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς A M κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς M H. Καὶ ὁ τῆς Γ M ἄρα πρὸς M H λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς A M κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς M H. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Γ M πρὸς M H, οὕτως ἡ Γ Δ πρὸς Δ E· ὡς δὲ ἡ A M πρὸς M H, ἡ Λ Δ πρὸς Δ Θ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ B Δ πρὸς Δ E, τουτέστιν ὁ δοθεὶς λόγος, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς B Δ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Δ Θ κύβον. [q] Τῶν ἄρα ὀφειλουσῶν εὑρεθῆναι δύο μέσων ἀνάλογον τῶν B Δ, Δ E, δευτέρα ἐστὶν ἡ Δ Θ. Καὶ ἐὰν ποιήσωμεν ὡς τὴν B Δ πρὸς Δ Θ, τὴν Θ Δ πρὸς ἄλλην τινὰ, ἔσται καὶ ἡ τρίτη [r] εὑρημένη. Περιέχειν δὲ χρὴ, ὡς καὶ ἡ τοιαύτη κατασκευὴ ἡ αὐτή ἐστι τῇ ὑπὸ Διοκλέους εὑρημένῃ. Τούτῳ μόνον διαφέρουσα, τῷ ἐκεῖνον μὲν γραμμήν τινα καταγράφειν διὰ συνεχῶν σημείων μεταξὺ τῶν A, B· ἐφ' ἧς ἐλαμβάνετο τὸ H, ἐκβαλλομένης τῆς Γ E, καὶ τεμνούσης τὴν εἰρημένην γραμμήν· ἐνταῦθα δὲ τὸ H πορίζεται, διὰ τοῦ A K κανόνος κινουμένου περὶ τὸ A. Ὅτι γὰρ τὸ H τὸ αὐτό ἐστιν, εἴτε ὡς ἐνταῦθα διὰ τοῦ κανόνος ληφθῇ, εἴτε ὡς ἔφη Διοκλῆς, μάθοιμεν ἂν οὕτως. Ἐκβληθείσης τῆς M H κατὰ τὸ N, ἐπεζεύχθω ἡ K N. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ K Θ τῇ Θ H, καὶ παράλληλος ἡ H N τῇ Θ B, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ K Ξ τῇ Ξ N. Καὶ κοινὴ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ Ξ B· ἡ γὰρ K N δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῆς διὰ τοῦ κέντρου. Καὶ βάσις ἄρα βάσει ἴση, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ K B περιφέρεια τῇ B N. Τὸ ἄρα H ἐστὶ τὸ ἐπὶ τῆς γραμμῆς τοῦ Διοκλέους· καὶ ἡ ἀπόδειξις ἡ αὐτὴ ἔσται. Ἔφασκεν γὰρ ὁ Διοκλῆς, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ Γ M πρὸς M N, οὕτως ἡ M N πρὸς M A, καὶ ἡ A M πρὸς M H. Ἴση δὲ ἐστιν ἡ [s] M N τῇ M Λ· ἡ γὰρ διάμετρος πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Γ M πρὸς M Λ, οὕτως ἡ Λ M πρὸς M A, καὶ ἡ A M πρὸς M H. Τῶν ἄρα Γ M, M H μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ Λ M, [t] M A. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Γ M πρὸς M H, ἡ Γ Δ πρὸς Δ E· ὡς δὲ ἡ Γ M πρὸς M Λ, ἡ Λ M [u] πρὸς M H, τουτέστιν ἡ Γ Δ πρὸς Δ Θ. Καὶ τῶν δύο μέσων ἄρα τῶν Γ Δ, Δ E, δευτέρα ἐστὶν ἡ Δ Θ, ἣν καὶ ἐπορίσατο καὶ ὁ Πάππος.

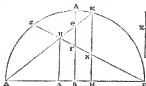
[m] ἐπὶ pro ἐπὶ ex MS. [n] τῇ Λ H in MS. desunt. [o] A Γ [p] τουτέστιν ὁ τῆς Γ M πρὸς M H λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς A M κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς M H. Ἀλλ' ὡς μὲν &c. [q] τῶν γὰρ [r] εὑρημένου [s] M N pro H M, ex MS. [t] M A. Ἀλλ' ὡς &c. usque ad literam [u], in MS. desunt.

ΩΣ ΣΠΟΡΟΣ.

[w] Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΒΓ. Δεῖ δὴ τῶν ΑΒ, ΒΓ [x] δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΒΕ· καὶ κέντρῳ τῷ Β, διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΔΑΕ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Γ εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα διήχθω ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διήχθω τις εὐθεῖα οὕτως, ὥς τε ἴσην εἶναι τὴν ΗΘ τῇ ΘΚ. Τοῦτο γὰρ δυνατόν. Καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Η, Κ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετοι αἱ ΗΛ, ΚΝΜ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΗ, ἡ ΜΒ πρὸς ΒΛ, ἴση δὲ ἡ ΚΘ τῇ ΘΗ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΒ τῇ ΒΛ, ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ΜΕ τῇ ΛΔ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΔΜ τῇ ΛΕ ἐστὶν ἴση· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΜΔ πρὸς ΔΛ, ἡ ΛΕ [y] πρὸς ΕΜ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΜΔ πρὸς ΔΛ, ἡ ΚΜ πρὸς ΗΛ· ὡς δὲ ἡ ΛΕ πρὸς ΕΜ, ἡ ΗΛ πρὸς ΝΜ. Πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ ΔΜ πρὸς ΜΚ, ἡ ΚΜ πρὸς ΜΕ· ὡς ἄρα ἡ ΔΜ πρὸς ΜΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΚ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ· ἴση γὰρ ἡ ΔΒ τῇ ΒΑ. Πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ ΜΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΛΕ πρὸς ΕΒ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΜΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΚΜ πρὸς ΘΒ· ὡς δὲ ἡ ΛΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΗΛ πρὸς ΓΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΜ πρὸς ΘΒ, ἡ ΗΛ πρὸς ΓΒ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΗΛ, [z] ἡ ΘΒ πρὸς ΓΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΗΛ, ἡ ΜΔ πρὸς ΔΛ, τουτέστιν ἡ ΔΜ πρὸς ΜΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ [a] ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, ἡ ΒΘ πρὸς ΒΓ. Εἰλήφθω τῶν ΘΒ, ΒΓ μέση ἀνάλογον ἡ Ξ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ ΑΒ πρὸς ΒΘ· ἡ δὲ ΘΒ πρὸς ΒΓ διπλασίονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ ΘΒ πρὸς Ξ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΘ, ἡ ΒΘ πρὸς Ξ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΒ πρὸς Ξ, ἡ Ξ πρὸς ΒΓ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΘ, ΘΒ πρὸς Ξ, καὶ ἡ Ξ πρὸς ΒΓ. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αὕτη ἡ αὐτή ἐστι, τῇ ὑπὸ Πάππου καὶ Διοκλέους [b] εἰρημένῃ.

QUA SPORUS.

Sint datæ inæquales duæ rectæ AB, BΓ. Oportet autem duas inter AB, BΓ proportionales medias proportione continua invenire. Ducatur a puncto B ipsi AB ad rectos angulos ΔBE; describaturque centro quidem B, intervallo vero BA, semicirculus ΔAE. Porro juncta a puncto E ad Γ recta producatur ad punctum Z: et ducatur a puncto Δ recta quædam ejusmodi, ut HΘ ipsi ΘK æqualis sit. Hoc enim fieri potest. Ducantur denique a punctis H, K ad ΔE normales HΛ, KNM. Quoniam igitur ut KΘ ad ΘH, ita se habet MB ad BΛ; æqualisque est KΘ ipsi ΘH; ideo etiam MB ipsi BΛ, et reliqua ME reliquæ ΛΔ est æqualis. Igitur tota etiam ΔM toti ΛE æqualis est: et propterea ut MΔ ad ΔΛ, ita se habet ΛE ad EM. Ut autem MΔ ad ΔΛ, ita se habet KM ad HΛ; et ut ΛE ad ad EM, ita HΛ ad NM.



Rursus quoniam ut ΔM ad MK, ita se habet KM ad ME; ideo ut ΔM ad ME, ita se habet quadratum, quod a ΔM describitur, ad quadratum, quod describitur a MK; hoc est quadratum, quod a ΔB, sive AB, describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ: æqualis est enim ΔB ipsi BA. Rursus quoniam ut MΔ ad ΔB, ita se habet ΛE ad EB: ut autem MΔ ad ΔB, ita KM ad ΘB; et ut ΛE ad EB, ita HΛ ad ΓB: ideo etiam ut KM ad ΘB, ita se habet HΛ ad ΓB; et permutando, ut KM ad HΛ, ita ΘB ad ΓB. Ut autem KM ad HΛ, ita se habet MΔ ad ΔΛ; hoc est ΔM ad ME; hoc est quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB. Igitur etiam ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, ita se habet BΘ ad BΓ. Sumatur media inter ΘB, BΓ proportionalis Ξ. Quoniam igitur ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ, ita se habet BΘ ad BΓ: et quadratum quidem, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ, rationem habet ejus duplam, quam habet AB ad BΘ; BΘ vero ad BΓ rationem habet ejus item duplam, quam ΘB habet ad Ξ: ideo etiam ut AB ad BΘ, ita se habet BΘ ad Ξ. Ut autem ΘB ad Ξ, ita se habet Ξ ad BΓ. Igitur etiam ut AB ad BΘ, ita se habet ΘB ad Ξ, et Ξ ad BΓ. Illud autem manifestum est, constructionem hanc eamdem atque illam esse, quam *Diocles*, et Pappus tradidit.

ΩΣ ΜΕΝΕΧΜΟΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [c] αἱ Δ, Ε. Δεῖ δὴ [d] τῶν Δ, Ε δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Γεγονέτω· καὶ ἔστωσαν αἱ Β, Γ. Καὶ ἐκκείσθω θέσει εὐθεῖα [e] ἡ ΑΗ πεπερασμένη κατὰ τὸ Α· καὶ πρὸς τῷ Α τῇ Γ ἴση κείσθω [f] ἡ ΑΖ· καὶ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΘ, καὶ τῇ Β ἴση κείσθω ἡ ΖΘ. Ἐπεὶ οὖν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον [g] αἱ Δ, Β, Γ, τὸ ὑπὸ [h] τῶν Δ, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β. [i] Τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης τῆς Δ καὶ τῆς Γ, τουτέστι τῆς ΑΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ. Ἐπὶ παραβολῆς ἄρα [k] τὸ Θ, διὰ τοῦ Α γε-

QUA MENECHMUS.

Sint datæ duæ rectæ Δ, E. Oportet autem duas inter Δ, E proportionales medias invenire. Inventæ fuerint: eæque sint B, et Γ. Exhibeatur autem recta AH positione data, eademque terminata ad punctum A: ponaturque ad id punctum ipsi Γ æqualis AZ: et ducatur ad rectos angulos ZΘ, eaque ipsi B æqualis fiat. Quoniam igitur tres proportionales rectæ sunt Δ, B, Γ; spatium, quod sub Δ, Γ continetur, æquale est quadrato, quod a B describitur. Quod igitur spatium continetur sub data Δ et Γ, hoc est AZ, id quadrato æquale est, quod describitur a B, hoc est a ZΘ. Itaque punctum Θ

[w] Ἔστωσαν δὲ αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [x] δύο εὐθείας [y] πρὸς ΘΜ [z] ἡ ΘΓ [a] ΑΘ [b] γεγραμμένη
[c] αἱ ΑΒ [d] τῶν ΑΕ [e] ἡ δὲ πεπερασμένη κατὰ τὸ Δ καὶ πρὸς τὸ Δ [f] ἡ ΔΖ [g] αἱ ΑΒΓ [h] τῶν ΑΓ
[i] τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης τῆς Δ καὶ τῆς Γ in MS. desunt. [k] τὸ pro τῆς ex MS.

in parabola est per punctum A descripta. Ducantur parallelæ Θ K, A K. Et quoniam datum est spatium, quod sub B, Γ continetur; quippe æquale est illi, quod sub Δ, B; spatium quoque datum est, quod continetur sub K Θ Z. Itaque punctum Θ in hyperbola est descripta inter asymptotos K A, A Z. Datum est igitur punctum Θ; atque adeo etiam Z. Componetur autem problema hoc pacto. Sint datæ quidem rectæ Δ, E; quæ vero positione data est A H, terminata ad punctum A; et describatur per punctum A parabole, cujus quidem axis A H; rectum vero figuræ latus Δ. Quæ autem ad rectos angulos ad A H ducuntur, possint spatia, quæ ipsi Δ applicantur, latitudinemque habent rectas, quæ ab ipsis ad punctum A abscinduntur. Describatur, eaque sit A Θ: et sit A K ad rectos angulos. Describatur porro inter asymptotos K A, A Z hyperbole, a qua si rectæ ducantur ipsis K A, A Z parallelæ, spatium conficient ei æquale, quod sub Δ, E continetur: atque hæc quidem hyperbole parabolen secuerit. Secet in puncto Θ; et ducantur normales Θ K, Θ Z. Quoniam igitur quadratum, quod a Z Θ describitur, æquale est spatio, quod sub Δ, Γ continetur, ut Δ ad Z Θ, ita se habet Z Θ ad Z A. Rursus quoniam spatium, quod sub Δ, E continetur, æquale est spatio, quod continetur sub Θ Z A; ut Δ ad Z Θ, ita se habet Z A ad E. Ut autem Δ ad Z Θ, ita se habet Z Θ ad Z A. Igitur etiam ut Δ ad Z Θ, ita se habet Z Θ ad Z A, et Z A ad E. Ponatur ipsi Θ Z æqualis B; et ipsi A Z æqualis Γ. Ut igitur Δ ad B, ita se habet B ad Γ, et Γ ad E. Igitur Δ, B, Γ, E deinceps proportionales sunt. Quas invenire oportebat.

γεγραμμένης. Ἤχθωσαν παράλληλοι αἱ Θ K, A K. Καὶ ἐπεὶ δοθὲν τὸ ὑπὸ B, Γ· ἴσον γάρ ἐστι τῷ ὑπὸ Δ, E· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ K Θ Z. Ἐπὶ ὑπερβολῆς ἄρα τὸ Θ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς K A, A Z. Δοθὲν ἄρα τὸ Θ, ὥστε καὶ τὸ Z. Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστωσαν αἱ μὲν δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ Δ, E· ἡ δὲ τῇ θέσει ἡ A H πεπερασμένη κατὰ τὸ A, καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ A παραβολή, ἧς ἄξων μὲν ἡ A H, ὀρθία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ Δ. Αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν A H ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ δυνάσθωσαν τὰ παρὰ τὴν Δ παρακείμενα χωρία, πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ A σημείῳ. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ἡ A Θ· καὶ ὀρθὴ ἡ A K. Καὶ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς K A, A Z γεγράφθω ὑπερβολή, ἀφ' ἧς αἱ παρὰ τὰς K A, A Z ἀχθεῖσαι ποιήσουσι τὸ χωρίον ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, E· * τεμεῖ δὴ τὴν παραβολήν. Τεμνέτω κατὰ τὸ Θ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ Θ K, Θ Z. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ Z Θ, ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, Γ, ἔστιν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Z Θ, ἡ Z Θ πρὸς Z A. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ Δ, E ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ Θ Z A, ἔστιν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Z Θ, ἡ Z A πρὸς τὴν E. Ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Z Θ, ἡ Z Θ πρὸς Z A. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν Z Θ, ἡ Z Θ πρὸς Z A, καὶ ἡ Z A πρὸς E. Κείσθω τῇ μὲν Θ Z [l] ἴση ἡ B, τῇ δὲ A Z ἴση ἡ Γ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν B, ἡ B πρὸς τὴν Γ, καὶ ἡ Γ πρὸς E. Αἱ Δ, B, Γ, E ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. Ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

ALITER.

Sint datæ duæ rectæ ad angulos inter se invicem rectos A B, B Γ: et mediæ inter ipsas fiant Δ B, B E; ita ut quemadmodum Γ B ad B Δ, ita se habeat B Δ ad B E, et B E ad B A; et ducantur normales Δ Z, E Z. Quoniam igitur ut Γ B ad B Δ, ita se habet Δ B ad B E; spatium, quod sub Γ B E, hoc est sub data et B E, continetur, æquale est quadrato, quod a B Δ, hoc est ab E Z, describitur. Et quoniam spatium, quod sub data, et B E continetur, æquale est quadrato, quod ab E Z describitur; punctum Z parabolen contingit circa axem B E descriptam. Rursus quoniam ut A B ad B E, ita se habet B E ad B Δ; spatium, quod sub A B Δ, hoc est sub data, et B Δ, continetur, æquale est quadrato, quod ab E B, hoc est Δ Z, describitur: et propterea punctum Z parabolen contingit descriptam circa axem B Δ. Contigerat autem et datam alteram circa axem B E descriptam. Datum est igitur punctum Z. Normales autem sunt Z Δ, Z E. Data sunt igitur et puncta Δ, E. Componetur autem problema hoc pacto. Sint datæ duæ rectæ ad angulos inter se invicem rectos A B, B Γ: producanturque indefinite a puncto B, B Δ, B E. Describa-

ΑΛΛΩΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ A B, B Γ· καὶ γεγονέτωσαν αὐτῶν μέσαι αἱ Δ B, B E· ὥστε εἶναι, ὡς τὴν Γ B πρὸς B Δ, οὕτως τὴν B Δ πρὸς B E, καὶ τὴν B E πρὸς B A· καὶ ἤχθωσαν πρὸς ὀρθὰς αἱ Δ Z, E Z. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς [m] ἡ Γ B πρὸς B Δ, οὕτως ἡ Δ B πρὸς B E· τὸ ἄρα ὑπὸ Γ B E, τουτέστι τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς B E, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B Δ, τουτέστι τῆς E Z. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς B E, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ E Z, τὸ Z ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν B E. Πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ A B πρὸς B E, ἡ B E πρὸς B Δ, τὸ ἄρα ὑπὸ A B Δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς B Δ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ E B, τουτέστι [n] τῆς Δ Z· τὸ Z ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν B Δ. Ἧπται δὲ καὶ ἑτέρας δοθείσης τῆς περὶ τὴν B E. Δοθὲν ἄρα τὸ Z. Καὶ κάθετοι αἱ Z Δ, Z E. Καὶ δοθέντα [o] ἄρα τὰ Δ, E. Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ A B, B Γ· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' ἄπειρον ἀπὸ τοῦ B, [p] B Δ, B E. Καὶ γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν B E παρα-

[l] ἴση ἡ H B [m] ὡς ἡ Γ B πρὸς B Δ ex MS. [n] τῆς E Z [o] ἄρα ex MS. [p] B Δ, B E in MS. desunt.

* Sive τέμῃ, sive etiam τέμοι

βολή, ὥστε τὰς καταγομένας ἐπὶ τὴν ΒΕ δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν ΒΓ. Πάλιν γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν ΔΒ παραβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν ΑΒ. Τεμοῦσι δὴ ἀλλήλας αἱ παραβολαί. Τεμνέτωσαν κατὰ τὸ Ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΖΔ, ΖΕ. Ἐπεὶ οὖν ἐν παραβολῇ κατῆκται ἡ ΖΕ, τουτέστιν ἡ ΔΒ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΒΔ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ. Πάλιν ἐπεὶ ἐν παραβολῇ κατῆκται ἡ ΖΔ, τουτέστιν ἡ ΕΒ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΔΒΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΒ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, ἡ ΒΕ πρὸς ΒΑ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς ΔΒ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΒΕ, καὶ ἡ ΕΒ πρὸς ΒΑ. Ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

Γράφεται δὲ ἡ παραβολὴ διὰ τοῦ εὑρεθέντος διαβήτου τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ τῷ ἡμετέρῳ Διδασκάλῳ, γραφέντος δὲ ὑπ' αὐτοῦ εἰς τὸ γενόμενον αὐτῷ Ὑπόμνημα τῶν Ἥρωνος [a] καμαρικῶν.

Η ΑΡΧΥΤΟΥ ΕΥΡΕΣΙΣ, ΩΣ ΕΥΔΗΜΟΣ ΙΣΤΟΡΕΙ

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [b] αἱ ΑΔ, Γ. Δεῖ δὴ [c] τῶν ΑΔ, Γ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Γεγράφθω περὶ τὴν μείζονα τὴν ΑΔ κύκλος ὁ ΑΒΔΖ· καὶ τῇ Γ ἴση ἐνηρμόσθω ἡ ΑΒ· καὶ ἐκβληθεῖσα συμπιπτέτω τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐφαπτομένῃ τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Π· παρὰ δὲ τὴν ΠΔ ἤχθω ἡ ΒΕΖ. Καὶ νενοήσθω ἡμικυλίνδριον ὀρθὸν ἐπὶ τοῦ ΑΒΔ ἡμικυκλίου· ἐπὶ δὲ τῆς ΑΔ ἡμικύκλιον ὀρθὸν, ἐν τῷ τοῦ ἡμικυλινδρίου παραλληλογράμμῳ κείμενον. Τοῦτο δὴ τὸ ἡμικύκλιον περιαγόμενον, ὡς ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Β, μένοντος τοῦ Α πέρατος τῆς διαμέτρου [d] τεμεῖ τὴν κυλινδρικὴν ἐπιφάνειαν ἐν τῇ περιαγωγῇ, καὶ γράψει ἐν αὐτῇ γραμμήν τινα. Πάλιν δὲ ἐὰν, τῆς ΑΔ μενούσης, τὸ ΑΠΔ τρίγωνον περιενεχθῇ τὴν ἐναντίαν τῷ ἡμικυκλίῳ κίνησιν, κωνικὴν ποιήσει ἐπιφάνειαν [e] τῇ ΑΠ εὐθείᾳ, ἣ δὴ περιαγομένη συμβαλεῖ τῇ κυλινδρικῇ γραμμῇ κατά τι σημεῖον· ἅμα δὲ καὶ τὸ Β περιγράψει ἡμικύκλιον ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ. Ἐχέτω δὲ θέσιν κατὰ τὸν τόπον τῆς συμπτώσεως τῶν γραμμῶν τὸ κινούμενον ἡμικύκλιον, ὡς τὴν τοῦ ΔΚΑ· τὸ δὲ ἀντιπεριαγόμενον τρίγωνον τὴν τοῦ ΔΛΑ· τὸ δὲ τῆς εἰρημένης συμπτώσεως σημεῖον ἔστω τὸ Κ. Ἔστω δὲ καὶ τὸ διὰ τοῦ Β γραφόμενον ἡμικύκλιον τὸ ΒΜΖ, κοινὴ δὲ αὐτοῦ τομὴ καὶ τοῦ ΒΔΖΑ κύκλου ἔστω ἡ ΒΖ· καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ τοῦ ΒΔΑ ἡμικυκλίου ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω, πεσεῖται δὴ ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, διὰ τὸ ὀρθὸν ἑστάναι τὸν κύλινδρον. Πιπτέτω, καὶ ἔστω ἡ ΚΙ· καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ι ἐπὶ τὸ Α ἐπιζευχθεῖσα συμβαλέτω τῇ ΒΖ κατὰ τὸ Θ· ἡ δὲ ΑΛ τῷ ΒΜΖ ἡμικυκλίῳ κατὰ τὸ Μ· ἐπεζεύχθωσαν δὲ

tur autem circa axem BE parabole, ita ut quæ ad BE ducuntur, possint spatia, quæ ipsi BΓ applicantur. Rursusque circa axem BΔ parabole describatur, ita ut quæ ad ΔB ducuntur, possint spatia, quæ applicantur ipsi AB. Hæ parabolæ utique invicem secantur. Secentur in puncto Z: et ducantur a puncto Z normales ZΔ, ZE. Quoniam igitur ducta est in parabola ZE, hoc est ΔB, spatium, quod sub ΓBE continetur, æquale est quadrato, quod a BΔ describitur. Propterea ut ΓB ad BΔ, ita se habet ΔB ad BE. Rursus quoniam ducta est in parabola ZΔ, hoc est EB, spatium, quod sub ΔBA continetur, æquale est quadrato, quod ab EB describitur. Propterea ut ΔB ad BE, ita se habet BE ad BA. Ut autem ΔB ad BE, ita se habet ΓB ad ΔB. Igitur etiam ut ΓB ad ΔB, ita se habet BΔ ad BE, et EB ad BA. Quas invenire oportebat.

Describitur autem parabole circini ope ab Isidoro Milesio Mechanico Præceptore nostro inventi, effictique in Commentario, quem in Heronis librum de fornicatis parietibus conscripsit.

QUA ARCHITAS, UT EUDEMUS TRADIT.

Sint datæ duæ rectæ AΔ, Γ. Oportet autem duas inter AΔ, Γ proportionales medias invenire. Describatur circa majorem AΔ circulus ABΔZ; eique AB accommodetur Γ ipsi æqualis; quæ quidem producta concurrat in puncto Π cum recta circulum ad punctum Δ contingente: ducaturque BEZ contingenti ΠΔ parallela. Intelligatur autem rectus esse ad semicirculum quidem ABΔ semicylindrus; ad rectam vero AΔ semicirculus, idemque in semicylindri parallelogrammo positus. Itaque hic semicirculus si, manente diametri termino A, a puncto Δ versus B circumagatur, cylindricam superficiem secabit, et lineam quamdam in ipsa describet. Rursus autem si, manente AΔ, circumagatur triangulum AΠΔ motu priori illi contrario, conicam superficiem describet recta AΠ; quæ quidem circumacta in puncto aliquo cum cylindrica superficie concurret; dum punctum ejus B semicirculum in conica superficie describet. Ubi igitur primum hæ lineæ invicem concurrunt, circumactus quidem semicirculus eodem, quo ΔKA, situ jaceat; triangulum vero huic occurrens eodem, quo ΔΛA: et in quo concurrunt puncto, hoc sit K. Porro semicirculus, qui a puncto B describitur, sit BMZ; communisque ipsius, et circuli BΔZA sectio, BZ: et ducetur a puncto K ad semicirculi BΔA planum normalis; quæ utique, cum cylindrus rectus sit, in circuli circumferentiam cadet. Itaque cadat, eaque sit KI: et occurrat recta quidem, quæ a puncto I ad A jungitur, ipsi BZ in puncto Θ; recta vero AΛ semicirculo BMZ in puncto M. rectæque jungantur KΔ,

[a] μακαρικῶν [b] αἱ ΑΒΓ [c] τῶν ΑΒΓ [d] τεμεῖ [e] τῆς ΑΠ εὐθείας, ἡ δὴ

MI, MΘ. Quoniam igitur uterque semicirculus ΔKA, BMZ rectus ad subjectum planum est, communis etiam ipsorum sectio MΘ ad planum circuli est recta: quare MΘ recta etiam est ad BZ. Quod igitur spatium sub ΘB, ΘZ continetur; hoc est illud, quod continetur sub ΘA, ΘI, id quadrato æquale est, quod a MΘ describitur. Hinc triangulum AMI utrique horum est simile MIΘ, MAΘ; rectusque angulus IMA. Est autem rectus etiam angulus ΔKA. Parallelæ sunt igitur KΔ, MI. Et propter triangulorum similitudinem, ut ΔA ad AK, hoc est, ut KA ad AI, ita se habebit IA ad AM. Hæ igitur quatuor ΔA, AK, AI, AM proportionales deinceps sunt. Æqualis est autem AM ipsi Γ, quoniam et ipsi AB æqualis est. Datis igitur duabus AΔ, Γ, duæ proportionales mediæ inventæ sunt AK, AI.

QUA ERATOSTHENES.

Eratosthenes Regi Ptolemæo Salutem.

Veterum tragœdorum quemdam introduxisse Minoem ferunt sepulchrum Glauco extruentem. Qui cum percontando audisset centum illud pedes quaquaversum patere; exiguum refers, inquit, regii sepulchri modum; duplum id fiat. Cum autem cujusque lateris crassitudinem duplicasset; servata licet cubi figura, tamen errasse visus est. Si enim solidi alicujus latera duplicaveris, superficies quidem quadrupla fiet, solidum vero ipsum, octuplum. Quocirca illud a Geomatris quæsitum est, quomodo aliquis datum solidum, eadem servata figura, duplicaret. Problema autem hujusmodi cubi duplicatio vocabatur: quippe, cubo proposito, qua illud ratione duplicari posset, quærebatur. Porro cum cæteri omnes diu de re hac suspensi fuissent, primus animadvertit Hippocrates Chius, si, datis duabus rectis, quarum major dupla minoris esset, ratio aliqua inveniretur duas proportionales medias proportione continua sumendi; tunc cubum duplicatum iri: quo factum est, ut difficultas illa in aliam haud minorem difficultatem abierit. Tempore autem post aliquo, cum Delii, ingruente morbo, jussi essent ab oraculo quamdem aram duplicare, in eamdem hanc difficultatem incidisse dicuntur. Itaque ad Geometras, qui tum in Platonis Academia florebant, quosdam oratum misere, ut rem sibi expedirent. Hi autem cum animum in id acriter intendissent, quæsissentque, si qua ratio iniri posset, datis duabus rectis, duas medias sumendi; dicuntur Architas Tarentinus, et Eudoxus propositum confecisse; alter quidem per semicylindros, alter vero per lineas, quæ curvæ vocantur. Verum contigit, ut hi, aliique omnes rem quidem demonstrando aperire, non vero manu perficere, et usui accommodare potuerint; nisi forte aliquo modo Menechmus, et hic quidem ipse satis operose. Ego autem instrumentum quoddam facile excogitavi, cujus ope inter datas duas rectas non modo duæ mediæ, sed quot quis imperaverit, invenientur. Porro id cum assecuti simus, generaliter quis poterit datum solidum parallelogrammis comprehensum in cubum, aut simile aliud solidum mutare, servataque similitudine augere. Quinetiam poterit templa Deum, et aras, et humidorum siccorumque mensuras, puta metretam et medimnum, mutare in cubum; et per hujus latus vasa horum capacia metiri, quantum unumquodque contineat. Præterea instrumentum hoc iis quoque utile erit, qui catapultas, balistasque augere volent. Hæc enim omnia proportionaliter au-

καὶ αἱ ΚΔ, ΜΙ, ΜΘ. Ἐπεὶ δὲ ἑκάτερον τῶν ΔΚΑ, ΒΜΖ ἡμικυκλίων ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, καὶ ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν τομὴ ἡ ΜΘ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ· ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΒΖ ὀρθή ἐστιν ἡ ΜΘ. Τὸ ἄρα [w] ὑπὸ τῶν ΘΒ, ΘΖ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘΑ, ΘΙ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΜΘ. Ὅμοιον ἄρα τὸ ΑΜΙ τρίγωνον ἑκατέρῳ τῶν ΜΙΘ, ΜΑΘ· καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΙΜΑ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΚΑ ὀρθή. Παράλληλοι ἄρα εἰσὶν αἱ ΚΔ, ΜΙ. [x] Καὶ ἔσται ἀνάλογον ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΚ, τουτέστιν ἡ ΚΑ πρὸς ΑΙ, οὕτως ἡ ΙΑ πρὸς ΑΜ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων. Τέσσαρες ἄρα αἱ ΔΑ, ΑΚ, ΑΙ, ΑΜ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι. Καὶ ἔστιν ἡ ΑΜ ἴση τῇ Γ, ἐπεὶ καὶ τῇ ΑΒ. Δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν ΑΔ, Γ δύο μέσαι ἀνάλογον [y] εὕρηνται αἱ ΑΚ, ΑΙ.

[z] ὩΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ.

Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν.

Τῶν ἀρχαίων τινὰ τραγῳδοποιῶν φασιν, εἰσαγαγεῖν τὸν Μίνω τῷ Γλαύκῳ κατασκευάζοντα τάφον. Πυθόμενον δ' ὅτι πανταχοῦ ἑκατόμπεδος εἴη, εἰπεῖν, μικρόν γ' ἔλεξας βασιλικοῦ σηκὸν τάφου, διπλάσιος ἔστω. [a] Τοῦ δὲ τοῦ κύβου μὴ σφαλεὶς, διπλασιάζων ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφου, ἐδόκει διημαρτηκέναι. Τῶν γὰρ πλευρῶν διπλασιασθεισῶν, τὸ μὲν ἐπίπεδον [b] γίνεται τετραπλάσιον, τὸ δὲ στερεὸν ὀκταπλάσιον. Ἐζητεῖτο δὲ καὶ παρὰ τοῖς γεωμέτραις, τίνα ἄν τις τρόπον τὸ δοθὲν στερεὸν διαμένον ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι διπλασιάσειεν. Καὶ ἐκαλεῖτο τὸ τοιοῦτον πρόβλημα, κύβου διπλασιασμός· ὑποθέμενοι γὰρ κύβον, ἐζήτουν τοῦτον διπλασιάσαι. Πάντων δὲ διαπορούντων ἐπὶ πολὺν χρόνον, πρῶτος Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐπενόησεν, ὅτι ἐὰν εὑρεθῇ δύο εὐθειῶν γραμμῶν, ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονός ἐστι διπλασία, δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, διπλασιασθήσεται ὁ κύβος· ὥς τε τὸ ἀπόρημα αὐτοῦ εἰς ἕτερον οὐκ ἔλασσον ἀπόρημα κατέστρεφεν. Μετὰ χρόνον δέ [c] τινά φασι Δηλίους, ἐπιβαλλομένους [d] νόσῳ, κατὰ χρησμὸν διπλασιάσαι τινὰ τῶν βωμῶν [e] ἐντυχόντας, ἐμπεσεῖν εἰς τὸ αὐτὸ ἀπόρημα. [f] Διαπεμψαμένους δὲ, τοὺς παρὰ τῷ Πλάτωνι ἐν Ἀκαδημίᾳ γεωμέτρας ἀξιοῦν αὐτοῖς εὑρεῖν τὸ ζητούμενον. Τῶν δὲ φιλοπόνως ἐπιδιδόντων ἑαυτοὺς, καὶ ζητούντων, [g] δύο δοθεισῶν δύο μέσας λαβεῖν, Ἀρχύτας μὲν ὁ Ταραντῖνος λέγεται διὰ τῶν ἡμικυλίνδρων εὑρηκέναι. Εὔδοξος δὲ διὰ τῶν καλουμένων καμπύλων γραμμῶν. Συμβέβηκε δὲ πᾶσιν αὐτοῖς ἀποδεικτικῶς [h] γεγραφέναι, χειρουργῆσαι δὲ, καὶ εἰς χρείαν πεσεῖν μὴ δύνασθαι πλὴν ἐπὶ βραχύ τι τοῦ Μεναίχμου, καὶ ταῦτα δυσχερῶς. Ἐπινενόηται δέ τις ὑφ' ἡμῶν [i] ὀργανικὴ ῥᾳδία, δι' ἧς εὑρήσομεν δύο τῶν δοθεισῶν οὐ μόνον δύο μέσας, ἀλλ' ὅσας ἂν τις ἐπιτάξῃ. Τούτου δὲ εὑρισκομένου, δυνησόμεθα καθόλου τὸ δοθὲν στερεὸν παραλληλογράμμοις περιεχόμενον εἰς κύβον καθιστάναι, ἢ ἐξ ἑτέρου εἰς ἕτερον [k] χρηματίζειν, καὶ ὅμοιον ποιεῖν, καὶ ἐπαύξειν διατηροῦντας τὴν ὁμοιότητα. Ὥς τε καὶ βωμοὺς, καὶ ναούς, δυνησόμεθα δὲ καὶ τὰ τῶν ὑγρῶν μέτρα, καὶ ξηρῶν, λέγω δὲ οἷον μετρητὴν ἢ μέδιμνον, εἰς κύβον [l] καθιστᾶναι, καὶ διὰ τῆς τούτου πλευρᾶς ἀναμετρεῖν τὰ τούτων δεκτικὰ ἀγγεῖα, πόσον χωρεῖ. Χρήσιμον δὲ ἔσται τὸ ἐπινόημα, καὶ τοῖς βουλομένοις ἐπαύξειν καταπαλτικὰ, καὶ λιθοβόλα ὄργανα. Δεῖ γὰρ ἀναλογ-

[w] ἐπὶ τῶν ΘΒΖ τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘΑΙ, ἴσον [x] καὶ ἔστιν [y] εὕρηνται [z] Ὡς Ἐρατοσθένης φησί [a] τοῦ δὲ τοῦ κύβου μὴ σφαλεὶς διπλασιάζειν ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφου [b] γὰρ τεχθέντος deest. [c] τινάς φασι [d] νόσῳ in MS. deest. [e] in MS. ἐν- [f] διαπεμψαμένοις [g] δύο τῶν δοθεισῶν. [h] ἀπογεγράφθαι [i] ὀργανικὴ λῆψις ῥᾳδία [k] μετασχηματίζειν [l] καθιστάσθαι

γον ἅπαντα αὐξηθῆναι, καὶ τὰ πάχη, καὶ τὰ μεγέθη, καὶ τὰς [m] κατατρήσεις, καὶ τὰς χοινικίδας, καὶ τὰ ἐμβαλλόμενα νεῦρα, εἰ μέλλει καὶ ἡ βολὴ ἀνάλογον ἐπαυξηθῆναι. Ταῦτα δὲ οὐ δυνατὰ γενέσθαι ἄνευ τῆς τῶν μέσων εὑρέσεως. Τὴν δὲ ἀπόδειξιν καὶ τὴν κατασκευὴν τοῦ λεχθέντος ὀργάνου ὑπογέγραφά σοι. Δεδόσθωσαν δύο ἄνισοι εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, αἱ ΑΕ, ΔΘ. Καὶ κείσθω ἐπί τινος εὐθείας τῆς ΕΘ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΕ· καὶ ἐπὶ τῆς ΕΘ τρία συνεστάτω παραλληλόγραμμα ἐφεξῆς, τὰ ΑΖ, ΖΙ, ΙΘ· καὶ ἤχθωσαν διάμετροι ἐν αὐτοῖς, αἱ ΑΖ, ΛΗ, ΙΘ· ἔσονται δὴ αὗται παράλληλοι. Μένοντος δὴ τοῦ μέσου παραλληλογράμμου τοῦ ΖΙ, συνωσθήτω, τὸ μὲν ΑΖ ἐπάνω τοῦ μέσου, τὸ δὲ ΙΘ ὑποκάτω, καθάπερ ἐπὶ τοῦ δευτέρου σχήματος, ἕως οὗ γένηται τὰ Α, Β, Γ, Δ κατ' εὐθεῖαν· καὶ διήχθω διὰ τῶν Α, Β, Γ, Δ [n] σημείων εὐθεῖα, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΕΘ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Κ. [o] Ἔσται δὴ ὡς ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, ἐν μὲν ταῖς ΑΕ, ΖΒ παραλλήλοις, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ· ἐν δὲ ταῖς ΑΖ, ΒΗ παραλλήλοις, ἡ ΖΚ [p] πρὸς ΚΗ. Ὡς ἄρα ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, καὶ ἡ ΚΖ πρὸς ΚΗ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΚ πρὸς ΚΓ, ἐν μὲν ταῖς ΒΖ, ΓΗ παραλλήλοις, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ· ἐν δὲ ταῖς ΒΗ, ΓΘ παραλλήλοις, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ· ὡς ἄρα ἡ ΒΚ πρὸς ΚΓ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ, καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΖΚ πρὸς ΗΚ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ, καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ, [q] ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ· ὡς δὲ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ, καὶ ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. [r] Ηὕρηνται ἄρα τῶν ΑΕ, ΔΘ δύο μέσαι, ἥ τε ΒΖ καὶ ἡ ΓΗ.

Ταῦτα οὖν ἐπὶ τῶν γεωμετρουμένων ἐπιφανειῶν [s] ἀποδέδεικται. Ἵνα δὲ καὶ ὀργανικῶς δυνώμεθα τὰς δύο μέσας λαμβάνειν, διαπήγνυται πλινθίον ξύλινον, ἢ ἐλεφάντινον, ἢ χαλκοῦν, ἔχον τρεῖς [t] πινακίσκους ἴσους ὡς λεπτοτάτους· ὧν ὁ μὲν μέσος ἐνήρμοσται, οἱ δὲ δύο ἐπωστοί εἰσιν ἐν χολέδραις, τοῖς δὲ μεγέθεσι καὶ ταῖς συμμετρίαις, ὡς ἕκαστοι ἑαυτοὺς πείθουσι. Τὰ μὲν γὰρ τῆς ἀποδείξεως ὡσαύτως συντελεῖται. Πρὸς δὲ τὸ ἀκριβέστερον λαμβάνεσθαι τὰς γραμμὰς φιλοτεχνητέον, ἵνα ἐν τῷ συνάγεσθαι τοὺς πινακίσκους παράλληλα διαμένῃ πάντα, καὶ ἄσχιστα, καὶ [u] ὁμαλῶς συναπτόμενα ἀλλήλοις. Ἐν δὲ τῷ ἀναθήματι, τὸ μὲν ὀργανικὸν χαλκοῦν ἐστι, καὶ καθήρμοσται ὑπ' αὐτὴν τὴν στεφάνην τῆς στήλης προσ [v] μεμολυβδοχημένον. Ὑπ' αὐτοῦ δὲ ἡ ἀπόδειξις συντομώτερον φραζομένη, καὶ τὸ σχῆμα, μετ' αὐτὸ δὲ ἐπίγραμμα. Ὑπογεγράφθω οὖν σοι καὶ ταῦτα, ἵνα ἔχῃς καὶ ὡς ἐν τῷ ἀναθήματι. Τῶν δὲ δύο σχημάτων τὸ δεύτερον γέγραπται ἐν τῇ στήλῃ.

Δύο τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Δεδόσθωσαν αἱ ΑΕ, ΔΘ. Συνάγω δὴ

genda sunt, crassitudines, magnitudines, foramina, schoenicides, quique iis inseruntur funes; siquidem jactus ipse augeri proportionaliter debeat. Neque vero hoc fieri potest, quin mediæ inveniantur. Sed instrumenti, quod diximus, constructionem, demonstrationemque hic tibi descriptam subjeci. Datæ sint inæquales duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias proportione continua invenire oporteat, ΑΕ, ΔΘ. Ponatur ΑΕ ad rectos angulos super recta aliqua ΕΘ: et excitentur super ΕΘ tria parallelogramma deinceps posita ΑΖ, ΖΙ, ΙΘ: ducanturque in iisdem diametri ΑΖ, ΛΗ, ΙΘ; quæ quidem parallelæ invicem erunt. Itaque, manente medio parallelogrammo ΖΙ, propellantur extrema, alterum quidem supra medium, alterum vero infra; ut in secunda figura, donec puncta Α, Β, Γ, Δ in directo jaceant: et ducatur per hæc puncta Α, Β, Γ, Δ recta, quæ cum ΕΘ producta in puncto Κ concurrat. Igitur ut ΑΚ ad ΚΒ, ita se habebit; in parallelis quidem ΑΕ, ΖΒ; ΕΚ ad ΚΖ; in parallelis vero ΑΖ, ΒΗ; ΖΚ ad ΚΗ. Quare ut ΑΚ ad ΚΒ, ita se habebit ΕΚ ad ΚΖ et ΚΖ ad ΚΗ. Rursus quoniam ut ΒΚ ad ΚΓ, ita se habet; in parallelis quidem ΒΖ, ΓΗ; ΖΚ ad ΚΗ; in parallelis vero ΒΗ, ΓΘ; ΗΚ ad ΚΘ; ideo ut ΒΚ ad ΚΓ, ita se habebit ΖΚ ad ΚΗ, et ΗΚ ad ΚΘ. Ut autem ΖΚ ad ΚΗ, ita se habet ΕΚ ad ΚΖ. Igitur ut ΕΚ ad ΚΖ, ita etiam se habebit ΖΚ ad ΚΗ, et ΗΚ ad ΚΘ. Se habet autem, ut ΕΚ quidem ad ΚΖ, ita ΑΕ ad ΒΖ; ut ΖΚ vero ad ΚΗ, ita ΒΖ ad ΓΗ; denique ut ΗΚ ad ΚΘ, ita ΓΗ ad ΔΘ. Se habet igitur, ut ΑΕ ad ΒΖ, ita ΒΖ ad ΓΗ, et ΓΗ ad ΔΘ. Inventæ sunt igitur inter duas ΑΕ, ΔΘ duæ mediæ ΒΖ et ΓΗ.

Atque hæc quidem in geometricis superficiebus demonstrata sunt. Ut autem etiam per instrumentum duæ mediæ sumi possint, laterculus elaboretur vel ligneus, vel eburneus, vel æreus, in quo æquales tres tabellæ sint quam maxime exiles; quarum media fixa sit, duæ vero aliæ in strigibus mobiles, ea magnitudine, eaque forma, qua cuique libuerit. Quod autem ad demonstrationem attinet, ea similiter conficietur. Illud vero diligenter animadvertendum est, ut tabellis invicem subeuntibus, cœtera omnia parallela maneant, eademque non hiantia, sed æqua lege inter se aptata et connexa. In donario instrumentum æreum est, idque plumbo ferruminatum sub ipsa columnæ corona collocatum fuit. Demonstratio infra ipsum est breviore sermone peracta, itemque figura, et post ipsam epigramma. Igitur hæc quoque subjiciantur; quo rem, etiam ut in donario est, cognoscas. Duarum autem figurarum secunda in columna insculpta est.

Datis duabus rectis, duas proportionales medias proportione continua invenire. Datæ sint ΑΕ, ΔΘ. Col-

[m] καταμετρέσεις [n] In MS. σημείων deest. [o] ἔσω [p] πρὸς ΚΝ [q] καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ. Ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΝ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ. Ὡς δὲ ἡ ΚΗ πρὸς ΚΘ, ἡ ΚΓ πρὸς ΔΘ. Καὶ [r] εὕρηνται [s] ἀποδεδείκνυται pro ἀποδέδεικται ex MS. [t] πινακίσκας [u] ὁμαλὸς [v] μεμολυβδοχημένον

ligo tabellas, quæ in instrumento sunt, donec puncta A, B, Γ, Δ in directo jaceant: quæ utique intelligantur ita se habere, ut est in figura secunda. Ut igitur AK ad KB, ita se habet; in parallelis quidem AE, BZ; EK ad KZ; in parallelis vero AZ, BH; ZK ad KH. Quare ut EK ad KZ, ita se habet KZ ad KH: et ut ipsæ inter se invicem, ita AE ad BZ, et BZ ad ΓH. Eodem modo id quoque demonstrabitur, ut ZB ad ΓH, ita se habere ΓH ad ΔΘ. Proportionales sunt igitur AE, BZ, ΓH, ΔΘ: et propterea inter datas duas rectas duæ mediæ inventæ sunt. Quod si datæ rectæ æquales ipsis AE, ΔΘ non fuerint; ubi proportionales AE, ΔΘ illis fecerimus, duas inter has sumemus proportionales medias; regrediendoque ad illas mandatum perficiemus. Sin autem jubeamur plures adhuc medias invenire; dispositis utique in instrumento tabellis una pluribus, quam quæ inveniri debent mediæ, id assequemur. Cujus rei demonstratio eadem est.

τοὺς ἐν τῷ ὀργάνῳ πίνακας, ἕως ἂν κατ' εὐθεῖαν γίνηται τὰ A, B, Γ, Δ σημεῖα· νοείσθω δὴ, ὡς ἔχει ἐπὶ τοῦ δευτέρου σχήματος. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AK πρὸς KB, ἐν μὲν ταῖς AE, BZ παραλλήλοις, ἡ EK πρὸς KZ· ἐν δὲ ταῖς AZ, BH, ἡ ZK πρὸς KH. Ὡς ἄρα ἡ EK πρὸς KZ, ἡ KZ πρὸς KH· ὡς δὲ αὗται [x] πρὸς ἀλλήλας, ἥτε AE πρὸς BZ, καὶ ἡ BZ [y] πρὸς ΓH. Ὡσαύτως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ὡς ἡ ZB πρὸς ΓH, ἡ ΓH πρὸς ΔΘ. Ἀνάλογον ἄρα αἱ AE, BZ, ΓH, ΔΘ· ηὕρηνται ἄρα δύο τῶν δοθεισῶν δύο μέσαι. Ἐὰν δὲ αἱ δοθεῖσαι μὴ ἴσαι ὦσι ταῖς AE, ΔΘ, ποιήσαντες αὐταῖς ἀνάλογον τὰς AE, ΔΘ, τούτων ληψόμεθα τὰς μέσας, καὶ ἐπανοίσομεν ἐπ' ἐκείνας, καὶ ἐσόμεθα πεποιηκότες τὸ ἐπιταχθέν. Ἐὰν δὲ πλείους μέσας ἐπιταχθῇ εὑρεῖν, εἰ ἀεὶ πλείους πινακίσκους καταστησόμεθα ἐν τῷ ὀργάνῳ τῶν ληφθησομένων μέσων, ταυτὸν γενήσεται. Ἡ δὲ ἀπόδειξις ἡ αὐτή.

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγου διπλάσιον, ὦγαθὲ, τεύχειν
Φράζεαι, τὴν στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὖ μεταμορφῶσαι, τό δέ τοι πάρα, κἂν σύ γε μάνδρην,
Ἢ σιρὸν, ἢ κοίλου φρείατος εὐρὺ κύτος
Τῇδ' ἀναμετρήσαιο, μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
Συνδρομάδας δισσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων.
Μὴ δὲ σύ γ' Ἀρχύτεω δυσμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
Μὴ δὲ Μεναιχμείους κωνοτομεῖν τριάδας
Δίζηαι· μηδ' εἴ τι θεουδέος Εὐδόξοιο
Καμπύλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖσδε γὰρ ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μυρία τεύχοις
Ῥεῖά κεν, ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος.
Εὐαίων [a] Πτολεμαῖε πατὴρ, ὅτι παιδὶ [a] συνηβῶν
Πάνθ' ὅσα καὶ Μούσαις καὶ βασιλεῦσι φίλα
Αὐτὸς ἐδωρήσω. τὸ δ' ἐς ὕστερον, οὐράνιε Ζεῦ,
Καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε [b] χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὣς τελέοιτο, λέγοι δέ τις [c] ἄνθεμα λεύσσων·
Τοῦ Κυρηναίου τοῦτ' Ἐρατοσθένεος.

QUA NICHOMEDES
In libro de lineis conchoidibus.

Describit etiam Nicodemes in libro, quem de conchoidibus lineis inscripsit, instrumenti cujusdam constructionem, cujus ope eadem res absolvitur. Quo quidem in libro magnifice sese jactare videtur, et Eratosthenis inventa irridere, utpote quæ ardua sunt, minusque Geometrica. Itaque ut iis, qui problemati huic operam dederunt, grata res fiat, simulque Nicomedes cum Eratosthene conferri possit, cœteris, quos adhuc attulimus, hunc quoque adjungimus hoc fere modo scribentem. Intelligendæ sunt duæ regulæ ad angulos in-

ΩΣ ΝΙΚΟΜΗΔΗΣ
Ἐν τῷ περὶ κογχοειδῶν γραμμῶν.

Γράφει δὲ καὶ Νικομήδης, ἐν τῷ [d] ἐπιγεγραμμένῳ πρὸς αὐτῷ περὶ κογχοειδῶν συγγράμματι, ὀργάνου κατασκευὴν τὴν αὐτὴν ἀποπληροῦντος [e] χρείαν. Ἐφ' ᾧ καὶ μεγάλα μὲν σεμνυνόμενος φαίνεται ὁ ἀνὴρ, πολλὰ δὲ τοῖς Ἐρατοσθένους ἐπεγγελῶν εὑρήμασιν, ὡς ἀμηχάνοις τε ἅμα καὶ γεωμετρικῆς [f] ἕξεως ἐστερημένοις, [g] τοῦτ' ἀπελλειπτῶς. Τῶν τοίνυν, περὶ τὸ πρόβλημα πονησάντων, τῆς τε πρὸς Ἐρατοσθένην συγκρίσεως ἕνεκα, καὶ αὐτὸν τοῖς ἤδη γεγραμμένοις συνάπτομεν δυνάμει γράφοντα οὕτως.

[x] πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν [y] πρὸς KH [z] Ita MS. [a] Ita MS. [b] χειρὸς [c] αὐθ' ἐμαλεύσσων [d] περιγεγραμμένῳ
[e] χρείας [f] ἕξεως pro δείξεως ex MS. [g] τοῦτ' ἀπελλειπτῶς pro -ῶν τ' ἐὰν ἐλλείπων ex MS.

Νοεῖν χρὴ κανόνας δύο πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλοις συμβεβλημένους οὕτως, ὥστε μίαν ἀποτελεῖν αὐτῶν ἐπιφάνειαν καθάπερ εἰσὶν οἱ ΑΒ, ΓΔ· ἐν δὲ τῷ ΑΒ σωλὴν [h] πελεκινοειδῆ, ἐν ᾧ χελώνιον διατρέχειν δυνήσεται. Ἐν δὲ τῷ ΓΔ κατὰ τὸ μέρος τὸ πρὸς τὸ Δ, [i] καὶ μέσην τὴν διαιροῦσαν εὐθεῖαν τὸ πλάτος αὐτοῦ, κυλίνδριον συμφυὲς τῷ κανόνι, καὶ βραχὺ ὑπερέχον τῆς ἄνωθεν ἐπιφανείας αὐτοῦ τοῦ κανόνος. Ἄλλον κανόνα, ὡς τὸν ΕΖ, μετὰ βραχύ τι διάστημα τοῦ πρὸς τὸ Ζ πέρατος ἀποτομὴν ἔχοντα, ὡς τὴν ΗΘ, δυναμένην [k] περιβαίνειν τῷ πρὸς τῷ Δ κυλινδρίῳ· πρὸς δὲ τῷ Ε ὀπὴν στρογγύλην, ὅ τις ἐγκείσεται εἰς τὸ ἀξόνιον, συμφυὲς τῷ διατρέχοντι χελωνίῳ ἐν τῷ πελεκινοειδεῖ σωλῆνι, τῷ ὄντι ἐν τῷ ΑΒ κανόνι. Ἐναρμοσθέντος τοίνυν τοῦ ΕΖ κανόνος, κατὰ μὲν τὴν ΗΘ ἀποτομὴν, ἐν τῷ πρὸς Δ κυλινδρίῳ, κατὰ δὲ τὴν Ε ὀπὴν ἐν τῷ ἀξονίῳ τῷ συμφυεῖ τῷ χελωνίῳ· ἐάν τις ἐπιλαβόμενος τοῦ Κ ἄκρου τοῦ κανόνος κινῇ αὐτὸν ἐπὶ τὰ πρὸς τὸ Α μέρη, ἔπειτα ἐπὶ τὰ πρὸς τὸ Β· τὸ μὲν Ε σημεῖον ἀεὶ ἐπὶ τοῦ ΑΒ κανόνος ἐνεχθήσεται, ἡ δὲ ΗΘ ἀποτομὴ ἐπὶ τῷ πρὸς τὸ Δ κυλινδρίῳ κατολισθήσεται· ἀεὶ τῆς μέσης [l] τοῦ ΕΖ κανόνος εὐθείας ἐν τῇ κινήσει διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ πρὸς τῷ Δ κυλινδρίῳ νοουμένης, τῆς δὲ ΕΚ ὑπεροχῆς τοῦ κανόνος ἀεὶ τῆς αὐτῆς μενούσης. Ἐὰν τοίνυν πρὸς τὸ Κ ἐπινοήσωμέν τι γραφεῖον ἐφαπτόμενον τοῦ ἐδάφους, γραφήσεταί τις γραμμὴ, οἵα ἐστὶν ἡ ΛΜΝ, ἥντινα καλεῖ Νικομήδης κογχοειδῆ πρώτην γραμμήν· καὶ διάστημα μὲν τῆς γραμμῆς τὸ ΕΚ, μέγεθος τοῦ κανόνος· [m] πόλον δὲ, τὸ Δ.

Ταύτῃ δὲ τῇ γραμμῇ συμβαίνειν δείκνυσι, τὸ ἀεὶ ἐπ' ἔλαττον μὲν συμπορεύεσθαι τῷ ΑΒ κανόνι· καὶ ἐάν τις εὐθεῖα διαχθῇ μεταξὺ τῆς τε γραμμῆς καὶ τοῦ ΑΒ κανόνος, ὅτι πάντως τέμνει τὴν γραμμήν. Καὶ τὸ μὲν πρότερον τῶν συμβαινόντων ἐστὶν εὐκατανόητον, ἐφ' ἑτέρας καταγραφῆς, κανόνος τε νοουμένου τοῦ ΑΒ, [n] πόλου δὲ τοῦ Γ, διαστήματος δὲ τοῦ ΔΕ, γραμμῆς δὲ κογχοειδοῦς τῆς ΖΕΗ. Προσπιπτέτωσαν ἀπὸ τοῦ Γ δύο αἱ ΓΘ, ΓΖ, ἴσων δηλονότι γινομένων τῶν ΚΘ, ΛΖ. Λέγω ὅτι ἡ ΖΜ κάθετος ἐλάττων τῆς ΘΝ καθέτου. Μείζονος γὰρ οὔσης τῆς ὑπὸ ΜΛΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΝΚΓ,

vicem rectos ita inter se aptatæ et connexæ, ut in una eademque superficie utraque jaceat; cujusmodi sunt AB, et ΓΔ: et in AB quidem stria securiclata, in qua ligula moveri possit. In ΓΔ vero ab ea parte, in qua est Δ, pusillus cylindrus regulæ infixus, atque e superficie ejusdem regulæ paululum extans; utique in recta, quæ media ipsius latitudinem dividit. Intelligenda item est alia regula, puta EZ, modico ab ejus termino Z intervallo rimam habens, puta HΘ, quæ circa cylindrum Δ circumagi possit: et ad E foramen rotundum, cui axiculus inseri debet ligulæ infixus, quæ in strige securiclata, quæ in AB est, movetur. Itaque accommodata regula EZ, qua quidem rima HΘ est, ad cylindrum Δ; qua vero foramen E, ad axiculum ligulæ insertum: si quis, sumpto regulæ hujus extremo K, eam primum moveat versus partes A, deinde versus partes B; punctum quidem E continuo movebitur in regula AB, rima vero HΘ, in cylindro Δ; utique cum eo ut recta, quæ media regulam EZ dividit, per cylindri Δ axem transire intelligatur, reliqua regulæ parte EK eadem continuo manente. Quæ cum ita sint, si intelligatur graphium aliquod per K trajectum pavimentum contingere, describetur quædam linea, cujusmodi est AMN, quam primam conchoiden lineam Nicomedes vocat; atque intervallum quidem lineæ EK vocat magnitudinem regulæ; punctum vero Δ, polum.

Itaque demonstrat duo hæc potissimum huic lineæ contingere: ut ad regulam AB continuo magis magisque accedat; et si qua recta inter regulam AB et ipsam ducatur, ab hac omnino secetur. Horum autem primum facile in figura altera deprehenditur, in qua AB regula esse intelligitur; Γ polus; ΔE intervallum; denique ZEH linea conchois. Cadant a puncto Γ hæ duæ ΓΘ, ΓZ; æqualibus videlicet inter se invicem KΘ, ΛZ. Dico normalem ZM, ΘN normali minorem esse. Major enim cum sit angulus MΛΓ angulo NKΓ, qui re-

[h] πελεκινοειδῆ [i] πρὸς [k] περιμένειν [l] τοῦ Ζ [m] πόλο [n] πόλῳ

liquus eſt ad duos rectos, M A Z, reliquo N K Θ eſt mi-
nor. Propterea cum anguli ad puncta M, N ſint recti;
major eſt angulus ad punctum Z angulo ad punctum
Θ. Quod ſi angulo ad Θ æqualis conſtituatur angulus
M Z Ξ; K Θ, hoc eſt A Z, ad Θ N eamdem habebit ra-
tionem, quam Ξ Z ad Z M. Quare Z A minorem ad
Θ N rationem habet, quam ad Z M: ideoque Θ N major
eſt quam Z M.

Alterum erat: rectam, quæ inter A B, et lineam du-
citur, lineam ipſam ſecare; quod item hoc pacto dig-
noſcitur. Quæ enim ducitur recta, aut parallela eſt ipſi
A B, aut non parallela. Sit primo parallela, veluti Z H Θ.
Fiat autem ut Δ H ad H Γ, ita Δ E ad aliam quamdam,
puta K: deſcriptaque centro quidem Γ, intervallo vero

λοιπὴ ἡ λειπομένη εἰς τὰς δύο ὀρθὰς ἡ ὑπὸ M A Z λοιπῆς τῆς
ὑπὸ N K Θ ἐστὶν ἐλάσσων. Καὶ διὰ τοῦτο ὀρθῶν οὐσῶν τῶν πρὸς
τοῖς M, N, μείζων ἐστὶ καὶ ἡ πρὸς τὸ Z τῆς πρὸς τῷ Θ. Καὶ
ἐὰν τῇ πρὸς τὸ Θ ἴσην συστησώμεθα τὴν ὑπὸ M Z Ξ, ἡ
K Θ, τουτέστιν ἡ A Z, πρὸς Θ N τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν
ἡ Ξ Z πρὸς Z M. Ὥστε ἡ Z A πρὸς τὴν Θ N ἐλάττονα
λόγον ἔχει, ὅπερ πρὸς τὴν Z M· καὶ διὰ τοῦτο μείζων ἡ Θ N
τῆς Z M.

Τὸ δὲ δεύτερον ἦν τὸ, τὴν διαγομένην εὐθεῖαν μεταξὺ τῆς
τε A B καὶ τῆς γραμμῆς τέμνειν τὴν γραμμήν· [o] καὶ τοῦτο δὲ
οὕτω γίνεται γνώριμον. Ἡ γὰρ διαγομένη, ἤτοι παράλληλός
ἐστι τῇ A B, [p] ἢ οὔ. Ἔστω πρότερον παράλληλος ὡς ἡ Z H Θ.
Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Δ H πρὸς H Γ, οὕτως ἡ Δ E πρὸς ἄλλην
τινὰ τὴν K· καὶ κέντρῳ τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ K περι-

K circumferentia ſecet Z H in puncto Z: et jungatur
Γ Z. Ut igitur Δ H ad H Γ, ita ſe habet A Z ad Z Γ.
Ut autem Δ H ad H Γ, ita ſe habet Δ E ad K, hoc eſt
Γ Z. Æqualis eſt igitur Δ E ipſi A Z: quod fieri non
poteſt. Oportet enim punctum Z ad lineam eſſe. At
vero, quæ ducitur recta, parallela non ſit, cujuſmodi eſt
M H N: ducaturque per punctum H, Z H ipſi A B pa-
rallela. Occurret igitur Z H, atque adeo multo magis
M N ipſi lineæ. Itaque cum hæc ex inſtrumenti con-
ſtructione conſequantur, quod in rem noſtram facit hoc
pacto demonſtratur.

Dato rurſus angulo A, punctoque extra ipſum Γ, du-
cere rectam Γ H, atque in ea K H datæ æqualem efficere.
Ducatur a puncto Γ ad A B normalis Γ Θ, eaque produ-
catur. Sit autem Δ Θ æqualis datæ: et polo quidem Γ,

φέρεια γραφεῖσα τεμνέτω τὴν Z H κατὰ τὸ Z, καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ Γ Z. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Δ H πρὸς H Γ, οὕτως ἡ
A Z πρὸς Z Γ. Ἀλλ' ὡς ἡ Δ H πρὸς H Γ, οὕτως ἦν ἡ
Δ E πρὸς τὴν K, τουτέστι τὴν Γ Z. Ἴση ἄρα ἡ Δ E τῇ
A Z [q] ὅπερ ἀδύνατον. Δεῖ γὰρ εἶναι τὸ Z πρὸς τῇ γραμμῇ.
Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ [r] διαγομένη παράλληλος, καὶ ἔστω ὡς ἡ
M H N· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ H παράλληλος τῇ A B, ἡ Z H.
Ἡ ἄρα Z H συμπεσεῖται τῇ γραμμῇ, ὥς τε πολλῷ μᾶλλον
ἡ M N. Τούτων δὲ ὄντων τῶν παρακολουθημάτων διὰ τοῦ
ὀργάνου, τὸ χρήσιμον εἰς τὸ προκείμενον δείκνυται οὕτως.

Πάλιν γωνίας δοθείσης τῆς A, καὶ σημείου ἐκτὸς τοῦ Γ,
διάγειν τὴν Γ H, καὶ ποιεῖν τὴν K H ἴσην τῇ δοθείσῃ.
Ἤχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὴν A B, ἡ Γ Θ, καὶ

intervallo vero data Δ Θ, denique regula A B, prima de-
ſcribatur linea conchois E Δ Z; quæ quidem cum ipſa

ἐκβεβλήσθω. Καὶ τῇ δοθείσῃ ἴση ἔστω ἡ Δ Θ· καὶ [s] πόλῳ μὲν τῷ
Γ, διαστήματι δὲ τῷ δοθέντι τῷ Δ Θ, κανόνι δὲ τῷ A B, γε-

[o] καὶ τοῦτο δεῖ. Οὕτω γὰρ γνώριμον. [p] ἢ ὅτως [q] ὅπερ ex MS. [r] διαλεγομένη [s] πολῷ

γράφθω κογχοειδὴς γραμμὴ πρώτη ἡ Ε Ε Ζ. Συμβάλλει ἄρα τῇ Α Η, διὰ τὸ προδειχθέν· συμβαλλέτω κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Γ Η. Ἴση ἄρα ἡ Κ Η τῇ δοθείσῃ.

Τούτων δειχθέντων, δεδόσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ Γ Α, Α Λ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς εὑρεῖν. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ Α Β Γ Λ παραλληλόγραμμον· καὶ τετμήσθω δίχα ἑκατέρα τῶν Α Β, Β Γ, τοῖς Δ, Ε σημείοις· καὶ ἐπιζευχθεῖσα μὲν ἡ Δ Λ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ Γ Β ἐκβληθείσῃ, κατὰ τὸ Η. Τῇ δὲ Β Γ πρὸς ὀρθὰς ἡ Ε Ζ· καὶ προσβεβλήσθω ἡ Γ Ζ ἴση οὖσα τῇ Α Δ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Ζ Η, καὶ αὐτῇ παράλληλος[a] ἡ Γ Θ. Καὶ γωνίας οὔσης τῆς ὑπὸ τῶν Κ Γ Θ, ἀπὸ δοθέντος τοῦ Ζ, διήχθω ἡ Ζ Θ Κ, ποιοῦσα[b] ἴσην τὴν Θ Κ τῇ Α Δ, ἢ τῇ Γ Ζ. Τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ἐδείχθη διὰ τῆς κογχοειδοῦς. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Κ Λ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ Α Β ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Μ. Λέγω ὅτι ἐστὶν, ὡς ἡ Γ Λ πρὸς Κ Γ, ἡ Κ Γ πρὸς Μ Α, καὶ ἡ Μ Α πρὸς τὴν Α Λ.

Ἐπεὶ ἡ Β Γ τέτμηται δίχα τῷ Ε, καὶ πρόσκειται αὐτῇ ἡ Κ Γ· τὸ ἄρα ὑπὸ Β Κ Γ, μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Ε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ Ε Κ. Κοινὸν προσκείσθω, τὸ ἀπὸ Ε Ζ. Τὸ ἄρα ὑπὸ Β Κ Γ μετὰ τῶν ἀπὸ Γ Ε, Ε Ζ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ Γ Ζ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ Κ Ε, Ε Ζ, τουτέστι τῷ ἀπὸ Κ Ζ. Καὶ ἐπεὶ ὡς ἡ Μ Α πρὸς Α Β,[c] ἡ Μ Λ πρὸς Λ Κ· ὡς δὲ ἡ Μ Λ πρὸς Λ Κ, οὕτως ἡ Β Γ πρὸς Γ Κ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Μ Α πρὸς Α Β, οὕτως ἡ Β Γ πρὸς Γ Κ. Καὶ ἐστι τῆς μὲν Α Β ἡμίσεια ἡ Α Δ, τῆς δὲ Β Γ διπλῆ ἡ Γ Η· ἐπεὶ καὶ ἡ Λ Γ[d] τῆς Λ Δ. Ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ Μ Α πρὸς Α Δ, οὕτως ἡ Η Γ πρὸς Γ Κ. Ἀλλ' ὡς[e] ἡ Η Γ πρὸς Γ Κ, οὕτως ἡ Ζ Θ πρὸς Θ Κ, διὰ τὰς παραλλήλους τὰς Η Ζ, Γ Θ. Καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ Μ Δ πρὸς Δ Α, ἡ Ζ Κ πρὸς Κ Θ. Ἴση δὲ ὑπόκειται καὶ ἡ Α Δ τῇ Θ Κ, ἐπεὶ καὶ τῇ Γ Ζ[f] ἴση ἐστὶν ἡ Α Δ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ Μ Δ τῇ Ζ Κ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ Μ Δ τῷ ἀπὸ Ζ Κ. Καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ Μ Δ, ἴσον τὸ ὑπὸ Β Μ Α, μετὰ τοῦ ἀπὸ Δ Α· τῷ δὲ ἀπὸ Ζ Κ, ἴσον ἐδείχθη τὸ ὑπὸ Β Κ Γ,[g] μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Ζ. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ Β Μ Α, μετὰ τοῦ ἀπὸ Α Δ, τῷ ὑπὸ Β Κ Γ μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Ζ· ὧν τὸ ἀπὸ Α Δ ἴσον τῷ ἀπὸ Γ Ζ, ἴση γὰρ ὑπόκειται ἡ Α Δ τῇ Γ Ζ. Ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ Β Μ Α τῷ ὑπὸ Β Κ Γ. Ὡς ἄρα ἡ Μ Β πρὸς Β Κ, ἡ Κ Γ πρὸς Α Μ. Ἀλλ' ὡς ἡ Β Μ πρὸς Β Κ, ἡ Γ Λ πρὸς Γ Κ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Γ Λ[h] πρὸς Γ Κ, οὕτως ἡ Γ Κ πρὸς Α Μ.[i] Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ Λ Γ πρὸς Γ Κ, ἡ Μ Α πρὸς Α Λ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Λ Γ πρὸς Γ Κ, ἡ Γ Κ πρὸς Α Μ, καὶ ἡ Α Μ πρὸς Α Λ.

A H, ut demonstratum est, concurret. Concurrat utique in puncto H: et jungatur Γ H. Est igitur K H datæ æqualis.

Quæ cum demonstrata sint, dentur modo duæ rectæ Γ Λ, Λ A ad angulos inter se invicem rectos, quas inter duas proportionales medias proportione continua invenire oporteat. Compleatur parallelogrammum A B Γ Λ: et secetur utraque A B, B Γ in duas æquas partes punctis Δ et E: junctaque Δ Λ producatur, eademque cum Γ B producta in puncto H concurrat. Sit autem E Z ad rectos angulos ipsi B Γ: et ducatur Γ Z ipsi A Δ, æqualis: jungaturque Z H; eidemque parallela Γ Θ. Porro dato angulo, qui a K Γ Θ continetur, punctoque Γ, recta ducatus Z Θ K, in qua Θ K ipsi A Δ, vel Γ Z æqualis fiat. Hoc enim per conchoiden lineam fieri posse demonstratum est. Postremo juncta K Λ producatur, eademque in puncto M cum A B producta concurrat. Dico, ut Γ Λ ad K Γ, ita se habere tum K Γ ad M A, tum M A ad A Λ. Quoniam B Γ secta in duas æquas partes est in puncto E, eique addita K Γ; spatium, quod sub B K Γ continetur, una cum quadrato, quod a Γ E describitur, æquale est quadrato, quod describitur ab E K. Commune addatur quadratum, quod describitur ab E Z. Spatium igitur, quod sub B K Γ continetur, una cum quadratis, quæ a Γ E, E Z describuntur; hoc est quadrato, quod a Γ Z describitur, æquale est quadratis, quæ describuntur a K E, E Z; hoc est quadrato, quod describitur a K Z. Et quoniam ut M A ad A B, ita se habet M Λ ad Λ K; et ut M Λ ad Λ K, ita B Γ ad Γ K; ideo etiam ut M A ad A B, ita se habet B Γ ad Γ K. Est autem ipsius quidem A B dimidia A Δ; ipsius vero B Γ dupla Γ H; quoniam et Λ Γ ipsius Λ Δ est dupla. Igitur etiam ut M A ad A Δ, ita se habebit H Γ ad Γ K. Ut autem H Γ ad Γ K, ita se habet Z Θ ad Θ K, propter parallelas H Z, Γ Θ. Igitur etiam componendo, ut M Δ ad Δ A, ita se habebit Z K ad K Θ. Ponitur autem A Δ æqualem esse ipsi Θ K; cum ipsi quoque Γ Z æqualis sit. Æqualis est igitur etiam M Δ ipsi Z K; ideoque et quadratum, quod a M Δ describitur, æquale quadrato, quod describitur a Z K. At quadrato quidem, quod a M Δ describitur, æquale est spatium, quod sub B M A continetur, una cum quadrato, quod describitur a Δ A; quadrato vero, quod describitur a Z K, æquale est spatium, quod continetur sub B K Γ, una cum quadrato, quod describitur a Γ Z. Æquale est igitur spatium, quod sub B M A continetur, una cum quadrato, quod ab A Δ describitur, spatio, quod continetur sub B K Γ, una cum quadrato, quod describitur a Γ Z: quadratum autem quod ab A Δ describitur, quadrato, quod describitur a Z Γ, est æquale; quoniam A Δ ipsi Γ Z est æqualis. Æquale est igitur spatium, quod sub B M A continetur, spatio, quod continetur sub B K Γ. Ut igitur M B ad B K, ita se habet K Γ ad A M. Ut autem B M ad B K, ita se habet Γ Λ ad Γ K. Igitur etiam ut Γ Λ ad Γ K, ita se habet Γ K ad A M. Se habet autem etiam ut Λ Γ ad Γ K, ita M A ad A Λ. Se habet igitur ut Λ Γ ad Γ K, ita Γ K ad A M, et A M ad A Λ.

[a] ἡ Γ Θ ἴση οὖσα τῇ Α Δ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Ζ Η, καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ Γ Θ. Καὶ γωνίας [b] ἴσην τὴν Θ Κ Α Δ Η, τῇ Γ Ζ [c] ἡ Μ Α πρὸς Α Κ. [d] τῆς Α Β. ἴσῃ [e] ἡ Μ Γ [f] ἐπεὶ ἐστὶ ἡ ἀπὸ Μ Δ. Ἴσον τὸ ὑπὸ Β Μ μετὰ τοῦ ἀπὸ Δ Α [g] μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Ζ. Ὧν τὸ ΑΒ, ἴσον τῷ ἀπὸ Γ Ζ. [h] πρὸς Γ Κ, ἡ Γ Κ [i] ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ Λ Γ πρὸς Γ Κ. Καὶ ὡς ἄρα

PROP. III. Theor.

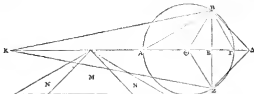
Cuilibet sphæræ segmento æqualis est conus, qui basim quidem habeat eamdem ac segmentum, altitudinem vero rectam, quæ ad segmenti altitudinem eamdem rationem habeat, quam utraque simul, tum ea, quæ ex centro sphæræ, tum reliqui segmenti altitudo, ad reliqui segmenti altitudinem.

Sit sphæra, et maximus in ea circulus, cujus diameter ΑΓ: et secetur sphæra plano per ΒΖ acto, eodemque recto ad ΑΓ; et centrum sit punctum Θ. Fiat autem, ut utraque simul ΘΑ, ΑΕ ad ΑΕ, ita ΔΕ ad ΓΕ; rursusque fiat, ut utraque simul ΘΓ, ΓΕ ad ΓΕ, ita ΚΕ ad ΕΑ: et describantur a circulo, qui circa diametrum ΒΖ est, coni vertices habentes puncta Κ, Δ. Dico æqualem esse conum quidem ΒΔΖ segmenro sphæræ, quod ad punctum Γ constituitur; conum vero ΒΚΖ sphæræ segmento, quod constituitur ad punctum Α.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐςὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερος, ἥτε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

Ἔςω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιςος κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΓ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ σφαῖρα, τῷ διὰ τῆς ΒΖ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΓ· καὶ ἔςω κέντρον τὸ Θ. Καὶ πεποιήσθω ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΓΕ· καὶ πάλιν πεποιήσθω ὡς συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ· καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ, κορυφὰς [d] ἔχοντες τὰ Κ, Δ σημεῖα. Λέγω ὅτι ἴσος ἐςὶν ὁ μὲν ΒΔΖ κῶνος τῷ κατὰ τὸ Γ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΒΚΖ τῷ κατὰ τὸ Α σημεῖον.



Jungantur enim ΒΘ, ΘΖ: atque intelligatur conus basim quidem habens circulum, qui circa diametrum ΒΖ describitur, verticem vero punctum Θ. Sit item conus Μ, basim quidem habens æqualem superficiei sphæræ segmenti ΒΓΖ; nempe illius, cujus ea, quæ ex centro, æqualis sit rectæ ΒΓ; altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro sphæræ. Est autem conus Μ æqualis solido sectori ΒΓΘΖ. Hoc enim in primo libro demonstratum est. Quoniam vero ut ΔΕ ad ΕΓ, ita se habet utraque simul ΘΑ, ΑΕ ad ΑΕ; se habebit, dividendo, ut ΓΔ ad ΓΕ, ita ΘΑ ad ΑΕ, hoc est ΓΘ ad ΑΕ; et permutando, ut ΔΓ ad ΓΘ, ita ΓΕ ad ΕΑ; et componendo, ut ΘΔ ad ΘΓ, ita ΓΑ ad ΑΕ: hoc est quadratum, quod a ΓΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΒΕ. Ut igitur ΘΔ ad ΓΘ, ita se habet quadratum, quod a ΓΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΒΕ. Æqualis est autem ΓΒ ei, quæ ex centro circuli Μ, et ΒΕ ea est, quæ ex centro circuli, qui circa diametrum ΒΖ describitur. Ut igitur ΔΘ ad ΘΓ, ita se habet circulus Μ ad circulum, qui circa diametrum ΒΖ describitur. Æqualis est autem ΘΓ axi coni Μ. Ut igitur ΔΘ ad axem coni Μ, ita se habet cir-

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΘ, ΘΖ· καὶ [e] νενοήσθω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Θ σημεῖον. Καὶ ἔςω κῶνος ὁ Μ, βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΓΖ τμήματος τῆς σφαίρας· τουτέςιν [f] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΒΓ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἔςι δὴ ὁ Μ κῶνος ἴσος τῷ ΒΓΘΖ ςερεῷ τομεῖ. Τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Ἐπεὶ δέ ἐςιν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ· διελόντι [g] ἔςαι ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, τουτέςιν ἡ ΓΘ πρὸς ΑΕ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ ἐςὶν, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· τουτέςι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. [h] Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ἴση δέ ἐςιν ἡ ΓΒ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, ἡ δὲ ΒΕ ἐκ τοῦ κέντρου ἐςὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλου. Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον. Καί ἐςιν ἴση ἡ ΘΓ τῷ ἄξονι τοῦ Μ κώνου. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ

[d] ἔχοντα [e] νοείσθω [f] ὅτου [g] ἐςὶ [h] ὡς ἄρα ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, τουτέςι τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. ἴση

Μ κώνε, ὕτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον. Ἴσος ἄρα ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν Μ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τῦ κέντρυ τῆς σφαίρας, τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ. Τῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι τῦ πρώτυ βιβλίυ δέδεικται. Ἢ ὕτως. Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς τὸ ὕψος τῦ Μ κώνε, ὕτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, [i] ἴσος ἄρα ὁ Μ κῶνος τῷ κώνῳ, [k] ὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΘ. Ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἀλλ' ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΔΘ, ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ. Καὶ ὁ Μ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΘΖ στερεῷ ῥόμβῳ. Ἀλλ' ὁ Μ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΓΖΘ στερεῷ τομεῖ. Καὶ ὁ ΒΓΖΘ στερεὸς τομεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ. Κοινῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνε, [l] ὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΕΘ, λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΖΓ τμήματι τῆς σφαίρας. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ὁ ΒΚΖ κῶνος ἴσος τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος, ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ, ὕτως ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ, διελόντι ἄρα ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ, ὕτως ἡ ΘΓ πρὸς ΓΕ. Ἴση δὲ ἡ ΘΓ τῇ ΘΑ. Καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΘ, ὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ, τυτέστι τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Κείσθω δὴ πάλιν κύκλος ὁ Ν, ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τῦ κέντρυ τῇ [m] ΑΒ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἐσται τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΖ τμήματος. Καὶ νοείσθω ὁ κῶνος ὁ Ν, ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῇ ἐκ τῦ κέντρυ τῆς σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ ΒΘΖΑ στερεῷ τομεῖ. Τῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. Καὶ ἐπει ἐδείχθη ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ, ὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, τυτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῦ κέντρυ τῦ Ν κύκλυ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῦ κέντρυ τῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλυ, τυτέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον. Ἴση δὲ ἡ ΑΘ τῷ ὕψει τῦ Ν κώνε. Ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς τὸ ὕψος τῦ Ν κώνε, ὕτως ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τυτέστιν ὁ ΒΘΖΑ τομεὺς τῷ ΒΘΖΚ σχήματι. Κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶνος, ὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΕΘ. Ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΖ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΒΖΚ κώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Καὶ φανερὸν ὅτι γίγνεται καθόλυ τμῆμα σφαίρας πρὸς κῶνον [n] τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον ὡς συναμφότερος, ἥτε ἐκ τοῦ κέντρυ τῆς σφαίρας, καὶ ἡ καθετὸς τῦ λοιπῦ τμήματος πρὸς τὴν καθετὸν τῦ λοιπῦ τμήματος.

culus M ad circulum, qui circa diametrum BZ describitur. Æqualis est igitur conus, qui basim quidem habet circulum M, altitudinem vero eam, quæ ex centro sphæræ, rhombo solido BΔZΘ. Hoc enim in lemmatibus primi libri demonstratum est. Vel hoc pacto. Quoniam ut ΔΘ ad altitudinem coni M, ita se habet circulus M ad circulum, qui circa diametrum BZ describitur; ideo conus M æqualis est cono, cujus quidem basis circulus, qui circa diametrum BZ describitur, altitudo vero ΔΘ. Reciprocantur enim ipsorum bases, et altitudines. Sed conus, qui basim quidem habet circulum, qui circa diametrum BZ describitur, altitudinem vero ΔΘ, æqualis est rhombo solido BΔZΘ. Igitur etiam conus M æqualis est rhombo solido BΔZΘ. Sed conus M æqualis est solido sectori BΓZΘ. Igitur solidus etiam sector BΓZΘ æqualis est rhombo solido BΔZΘ. Igitur ablato communi cono, cujus quidem basis est circulus, qui circa diametrum BZ describitur, altitudo vero EΘ, reliquus conus BΔZ sphæræ segmento BZΓ est æqualis. Pariter vero demonstrabitur etiam conum BKZ sphæræ segmento BAZ æqualem esse. Quoniam enim ut utraque simul ΘΓ, ΓE ad ΓE, ita se habet KE ad EA; dividendo, ut KA ad AE, ita se habet ΘΓ ad ΓE. Æqualis est autem ΘΓ rectæ ΘA. Igitur etiam permutando, ut KA ad AΘ, ita se habet AE ad EΓ. Quare etiam componendo, ut KΘ ad ΘA, ita se habet AΓ ad ΓE; hoc est quadratum quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a BE. Rursus autem ponatur circulus N habens eam, quæ ex centro, ipsi AB æqualem. Circulus igitur N æqualis erit segmenti BAZ superficiei. Atque intelligatur conus N æqualem habens altitudinem ei, quæ ex centro sphæræ. Æqualis est igitur solido sectori BΘZA. Hoc enim in primo libro demonstratum est. Et quoniam demonstratum est, ut KΘ ad ΘA, ita se habere quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BE; hoc est quadratum, quod ab ea describitur, quæ ex centro circuli N, ad quadratum, quod describitur ab ea, quæ ex centro circuli circa diametrum BZ descripti; hoc est circulus N ad circulum circa diametrum BZ descriptum. Æqualis autem est AΘ altitudini coni N. Ideo ut KΘ ad coni N altitudinem, ita se habet circulus N ad circulum circa diametrum BZ descriptum. Æqualis est igitur conus N, hoc est sector BΘZA, figuræ BΘZK. Communis addatur conus, cujus quidem basis circulus circa BZ descriptus, altitudo vero EΘ. Totum igitur segmentum sphæræ ABZ æquale est cono BZK: quod oportebat demonstrare.

Illud quoque generaliter manifestum est, sphæræ segmentum ita se habere ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem, ut utraque simul, tum ea, quæ ex centro sphæræ, tum reliqui segmenti normalis, ad reliqui segmenti normalem. Ut

[i] ἴσος ἄρα ἐστὶ ὁ μ [k] ὅτω [l] ὅτω [m] AB. ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἐσαι τῇ in MS. desunt. [n] τὸν ex MS.

enim ΔE ad EΓ, ita ſe habet conus ΔZB, hoc eſt ſegmentum BΓZ, ad conum BΓZ.

Iiſdem poſitis, demonſtrabimus etiam conum KBZ æqualem eſſe ſphæræ ſegmento AZB. Sit enim conus N baſim quidem habens æqualem ſphæræ ſuperficiei, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Æqualis igitur ſphæræ eſt conus. Demonſtratum enim eſt, ſphæram coni eſſe quadruplam, qui baſim quidem habeat maximum circulum, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. At vero etiam conus N ejuſdem coni eſt quadruplus: quoniam quadrupla eſt cum baſis, tum ſphæræ ſuperficies circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa. Et quoniam ut utraque ſimul ΘA, AE ad AE, ita ſe habet ΔE ad EΓ; dividendo, et permutando, ut ΘΓ ad ΓΔ ita ſe habet AE ad EΓ. Rurſus quoniam ut KE ad EA, ita ſe habet utraque ſimul ΘΓ, ΓE ad ΓE; dividendo, et permutando, ut KA ad ΓΘ, hoc eſt ad ΘA, ita ſe habet AE ad EΓ; hoc eſt ΘΓ ad ΓΔ. Et componendo. Æqualis eſt autem AΘ ipſi ΘΓ. Ut igitur KΘ ad ΘΓ, ita ſe habet ΘΔ ad ΔΓ; ac tota KΔ ita ſe habet ad ΔΘ, ut ΔΘ ad ΔΓ; hoc eſt, ut KΘ ad ΘA. Quod igitur ſpatium ſub ΔΘ, ΘK continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΔK, ΘA. Rurſus quoniam ut KΘ ad ΘΓ, ita ſe habet ΘΔ ad ΓΔ; permutando, ut KΘ ad ΘΔ, ita ſe habet ΘΓ ad ΓΔ. Ut autem ΘΓ ad ΓΔ ita demonſtratum eſt ſe habere AE ad EΓ. Ut igitur KΘ ad ΘΔ, ita ſe habet AE ad EΓ. Igitur etiam ut quadratum, quod a KΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub KΘ, ΘΔ continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub AE, EΓ. Demonſtratum autem eſt, ſpatium, quod ſub KΘ, ΘΔ continetur, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub KΔ, AΘ. Ut igitur quadratum, quod a KΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub KΔ, AΘ continetur; hoc eſt, ut KΔ ad AΘ; ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub AE, EΓ; hoc eſt ad quadratum, quod deſcribitur ab EB. Æqualis eſt autem AΓ ei, quæ ex centro circuli N. Ut igitur quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N, ad quadra-

Ὡς γὰρ ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, ὕτως ὁ ΔΖΒ κῶνος, τυτέσι τὸ ΒΓΖ τμῆμα πρὸς τὸν ΒΓΖ κῶνον.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, * δείξομεν ὅτι καὶ ὁ ΚΒΖ κῶνος ἴσος ἐςὶ τῷ ΑΖΒ τμήματι τῆς σφαίρας. Ἔςω γὰρ ὁ Ν κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τῦ κέντρυ τῆς σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐςὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ. Ἡ γὰρ σφαῖρα δέδεικται τετραπλασία τοῦ κώνυ τῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιςον κύκλον, καὶ ὕψος τὴν ἐκ τῦ κέντρυ τῆς σφαίρας. Ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ν κῶνος τῦ αὐτῦ ἐςὶ τετραπλάσιος· ἐπεὶ καὶ ἡ βάσις τῆς βάσεως, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τῦ μεγίςυ κύκλυ τῶν ἐν αὐτῇ. Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ, ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ· διελόντι, καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Πάλιν ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ, συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ· διελόντι, καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΓΘ, τυτέςι πρὸς ΘΑ, ὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· τυτέςιν ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. Καὶ συνθέντι. Ἴση δὲ ἡ ΑΘ τῇ ΘΓ. Ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ ΚΔ [p] πρὸς ΔΘ ἐςὶν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τυτέςιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ, ΘΑ. Πάλιν ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΓΔ, ἐναλλὰξ, ὡς [q] ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. Ὡς δὲ ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἐδείχθη ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, [r] ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΘ, ΘΔ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΚΘ, ΘΔ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΚΔ, ΑΘ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΚΔ, ΑΘ, τυτέςιν ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕ, ΕΓ, τυτέςι πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΒ. Καί ἐςιν ἴση ἡ ΑΓ τῇ ἐκ τοῦ κέντρυ τοῦ Ν κύκλυ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρυ τοῦ Ν κύκλυ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, τυτέςιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ· τουτέςιν

* In MS. δείξομεν deeſt [p] πρὸς ΑΘ [q] ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ in MS. deſunt. [r] ἡ ΑΘ

ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, τῷ ΒΔΖΚ στερεῷ ῥόμβῳ. Ἢ οὕτως. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΚ. Ἀντιπεπόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν. Ἀλλ᾽ οὗτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ. Καὶ ὁ Ν ἄρα κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα ἴση ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ, τῷ ἐκ τοῖν κώνοιν συγκειμένῳ τοῖν ΒΔΖ, ΒΚΖ· ὧν ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐδείχθη τῷ ΒΓΖ τμήματι τῆς σφαίρας. Λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΚΖ κῶνος, ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας.

tum, quod deſcribitur a BE; hoc eſt circulus N ad circulum circa diametrum BZ deſcriptum, ita ſe habet KΔ ad AΘ; hoc eſt KΔ ad coni N altitudinem. Æqualis eſt igitur conus N, hoc eſt ſphæra, rhombo ſolido BΔZK. Vel hoc pacto. Ut igitur circulus N ad circulum circa diametrum BZ deſcriprum, ita ſe habet KΔ ad coni N altitudinem. Æqualis eſt igitur conus N cono, cujus quidem baſis eſt circulus circa diametrum BZ deſcriptus, altitudo vero ΔK. Reciprocantur enim ipſorum baſes, et altitudines. Sed hic conus æqualis eſt rhombo ſolido BKZΔ. Igitur etiam conus N, hoc eſt ſphæra, æqualia eſt rhombo ſolido BKZΔ, quod ex conis componitur BΔZ, BKZ: quorum quidem demonſtratum eſt conum BΔZ ſphæræ ſegmento BΓZ æqualem eſſe. Reliquus igitur conus BKZ ææqualis eſt ſphæræ ſegmento BAZ.

E U T O C I U S.

Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ὡς γὰρ ἐπὶ αὐτῆς τῆς ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφῆς, ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ [a] τῷ ΓΒΑ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΒΕ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις. Καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, καὶ ἡ ΓΒ πρὸς ΒΕ. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως [b] τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δείκνυται, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΓΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ [c] πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Διὰ γὰρ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ἐστὶ πάλιν, ὡς ἡ μὲν ΑΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ· τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.

Εἶτα ἐφεξῆς δεικνύναι σπουδάσας τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσον τὸν ΒΚΖ κῶνον· ἐκθέμενος κῶνον τὸν Ν, βάσιν μὲν ἔχοντα ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΖ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· φησὶν ὅτι ὁ Ν κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΖΑΒΘ στερεῷ τομεῖ, ὡς δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Ἰστέον δὲ, ὅτι ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ οὐ τὸν τοιοῦτον τομέα ἀποδείκνυσιν ἴσον ὄντα τῷ οὕτως λαμβανομένῳ κώνῳ, ἀλλὰ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας ἐλάττονος ἡμισφαιρίου· ὅν τινα καὶ κυρίως ἐν τοῖς ὅροις τομέα στερεὸν καλεῖν ἐφαίνετο. Ἔφασκεν γάρ· τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδ᾽ ἂν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ τὰν

Et componendo, ut ΘΔ ad ΘΓ, ita ΓA ad AE; hoc eſt quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Quoniam enim, ut in allata figura, in triangulo rectangulo ΓBA, ducta ab angulo recto ad baſim eſt normalis BE; quæ ad normalem ſunt triangula, ea cum inter ſe invicem tum toti triangulo ſimilia ſunt. Propterea ut ΓA ad AE, ita ſe habet BA ad AE, et ΓB ad BE. Atque hinc etiam ut quadratum, quod a ΓA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AB, ita ſe habet quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Ut autem quadratum, quod a ΓA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AB, ita ſe habet ΓA ad AE: ut enim prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima, ad quadratum, quod a ſecunda deſcribitur. Ut igitur ΓA ad AE, ita ſe habet quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Eadem ratione demonſtratur ut ΓA ad ΓE, ita ſe habere quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Rurſus enim, propter triangulorum ſimilitudinem, ut AΓ quidem ad ΓB, ita ſe habet BΓ ad ΓE; hoc eſt ut quadratum, quod ab AΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB, ita AΓ ad ΓE; ut vero quadratum, quod ab AΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Igitur etiam ut AΓ ad ΓE, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE.

Deinceps vero cum hoc ſibi demonſtrandum ſuſciperet, ſegmento ſphæræ BAZ æqualem eſſe conum BKZ; poſito cono N baſim quidem æqualem habente ſuperficiei ſegmenti BAZ, altitudinem vero ei, quæ ex centro ſphæræ; conum hunc æqualem eſſe dicit ſolido ſectori ZABΘ, ut in primo libro demonſtratum eſt. Illud autem ſciendum eſt, eum primo in libro ejuſmodi ſectorem non huic quidem cono æqualem eſſe demonſtraſſe, ſed ei, qui a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ hemiſphærio minore comprehenditur: quem quidem in definitionibus ſectorem ſolidum proprio nomine vocat. Ait enim: ſectorem vero ſolidum voco, quando ſphæram

[a] τῷ ΓΒ ἀρθ [b] τὸ ἀπὸ ΓΘΒ [c] πρὸς τὸ ἀπὸ

conus fecuerit verticem habens ad fphæræ centrum, figuram, quæ a fuperficie coni, et fuperficie fphæræ, quæ intra conum eft, comprehenditur. Quæ vero figura nunc propofita eft, ea fane comprehenditur a fuperficie coni verticem ad fphæræ centrum habentis, et a fuperficie fphæræ; non tamen ea, quæ intra conum fit. Itaque ejufmodi figuram cono æqualem effe, qui bafim quidem æqualem habeat fuperficiei fphæræ, quæ fegmentum comprehendit, altitudinem vero ei, quæ ex centro fphæræ; ex iis, quæ tradita primo in libro funt, hoc pacto demonftrabitur.

Intelligatur fphæra feorfum pofita: eaque fecetur plano aliquo, non per centrum; nempe circulo circa diametrum B Δ defcripto: et fit fphæræ centrum punctum A. Intelligatur autem conus bafim quidem habens circulum circa diametrum B Δ defcriptum, verticem vero punctum A: et ponatur conus E, cujus bafis æqualis fit fuperficiei fphæræ, et altitudo ei, quæ ex fphæræ centro. Hic igitur conus æqualis eft fphæræ; quippe coni eft quadruplus bafim quidem habentis maximum fphæræ circulum, altitudinem vero eamdem ac fphæra; cujus quidem coni fphæram ipfam quadruplam effe demonftratum eft. Ponantur item alii duo coni Z, H, quorum alter quidem Z bafim habeat æqualem fuperficiei fegmenti B Γ Δ, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro fphæræ; alter vero H bafim habeat æqualem fuperficiei fegmenti B Θ Δ, et altitudinem eamdem. Itaque conus Z æqualis eft fectori verticem quidem habenti punctum A, bafim vero fphæræ fuperficiem B Γ Δ. Quoniam igitur coni E bafis conorum Z, H bafibus æqualis eft, iique fub eadem altitudine conftituuntur; ideo conus E, hoc eft fphæra, conis Z, H eft æqualis. Demonftratum autem eft, conum Z folido fectori, qui ad B Γ Δ eft, punctum A verticem habenti æqualem effe. Reliquus igitur conus H æqualis eft reliquo fegmento, bafim habenti fegmenti B Θ Δ fuperficiem, et altitudinem eam, quæ ex centro.

Rurfus autem dicit: æqualis eft igitur conus N, hoc eft fector B Θ Z A, figuræ B Θ Z K. Quoniam enim colligendo conclufit, conum N æqualem effe cono, qui bafim quidem habeat circulum circa diametrum B Z defcriptum, altitudinem vero Θ K: conus autem, cujus bafis eadem fit, et altitudo E K, æqualis eft ei, quem diximus, cono; et adhuc illi, qui eamdem habet bafim, et altitudinem E Θ; quippe fe habent inter fe invicem ut altitudines. Ideo communi ablato cono, qui eamdem habet bafim, et altitudinem E Θ, reliqua figura B Θ Z K cono eft æqualis, qui bafim quidem habet circulum circa diametrum B Z defcriptum, altitudinem vero Θ K; hoc eft cono N, five fectori B A Θ Z.

Poftremo cum corollarium, quod ex demonftratis fponte fluit, in theorematis fine fubjecerit; mox aliam ingreffus demonftrandi viam fphæræ fegmentum B A Z

κορυφὰν ἔχων ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου. Τὸ δὲ νῦν προκείμενον σχῆμα περιέχεται μὲν ὑπὸ κωνικῆς ἐπιφανείας, τὴν κορυφὴν ἐχούσης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας, καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας, ἀλλ' οὐ τῆς ἐντὸς ἀπολαμβανομένης τοῦ κώνου. Ὅτι δὲ οὖν τὸ τοιοῦτον σχῆμα ἴσον γίνεται τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ σφαιρικῇ τῇ περιεχούσῃ τὸ τμῆμα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, δειχθήσεται οὕτως, διὰ τῶν ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ δεδειγμένων.

Νοείσθω χωρὶς σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινί, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τῷ περὶ διάμετρον τὴν B Δ κύκλῳ· κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ A. Καὶ νοείσθω κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν B Δ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ A σημεῖον· ἐκκείσθω δὲ κῶνος ὁ E, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. [x] Ὁ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ· τετραπλάσιος γάρ ἐστι τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὸ αὐτό· ὅπερ ἡ σφαῖρα ἐδείχθη τετραπλασία. Ἐκκείσθωσαν δὲ καὶ ἄλλοι δύο κῶνοι οἱ Z, H, ὧν ὁ μὲν Z βάσιν ἐχέτω [y] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὴν B Γ Δ τμήματος, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ὁ δὲ H βάσιν μὲν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὴν B Θ Δ τμήματος, ὕψος δὲ τὸ αὐτό. Ὁ Z ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τομεῖ, [z] οὗ κορυφὴ μὲν τὸ A, ἐπιφάνεια δὲ σφαιρικὴ ἡ κατὰ τὴν B Γ Δ βάσις. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ E κώνου βάσις ταῖς τῶν Z, H κώνων βάσεσι, καί εἰσιν ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ E κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα τοῖς Z, H κώνοις. Ἀλλ' ὁ Z ἴσος ἐδείχθη τῷ κατὰ τὴν B Γ Δ στερεῷ τομεῖ, κορυφὴν ἔχοντι τὸ A. Λοιπὸς ἄρα ὁ H κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ λοιπῷ τμήματι, βάσιν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κατὰ τὴν B Θ Δ τμήματος, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου.

Εἶτα πάλιν φησίν· ἴσος ἄρα ὁ N κῶνος, τουτέστιν ὁ B Θ Z A τομεύς, τῷ B Θ Z K σχήματι. Ἐπεὶ γὰρ συνήχθη ὁ N κῶνος ἴσος ὢν κώνῳ [a] ὃ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν B Z κύκλος, ὕψος δὲ ἡ Θ K· ὁ δὲ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ἐστιν ἡ αὐτή, ὕψος δὲ ἡ E K, [b] ἴσος τούτῳ εἰρημένῳ κώνῳ, καὶ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ τὴν E Θ· [c] πρὸς ἀλλήλους γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη. Κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ τὴν E Θ, λοιπὸν τὸ B Θ Z K σχῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν B Z κύκλον, ὕψος δὲ τὴν Θ K· τουτέστι τῷ N κώνῳ, τουτέστι τῷ B A Θ Z τομεῖ.

Ἐπαγαγὼν δὲ τὸ ἐκ τῶν συναχθέντων πόρισμα ἐπὶ τοῦ θεωρήματος, ἑξῆς δι' ἑτέρας ἀποδείξεως συνάγει τὸ τελευταῖον μέρος τοῦ θεωρήματος, τουτέστιν ὅτι τὸ B A Z τμῆμα

[x] ὁ ἄρα E κῶνος [y] ἴσαν [z] ὧν τὸ A κορυφὰ μὲν [a] ἴστω [b] ἴσον [c] πρὸς ἀλλάλους

σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΒΚΖ κώνῳ. Καὶ προϊὼν φησίν· ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, [d] ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ ἐστὶν, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ· καὶ συνθέντι· ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. Ἦν γὰρ ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· ἴση δὲ ἡ ΘΓ τῇ ΘΑ. Καὶ μετ' ὀλίγον· ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΔΘ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΚΘΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ ΚΔ, ΑΓ· καὶ ἔστω ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Λέγω ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΘΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ. Ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· ἀλλ' ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, κοινοῦ ὕψους τῆς ΘΔ λαμβανομένης. Ὡς δὲ ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΕΓ [e] πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, κοινοῦ, πάλιν ὕψους λαμβανομένης τῆς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. Ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ ἀπὸ ΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ [f] ΓΑ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ· καὶ ἀνάπαλιν. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

cono BKZ æquale esse, quæ postrema erat theorematis pars, colligendo conclusit. Progressusque paululum: ut igitur, inquit, KΘ ad ΘΓ, ita se habet ΘΔ ad ΔΓ; totaque KΔ ita se habet ad ΔΘ, ut ΔΘ ad ΔΓ; hoc est ut KΘ ad ΘA. Quoniam enim ut KΘ ad ΘΓ, ita se habet ΘΔ ad ΔΓ; et permutando, ut KΘ ad ΘΔ, ita ΘΓ ad ΓΔ; ideo etiam componendo, ut KΔ ad ΘΔ, ita se habet ΘΔ ad ΔΓ; hoc est KΘ ad ΘA. Ut enim KΘ ad ΘΓ, ita se habebat ΘΔ ad ΔΓ: æqualisque est ΘΓ ipsi ΘA. Et paullo post: ut igitur KΘ ad ΔΘ, ita se habet AE ad EΓ. Igitur etiam ut quadratum, quod a KΔ describitur, ad spatium, quod sub KΘΔ continetur, ita se habet quadratum, quod describitur ab AΓ, ad spatium, quod continetur sub AEΓ.

Intelligantur enim KΔ, AΓ seorsum positæ: et ut KΘ ad ΘΔ, ita se habeat AE ad EΓ. Dico etiam ut quadratum, quod a KΔ describitur, ad spatium, quod sub KΘΔ continetur, ita se habere quadratum, quod describitur ab AΓ, ad spatium, quod continetur sub AEΓ. Quoniam enim ut KΘ ad ΘΔ, ita se habet AE ad ΓE; etiam componendo ut KΔ ad ΔΘ, ita se habet AΓ ad ΓE. Quare etiam quadratum, quod a KΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΔ, se habet ut quadratum, quod ab AΓ describitur, ad quadratum, quod describitur ab EΓ. Rursus quoniam ut KΘ ad ΘΔ, ita se habet AE ad EΓ: et ut KΘ quidem ad ΘΔ, ita spatium, quod sub KΘΔ continetur, ad quadratum, quod a ΘΔ describitur, sumpta ΘΔ communi altitudine. Ut vero AE ad EΓ, ita spatium, quod continetur sub AEΓ, ad quadratum, quod describitur ab EΓ, sumpta rursus communi altitudine AΓ. Ideo etiam ut spatium, quod sub KΘΔ continetur, ad quadratum, quod a ΘΔ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub AEΓ, ad quadratum, quod describitur ab EΓ. Demonstratum autem est, ut quadratum, quod a ΘΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔK, ita se habere quadratum, quod describitur ab EΓ, ad quadratum, quod describitur a ΓA. Igitur etiam æqua proportione, ut spatium, quod sub KΘΔ continetur, ad quadratum, quod a KΔ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub AEΓ, ad quadratum, quod describitur ab AΓ: et invertendo. Quod oportebat demonstrare.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Τρίτον ἦν πρόβλημα τόδε· τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Γεγονέτω· καὶ ἔστω τῆς σφαίρας μέγιστος κύκλος ὁ ΑΔΒΕ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΒ· καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθόν· καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ ΑΔΒΕ κύκλῳ τομὴν τὴν ΔΕ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΒΔ.

Ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ΔΑΕ τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος δοθείς· ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, [g] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ· ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ

PROP. IV. Theor.

Tertium problema hoc erat: datam sphæram plano secare, ita ut segmentorum superficies eamdem ac quæ data est inter se invicem rationem habeant.

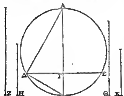
Factum sit: et maximus sphæræ circulus sit AΔBE, ejusque diameter AB: et producatur planum ad AB rectum; quod quidem planum sectionem in circulo AΔBE faciat ΔE; junganturque AΔ, BΔ.

Quoniam igitur ratio superficiei segmenti ΔAE ad segmenti ΔBE superficiem data est: et superficiei quidem segmenti ΔAE æqualis est circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsi AΔ est æqualis; superficiei vero segmenti ΔBE æqualis est circulus, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi ΔB; atque ut ii, quos diximus, circuli inter se invicem, ita se habet quadratum, quod ab AΔ

[d] ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ in MS. desunt. [e] πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΓ [f] ΓΔ [g] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ. Τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ. In MS. desunt.

describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔB; hoc est ut AΓ ad ΓB: ideo ratio ipsius AΓ ad ΓB est data. Quare datum est punctum Γ. Recta autem ad AB est ΔE. Datum est igitur positione etiam planum, quod per ΔE agitur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit sphæra, cujus maximus circulus AΔBE, et diameter AB. Data autem ratio eadem sit quæ rectæ Z ad H: seceturque AB in puncto Γ, ita ut quemadmodum AΓ ad ΓB, ita se habeat Z ad H; et per punctum Γ plano sphæra secetur ad rectos angulos ipsi AB; sitque communis sectio ΔE; et jungantur AΔ, ΔB. Ponantur porro duo circuli Θ, K; alter quidem æqualem habens eam, quæ ex centro, ipsi AΔ; alter vero eam, quæ ex centro, æqualem habens ipsi ΔB. Æqualis est igitur circulus quidem Θ superficiei segmenti ΔAE, circulus vero K superficiei segmenti ΔBE. Hoc enim in primo libro demonstratum est. Et quoniam datus est angulus AΔB, normalisque est ΓΔ; ideo ut AΓ ad ΓB, hoc est Z ad H, ita se habet quadratum, quod ab AΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔB; hoc est quadratum, quod ab ea describitur, quæ ex centro circuli Θ, ad quadratum, quod describitur ab ea, quæ ex centro circuli K; hoc est segmenti ΔAE superficies ad superficiem sphæræ segmenti ΔBE.



ἀπὸ ΔB, τουτέστιν ἡ AΓ πρὸς ΓB· λόγος ἄρα τῆς AΓ πρὸς ΓB δοθείς. Ὥστε δοθέν ἐστι τὸ Γ σημεῖον. Καί ἐστι τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔE. Θέσει ἄρα καὶ τὸ διὰ τῆς ΔE ἐπίπεδον.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστω σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ AΔBE, καὶ διάμετρος ἡ AB. Ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Z πρὸς H· καὶ τετμήσθω ἡ AB, κατὰ τὸ Γ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν AΓ πρὸς ΓB, οὕτως τὴν Z πρὸς H· καὶ διὰ τοῦ Γ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα πρὸς ὀρθὰς τῇ AB εὐθείᾳ, καὶ ἔστω κοινὴ τομὴ ἡ ΔE, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΔ, ΔB. Καὶ ἐκκείσθωσαν δύο κύκλοι οἱ Θ, K, ὁ μὲν Θ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ AΔ, ὁ δὲ K τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην ἔχων τῇ ΔB. Ἔστιν ἄρα ὁ μὲν Θ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔAE τμήματος, ὁ δὲ K τοῦ ΔBE τμήματος. Τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ AΔB, καὶ κάθετος ἡ ΓΔ, ἐστὶν ὡς ἡ AΓ πρὸς ΓB, τουτέστιν ἡ Z πρὸς H, τὸ ἀπὸ AΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔB, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ κύκλου, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου K κύκλου, τουτέστιν ὁ Θ κύκλος πρὸς τὸν K κύκλον· τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔAE τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔBE τμήματος τῆς σφαίρας.

EUTOCIUS.

Atque ut ii, quos diximus, circuli inter se invicem, ita se habet quadratum, quod ab AΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔB; hoc est ut AΓ ad ΓB. Quoniam enim, ut in allata figura, ducta est in triangulo rectangulo AΔB a recto ejus angulo normalis ΔΓ; hæc utique media proportionalis est inter segmenta basis; quæque ad normalem sunt triangula, ea sunt cum toti, tum sibi invicem similia. Quare ut BΓ ad ΔΓ, ita se habet BΔ ad ΔA; idemque de quadratis dicendum est, quæ ab his describuntur. Ut autem quadratum, quod a BΓ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΓΔ, ita se habet prima BΓ ad tertiam ΓA. Igitur etiam ut BΓ ad ΓA, ita se habet quadratum, quod a BΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA. Ratio autem ipsius AΓ ad ΓB est data. Quare datum est punctum Γ. Quoniam enim ponitur sphæram datam esse, data etiam est ejus diameter AB. Data est autem ratio ipsius AΓ ad ΓB: et si data magnitudo pro data ratione secetur, utrumque segmentum est datum. Quare data est AΓ. Datum est autem punctum A, utpote quod in communi datarum positione linearum sectione est. Datum est igitur et punctum Γ.

Ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους οὕτως τὸ ἀπὸ AΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔB, τουτέστιν ἡ AΓ πρὸς ΓB. [a] Ὡς γὰρ ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ AΔB κάθετος ἦκται, καὶ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἡ ΔΓ, μέση ἀνάλογόν ἐστι τῶν τῆς βάσεως τμημάτων· καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις. Ὥστε ἐστὶν ὡς ἡ BΓ πρὸς ΔΓ, ἡ BΔ πρὸς ΔA· καὶ τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν ἄρα. Ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ BΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, οὕτως ἡ πρώτη ἡ BΓ πρὸς τρίτην τὴν ΓA. Καὶ ὡς ἄρα ἡ BΓ [b] πρὸς ΓA, οὕτως τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔA. Δοθεὶς δὲ λόγος ὁ τῆς AΓ πρὸς ΓB. Ὥστε δοθέν ἐστι τὸ Γ σημεῖον. Ἐπεὶ γὰρ ἡ σφαῖρα ὑπόκειται δεδομένη, δέδοται ἄρα καὶ ἡ διάμετρος αὐτῆς ἡ AB. Καὶ δέδοται ὁ λόγος τῆς AΓ πρὸς ΓB· ἐὰν γὰρ δεδομένον μέγεθος εἰς δεδομένον λόγον διαιρεθῇ, δέδοται ἑκάτερον τῶν τμημάτων. Ὥστε δέδοται καὶ ἡ AΓ. Καὶ δοθὲν τὸ A, ἐπὶ γὰρ τῆς κοινῆς τομῆς ἐστι θέσει δεδομένων γραμμῶν. Δέδοται ἄρα καὶ τὸ Γ.

[a] ὡς δὲ   [b] πρὸς ΓA. Ἡ BΔ πρὸς ΔA δοθεὶς

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε΄.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥς τε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥς τε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

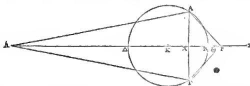
Τετμήσθω διὰ τῆς ΑΓ ἐπιπέδῳ. Λόγος ἄρα τοῦ ΑΔΓ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας δοθείς. Τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ, καὶ διάμετρος ἡ ΔΒ. Καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΑΛΓ κῶνος τῷ ΑΔΓ τμήματι τῆς σφαίρας· ὁ δὲ ΑΡΓ τῷ ΑΒΓ. Λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΛΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον δοθείς. Ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ· ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον. Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ δοθείς. Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς κατασκευῆς, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΚΔ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΡΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΚΔ πρὸς ΛΔ, συνθέντι ὡς ἡ ΡΚ πρὸς ΚΒ, τουτέστι πρὸς ΚΔ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην τὴν ΚΛ ἐστίν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΡΛ, ΛΔ, τῷ ἀπὸ ΚΛ. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, οὕτως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἔσται ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ΚΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ, συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ· διελόντι, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΧ. Κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ. Ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον. Καὶ ἔσται ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΒΧ. Ὥς τε καὶ ὡς ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ

PROP. V. Theor.

Datam ſphæram ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta eamdem ac quæ data eſt inter ſe invicem rationem habeant.

Sit data ſphæra ΑΒΓΔ: oportet autem eam plano ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habeant.

Secetur plano per ΑΓ. Ratio igitur ſegmenti ſphæræ ΑΔΓ ad ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ eſt data. Secetur item ſphæra per centrum, ſectioque ſit maximus circulus ΑΒΓΔ, ejuſque centrum Κ, et diameter ΔΒ. Fiat porro, ut utraque quidem ſimul ΚΔ, ΔΧ ad ΔΧ; ita ΡΧ ad ΧΒ; ut utraque vero ſimul ΚΒ; ΒΧ ad ΒΧ, ita ΛΧ ad ΧΔ; et jungantur ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. Æqualis eſt igitur conus quidem ΑΛΓ ſegmento ſphæræ ΑΒΓ; conus vero ΑΡΓ ſphæræ ſegmento ΑΒΓ. Data eſt igitur etiam ratio coni ΑΛΓ ad conum ΑΡΓ. Ut autem conus ad conum ita ſe habet ΛΧ ad ΧΡ; quoniam eamdem habent baſim circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur. Data igitur eſt etiam ratio ipſius ΛΧ ad ΧΡ. Eadem vero ratione, qua ſupra, per conſtructionem, ut ΛΔ ad ΚΔ, ita ſe habet ΚΒ



ad ΒΡ, et ΔΧ ad ΧΒ. Et quoniam ut ΡΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΔ ad ΛΔ; componendo, ut ΡΚ ad ΚΒ, hoc eſt ad ΚΔ, ita ſe habet ΚΛ ad ΛΔ. Igitur etiam tota ΡΛ ſe habet ad totam ΚΛ, ut ΚΛ ad ΛΔ. Igitur ſpatium, quod ſub ΡΛ, ΛΔ continetur, æquale eſt quadrato, quod a ΚΛ deſcribitur. Ut igitur ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Et quoniam ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΔΧ ad ΧΒ; invertendo, et componendo, ut ΚΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit ΒΔ ad ΔΧ. Igitur etiam ut quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ, ita ſe habebit quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Rurſus quoniam ut ΛΧ ad ΔΧ, ita ſe habet utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ; dividendo, ut ΛΔ ad ΔΧ ita ſe habet ΚΒ ad ΒΧ. Ponatur ipſi ΚΒ æqualis ΒΖ. Quod enim extra Ρ caſura ſit, manifeſtum eſt. Atque ut ΛΔ ad ΔΧ, ita ſe habet ΖΒ ad ΒΧ. Quare etiam ut ΔΛ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΧ. Quoniam vero data eſt ratio cum

ipsius ΔΛ ad ΛX, tum ipsius PΛ ad ΛX; data est etiam ratio ipsius PΛ ad ΛΔ. Itaque quoniam ratio ipsius PΛ ad ΛX componitur tum ex ea, quam habet PΛ ad ΛΔ, tum ex ea, quam ΔΛ habet ad ΛX: atque ut PΛ quidem ad ΛΔ, ita se habet quadratum, quod a ΔB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔX; ut vero ΔΛ ad ΛX, ita se habet BZ ad ZX: ideo ratio ipsius PΛ ad ΛX componitur tum ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔX, tum ex ea, quam BZ habet ad ZX. Fiat modo, ut PΛ ad ΛX, ita BZ ad ZΘ. Data est autem ratio ipsius PΛ ad ΛX. Data est igitur etiam ratio ipsius ZB ad ZΘ. Data est autem BZ, cum ei, quæ ex centro, sit æqualis. Data est igitur etiam ZΘ. Igitur etiam ratio ipsius BZ ad ZΘ componitur tum ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔX, tum ex ea, quam BZ habet ad ZX. Ratio autem ipsius BZ ad ZΘ componitur tum ex ea, quam habet BZ ad ZX tum ex ea, quam ZX habet ad ZΘ. Communis auferatur ea, quam habet BZ ad ZX. Reliqua est igitur ratio, in qua ut quadratum, quod a BΔ describitur, hoc est datum, ad quadratum, quod describitur a ΔX, ita se habet XZ ad ZΘ, hoc est ad datum. Data est autem recta ZΔ. Oportet igitur datam ΔZ secare in puncto X, atque facere ut XZ ad datam ZΘ, ita datum quadratum, quod a BΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔX. Atque hoc quidem si universaliter proferatur, determinationem habet; sin autem hæc addantur, quæ hic reperta sunt, nimirum ΔB duplam esse ipsius BZ, et BZ majorem quam ZΘ, nullam habet determinationem. Atque problema erit hujusmodi: datis duabus rectis ΔB, BZ, quarum altera ΔB alterius BZ dupla sit, datoque item in BZ puncto Θ, ΔB ipsam in puncto X secare, atque facere, ut quadratum, quod a BΔ describitur ad quadratum, quod describitur a ΔX, ita XZ ad ZΘ. Horum autem utrumque in fine resolvetur, et componetur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data ratio eadem quæ rectæ Π ad Σ, majoris ad minus. Detur autem quædam sphæra, eaque plano secetur per centrum acto; sectioque sit circulus ABΓΔ, ejusque diameter BΔ, et centrum K. Ponatur porro ipsi KB æqualis BZ; seceturque BZ in puncto Θ, ita ut quemadmodum ΘZ ad ΘB, ita se habeat Π ad Σ; et amplius secetur BΔ in puncto X, ita ut quemadmodum XZ ad ΘZ, ita se habeat quadratum, quod a BΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔX; et producatur per punctum X planum ad BΔ rectum. Dico, planum hoc sphæram ita secare, ut quemadmodum majus segmentum ad minus, ita se habeat Π ad Σ.

πρὸς ΛΧ· καὶ ὁ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ· ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ· ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ· ὁ ἄρα τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. Λόγος δὴ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ δοθείς· Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΖΒ πρὸς ΖΘ δοθείς. Δεθεῖσα δὲ ἡ ΒΖ, ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου. Δεθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΘ. Καὶ ὁ τῆς ΒΖ ἄρα λόγος πρὸς ΖΘ σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Ἀλλ᾽ ὁ ΒΖ πρὸς ΖΘ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ. Κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ. Λοιπὸς ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ, τουτέστι δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, τουτέστι πρὸς δοθέν. Καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΖΔ εὐθεῖα. * Καὶ δὴ δοθεῖσαν τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὴν ΧΖ πρὸς δοθεῖσαν τὴν ΖΘ, οὕτως τὸ δοθὲν τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Τοῦτο οὕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν· προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων, τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ τοῦ μείζονα τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν οὐκ ἔχει διορισμόν. Καὶ ἔσται τὸ πρόβλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΔΒ, ΒΖ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς ΒΖ τοῦ Θ, τεμεῖν[k] τὴν ΔΒ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τὴν ΧΖ πρὸς ΖΘ. Ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε, καὶ συντεθήσεται.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Π πρὸς Σ, μείζων πρὸς ἐλάσσονα. Καὶ δεδόσθω τις σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω τομὴ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος, καὶ διάμετρος ἔστω ἡ ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ. Καὶ τῇ ΚΒ ἴση κείσθω ἡ ΒΖ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΖ κατὰ τὸ Θ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΘΖ πρὸς ΘΒ, τὴν Π πρὸς Σ· καὶ ἔτι τετμήσθω ἡ ΒΔ κατὰ τὸ Χ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΧΖ πρὸς ΘΖ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ διὰ τοῦ Χ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὸ ΒΔ. Λέγω ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο [l]τέμνει τὴν σφαῖραν, ὥστε εἶναι ὡς τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἐλάσσον, τὴν Π πρὸς Σ. Πεποιήσθω γὰρ ὡς

[k] τὸν ΑΒ [l] τεμεῖ

* Καὶ δὴ· Ut Eutocius: sive ἄρα

μὲν συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΑ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. [m] Ἔσαι δὴ διὰ τ̀ κατασκευὴν ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ ΡΛ, ΛΔ τῷ [n] ἀπὸ ΛΚ· καὶ ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ [o] πρὸς ΔΧ. Ὥς τε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τ̃ ΡΛ, ΛΔ τῷ ἀπὸ ΛΧ ἐςὶν ἴσον, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΛΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἔσαι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τυτέςιν ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, ἴση δὲ ἐςιν ἡ ΚΒ τῇ ΒΖ· ἔςαι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ. Ἀναςρέψαντι, ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως ἡ ΧΛ πρὸς ΛΔ. Ὥςε καὶ ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ· καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. Ὡς δὲ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, τυτέςιν ὁ ΑΓΛ κῶνος πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον, τυτέςι τὸ ΑΔΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ.

Fiat enim, ut utraque quidem ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ΛΧ ad ΔΧ; ut utraque vero ſimul ΚΔ, ΔΧ, ad ΔΧ, ita ΡΧ ad ΧΒ; et jungantur ΑΛ, ΑΓ, ΑΡ, ΡΓ. Itaque erit per conſtructionem, quemadmodum in analyſi demonſtravimus, ſpatium, quod continetur ſub ΡΛ, ΛΔ, æquale quadrato, quod deſcribitur a ΛΚ: atque ut ΚΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit ΒΔ ad ΔΧ. Quare etiam, ut quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ, ita ſe habebit quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Et quoniam ſpatium, quod continetur ſub ΡΛ, ΛΔ, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a ΛΚ; ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΛΚ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Igitur etiam, ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit quadratum quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ; hoc eſt, ut ΧΖ ad ΖΘ. Et quoniam, ut utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ſe habet ΛΧ ad ΧΔ, æqualiſque eſt ΚΒ ipſi ΒΖ; ideo etiam ut ΖΧ ad ΧΒ, ita ſe habebit ΛΧ ad ΧΔ. Et convertendo, ut ΧΖ ad ΖΒ, ita ſe habebit ΧΛ ad ΛΔ. Quare etiam ut ΛΔ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΧ. Et quoniam ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet ΧΖ ad ΖΘ; atque ut ΔΛ ad ΛΧ, ita ΒΖ ad ΖΧ; ideo etiam æqua eademque perturbata proportione, ut ΡΛ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΘ. Igitur etiam ut ΛΧ ad ΧΡ, ita ſe habebit ΖΘ ad ΘΒ. Ut autem ΖΘ ad ΘΒ, ita ſe habet Π ad Σ. Igitur etiam ut ΛΧ ad ΧΡ, hoc eſt conus ΑΓΛ ad conum ΑΡΓ, hoc eſt ſegmentum ſphæræ ΑΔΓ ad ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ, ita ſe habet Π ad Σ.

EUTOCIUS.

Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τ̀ κατασκευῆς, ὡς ἡ ΛΔ [p] πρὸς ΔΚ ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Ἐν γὰρ τῷ πρὸ τέτε συνάγετο οὕτως· ἐπεί ἐςιν συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ, διελόντι ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΧ ἡ ΡΒ πρὸς ΒΧ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΔ, τυτέςιν ἡ ΚΒ, πρὸς ΒΡ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Πάλιν ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΧΒ, διελόντι,

Eadem vero ratione, qua ſupra, per conſtructionem, ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΚΒ ad ΒΡ, et ΔΧ ad ΧΒ. Nam in ſuperiore theoremate ita collegit: quoniam ut utraque ſimul ΚΔ, ΔΧ ad ΔΧ, ita ſe habet ΡΧ ad ΧΒ; dividendo, ut ΚΔ ad ΔΧ, ita ſe habet ΡΒ ad ΒΧ; et permutando, ut ΚΔ, hoc eſt ΚΒ, ad ΒΡ, ita ΔΧ ad ΧΒ. Rurſus quoniam ut ΛΧ ad ΧΔ, ita ſe habet utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΧΒ; dividendo, et per-

[m] ἔςι [n] ἀπὸ ex MS. [o] πρὸς ΔΧ. Ὥςε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Ὥςε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Ὥςε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ· τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ &c. [p] πρὸς ΑΚ

mutando, ut ΛΔ ad ΔΚ, ita se habet ΔΧ ad ΧΒ. Ut autem ΔΧ ad ΧΒ, ita se habebat ΚΒ ad ΒΡ. Ut igitur ΛΔ ad ΔΚ, ita se habet ΔΧ ad ΧΒ, et ΚΒ ad ΒΡ. Igitur etiam tota ΡΛ se habet ad totam ΚΛ, ut ΚΛ ad ΛΔ. Ut enim una ad unam, ita se habent omnes ad omnes. Ut igitur ΡΛ ad ΛΔ, ita se habet quadratum, quod a ΚΛ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΛΔ. Quoniam enim ut ΡΛ ad ΚΛ, ita se habet ΚΛ ad ΛΔ; ideo ut prima ad tertiam, ita se habet quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda. Ut igitur ΡΛ ad ΛΔ, ita se habet quadratum, quod a ΡΛ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΚΛ. Se habet autem ut quadratum, quod a ΡΛ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΚΛ, ita quadratum, quod a ΚΛ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΛΔ. Hæ enim rectæ proportionales invicem sunt. Se habet igitur ut ΡΛ ad ΛΔ ita quadratum, quod a ΚΛ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΛΔ. Ponatur ipsi ΚΒ æqualis ΒΖ. Quod enim extra Ρ casura sit, manifestum est. Quoniam enim ut ΧΔ ad ΧΒ, ita se habet ΚΒ ad ΒΡ, majorque est ΔΧ quam ΒΧ; ideo major est etiam ΚΒ quam ΒΡ. Cadit igitur punctum Ζ extra punctum Ρ.

Quoniam vero data est ratio cum ipsius ΔΛ ad ΛΧ, tum ipsius ΡΛ ad ΛΧ; data est etiam ratio ipsius ΡΛ ad ΛΔ. Quoniam enim ut utraque simul ΚΒ,ΒΧ ad ΒΧ, hoc est ΖΧ ad ΧΒ, ita se habet ΛΧ ad ΧΔ; convertendo, ut ΧΖ ad ΖΒ, ita se habet ΧΛ ad ΛΔ; et invertendo, ut ΒΖ ad ΖΧ, ita ΛΔ ad ΛΧ. Data est autem ratio ipsius ΒΖ ad ΖΧ. Nam ΖΒ æqualis est ei, quæ a sphæræ centro ducitur; et ΒΧ, ideoque tota etiam ΧΖ data est, datis utique prioris illius terminis Β et Χ; eo quod sphæra plano per ΑΓ, ut ponitur, secta, ΔΒ ipsi ΑΓ ad rectos angulos est. Quare data est ratio ipsius ΧΖ ad ΖΒ; et, quod consequitur, ipsius ΛΧ ad ΛΔ. Rursus quoniam data est segmentorum ratio, data est etiam ratio coni ΛΑΓ ad conum ΑΡΓ. Quare etiam ratio ipsius ΛΧ ad ΧΡ: coni siquidem se invicem habent ut altitudines: et totius ΡΛ ad ΛΧ est data. Quoniam igitur ratio utriusque simul ΡΛ, ΛΔ ad ΛΧ data est; ratio quoque ipsius ΡΛ ad ΛΔ est data. Quæ enim ad idem datam habent rationem, ea datam etiam inter se invicem rationem habent.

Itaque quoniam ratio ipsius ΡΛ ad ΛΧ componitur tum ex ea, quam habet ΡΛ ad ΛΔ, tum ex ea, quam ΛΔ habet ad ΛΧ. Rationum quidem compositionem hic institui, sumpta media ΛΔ, quemadmodum etiam in elementis instituitur, manifestum est. Quoniam vero totum hoc forma caret, nec omnino ita se habet, ut scientiam pariat, quemadmodum deprehendere est in multis Pappi, Theonis, et Arcadii scriptis, quæ hoc ipsum inductione, non demonstratione patefaciunt; haud absurdum fuerit paulo longiore oratione iisdem lucis aliquid afferre. Itaque dico, si inter duos numeros duasve magnitudines medius aliquis terminus sumatur, numerorum, qui sumpti initio sunt, rationem componi cum ex ea, quam primus habet ad medium, tum ex ea, quam medius habet ad tertium. Illud autem prius in mentem revocandum est, quando ratio ex rationibus componi dicatur. Nimirum, haud secus quam in Elementis, cum rationum quantitates in se invicem ductæ quantitatem aliquam fecerint; si quantitatis nomine numerum intelligas, a quo data ratio denominatur, uti docent cum alii, tum Nicomachus in primo de Musica libro, et Heronas in Commentario, quem in Arithmeticas Institutiones conscripsit. Hoc autem idem est ac si quantitas

καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ. Ὡς ἄρα ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, καὶ ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην ΚΛ ἐστίν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Ὡς γὰρ ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΚΛ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ. [q] Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἀνάλογον γάρ εἰσιν. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ. Ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΧΔ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, μείζων δὲ ἡ ΔΧ τῆς ΒΧ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΚΒ τῆς ΒΡ. Ἐκτὸς ἄρα τοῦ Ρ πεσεῖται τὸ Ζ.

Ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ· καὶ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ, πρὸς ΒΧ, τουτέστιν ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, ἀναστρέψαντι ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως [r] ἡ ΧΛ πρὸς ΛΔ· καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ, ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ. Δέδοται δὲ ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ λόγος. Ἐπειδὴ ἡ μὲν ΖΒ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς δεδομένης σφαίρας· ἡ δὲ ΒΧ, τῶν Β, Χ περάτων αὐτῆς δεδομένων, καθ' ὑπόθεσιν τετμημένης τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ διὰ τῆς ΑΓ ἐπιπέδου, καὶ τῆς ΔΒ πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῇ ΑΓ, δέδοται. Καὶ διὰ τοῦτο καὶ ὅλη ἡ ΧΖ· καὶ ὁ τῆς ΧΖ πρὸς ΖΒ· ὥστε καὶ ὁ [s] τῆς ΛΧ πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Πάλιν ἐπειδὴ δέδοται ὁ λόγος τῶν τμημάτων, καὶ ὁ τοῦ ΛΑΓ κώνου πρὸς ΑΡΓ κῶνον λόγος [t] ἐστι δοθείς. Ὥστε καὶ ὁ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ· πρὸς ἀλλήλους γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη· καὶ ὅλης ἄρα τῆς ΡΛ πρὸς τὴν ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρας τῆς ΡΛ, ΛΔ πρὸς τὴν ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Τὰ γὰρ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντα δεδομένον, καὶ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει δεδομένον.

Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ. Ὅτι μὲν ἡ σύνθεσις τῶν λόγων λαμβάνεται, τῆς ΛΔ μέσης λαμβανομένης, ὡς καὶ τῇ στοιχειώσει ἐλαμβάνετο, φανερόν. Ἐπεὶ δὲ τὸ λεγόμενον [u] ἀδιαρθρώτως, καὶ οὐχ οὕτως, ὥς τι τὴν ἐπιστήμην ἀναπληρῶσαι, λέλεκται, ὡς ἔστιν εὑρεῖν ἐντυγχάνοντα Πάππῳ τε καὶ Θέωνι καὶ Ἀρκαδίῳ, ἐν πολλοῖς συντάγμασιν οὐκ [w] ἀποδεικτικῶς, ἀλλ' ἐπαγωγῇ τὸ λεγόμενον παριστῶσιν· [x] οὐδὲν ἄτοπον πρὸς βραχὺ [y] διατρίψαντας τῷ λόγῳ [z] τὸ σαφέστερον παραστῆσαι. Φημὶ τοίνυν, ὅτι ἐὰν δύο ἀριθμῶν, ἤτοι μεγεθῶν μέσος τις ὅρος ληφθῇ, ὁ τῶν ἐξ ἀρχῆς ληφθέντων ἀριθμῶν λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ λόγου ὃν ἔχει ὁ πρῶτος πρὸς τὸν μέσον, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ μέσος πρὸς τὸν τρίτον. Ὑπομνηστέον δὲ πρότερον πῶς ἐλέγετο λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι. Ὡς γὰρ ἐν τῇ Στοιχειώσει, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα· πηλικότητος δηλονότι λεγομένης τοῦ ἀριθμοῦ, οὗ παρώνυμός ἐστιν ὁ δεδομένος λόγος, ὥς φασιν ἄλλοι τε καὶ Νικόμαχος ἐν τῷ πρώτῳ τῷ περὶ Μουσικῆς, καὶ Ἡρωνᾶς ἐν τῷ Ὑπομνήματι τῷ εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν Εἰσαγωγήν. Ταὐτὸν δὲ εἰπεῖν καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸν ἑπόμενον ὅρον τοῦ λόγου,

[q] ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΚ ex MS. [r] ἡ ΧΖ [s] τῆς ΔΑ [t] δοθεὶς ἔστω [u] ἀδιαρθρώτως τε; καὶ οὐχ [w] Sic MS. [x] Sic MS. [y] ἐνδιατρίψαντας

[z] Porte τό

καὶ ποιοῦντος τὸν ἡγούμενον. Καὶ κυριώτερον μὲν ἐπὶ τῶν πολλαπλασίων ἡ πηλικότης ἂν λαμβάνοιτο· ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιμορίων, ἢ ἐπιμερῶν, οὐκ ἔτι πλὴν πηλικότητα δυνατὸν λαμβάνεσθαι, ἀδιαιρέτου μενούσης τῆς μονάδος. Ὥστ' ἐπ' ἐκείνων διαιρετέον τὴν μονάδα· εἰ καὶ μὴ κατὰ τὸ προσῆκον τῇ Ἀριθμητικῇ, ἀλλὰ τῇ Λογιστικῇ τυγχάνει. Διαιρεῖται δὲ ἡ μονὰς κατὰ τὸ μέρος, ἢ τὰ μέρη, ἀφ' ὧν ὀνόμασται ὁ λόγος· ὥστε εἶναι ὡς ἐν σαφεστέρῳ τῷ λέγειν, τοῦ μὲν ἡμιολίου λόγου πηλικότητα πρὸς τῇ μονάδι καὶ τὸ ἥμισυ τῆς μονάδος· τοῦ δὲ ἐπιτρίτου, πρὸς τῇ μονάδι τὸ τρίτον· ὥστε, καθὰ καὶ ἀνωτέρω εἴρηται, τὴν πηλικότητα τοῦ λόγου ἐπὶ τὸν ἑπόμενον ὅρον πολλαπλασιαζομένην ποιεῖν τὸν ἡγούμενον. Τὸ γὰρ ἐννέα πρὸς τὰ ἓξ ἡμιολίου πηλικότης, [a] ὃ ἡ μονὰς καὶ τὸ ἥμισυ πολλαπλασιασθεῖσα ἐπὶ τὸν ϛ' ποιεῖ τὸν θ'. Καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων δὲ τὸ αὐτὸ ἔξεστι κατανοεῖν. Τούτων δὲ προσαφηνισθέντων, ἐπανιτέον ἐπὶ τὸ προτεθέν. Ἔστωσαν γὰρ οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, μέσος δὲ αὐτῶν εἰλήφθω τις ὁ Γ. Δεικτέον δή, ὅτι ὁ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Β. Εἰλήφθω γὰρ τοῦ μὲν ΑΓ λόγου πηλικότης, ὁ Δ· τοῦ δὲ ΓΒ, ὁ Ε· [a] ὁ ἄρα Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω. Λέγω ὅτι ὁ Ζ πηλικότης ἐστὶ τοῦ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγου, τουτέστιν, ὅτι ὁ Ζ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ γὰρ Β [b] τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Η ποιείτω. Ἐπεὶ οὖν ὁ Β τὸν μὲν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκε, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, ὁ Η πρὸς τὸν Γ. Πάλιν ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκε, τὸν δὲ Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ [c] πρὸς τὸν Α. Ἐναλλάξ, ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ὁ Γ πρὸς τὸν Α. Καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἀλλ' ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, ἐδείχθη ὁ Η πρὸς τὸν Γ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Γ, ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἴσος ἄρα ὁ Α τῷ Η. Ἀλλ' ὁ Β τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Η πεποίηκεν. Καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ Ζ ἄρα πηλικότης ἐστὶ [d] τοῦ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγου. Καί ἐστιν ὁ Ζ, τοῦ Δ ἐπὶ τὸν Ε πολλαπλασιασθέντος, τουτέστι τῆς πηλικότητος τοῦ ΑΓ λόγου, ἐπὶ τὴν πηλικότητα τοῦ ΓΒ λόγου. Ὁ ἄρα τοῦ Α [e] πρὸς τὸν Β λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ ὑποδείγματος φανερὸν γένηται τὸ εἰρημένον, παρεμπιπτέτω τοῦ ιβ', καὶ τοῦ β' μέσος τις ἀριθμὸς ὁ δ'. Λέγω ὅτι ὁ τοῦ ιβ' πρὸς τὸν β' λόγος, τουτέστιν ὁ ἑξαπλάσιος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τριπλασίου τοῦ ιβ' πρὸς τὸν δ', καὶ τοῦ διπλασίου τοῦ δ' πρὸς τὸν β'. Ἐὰν γὰρ τὰς πηλικότητας [f] τῶν λόγων πολλαπλασιάσωμεν ἐπ' ἀλλήλας, τουτέστι τὸν γ' ἐπὶ τὸν β', [g] γίνεται ὁ ϛ', πηλικότης ὢν τοῦ ιβ' πρὸς τὸν β' λόγου· καί ἐστιν ἑξαπλάσιος, ὅνπερ καὶ προέκειτο ὑποδεῖξαι. Εἰ δὲ καὶ ὁ μέσος παρεμπίπτων μὴ ὑπάρχῃ τοῦ μὲν μείζονος ἐλάττων, τοῦ δὲ ἐλάττονος μείζων, ἀλλ' ἢ τὸ ἀνάπαλιν, ἢ ἀμφοτέρων μείζων, ἢ ἀμφοτέρων ἐλάττων· καὶ οὕτως ἡ σύνθεσις ἡ προειρημένη ἀκολουθήσει. Τοῦ θ' καὶ τοῦ ϛ' μέσος τις παρεμπιπτέτω, ἀμφοτέρων μείζων, ὁ ιβ'. Λέγω ὅτι ἔκ τε [h] τοῦ ὑπ' ἐπιτρίτου, τοῦ θ' πρὸς τὸν ιβ' λόγου, καὶ τοῦ διπλασίου, τοῦ ιβ' πρὸς τὸν ϛ',

Α Γ Β Δ Ε Ζ Η

illa numerus esse dicatur, qui in sequentem rationis terminum ductus præcedentem facit. Cæterum magis proprie in multiplicibus rationibus quantitas sumetur; cum in super particularibus, aut super partientibus ea sumi nequeat quin unitas secetur. Quare in iis secanda est unitas; licet hoc non Arithmeticæ, sed Logisticæ conveniat. Porro unitas secatur secundum partem, aut partes, a quibus ratio denominatur: ita ut sesquialteræ quidem rationis quantitas sit, ut clarius dicam, præter unitatem dimidia unitatis pars; sesquitertiæ vero, præter unitatem pars unitatis tertia: ut rationis quantitas, quemadmodum et supra dictum est, in sequentem terminum ducta præcedentem faciat. Novenarii enim ad senarium sesquialteræ rationis quantitas, quæ unitas est cum dimidio, in senarium ducta novenarium facit. Hoc idem de aliis quoque intelligere licet. Itaque his explicatis ad id, quod propositum est, redeamus. Sint dati duo numeri A, B; quos inter medius aliquis sumatur Γ. Oportet demonstrare rationem ipsius A ad B componi ex ratione, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad B. Sumatur enim quantitas rationis quidem AΓ, numerus Δ; rationis vero ΓB, numerus E: ductusque E in Δ faciat numerum Z. Dico Z quantitatem esse rationis ipsius A ad B; hoc est ductum in B facere A. B enim in Z ductus faciat H. Quoniam igitur B in Z ductus fecit H, et ductus in E fecit Γ; ideo ut Z ad E, ita se habet H ad Γ. Rursus quoniam Δ in E ductus fecit Z, et ductus in Γ fecit A; ideo ut E ad Γ, ita se habet Z ad A. Et permutando, ut E ad Z, ita se habet Γ ad A. Et invertendo, ut Z ad E ita se habet A ad Γ. Demonstratum autem est, ut Z ad E, ita se habere H ad Γ. Igitur etiam ut H ad Γ, ita se habet A ad Γ. Est igitur A ipsi H æqualis. B autem in Z ductus fecit H. Idem igitur B ductus in Z facit A. Igitur Z quantitas est rationis ipsius A ad B. Factus est autem Z ex Δ in E ducto; hoc est ex quantitate rationis AΓ in rationis ΓB quantitatem. Ratio igitur ipsius A ad B componitur ex ratione, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad B. quod oportebat demonstrare.

Sed ut exemplo etiam manifesta res fiat, inter numeros 12, et 2 medius aliquis cadat 4. Dico, rationem ipsius 12 ad 2, nempe sexcuplam, ex ratione cum tripla ipsius 12 ad 4, tum dupla ipsius 4 ad 2 componi. Si enim harum rationum quantitates in se invicem ducantur, id est 3 in 2, fit 6; qui numerus quantitas est rationis ipsius 12 ad 2; nempe sexcupla, qualis demonstranda proponebatur. Quod si medius, qui intercidit numerus, non sit majore quidem minor, minore vero major; sed vicissim, aut utroque major, aut utroque minor; tunc sequetur compositio quoque, quam diximus. Inter numeros 9 et 6 medius aliquis cadat utroque major, 12. Dico rationem ipsius 9 ad 6 sesquialteram componi ex ratione cum sesquitertia ipsius 9 ad 12, tum dupla ipsius 12 ad 6. Quantitas enim

[a] ὅ ἐστιν ἡ μονὰς
[a] ὁ ἄρα Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ, Ὁ δὲ Β τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ. Ὁ δὲ Δ τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω· λόγου
[b] ποιεῖ τὸν Ζ [c] πρὸς τὸν ΖΑ [d] τοῦ Α [e] πρὸς τὸν Θ [f] τῶν λόγων in MS. desunt. [g] In MS. γίνεται deest.
[h] τοῦ ἐπιτρίτου

rationis ipsius 9 ad 12 idem est ac tres quartæ partes, hoc est dimidium et pars quarta: et quantitas rationis ipsius 12 ad 6, idem est ac 2. Si igitur 2 in dimidium et partem quartam ducatur, fit unitas cum dimidio; quæ quidem quantitas est sesquialteræ rationis, quam 9 habet ad 6. Pariter vero si inter 9 et 6 medius cadat 4, sesquialtera ratio componitur ex ratione cum duplo sesquiquarta ipsius 9 et 4, tum subsesquitertia ipsius 4 ad 6. Rursus enim si quantitas rationis duplo sesquiquartæ, nempe duo et pars quarta, in subsesquialteræ rationis quantitatem, hoc est in duas tertias partes, ducatur; fiet unitas cum dimidio: quæ sesquialteræ rationis, ut diximus, quantitas est. Atque eadem hæc argumentatio omnibus convenir. Manifestum est autem ex iis, quæ dicta sunt, si inter datos duos numeros, duasve magnitudines non unus sed plures medii termini cadant, extremorum rationem componi ex omnibus rationibus, quas numeri habent deinceps positi; si incipias ab eorum primo, et in ultimum desinas, eo ordine, quo sese invicem excipiunt. Cadant enim inter terminos A, et B plures quam unus Γ et Δ. Dico rationem ipsius A ad B componi ex ratione, quam habet tum A ad Γ, tum Γ ad Δ, tum Δ ad B. Quoniam enim ratio ipsius A ad B componitur ex ratione, quam habet cum A ad Δ, tum Δ ad B, ut supra dictum est; ratio veso ipsius A ad Δ ex ratione componitur, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad Δ; ideo ratio ipsius A ad B componitur ex ratione, quam habet tum A ad Γ, tum Γ ad Δ tum Δ ad B. Idem de cœteris demonstrabitur.

A Γ Δ B

Amplius in theoremate dicit: atque ut P A quidem ad A Δ, ita demonstrandum est se habere quadratum, quod a B Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ X. Quoniam enim demonstratum est, ut P A ad A Δ, ita se habere quadratum, quod a A K describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ A; et ut quadratum, quod a K A describitur, ad quadratum, quod describitur a A Δ, ita quadratum, quod a B Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ X: demonstratum enim est, ut K A ad A Δ, ita se habere B Δ ad Δ X, propter rationis compositionem: ideo ut P A ad A Δ, ita se habet quadratum, quod a B Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ X. Jam fiat ut P A ad A X, ita B Z ad Z Θ. Ubicunque punctum Θ, sive hoc, sive illo modo positum, ceciderit, argumentatio, ad conclusionem, quod attinet, recte se habet. At vero id punctum inter puncta B, P semper cadere, si ponatur, ut est in figura, hoc pacto constat. Quoniam enim, ut A K ad Δ K, hoc est ad K B, ita se habet K P ad P B; ideo ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes; nimirum ut A P ad P K, ita K P ad P B. Habet autem A P ad P X majorem rationem quam A P ad P K. Habet igitur etiam A P ad P X majorem rationem, quam K P ad B P; hoc est Z B ad B P. Et convertendo, P A ad A X minorem rationem habet, quam B Z ad Z P. Itaque si fiat ut P A ad A X, ita B Z ad aliam quandam; major hæc erit quam Z P. Hinc vero manifestum est, ipsum Z Θ majorem esse quam Θ B. Quoniam enim demonstratum est; ut A Δ ad Δ K, ita se habere cum Δ X ad X B, tum K B ad B P; majorque est Δ X quam X B; ideo major etiam est A Δ quam Δ K, et K B quam B P; et, quod consequitur, A Δ quam B P. Major est igitur tota A X quam X P; ideoque etiam Θ Z quam Θ B.

σύγκειται ὁ ἡμιόλιος τοῦ θʹ πρὸς τὸν ϛʹ. Ἡ γὰρ πηλικότης τοῦ θʹ πρὸς τὸν ιβʹ λόγου ἐστὶ τρία τέταρτα, τουτέστιν ἥμισυ καὶ τέταρτον· ὁ δὲ πηλικότης τοῦ ιβʹ πρὸς τὸν ϛʹ ἐστὶν ὁ βʹ. Ἐὰν οὖν πολλαπλασιάσωμεν [i] τὸν βʹ ἐπὶ τὸ ἥμισυ καὶ τέταρτον, [k] γίνεται μονὰς * καὶ ἥμισυ, ἥπερ πηλικότης ἐστὶ τοῦ ἡμιολίου λόγου, ὃν ἔχει [l] καὶ ὁ θʹ πρὸς τὸν ϛʹ. Ὁμοίως δὲ κἂν τοῦ θʹ καὶ τοῦ ϛʹ μέσος ἐμπέσῃ ὁ δʹ· ἐκ τοῦ θʹ πρὸς δʹ [m] διπλασιεπιτετάρτου, καὶ τοῦ δʹ πρὸς ϛʹ ὑφημιολίου, σύγκειται ὁ ἡμιόλιος λόγος. Πάλιν γὰρ τὴν πηλικότητα τοῦ [n] διπλασιεπιτετάρτου, τὰ δύο τέταρτα, ἐπὶ τὴν πηλικότητα τοῦ ὑφημιολίου, τουτέστι τὰ δύο τρίτα, πολλαπλασιάσαντες ἕξομεν τὸ ἓν καὶ ἥμισυ· πηλικότητα τοῦ ἡμιολίου, ὡς εἴρηται, λόγου. Καὶ ἐπὶ πάντων ὁμοίως ὁ αὐτὸς ἁρμόσει λόγος. Συμφανὲς δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων, ὡς ἐὰν δύο δοθέντων ἀριθμῶν, ὅσα [o] μεγεθῶν, μὴ μόνον εἷς μέσος, πλείους δὲ παρεμπέσωσιν ὅροι, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ πάντων τῶν λόγων, ὃν ἔχουσιν οἱ κατὰ τὸ ἑξῆς [p] κείμενοι, † ἀρχόμενοι ἀπὸ πρώτου, καὶ λήγοντες εἰς τὸν ἔσχατον τῇ κατὰ τοὺς ἑχομένους τάξει. [q] Δύο γὰρ ὅρων τῶν Α, Β παρεμπεπτώκασιν πλείους ἴσως οἱ Γ, Δ. Λέγω ὅτι ὁ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Β. Ἐπεὶ γὰρ ὁ τοῦ Α πρὸς τὸν Β σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Β, ὡς ἀνωτέρω εἴρηται, ὁ δὲ τοῦ Α πρὸς τὸν Δ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὁ ἄρα τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγος, συνῆπται ἔκ τε τοῦ [r] ὃν ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Β. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δειχθήσεται.

Ἔτι ἐν τῷ ῥητῷ φησίν· Ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΡΑ πρὸς ΑΔ, ἐδείχθη τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὡς ἡ ΡΑ πρὸς ΑΔ, τὸ ἀπὸ ΑΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΚΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ [s] ἀπὸ ΔΧ· ἐδείχθη γὰρ, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ, διὰ τοῦ συνθέντι· ὡς ἄρα ἡ ΡΑ πρὸς ΑΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ ΡΑ πρὸς ΑΧ, [t] ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. Τὸ Θ σημεῖον ὅπως ἂν πέσῃ, ὅπου ποτὲ μὲν ἂν τεθῇ, ὅσον πρὸς τὴν ἀκολουθίαν τῆς ἀποδείξεως, κατ᾽ οὐδὲν ἐμποδὼν γίνεται τῷ λόγῳ. Ὅτι δὲ, καθὰ ἐν τῇ καταγραφῇ κεῖται ἀεὶ μεταξὺ τῶν Β, Ρ πίπτει, [u] οὕτω δείξομεν. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΚ πρὸς ΔΚ, τουτέστι πρὸς ΚΒ, οὕτως ἡ ΚΡ πρὸς ΡΒ· καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἓν οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα, ὡς ἡ ΑΡ πρὸς ΡΚ, ἡ ΚΡ πρὸς ΡΒ. Μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΡ πρὸς ΡΧ, ἤπερ ἡ ΑΡ πρὸς ΡΚ. Καὶ ἡ ΑΡ ἄρα πρὸς ΡΧ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΡ πρὸς ΒΡ· τουτέστιν ἡ ΖΒ πρὸς [w] ΒΡ. Ἀναστρέψαντι ἡ ΡΑ πρὸς ΑΧ ἐλάσσονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΡ. Ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς ΡΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως τὴν ΒΖ πρὸς ἄλλην τινὰ, [x] ἔσται πρὸς μείζονα τῆς ΖΡ. Φανερὸν δὲ αὐτόθεν ὅτι ἡ ΖΘ τῆς ΘΒ μείζων ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, καὶ ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, μείζων δὲ ἡ ΔΧ τῆς ΧΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΔΚ καὶ ἡ ΚΒ τῆς ΒΡ· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΒΡ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΧ τῆς ΧΡ μείζων ἐστίν, ὥστε καὶ ἡ ΘΖ τῆς ΘΒ.

[i] τὸ Β [k] In MS. γίνεται deest. [l] In MS. καὶ deest [m] διπλασίονος ἐπὶ τετάρτου [n] διπλασίου ἐπὶ τετάρτου [o] μεγεθῶν [p] κείμενοι ὅροι [q] δύο γὰρ ὄντων ὅρων [r] ὃν ἔχει ὁ Α [s] ἀπὸ ΒΧ [t] ἡ ΒΖ πρὸς [u] οὕτως ἔστι δεῖξαι [w] ΖΡ· ἀναστρέψαντι ὁ ΡΑ πρὸς ΡΑΧ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ΒΖ πρὸς ΖΡ ex MS. [x] ἔσται ἄρα μείζονα

* Meibomius legit: μεν † Meibomius adjicit: ὅροι

Λοιπὸς ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ, τουτέστι τὸ δοθὲν, πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, οὕτως ἡ ΖΧ πρὸς ΖΘ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΘΖ λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη ὁ συγκείμενος ἔκ τε τοῦ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ [y] ἀπὸ ΔΧ, καὶ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ· ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶ, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου· καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα ἐκ τοῦ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ [z] ἀπὸ ΔΧ, καὶ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς [a] ΖΧ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ [b] πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ [c] τῆς ΧΖ πρὸς ΖΘ. Ἐὰν οὖν τὸν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς λόγοις κοινὸν ἀφέλωμεν τὸν τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, λοιπὸς ὁ τοῦ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΧΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ [d] δὴ δοθείσης [e] τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὴν ΧΖ πρὸς δοθεῖσαν, τουτέστι τὴν ΖΘ, οὕτως τὸ δοθὲν, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΔ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Τοῦτο δὲ οὕτως [f] ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Προστεθέντων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ τοῦ μείζονα τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν, οὐκ ἔχει διορισμόν. Καὶ ἔσται πρόβλημα τοιοῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΔΒ, ΒΖ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς ΒΖ τοῦ Θ, τεμεῖν τὴν ΔΒ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὸ ἀπὸ ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τὴν ΧΖ πρὸς ΖΘ. Ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε καὶ συντεθήσεται. Ἐπὶ τέλει μὲν τὸ προρηθὲν ἐπηγγείλατο δεῖξαι, ἐν οὐδενὶ δὲ τῶν ἀντιγράφων εὑρεῖν ἔστι τόδε ἐπάγγελμα. Ὅθεν καὶ Διονυσόδωρον μὲν εὑρίσκομεν μὴ τῶν αὐτῶν ἐπιτυχόντα, ἀδυνατήσαντα δὲ [g] ἐπιβάλλειν τῷ καταλειφθέντι λήμματι, ἐφ' ἑτέραν ὁδὸν τοῦ ὅλου προβλήματος ἐλθεῖν, ἥν τινα ἑξῆς γράψομεν. Διοκλῆς μέν τοι καὶ [h] αὐτὸς ἐν τῷ περὶ πυρίων αὐτῷ συγγεγραμμένῳ βιβλίῳ, ἐπηγγέλθαι νομίζων τὸν Ἀρχιμήδη, [i] μὴ ποτε πεποιηκέναι δὲ τὸ ἐπάγγελμα, αὐτὸς ἀναπληροῦν ἐπιχειρεῖ. Καὶ τὸ ἐπιχείρημα ἑξῆς γράψομεν. Ἔστι γὰρ καὶ αὐτὸ οὐδένα μὲν ἔχον πρὸς τὰ [k] προλελειμμένα λόγον· ὁμοίως δὲ τῷ Διονυσοδώρῳ δι' ἑτέρας ἀποδείξεως κατασκευάζον τὸ πρόβλημα. Ἔν τινι μέν τοι παλαιῷ βιβλίῳ, οὐδὲ γὰρ τὴν τῶν πολλῶν ζητήσεως ἀπέστημεν, ἐντετύχαμεν θεωρήμασι γεγραμμένοις, οὐκ [l] ὀλίγην μὲν ἐκ τῶν πταισμάτων ἔχουσιν ἀσάφειαν περί τε τὰς καταγραφὰς πολυτρόπως ἡμαρτημένοις. Τῶν μέν τοι ζητουμένων εἶχον τὴν ὑπόστασιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλην Δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζον, καὶ τοῖς συνήθεσι τῷ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνόμασιν ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ὀνομαζομένης, τῆς δ' ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοεῖσθαι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς εἴη τὰ ἐν τῷ τέλει ἐπηγγελμένα ἐπιχειρούμενος γράφεσθαι. Ὅθεν σπουδαιότερον ἐντυγχάνοντες, αὐτὸ μὲν τὸ ῥητὸν, ὡς γέγραπται, διὰ πλῆθος, ὡς εἴρηται, τῶν πταισμάτων δυσχερὲς εὑρόντες, τὰς ἐννοίας κατὰ μικρὸν ἀποσυλήσαντες κοινότερα καὶ σαφέστερα κατὰ τὸ δυνατὸν λέξει γράφομεν. Καθόλου δὲ πρῶτον τὸ θεώρημα γραφέσθω, ἵνα τὸ λεγόμενον ὑπ' αὐτοῦ σαφηνισθῇ περὶ τῶν διορισμῶν. Εἶτα καὶ τοῖς ἀναλελυμένοις ἐν τῷ προβλήματι προσαρμοσθήσεται.

Reliqua est igitur ratio, in qua, ut quadratum, quod a ΒΔ describitur, hoc est datum, ad quadratum, quod describitur a ΔΧ, ita se habet ΖΧ ad ΖΘ. Quoniam enim demonstratum est, rationem, quæ componitur ex ea, quam habet quadratum, quod a ΒΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔΧ, et ex ea, quam ΒΖ habet ad ΖΧ, eamdem esse atque rationem ipsius ΒΖ ad ΘΖ: ratio autem ipsius ΒΖ ad ΘΖ eadem est atque illa, quæ componitur ex ea, quam habet ΒΖ ad ΖΧ, et ex ea, quam ΖΧ habet ad ΖΘ: ideo quæ ratio componitur ex ea, quam habet quadratum, quod a ΒΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔΧ, et ex ea, quam ΒΖ habet ad ΖΧ, eadem est atque illa, quæ componitur ex ea, quam habet ΒΖ ad ΖΧ, et ex ea, quam ΧΖ habet ad ΖΘ. Itaque si ratio, quam habet ΒΖ ad ΖΧ, utrique rationi communis, auferatur; quæ reliqua est ratio, nempe illa, quam habet quadratum, quod a ΒΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔΧ, eadem est atque ratio quam ΧΖ habet ad ΖΘ. Oportet igitur datam ΔΖ secare in puncto Χ, atque facere, ut ΧΖ ad datam ΖΘ, ita datum quadratum, quod a ΒΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔΧ. Atque hoc quidem si universaliter proferatur, determinationem habet: sin autem hæc addantur, quæ hic raperta sunt, problemata, nimirum ΔΒ duplam esse ipsius ΒΖ, et ΒΖ majorem quam ΖΘ, ut ex analysi, nullam habet determinationem. Atque problema erit hujusmodi. Datis duabus rectis ΔΒ, ΒΖ, quarum altera ΔΒ alterius ΒΖ dupla sit, datoque item in ΒΖ puncto Θ, ΔΒ ipsam in puncto Χ secare, atque facere, ut quadratum, quod a ΒΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔΧ, ita ΧΖ ad ΖΘ. Horum autem utrumque in fine resolvetur, et componetur. Id quidem Archimedes se facturum in fine pollicitus est; nec tamen in ullo exemplari invenitur, quod pollicitus erat, eum præstitisse. Quapropter Dionysodorus a diversis principiis orsus cum in lemma, quod Archimedes sibi sumpsit, incidera non potuerit, aliam totius problematis conficiendi rationem iniit, quam deinceps describemus. Diocles quidem ipse in libro, quem de igniariis conscripsit, existimans Archimedem promisso, quod hac de ra fecerat, nunquam satisfecisse, eidem satisfacere aggressus est. Quam autem rationem inierit, deinceps videbimus. Nihil enim habet ne ista quidem, quod cum lemmate illo conveniat; quippe, haud secus quam Dionysodorus, aliam ingressus demonstrandi viam problema conficit. Porro hæc theoramata in vetusto quodam libro; plures enim conquisivimus; scripta invenimus, quæ valde obscura erant propter menda, quæ irrepserant, figurasque maltifariam depravatas. Quæ porro quæruntur, proposita erant Dorica lingua, quam Archimedes imprimis amat, aliqua ex parte servata nominibusque rerum apud veteres usitatis. Quippe parabole, et hyperbole, altera quidem rectanguli, altera vero obtusianguli coni sectio vocabatur: ut ex iis animum subeat cogitatio, num ipse sit, qui, quod in fine se facturum pollicitus erat, id præstare aggrediatur. Quocirca studiosius conati, eum orationem, ut diximus, difficilem propter mendorum multitudinem nacti simus, singulas ejus sententias paulatim aperira, magisque clare ac populariter, quantum fieri verbis poterit, explicare conabimur. Ac primo quidem theorema ipsum generaliter describetur, ut quod de eo circa determinationes dictum est clarum fiat. Deinde vero ad ea, quæ in problemate resoluta sunt, idem accommodabitur.

[y] ἀπὸ ΔΚ καὶ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΚ. Τῷ δὲ αὐτῷ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ὁ αὐτός ἐστι καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΚ. Καὶ τῆς ΧΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ὁ &c. [z] ἀπὸ ΔΚ [a] ΖΚ [b] πρὸς ΒΧ [c] ΖΒ [d] In MS. οὖν deest. [e] τῆς ΔΖ [f] ἁπλῶς in MS. deest. [g] ἐπιβάλλειν [h] αὐτὸς pro αὐτὸ ex MS. [i] μήτε [k] παραλελειμμένα [l] ὀλίγην μὲν

Data recta A B, aliaque item A Γ, spatioque Δ; proponatur sumendum in A B punctum aliquod E ejusmodi, ut quemadmodum A E ad A Γ, ita se habeat spatium Δ ad quadratum, quod ab E B describitur. Factum sit; et ponatur A Γ ad rectos angulos ipsi A B; junctaque Γ E producatur ad Z. Ducatur autem per punctum Γ ipsi A B parallela Γ H; et per punctum B, Z B H parallela ipsi A Γ, eademque cum utraque Γ E, Γ H concurrens. Compleatur porro parallelogrammum H Θ: ducaturque per punctum E, K E Λ utrilibet Γ Θ, H Z parallela: spatioque Δ æquale sit spatium, quod sub Γ H M continetur. Quoniam igitur ut E A ad A Γ, ita se habet spatium Δ ad quadratum, quod ab E B describitur: ut autem E A ad A Γ, ita se habet Γ H ad H Z; et ut Γ H ad H Z, ita quadratum, quod a Γ H describitur, ad spatium, quod sub Γ H Z continetur: ideo ut quadratum, quod a Γ H describitur, ad spatium, quod sub Γ H Z continetur, ita se habet spatium Δ ad quadratum, quod ab E B, hoc est ad id, quod a K Z describitur. Et permutando, ut quadratum, quod a Γ H describitur, ad spatium Δ; hoc est ad spatium, quod sub Γ H M continetur; ita se habet spatium, quod sub Γ H Z continetur, ad quadratum, quod a Z K describitur. Ut autem quadratum, quod a Γ H describitur, ad spatium, quod sub Γ H M continetur, ita se habet Γ H ad H M. Igitur etiam ut Γ H ad H M, ita se habet spatium, quod sub Γ H Z continetur, ad quadratum, quod a Z K describitur. Ut autem Γ H ad H M, ita, sumpta communi altitudine H Z, spatium, quod sub Γ H Z continetur, ad spatium, quod continetur sub M H Z. Ut igitur spatium, quod sub Γ H Z continetur, ad spatium, quod continetur sub M H Z, ita spatium, quod sub Γ H Z continetur, ad quadratum, quod a Z K describitur. Æquale est igitur spatium, quod sub M H Z continetur, quadrato, quod a Z K describitur. Itaque si circa axem Z H parabole per punctum H describatur, ita ut quæ a sectione ducuntur possint spatia, quæ ad H M applicantur, hæc per punctum K transibit; dataque erit positione, cum data magnitudine sit H M, quæ una cum data H Γ datum spatium Δ comprehendit. Punctum igitur K datam positione parabolen contingit. Describatur, ut dictum est, eaque sit H K. Rursus quoniam spatium Θ Λ æquale est spatio Γ B; nempe illud, quod sub Θ K Λ continetur, illi, quod continetur sub A B H; si circa asymtotos Θ Γ, Γ H per punctum B hyperbole describatur, hæc, per reciprocationem duodecimi theorematis libri Conicorum Apollonii Elementorum secundi, per punctum K transibit, eademque data erit positione; cum utraque Θ Γ, Γ H, et amplius punctum B positione datum sit. Describatur, ut dictum est, eaque sit K B. Punctum igitur K datam positione hyperbolen contingit. Contigebat autem et datam positione parabolen. Datum est igitur punctum K. Ducta est autem ab hoc puncto ad datam positione A B normalis K E. Punctum igitur E est datum. Et quoniam ut E A ad datam A Γ, ita se habet datum spatium Δ ad quadratum, quod ab E B describitur; ideo duorum solidorum, quorum quidem bases sunt quadratum, quod describitur ab E B, et spatium Δ;

Εὐθείας δοθείσης τῆς A B, καὶ ἑτέρας τῆς A Γ, καὶ χωρίου τοῦ Δ, προκείσθω λαβεῖν ἐπὶ τῆς A B σημεῖον ὡς τὸ E, ὥστε εἶναι ὡς τὴν A E πρὸς A Γ, οὕτως τὸ Δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ E B. Γεγονέτω, καὶ κείσθω ἡ A Γ πρὸς ὀρθὰς τῇ A B· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Γ E διήχθω ἐπὶ τὸ Z. Καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Γ τῇ A B παράλληλος ἡ Γ H, διὰ δὲ τοῦ B τῇ A Γ παράλληλος ἡ Z B H συμπίπτουσα ἑκατέρᾳ τῶν Γ E, Γ H. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ H Θ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ E ὁποτέρᾳ τῶν Γ Θ, H Z παράλληλος ἤχθω ἡ K E Λ· καὶ τῷ Δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ Γ H M. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ E A πρὸς A Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ E B· ὡς δὲ ἡ E A πρὸς A Γ, [m] οὕτως ἡ Γ H πρὸς H Z· ὡς δὲ ἡ Γ H πρὸς H Z, οὕτως τὸ ἀπὸ Γ H πρὸς τὸ ὑπὸ Γ H Z· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Γ H πρὸς τὸ ὑπὸ Γ H Z, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ E B, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ K Z. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ Γ H πρὸς τὸ Δ, τουτέστι πρὸς τὸ ὑπὸ Γ H M, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ἀπὸ Z K. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ Γ H πρὸς τὸ ὑπὸ Γ H M, οὕτως ἡ Γ H πρὸς H M. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Γ H πρὸς H M, [n] οὕτως τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ἀπὸ Z K. Ἀλλ' ὡς ἡ Γ H πρὸς H M, τῆς H Z κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ὑπὸ M H Z. Ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ὑπὸ M H Z, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ἀπὸ Z K. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ M H Z τῷ ἀπὸ Z K. Ἐὰν ἄρα περὶ ἄξονα τὴν Z H γραφῇ διὰ τοῦ H παραβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν H M, ἥξει διὰ τοῦ K· καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ δεδομένην εἶναι τὴν H M τῷ μεγέθει, περιέχουσαν μετὰ τῆς H Γ δεδομένης δοθὲν τὸ Δ. Τὸ ἄρα K ἅπτεται θέσει δεδομένης παραβολῆς. Γεγράφθω οὖν, ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω ὡς ἡ H K. Πάλιν ἐπειδὴ τὸ Θ Λ χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ Γ B, τουτέστι τὸ ὑπὸ Θ K Λ τῷ ὑπὸ A B H· ἐὰν διὰ τοῦ B περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Θ Γ, Γ H γραφῇ [o] ὑπερβολή, ἥξει διὰ τοῦ K, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ιβʹ θεωρήματος δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Στοιχείων, καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ καὶ ἑκατέραν τῶν Θ Γ, Γ H, ἔτι μὴν καὶ τὸ B τῇ θέσει δεδόσθαι. Γεγράφθω, ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω [p] ὡς ἡ K B. Τὸ ἄρα K ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς. Ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης παραβολῆς. Δέδοται ἄρα τὸ K. Καί ἐστιν ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ K E ἐπὶ θέσει δεδομένην τὴν A B. Δέδοται ἄρα τὸ E. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ E A πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν A Γ, οὕτως δοθὲν τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ E B· δύο ἄρα στερεῶν, ὧν βάσεις τὸ ἀπὸ E B, καὶ τὸ Δ, ὕψη δὲ αἱ

[m] οὕτως τὸ ἀπὸ Γ H

[n] ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ

[o] ἡ γραφὴ περβολή

[p] ὡς ἡ K

ΕΑ, ΑΓ, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὥστε ἴσα ἐστὶ τὰ στερεά. Τὸ [a] ἄρα ἀπὸ ΕΒ ἐπὶ τὴν ΕΑ, ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι τῷ Δ ἐπὶ δοθεῖσαν τὴν ΓΑ. Ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ μέγιστόν ἐστι πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς ΒΑ, ὅταν [b] ᾖ διπλασία ἡ ΒΕ τῆς ΕΑ, ὡς δειχθήσεται. Δεῖ ἄρα τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ἄλλη δέ τις δοθεῖσα ἡ ΑΓ, τὸ δὲ δοθὲν χωρίον τὸ Δ. Καὶ δέον ἔστω τεμεῖν τὴν ΑΒ, ὥστε εἶναι ὡς τὸ ἓν τμῆμα πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν ΑΓ, οὕτως τὸ δοθὲν τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος. Εἰλήφθω τῆς ΑΒ τρίτον μέρος ἡ ΑΕ. Τὸ ἄρα Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ, ἤτοι μεῖζόν ἐστι [c] τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ, ἢ ἴσον ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν οὖν μεῖζόν ἐστιν, οὐ συντεθήσεται, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται. Εἰ δὲ ἴσον ἐστί, τὸ Ε σημεῖον ποιήσει τὸ πρόβλημα. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν στερεῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καί ἐστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ, συντεθήσεται οὕτως. Κείσθω ἡ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ· καὶ διὰ τοῦ Γ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ· διὰ δὲ τοῦ Β τῇ ΑΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΖ, [d] καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Η. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΘ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ Ε τῇ ΖΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΕΛ. Ἐπεὶ οὖν τὸ Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ· ἔστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΚ. Ἔστω οὖν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ· καὶ τῷ Δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ ΓΖΝ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ· ἀλλ' ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΗ· ὡς δὲ ἡ ΓΖ πρὸς ΖΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΗ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΝ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΓΖ [e] πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΝ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΝ· ὡς δὲ ἡ ΓΖ πρὸς ΖΝ, τῆς ΖΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΖΗ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΗΜ τῷ ὑπὸ ΗΖΝ. Ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ Ζ περὶ ἄξονα τὴν ΖΗ γρά-

altitudines vero EA, et AΓ; bases, et altitudines reciprocantur: et propterea solida æqualia sunt. Quadratum igitur, quod ab EB describitur, ductum in EA, æquale est dato spatio Δ ducto in datam ΓA. Quod autem quadratum a BE describitur, id in ea ductum, maximum est omnium, quæ in BA simili modo sumuntur, quando BE ipsius EA est dupla, quemadmodum demonstrabitur. Oportet igitur datum spatium in datam rectam ductum quadrato majus non esse, quod a BE describitur, ducto in EA.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data quidem recta, AB; data vero quædam alia, AΓ; denique datum spatium, Δ. Oporteat autem AB ita secare, ut quemadmodum alterum ejus segmentum ad datam AΓ, ita se habeat datum spatium Δ ad quadratum, quod ab altero segmento describitur. Sumatur tertia ipsius AB pars, AE. Itaque spatium Δ in AΓ ductum quadrato, quod a BE describitur, ducto in EA, aut majus est, aut æquale, aut minus. Et si quidem majus, problema non componetur, ut in resolutione demonstratum est. Sin æquale, punctum E illud confecerit. Solida enim æqualia cum sint, eorum bases, et altitudines reciprocantur: atque ut EA ad AΓ, ita se habet spatium Δ ad quadratum, quod a BE describitur. Si denique spatium Δ in AΓ ductum minus est quadrato, quod a BE describitur, ducto in EA, componetur hoc pacto. Ponatur AΓ ipsi AB ad rectos angulos: ducaturque per punctum Γ ipsi AB parallela ΓZ; et per punctum B parallela ipsi AΓ, BZ; eaque cum ΓE producta in puncto H concurrat. Compleatur porro parallelogrammum ZΘ, et per punctum E ipsi ZH parallela ducatur KEΛ. Quoniam igitur spatium Δ in AΓ ductum minus est quadrato, quod a BE describitur, ducto in EA; ideo ut EA ad AΓ ita se habet spatium Δ ad spatium aliquod minus quadrato, quod a BE, hoc est HK, describitur. Itaque ut EA ad AΓ, ita se habeat spatium Δ ad quadratum, quod describitur ab HM; spatioque Δ æquale sit spatium, quod continetur sub ΓZN. Et quoniam ut EA ad AΓ, ita se habet spatium Δ; hoc est illud, quod sub ΓZN continetur, ad quadratum, quod ab HM describitur: ut autem EA ad AΓ, ita se habet ΓZ ad ZH; et ut ΓZ ad ZH, ita quadratum, quod a ΓZ describitur, ad spatium, quod sub ΓZH continetur: ideo etiam ut quadratum, quod a ΓZ describitur, ad spatium, quod sub ΓZH continetur, ita se habet spatium, quod continetur sub ΓZN, ad quadratum, quod describitur ab HM. Et permutando, ut quadratum, quod a ΓZ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓZN, ita se habet spatium, quod sub ΓZH continetur, ad quadratum, quod describitur ab HM. Ut autem quadratum, quod a ΓZ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓZN, ita se habet ΓZ ad ZN; et ut ΓZ ad ZN, ita, sumpta communi altitudine ZH, spatium, quod sub ΓZH continetur, ad spatium quod continetur sub NZH. Ut igitur spatium, quod sub ΓZH con-

[a] In MS. ἄρα deest.
[b] ἢ
[c] τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ ἢ ἴσον, ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν οὖν in MS. desunt.
[d] καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ in MS. desunt.
[e] πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΝ, ἡ ΓΖ πρὸς ΖΝ· ὡς &c.

tinetur, ad spatium, quod continetur sub N Z H, ita se habet spatium, quod sub Γ Z H continetur, ad quadratum, quod describitur ab H M. Æquale est igitur quadratum, quod describitur ab H M spatio, quod continetur sub H Z N. Itaque si circa axem Z H per punctum Z parabole describatur, ita ut quæ ad axem ducuntur possint spatia, quæ applicantur ad Z N; hæc per punctum M transibit. Describatur, eaque sit M Ξ Z. Et quoniam æquale est spatium Θ Λ spatio A Z; nempe illud, quod sub Θ K Λ continetur, illi, quod continetur sub A B Z; si circa asymptotos Θ Γ, Γ Z per punctum B describatur hyperbole, hæc per reciprocationem duodecimi theorematis libri Conicorum Apollonii Elementorum secundi, transibit per punctum K. Describatur, eaque sit B Ξ K parabolen secans in puncto Ξ: ducaturque a puncto Ξ ipsi A B normalis Ξ O Π; et parallela eidem A B per idem punctum, P Ξ Σ. Quoniam igitur B Ξ K hyperbole est, ejusque asymptoti Θ Γ, Γ Z; ductæque sunt rectæ P Ξ, Ξ Π rectis A B, B Z parallelæ; ideo æquale est spatium, quod sub P Ξ Π continetur, spatio, quod continetur sub A B Z; et propterea etiam spatium P O æquale spatio O Z. Itaque si a puncto Γ ad Σ recta jungatur, per punctum O transibit. Transeat, eaque sit Γ O Σ. Quoniam igitur ut O A ad A Γ, ita se habet O B ad B Σ. hoc est Γ Z ad Z Σ: ut autem Γ Z ad Z Σ, ita, sumpta communi altitudine Z N, spatium, quod sub Γ Z N continetur, ad spatium, quod continetur sub Σ Z N: ideo etiam ut O A ad A Γ, ita se habet spatium, quod sub Γ Z N continetur, ad spatium, quod continetur sub Σ Z N. Æquale est autem spatio quidem, quod sub Γ Z N continetur, spatium Δ; spatio vero, quod continetur sub Σ Z N, quadratum, quod a Σ Ξ, hoc est B O, describitur, propter parabolen. Ut igitur O A ad A Γ, ita se habet spatium Δ ad quadratum, quod a B O describitur. Inventum est igitur punctum O, quod problema conficit.

At vero quadratum, quod a B E describitur, in E A ductum, omnium esse maximum, quæ in B A simili modo sumuntur, quando B E dupla fuerit ipsius E A, hoc pacto demonstrabitur. Sit enim rursus, ut in analysi, data recta A Γ ad rectos angulos ipsi A B: junctaque Γ E producatur, eademque cum recta, quæ per punctum B ipsi A Γ parallela ducitur, in puncto Z concurrat. Ducatur porro per puncta Γ, Z ipsi A B parallelæ, Θ Z, Γ H; et producatur Γ A ad punctum Θ: ducaturque per punctum E huic parallela K E Λ. Denique fiat, ut E A ad A Γ, ita spatium, quod sub Γ H M continetur, ad quadratum, quod ab E B describitur. Quod igitur quadratum a B E describitur, id in E A ductum æquale est spatio, quod sub Γ H M continetur, ductam in A Γ; eo quod duorum horum solidorum bases et altitudines reciprocantur. Itaque dico, spatium, quod sub Γ H M continetur, ductum in A Γ, omnium esse maximum, quæ in B A simili modo sumuntur. Describatur enim circa axem Z H per punctum H parabole; ita ut, quæ ad axem ducuntur, possint spatia, quæ ad H M applicantur. Hæc utique per punctum K transibit, ut in analysi demonstratum est, et producta cum Θ Γ, quæ sectionis diametro parallela est, per theorema sextum et vigesimum primi libri Conicorum Apollonii Elementorum, concurret. Producatur, eademque concurrat in puncto N: et circa asymptotos N Γ H hyperbole describatur. Hæc item per punctum K, ut in analysi dictum est, transibit. Itaque transeat, veluti B K: et ponatur ipsi Z H productæ æqualis H Ξ: junctaque Ξ K producatur ad punctum O. Manifestum igitur est hanc parabolen contingere, per reciprocationem theorematis tertii et tri-

φομεν παραβολήν, ὥς τε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ΖΝ, ἥξει διὰ τοῦ Μ. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ἡ ΜΞΖ. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΘΛ τῷ ΑΖ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘΚΛ τῷ ὑπὸ ΑΒΖ· ἐὰν διὰ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΘΓ, ΓΖ γράψωμεν ὑπερβολήν, ἥξει διὰ τοῦ Κ, διὰ τὸ ἀντιστροφὸν τοῦ ιβ΄ θεωρήματος [w] τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΒΞΚ, τέμνουσα τὴν παραβολὴν κατὰ τὸ Ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΞΟΠ· καὶ διὰ τοῦ Ξ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω [x] ἡ ΡΞΣ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ ΒΞΚ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ ΘΓ, ΓΖ, καὶ παράλληλοι ἠγμέναι εἰσὶν αἱ ΡΞ, ΞΠ ταῖς ΑΒ, ΒΖ· ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΡΞΠ τῷ ὑπὸ ΑΒΖ· ὥστε καὶ [y] τὸ ΡΟ τῷ ΟΖ. Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Σ ἐπιζευχθῇ [z] εὐθεῖα, ἥξει διὰ τοῦ Ο. Ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΓΟΣ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΟΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΟΒ πρὸς ΒΣ, τουτέστιν ἡ ΓΖ πρὸς ΖΣ· ὡς δὲ ἡ ΓΖ πρὸς ΖΣ, τῆς ΖΝ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΖΝ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΟΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΖΝ. Καὶ ἔστι τῷ μὲν [a] ὑπὸ ΓΖΝ, τὸ Δ χωρίον, τῷ δὲ ὑπὸ ΣΖΝ, ἴσον τὸ ἀπὸ ΣΞ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΟ, διὰ τὴν παραβολήν. Ὡς ἄρα ἡ ΟΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΟ. Εἴληπται ἄρα τὸ Ο σημεῖον, ποιοῦν τὸ πρόβλημα.

Ὅτι διπλασίας οὔσης τῆς ΒΕ τῆς ΕΑ, τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ μέγιστόν ἐστι πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς ΕΑ, δειχθήσεται οὕτως. Ἔστω γὰρ, ὡς ἐν [b] τῇ ἀναλύσει πάλιν δοθεῖσα εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ, ἡ ΑΓ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΕ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ διὰ τοῦ Β παραλλήλῳ ἀγομένῃ τῇ ΑΓ κατὰ τὸ Ζ. Καὶ διὰ τῶν Γ, Ζ παράλληλοι τῇ ΑΒ ἤχθωσαν αἱ ΘΖ, ΓΗ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΑ ἐπὶ τὸ Θ· καὶ ταύτῃ παράλληλος διὰ τοῦ Ε ἤχθω ἡ ΚΕΛ. Καὶ γεγονέτω, ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΒ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΗΜ ἐπὶ τὴν ΑΓ, διὰ τὸ δύο στερεῶν ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσι. Λέγω οὖν, ὅτι τὸ ὑπὸ ΓΗΜ ἐπὶ τὴν ΑΓ, μέγιστόν ἐστι [c] πάντων ὁμοίως ἐπὶ τῆς ΒΑ λαμβανομένων. Γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ Η περὶ ἄξονα τὴν ΖΗ παραβολή, ὥς τε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ΗΜ. Ἥξει δὴ διὰ τοῦ Κ, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται· καὶ συμπεσεῖται ἐκβαλλομένη τῇ ΘΓ παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, διὰ τὸ ἕκτον καὶ εἰκοστὸν θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ν· καὶ διὰ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΝΓΗ, γεγράφθω ὑπερβολή. Ἥξει ἄρα διὰ τοῦ Κ, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει εἴρηται. Ἐρχέσθω ὡς ἡ ΒΚ· καὶ ἐκβληθείσῃ τῇ ΖΗ ἴση κείσθω ἡ ΗΞ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΞΚ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ο. Φανερὸν ἄρα ὅτι ἐφάπτεται τῆς παραβολῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τρίτου καὶ

[w] τοῦ δευτέρου βιβλίου in MS. desunt. [x] ἡ ΡΞΖ [y] τὸ ΡΘ [z] εὐθεῖα ex MS. [a] ὑπὸ ΓΖΝ ἴσον τὸ Δ
[b] τῇ ex MS. pro τῆς [c] πάντων τῶν ὁμοίως

τριακοστοῦ θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Ἐπεὶ οὖν διπλῆ ἐστιν ἡ ΒΕ τῆς ΕΑ, οὕτως γὰρ ὑπόκειται, τουτέστιν ἡ ΖΚ τῆς ΚΘ· καί ἐστιν ὅμοιον τὸ ΟΘΚ τρίγωνον τῷ ΞΖΚ τριγώνῳ· διπλασία ἄρα καὶ ἡ ΞΚ τῆς ΚΟ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ [d] ΞΚ τῆς ΚΠ διπλῆ, διὰ τὸ καὶ τὴν ΞΖ τῆς ΞΗ, καὶ παράλληλον εἶναι τὴν ΠΗ τῇ ΚΖ. Ἴση ἄρα ἡ ΟΚ τῇ ΚΠ. Ἡ ἄρα ΟΚΠ ψαύουσα τῆς [e] παραβολῆς, καὶ μεταξὺ οὖσα τῶν ἀσυμπτώτων δίχα τέμνεται. Ἐφάπτεται ἄρα τῆς ὑπερβολῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τρίτου θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. [f] Ἐφάπτετο δὲ καὶ τῆς παραβολῆς κατὰ τὸ αὐτὸ Κ. Ἡ ἄρα παραβολὴ τῆς ὑπερβολῆς ἐφάπτεται κατὰ τὸ Κ. Νοείσθω οὖν καὶ ἡ ὑπερβολὴ προσεκβαλλομένη ὡς ἐπὶ τὸ Ρ· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Σ· καὶ διὰ τοῦ Σ [g] τῇ ΚΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΤΣΥ, καὶ συμβαλλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ Τ· καὶ διὰ τοῦ Τ τῇ ΓΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΦΤΧ. Ἐπεὶ οὖν διὰ τὴν ὑπερβολὴν καὶ τὰς ἀσυμπτώτους, ἴσον ἐστὶ τὸ ΦΥ τῷ ΓΒ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓΣ, ἴσον ἄρα τὸ ΣΦ τῷ ΣΗ· καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Χ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἥξει διὰ τοῦ Σ. Ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΓΣΧ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΨΧ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΧΗΜ, διὰ τὴν παραβολήν· τὸ ἀπὸ ΤΧ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΧΗΜ. Γινέσθω οὖν τῷ ἀπὸ ΤΧ ἴσον τὸ [h] ὑπὸ ΧΗΩ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΣΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΧ· ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΧ, τῆς ΗΩ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΩ πρὸς τὸ [i] ὑπὸ ΧΗΩ, καὶ πρὸς τὸ ἴσον αὐτῷ, τὸ ἀπὸ ΧΤ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΣ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΣ ἐπὶ τὴν ΣΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΗΩ ἐπὶ τὴν ΓΑ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΗΩ, ἐπὶ τὴν ΓΑ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΓΗΜ ἐπὶ τὴν ΓΑ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΣ ἐπὶ τὴν ΣΑ ἔλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ λαμβανομένων τῶν Ε, Β. Ἀλλὰ δὴ εἰλήφθω μεταξὺ τῶν Ε, Α σημεῖον τὸ ς. Λέγω ὅτι καὶ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν [k] ΕΑ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ Βς ἐπὶ τὴν ςΑ. Τῶν γὰρ αὐτῶν κατεσκευασμένων, ἤχθω διὰ τοῦ ς τῇ ΚΑ παράλληλος ἡ ϥςΡ· καὶ συμβαλλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ Ρ, συμβαλεῖ γὰρ αὐτῇ διὰ τὸ παράλληλος εἶναι τῇ ἀσυμπτώτῳ· καὶ διὰ τοῦ Ρ παράλληλος ἤχθω τῇ ΑΒ ἡ ΑΡΒ, συμβαλλέτω τῇ ΗΖ ἐκβαλλομένῃ κατὰ τὸ Β. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν ὑπερβολήν, ἴσον ἐστὶ τὸ Γϥ καὶ τῷ ΑΗ· ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Β, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἥξει διὰ τοῦ ς. Ἐρχέσθω, καὶ

gesimi, primi libri Conicorum Apollonii Elementorum. Quoniam igitur dupla est BE ipsius EA; hoc enim ponitur; id est ZK ipsius KΘ: et triangulum OΘK simile triangulo ΞZK; ideo etiam ΞK ipsius KO est dupla. Dupla est autem et ΞK ipsius KΠ; eo quod ΞZ ipsius ΞH dupla est; et ΠH ipsi KZ parallela. Æqualis est igitur OK ipsi KΠ. Quocirca recta OKΠ, quæ parabolen contingit, eademque posita est inter asymptotos, in duas æquas partes secatur. Itaque contingit hyperbolen per reciprocationem tertii theorematis libri secundi Conicorum Apollonii Elementorum. Contingebat autem et parabolen in puncto eodem K. Parabole igitur hyperbolen in puncto K contingit. Itaque intelligatur hyperbole producta esse, puta ad punctum P; et sumatur in AB quodvis punctum Σ: ducaturque per punctum Σ ipsi KA parallela TΣY, quæ cum hyperbola in puncto T concurrat: et per punctum T ducatur ΦTX parallela ipsi ΓH. Quoniam igitur propter hyperbolen et asymptotos æquale est spatium ΦY spatio ΓB; communi ablato ΓΣ, spatium ΦΣ spatio ΣH est æquale: et propterea quæ a puncto Γ ad X recta jungitur, per punctum Σ transibit. Transeat, eaque sit ΓΣX. Et quoniam quadratum, quod a ΨX describitur, æquale est spatio, quod sub XHM continetur, propter parabolen; ideo quadratum, quod describitur a TX, minus est spatio, quod continetur sub XHM. Itaque quadrato, quod describitur a TX æquale fiat spatium, quod continetur sub XHΩ. Quoniam igitur ut ΣA ad AΓ, ita se habet ΓH ad HX: ut autem ΓH ad HX, ita, sumpta communi altitudine HΩ, spatium, quod sub ΓHΩ continetur, ad spatium, quod continetur sub XHΩ; hoc est quadratum eidem æquale, quod a XT, id est BΣ, describitur. Ideo quadratum, quod a BΣ describitur, in ΣA ductum, æquale est spatio, quod sub ΓHΩ continetur, ducto in ΓA. Spatium autem, quod sub ΓHΩ continetur, in ΓA ductum, minus est spatio, quod sub ΓHM continetur, ducto in ΓA. Quod igitur quadratum a BΣ describitur, id in ΣA ductum quadrato est minus, quod describitur a BE, ducto in EA. Idem hoc demonstrabitur etiam in omnibus punctis, quæ inter E et B sumuntur. At vero sumatur inter E, et A punctum ς. Dico tunc quoque quadratum, quod a BE describitur, in EA ductum, quadrato majus esse, quod describitur a Bς, ducto in ςA. Iisdem enim constructis, ducatur per punctum ς ipsi KA parallela ϥςP, quæ utique cum hyperbole in puncto P concurret, utpote quæ asymptoto parallela est: et ducatur item per punctum P, APB parallela ipsi AB, eaque concurrat cum HZ producta in puncto B. Et quoniam

[d] ZK [e] ὑπερβολῆς [f] ἀφίσθω [g] τὴν KA [h] ὑπὸ XNΩ [i] ὑπὸ XNΩ [k] BA

rursus, propter hyperbolen, æquale est spatium, Γς, spatio AH; quæ a puncto Γ ad B recta jungitur, per punctum ς transibit. Transeat, eaque sit, Γς B. Et quoniam rursus, propter parabolen, æquale est quadratum, quod ab AB describitur, spatio, quod sub BHM continetur; ideo quadratum, quod describitur a PB, minus est spatio, quod continetur sub BHM. Fiat quadratum, quod describitur a PB, æquale spatio, quod continetur sub BHΩ. Quoniam igitur ut ςA ad AΓ, ita se habet ΓH ad HB. ut autem ΓH ad HB, ita, sumpta communi altitudine HΩ, spatium, quod sub ΓHΩ continetur, ad spatium, quod continetur sub BHΩ; hoc est ad quadratum, quod a PB, id est Bς, describitur: ideo quadratum, quod a Bς describitur, in ςA ductum, æquale est spatio, quod sub ΓHΩ continetur, ductum in ΓA. Majus est autem spatium, quod sub ΓHM continetur, spatio, quod continetur sub ΓHΩ. Majus est igitur et quadratum, quod a BE describitur, in EA ductum, quadrato, quod describitur a Bς, ducto in ςA. Idem hoc demonstrabitur in omnibus punctis, quæ inter E, et A sumuntur. Demonstratum autem est et in cæteris omnibus, quæ sumuntur inter E, et B. Quadratum igitur, quod a BE describitur, ductum in EA, omnium est maximum, quæ in AB simili modo sumuntur; quando BE ipsius EA dupla fuerit. Cognoscere autem ea quoque oportet, quæ in allata figura contingunt. Quoniam enim demonstratum est, quadratorum utrumvis, tum quod a BΣ describitur, tum quod describitur a Bς, alterum quidem in ΣA, alterum vero in ςA ductum, minus esse quadrato, quod describitur a BE, ducto in EA; fieri utique potest, ut cum datum quoque spatium in datam rectam ductum eodem hoc quadrato, quod describitur a BE, ducto in EA, sit minus; problema, quod initio propositum est conficiatur, AB in duobus punctis secta. Hoc autem contingit, si intelligatur circa diametrum XH descripta esse parabole, ita ut quæ ad axem ducuntur, possint spatia, quæ ad HΩ applicantur. Hæc si quidem parabole omnino transit per punctum T. Et quoniam necesse est, eamdem cum ΓN, quæ diametro ipsi parallela est, concurrere; constat secare hyperbolen in puncto alio superiore quam K, ut hic in P. Quæ autem a puncto P ad AB normalis ducitur, ut hic Pς, hæc AB secat in puncto ς; ita ut punctum hoc ς problema conficiat: æqualeque fiat quadratum, quod a BΣ describitur in ΣA ductum, quadrato, quod describitur a Bς, ducto in ςA; quemadmodum ex superioribus demonstrationibus manifestum est. Cum itaque fieri possit, ut duo puncta in BA sumantur, quæ propositum conficiant, utro quis malit, hoc ei uti licet; sive illo, quod inter E, B; sive etiam illo, quod inter E, A interjicitur. Si enim eo utatur, quod interjicitur inter E, B; descripta, ut dictum est, per puncta H, T parabola, quæ hyperbolen in duobus punctis secet; horum quidem alterum, quod puncto H, hoc est axi paraboles, propius est, punctum definiet, quod inter E, B interjicitur: ut hic T punctum Σ definit; alterum vero, quod ab eodem puncto remotius est, definiet punctum, quod interjicitur inter E, A: ut hic P definit punctum ς.

Hoc igitur modo problema generaliter resolutum, compositumque est. Ut autem hoc ipsum ad Archemedis verba accommodetur, intelligatur, ut in allata figura, diameter quidem sphæræ esse ΔB; quæ vero ex ejus centro, BZ; denique data recta, ZΘ. Eo igitur devenimus, inquit, ut ΔZ in puncto X ita secare oporteat, ut quemadmodum XZ ad datam rectam, ita se habeat datum spatium ad quadratum, quod a ΔX describitur. Atque hoc quidem si universaliter proferatur determi-

ἔσω ὡς ἡ Γς B. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν παραβολήν, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ AB, τῷ ὑπὸ BHM· τὸ ἄρα ἀπὸ PB, ἔλαττόν ἐστι τοῦ ὑπὸ [l] BHM. Γεγονέτω τὸ ἀπὸ PB ἴσον τῷ ὑπὸ BHΩ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ςA πρὸς AΓ, οὕτως ἡ ΓH πρὸς HB· ἀλλ' ὡς ἡ ΓH πρὸς HB, τῆς HΩ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHΩ πρὸς τὸ ὑπὸ BHΩ· τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ PP, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ Bς· τὸ ἄρα ἀπὸ Bς ἐπὶ τὴν ςA, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓHΩ ἐπὶ τὴν ΓA. Καὶ μεῖζον τὸ ὑπὸ ΓHM τοῦ ὑπὸ ΓHΩ. Μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ BE ἐπὶ τὴν EA, τοῦ ἀπὸ Bς ἐπὶ τὴν ςA. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ τῶν E, A λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν Γ, B [m] λαμβανομένων. Πάντων ἄρα τῶν ἐπὶ τῆς AB ὁμοίως λαμβανομένων, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς BE ἐπὶ τὴν EA, [n] ὅταν ᾖ διπλασία ἡ BE τῆς EA. Ἐπιστῆσαι [o] δὲ χρὴ καὶ τοῖς ἀκολουθοῦσι κατὰ τὴν εἰρημένην καταγραφήν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ ἀπὸ BΣ ἐπὶ τὴν ΣA, καὶ τὸ ἀπὸ Bς ἐπὶ τὴν ςA ἔλαττον τοῦ ἀπὸ BE ἐπὶ τὴν EA· δυνατόν ἐστι καὶ τὸ δοθὲν χωρίον ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἐλάττονος ὄντος τοῦ ἀπὸ τῆς BE ἐπὶ τὴν EA, κατὰ δύο σημεῖα τὴν AB τεμνομένην ποιεῖν τὸ ἐξ ἀρχῆς πρόβλημα. Τοῦτο δὲ γίνεται, εἰ νοήσωμεν περὶ διάμετρον τὴν XH γραφομένην παραβολήν, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν HΩ. Ἡ γὰρ τοιαύτη παραβολὴ πάντως ἔρχεται διὰ τοῦ T. Καὶ ἐπειδὴ ἀνάγκη αὐτὴν συμπίπτειν τῇ ΓN παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ, δῆλον ὅτι τέμνει τὴν ὑπερβολὴν καὶ κατ' ἄλλο σημεῖον ἀνωτέρω τοῦ K, ὡς ἐνταῦθα κατὰ τὸ P. Καὶ ἀπὸ τοῦ P ἐπὶ τὴν AB κάθετος ἀγομένη, ὡς ἐνταῦθα ἡ Pς, τέμνει τὴν AB κατὰ τὸ ς, ὥστε τὸ ς σημεῖον ποιεῖν τὸ πρόβλημα, καὶ ἴσον γίνεσθαι τὸ ἀπὸ BΣ ἐπὶ τὴν ΣA, τῷ ἀπὸ Bς ἐπὶ τὴν ςA, ὡς ἐστι διὰ τῶν προγεγραμμένων ἀποδείξεων ἐμφανές. Ὥστε τῷ δυνατοῦ ὄντος ἐπὶ τῆς BA δύο σημεῖα λαμβάνειν, ποιοῦντα τὸ ζητούμενον, ἔξεστιν ὁπότερόν τις βούλοιτο λαμβάνειν, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν E, B, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν E, A. Εἰ μὲν γὰρ τὸ μεταξὺ τῶν E, B, ὡς εἴρηται, τῆς διὰ τῶν H, T σημείων γραφομένης παραβολῆς κατὰ δύο σημεῖα τεμνούσης τὴν ὑπερβολὴν τὸ μὲν ἐγγύτερον τοῦ H, τουτέστι τοῦ ἄξονος τῆς παραβολῆς, εὑρήσει τὸ μεταξὺ τῶν E, B· ὡς ἐνταῦθα τὸ T εὑρίσκει τὸ Σ· τὸ δὲ ἀπωτέρω τὸ μεταξὺ τῶν E, A, ὡς ἐνταῦθα τὸ P εὑρίσκει τὸ ς.

Καθόλου μὲν οὖν οὕτως ἀναλύεται καὶ συντίθεται τὸ πρόβλημα. Ἵνα δὲ καὶ τοῖς Ἀρχιμηδείοις ῥήμασιν ἐφαρμοσθῇ, νοείσθω ὡς ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, διάμετρος μὲν [p] τῆς σφαίρας ἡ ΔB, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ BZ, καὶ ἡ δοθεῖσα ἡ ZΘ. Κατηντήσαμεν ἄρα φησὶν εἰς τὸ δεῖν τὴν ΔZ τεμεῖν κατὰ τὸ X, ὥστε εἶναι ὡς τὴν XZ πρὸς τὴν δοθεῖσαν, οὕτω τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔX. Τοῦτο δὲ

[l] BHΩ [m] λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν EB. Πάντων ἄρα &c. [n] οὕτως ἡ [o] δὲ
[p] τῆς σφαίρας, ἡ ΔB ἐκ τοῦ κέντρου ἡ BZ, καὶ ἡ &c.

ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Εἰ γὰρ τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μεῖζον ἐτύγχανε τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐπὶ τὴν ΒΖ, ἀδύνατον ἦν τὸ πρόβλημα, ὡς δέδεικται· εἰ δὲ ἴσον, τὸ Β σημεῖον ἐποίει τὸ πρόβλημα, καὶ οὕτως δὲ οὐδὲν ἂν πρὸς τὴν ἐξ ἀρχῆς Ἀρχιμήδους πρόθεσιν· ἡ γὰρ σφαῖρα οὐκ ἐτέμνετο εἰς τὸν δοθέντα λόγον. Ἁπλῶς ἄρα λεγόμενον [a]εἶχεν ἂν διορισμόν. Προστεθειμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔΒ τῆς ΖΒ, καὶ τοῦ μείζονα εἶναι τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ, οὐκ ἔχει διορισμόν. Τὸ γὰρ ἀπὸ ΔΒ τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν ΖΘ τὴν δοθεῖσαν ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐπὶ τὴν ΒΖ· διὰ τὸ τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ μείζονα εἶναι· ὅπερ ἐπιχειροῦντες ἐδείξαμεν δυνατόν, καὶ ὅπως [b]περαίνεται τὸ πρόβλημα. Κατανοεῖν δὲ χρὴ καὶ τοῖς ὑπ᾿ Ἀρχιμήδους λεγομένοις συμφώνως ἔχουσι τοῖς ὑφ᾿ ἡμῶν ἀναλελυμένοις. Πρότερον μὲν γὰρ, μετὰ τὴν ἀνάλυσιν αὐτοῦ καθόλου, τὸ εἰς ὃ κατήντησεν λέγων, φησί· δοθεῖσαν τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν ΧΖ πρὸς δοθεῖσαν, οὕτως τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΧ. Εἶτα εἰπὼν ὡς καθόλου μὲν τὸ λεγόμενον ἔχει διορισμόν· προστεθέντων δὲ τῶν ὑπ᾿ αὐτοῦ εὑρεθέντων προβλημάτων, τοῦ τε εἶναι διπλασίαν τὴν ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ μείζονα τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ, μὴ ἔχειν διορισμὸν μερικώτερον, ἐπαναλαμβάνει τὸ πρόβλημα, καὶ φησιν, ὅτι καὶ ἔσται πρόβλημα τοιοῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΔΒ, ΒΖ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς ΒΖ τοῦ Θ, τεμεῖν τὴν ΔΒ κατὰ τὸ Χ· καὶ ἔτι, ὡς πρότερον, τὴν ΔΖ εἰπὼν, ἀλλὰ τὴν ΔΒ δεῖν τεμεῖν· διὰ τὸ, ὡς ἀνωτέρω ἡμεῖς [c]ἀπεδείξαμεν εἰδέναι αὐτὸν, ὡς δύο σημεῖα ἐστὶ τὰ λαμβανόμενα ἐπὶ τῆς ΔΖ, καὶ ποιοῦντα τὸ πρόβλημα, ἓν μὲν τὸ μεταξὺ τῶν Δ, Β, ἕτερον δὲ τὸ μεταξὺ τῶν Β, Ζ. Ὧν τὸ μεταξὺ τῶν Δ, Β ἦν τὸ πρὸς τὴν [d]ἐξ ἀρχῆς πρόθεσιν χρήσιμον.

Ταῦτα μὲν οὖν ἀκόλουθα τοῖς Ἀρχιμήδους ῥήμασι, κατὰ τὸ δυνατὸν, σαφῶς [e]ἀπεγραψάμεθα. Ἐπεὶ δὲ, ὡς προείρηται, καὶ Διονυσόδωρος οὐδαμῶς τοῖς ἐπὶ τέλει γραφομένοις παρ᾿ Ἀρχιμήδους [*]ἐπηγγελμένοις ἐντυχὼν, ἀπορήσας δὲ ὥσπερ προσνοεῖν τὰ μὴ ἐκτεθέντα, ἐφ᾿ ἑτέραν ὁδὸν βαδίζων τοῦ ὅλου προβλήματος, [f]οὐκ ἄχαριν εὑρέσιν [g]συνέγραψε τὸν τρόπον ἀναγκαῖον, ᾠήθημεν δεῖν καὶ αὐτὸν τούτοις ἐπισυνάψαι διορθωσάμενοι κατὰ δύναμιν. Καὶ γὰρ αὐτὸς ἐκ πολλῆς ἀμελετησίας τῶν ἀνθρώπων τὰ πολλὰ τῶν ἀποδείξεων διὰ πλῆθος τῶν πταισμάτων ἐσφαλμένας ἔχων ἐν πᾶσιν, οἷς ἡμεῖς ἐντετύχαμεν ἀντιγράφοις ἐφέρετο.

rationem habet. Si enim datum spatium in datam rectam ductum majus fuerit quadrato, quod describitur a ΔB, ducto in BZ; problema, ut demonstratum est, confici non potest: sin autem æquale, id quidem per punctum B conficitur, sed ad id, quod Archimedes initio proposuit, nihil facit; quippe sphæra pro data ratione non secatur. Illud igitur si universaliter proferatur, determinationem habet. Quod si duo hæc addantur, nimirum ΔB duplam esse ipsius ZB, et BZ majorem quam ZΘ; nullam habet determinationem. Quod enim quadratum a ΔB describitur, id est datum, id in ZΘ, id est datam ductum minus est quadrato, quod describitur a ΔB, ducto in BZ; eo quod BZ major est quam ZΘ. Hoc autem si quando contingat, fieri problema posse, et qua ratione fiat, docuimus. Illud porro animadvertendum est, quæ resoluta a nobis sunt, ea cum Archimedis verbis maxime convenire. Primo enim, cum post analysim ab ipso institutam, id, in quod incidit, generaliter docuisset, hoc dicit: oportet datam ΔZ secare in puncto X, atque facere, ut XZ ad datam rectam, ita datum spatium ad quadratum, quod a ΔX describitur. Deinde vero cum adjecisset, hoc ipsum si universaliter proferatur, determinationem habere; sin autem hæc addantur, quæ ab ipso reperta sunt, problemata, nimirum ΔB duplam esse ipsius BZ, et BZ majorem quam ZΘ, nullam habere determinationem; hoc, inquam, cum adjecisset, problema ipsum magis particulariter resumens ait: atque problema erit hujusmodi. Datis duabus rectis ΔB, BZ, quarum altera ΔB alterius BZ dupla sit, datoque item in BZ puncto Θ, ΔB ipsam in puncto X secare; et quæ sequuntur: oportere autem dixit ΔB, non vero, ut prius, ΔZ secare; quod intelligeret duo esse puncta in ΔZ, quemadmodum supra demonstravimus, quæ sumpta problema conficiant; alterum quidem, quod inter Δ, B, alterum vero, quod inter B, Z interjicitur. Horum autem quod interjicitur inter Δ, B ad id, quod initio propositum est, facit.

Hæc igitur cum Archimedis verbis maxime convenientia, quantum fieri potuit, perspicue explicuimus. Quoniam vero Dionysodorus etiam, ut dictum est, cum id nusquam invenisset, quod Archimedes in fine pollicitus erat, conatus ipse, quæ exposita ab eo non sunt, patefacere, aliam viam ingressus, haud inelegantem totius problematis conficiendi rationem descripsit; muneris nostri esse duximus hanc quoque cœteris adjungere, emendatione pro viribus adhibita. Hæc enim quoque, quæ summa est hominum negligentia, plures demonstrationes propter mendorum multitudinem tenebricosas habens in omnibus, in quæ nos incidimus, exemplaribus circumferebatur.

ΩΣ ΔΙΟΝΥΣΟΔΩΡΟΣ.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτῆς πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα. Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ. Δεῖ δὴ τεμεῖν τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὴν ΑΒ, ὥστε τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Α, πρὸς τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Β, λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ. Ἐκβεβλήσθω ἡ [h]ΒΑ ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ κείσθω τῆς [i]ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΖ. Καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, ἐχέτω

UT DIONYSODORUS.

Datam sphæram plano secare, ita ut ejus segmenta datam inter se invicem rationem habeant. Data sphæra ea sit, cujus diameter AB. eaque data ratio, quam habet ΓΔ ad ΔE. Oportet autem sphæram plano secare ad AB recto, ita ut alterum ejus segmentum, cujus vertex est A, ad alterum segmentum, cujus vertex est B, eamdem habeat rationem, quam ΓΔ ad ΔE. Producatur BA ad punctum Z: ponaturque AZ dimidia ipsius AB. Quam autem rationem habet ΓB ad EΔ, hanc

[a] εἶχεν [b] προβαίνει [c] ἐπεδείξαμεν [d] ἐξ ἀρχῆς [e] ἀντιγραψώμεθα [f] ὁ χάρτ [g] συνεγράψατο [h] ΒΓ [i] ΑΓ ἡμίσεια ἡ ΑΒΖ

[*] Forte ἐπηγγελμένου.

habeat ZΛ ad AH, quæ quidem super AB ad rectos angulos jaceat; et sumatur inter ZA, AH proportionalis media AΘ. Major est igitur AΘ quam AH. Describatur porro circa axem ZB per punctum Z parabole; ita ut quæ ad axem ducuntur possint spatia, quæ ad AH applicantur. Hæc utique per punctum Θ transibit; quoniam spatium, quod sub ZAH continetur, æquale est quadrato, quod ab AΘ describitur. Itaque describatur eaque sit ZΘK: ducaturque per punctum B ipsi AΘ parallela BK, quæ in puncto K parabolen secet. Describatur deinde circa asymptotos ZBK per punctum H hyperbole; quæ quidem parabolen secabit intra puncta Θ, K. Itaque secet in puncto Λ: ducanturque a puncto Λ ad AB normalis ΛM; et a punctis H, Λ ipsi AB parallelæ, HN, ΛΞ. Quoniam igitur HΛ hyperbole est, ejusque asymptoti ABK; et adhuc parallelæ ipsis AHN, MΛΞ, æquale est spatium, quod sub AHN continetur, spatio, quod continetur sub MΛΞ, propter theorema duodecimum libri secundi conicorum Apolloni Elementorum. Æqualis est autem cum HN ipsi AB, tum ΛΞ ipsi MB. Quod igitur spatium sub ΛMB continetur, id æquale est spatio, quod continetur, sub HAB. Et quoniam spatium, quod sub extremis continetur, æquale est spatio, quod continetur sub mediis; quatuor hæ rectæ proportionales invicem sunt. Ut igitur ΛM ad HA, ita se habet AB ad BM: atque etiam ut quadratum, quod a ΛM describitur, ad quadratum, quod describitur ab HA, ita quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BM. Et quoniam propter parabolen quadratum, quod a ΛM describitur, æquale est spatio, quod sub ZM, AH continetur; ut ZM ad MΛ, ita se habet MΛ ad AH. Igitur etiam ut prima ad tertiam, ita se habet quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda; et adhuc quadratum, quod a secunda describitur, ad quadratum, quod describitur a tertia. Ut igitur ZM ad AH, ita se habet quadratum, quod a ΛM describitur, ad quadratum, quod describitur ab HA. Ut autem quadratum, quod a ΛM describitur, ad quadratum, quod describitur ab AH, ita demonstratum est se habere quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BM. Ut igitur quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BM, ita se habet ZM ad AH. Ut autem quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BM, ita se habet circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsi AB est æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi BM. Ut igitur circulus, cujus ea, quæ ex centro ipsi AB est æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi BM, ita se habet ZM ad AH. Conus igitur basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipsi AB est æqualis, et altitudinem AH, æqualis est cono basim habenti circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi BM, et altitudinem ZM. Quorum enim conorum

ἡ ΖΑ πρὸς ΑΗ, καὶ ἔστω ἡ ΑΗ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ. καὶ τῶν ΖΑ, ΑΗ μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ ΑΘ. Μείζων ἄρα ἡ ΑΘ τῆς ΑΗ. Καὶ περὶ ἄξονα τὴν ΖΒ διὰ τοῦ Ζ γεγράφθω παραβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ΑΗ. Ἥξει ἄρα διὰ τοῦ Θ· ἐπειδὴ τὸ ὑπὸ ΖΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΘ. Γεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΖΘΚ· καὶ διὰ τοῦ Β ἀνήχθω παρὰ τὴν ΑΘ ἡ ΒΚ, καὶ τεμνέτω τὴν παραβολὴν κατὰ τὸ Κ. Καὶ διὰ τοῦ Η περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΖΒΚ γεγράφθω ὑπερβολή· τεμεῖ δὴ τὴν παραβολὴν μεταξὺ τῶν Θ, Κ. Τεμνέτω κατὰ τὸ Λ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΜ· [a] καὶ διὰ τῶν Η, Λ τῇ ΑΒ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΗΝ, ΛΞ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ ΗΛ, ἀσύμπτωτοι δὲ ΑΒΚ, καὶ παράλληλοι ταῖς ΑΗΝ, αἱ ΜΛΞ· ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΗΝ τῷ [b] ὑπὸ ΜΛΞ, διὰ τὸ ιβʹ θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν Στοιχείων. Ἀλλ' ἡ μὲν ΗΝ τῇ ΑΒ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ΛΞ τῇ ΜΒ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΛΜΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΗΑΒ. Καὶ διὰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΛΜ πρὸς ΗΑ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς ΒΜ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ. Καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν παραβολὴν τὸ ἀπὸ ΛΜ ἴσον ἐστὶ [c] τῷ ὑπὸ ΖΜ, ΑΗ, ἔστιν ἄρα [d] ὡς ἡ ΖΜ πρὸς ΜΛ, ἡ ΜΛ πρὸς ΑΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης. Ὡς ἄρα ἡ ΖΜ πρὸς ΑΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, οὕτως ἐδείχθη τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ, οὕτως ἡ ΖΜ πρὸς ΑΗ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [e] ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ, οὕτως ἡ ΖΜ πρὸς ΑΗ. Ὁ ἄρα κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, [f] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, ὕψος δὲ [g] τὴν ΑΗ, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ [h] ΒΜ, ὕψος δὲ τὴν ΖΜ. Ὧν γὰρ κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι. Ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ,

[a] καὶ τὸ ΑΒ [b] ὑπὸ ΜΛΞ· καὶ διὰ &c. [c] τῷ ὑπὸ ΛΜΑΗ [d] ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΜΛ. οὕτως ἡ ΜΛ [e] ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ· καὶ ὡς πρὸς τὸν κύκλον ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ· οὕτω &c. [f] οὕτως [g] τῇ ΑΗ [h] ΛΜ

ὕψος δὲ τὴν ΖΑ, πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν ΑΗ, ἐςὶν ὡς ἡ ΖΑ πρὸς ΑΗ, τουτέςιν ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ· ἐπεὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Καὶ ὁ κῶνος ἄρα ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΑΒ, ὕψος δὲ τὴν ΖΑ, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΒΜ, ὕψος δὲ τὴν ΖΜ, ἐςὶν ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ. Ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΑΒ, ὕψος δὲ τὴν ΖΑ, [i]ἴσος ἐςὶ τῇ σφαίρᾳ· ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΒΜ, ὕψος δὲ τὴν [k]ΖΜ, ἴσος ἐςὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μέν ἐςι [l]τὸ Β, ὕψος δὲ ἡ ΒΜ, ὡς ἑξῆς δειχθήσεται. Καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα πρὸς τὸ εἰρημένον τμῆμα λόγον ἔχει, ὃν ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ. Καὶ διελόντι τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Α, ὕψος δὲ ἡ ΑΜ πρὸς τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Β, ὕψος δὲ ἡ ΒΜ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ. Τὸ ἄρα διὰ τῆς ΑΜ ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΒ, τέμνει τὴν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ὅτι δὲ ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΒΜ, ὕψος δὲ τὴν ΖΜ, ἴσος ἐςὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Β, ὕψος δὲ ἡ ΒΜ, δειχθήσεται οὕτως. Γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ ΖΜ πρὸς ΜΑ, οὕτως ἡ ΟΜ πρὸς ΜΒ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ τὴν ΟΜ, ἴσος ἐςὶ τμήματι. Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΖΜ πρὸς ΜΑ, οὕτως ἡ ΟΜ πρὸς ΜΒ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΖΜ πρὸς ΜΟ, οὕτως ἡ ΑΜ πρὸς ΜΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΠΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΒ· [m]καὶ οὕτως ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΠΜ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΜΒ. Ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΠΜ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΜΒ, οὕτως ἡ ΜΖ πρὸς ΜΟ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΜΒ, ὕψος δὲ τὴν ΖΜ, ἴσος ἐςὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΠΜ, ὕψος δὲ τὴν ΜΟ. Ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὥς τε καὶ τῷ τμήματι ἴσος ἐςί.

ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ

Ἐν τῷ περὶ Πυρίων.

Γράφει δὲ καὶ ὁ Διοκλῆς [o]ἐν τῷ περὶ πυρίων, προλέγων τάδε. Ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδης ἀπέδειξεν, ὅτι πᾶν τμῆμα σφαίρας ἴσον ἐςὶ κώνῳ, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν τινὰ λόγον ἔχουσαν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς τοῦ τμήματος κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ἡ τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετος πρὸς τὴν τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετον. Οἷον ἐὰν ᾖ σφαῖρα ἡ ΑΒΓ, καὶ τμηθῇ ἐπιπέδῳ τινὶ τῷ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλῳ· καὶ διαμέτρου οὔσης τῆς ΑΒ, κέντρου δὲ τοῦ Ε, ποιήσωμεν ὡς συναμφότερον [p]τὴν ΕΑ, ΑΖ πρὸς ΖΑ, οὕτως τὴν ΗΖ πρὸς ΖΒ· ἔτι δὲ ὡς συναμφότερον τὴν ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως τὴν

bases, et altitudines reciprocantur, hi sunt æquales. At vero conus basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipsi AB est æqualis, et altitudinem ZA, se habet ad conum basim eamdem habentem, et altitudinem ZH, ut ZA ad AH; hoc est ΓE ad EΔ: quippe super eadem base constituti se invicem habent ut altitudines. Conus igitur basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro ipsi AB est æqualis, et altitudinem ZA, se habet ad conum basim habentem circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi BM, et altitudinem ZM, ut ΓE ad EΔ. At vero conus basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipsi AB est æqualis, et altitudinem ZA, æqualis, est sphæræ: conus autem basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi BM, et altitudinem ZM, æqualis sphæræ segmento, cujus vertex punctum B, et altitudo BM; ut deinceps demonstrabitur. Igitur sphæra ad id, quod diximus, segmentum eamdem rationem habet, quam ΓE ad EΔ. Et dividendo, segmentum, cujus vertex est punctum A, et altitudo AM, ad segmentum, cujus est vertex punctum B, et altitudo BM, eamdem habet rationem, quam ΓΔ ad ΔE. Igitur planum, quod per AB agitur, ad ipsam AB rectum, sphæram pro data ratione secat. Quod facere oportebat.

At vero conum basim habentem circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi BM, sphæræ segmento, cujus vertex est punctum M, et altitudo BM, æqualem esse, hoc pacto demonstrabitur. Fiat enim ut ZM ad MA, ita OM ad MB. Igitur conus, qui eamdem ac segmentum basim habet, et altitudinem OM, segmento ipsi est æqualis. Et quoniam ut ZM ad MA, ita se habet OM ad MB; etiam permutando, ut ZM ad MO, ita se habet AM ad MB. Ut autem AM ad MB, ita se habet quadratum, quod a ΠM describitur, ad quadratum, quod describitur a MB; itemque circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsi ΠM est æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi MB. Ut igitur circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsi ΠM est æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi MB, ita se habet MZ ad MO. Igitur conus basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi MB, et altitudinem ZM, æqualis est cono basim habenti circulum, cujus ea, quæ ex centro æqualis est ipsi ΠM, et altitudinem MO. Horum enim bases, et altitudines reciprocantur: quare idem conus segmento etiam ipsi est æqualis.

UT DIOCLES

In libro de Igniariis.

Diocles etiam in libro de igniariis rem aggreditur, hæc præfatus. Archimedes in libro de sphæra, et cylindro hoc demonstravit: quodlibet sphæræ segmentum cono æquale esse, qui basim quidem habeat eamdem ac segmentum, altitudinem vero quamdam rectam, quæ ad normalem a vertice segmenti ad basim ductam eamdem rationem habeat, quam utraque simul, tum ea, quæ ex centro sphæræ, tum alterius segmenti normalis, ad normalem alterius segmenti; utique si hæc segmenta vicissim sumantur. Nimirum si sphæra sit ABΓ, cujus diameter AB, et centrum punctum E; eaque secetur plano aliquo, id est circulo circa diametrum ΓΔ descripto; deinde fiat: ut utraque simul EA, AZ ad ZA, ita HZ ad

[i] ἴσῳ [k] BM [l] τὸ Δ [m] In MS. καὶ deest. [o] In MS. deest τῷ [p] τὴν EZ

ZB; et amplius ut utraque simul EB, BZ ad ZB, ita ΘZ ad ZA; demonstratum est, segmentum quidem sphæræ ΓBΔ æquale esse cono, cujus basis est circulus, qui circa diametrum ΓΔ describitur, et altitudo ZH; segmentum vero ΓAΔ cono æquale esse, cujus basis eadem est, et altitudo ΘZ: cum itaque Archimedes hoc sibi proposuisset, datam sphæram plano secare, ita ut sphæræ segmenta datam inter se invicem rationem habeant; constructis, quæ diximus, ait: data est igitur etiam ratio coni, cujus basis est circulus, qui circa diametrum ΓΔ describitur, et altitudo ZΘ, ad conum, cujus basis eadem est, et altitudo ZH. Hoc autem demonstratum est, conos, qui super eadem base constituti sunt, se invicem habere ut altitudines. Igitur etiam ratio ipsius ΘZ ad ZH est data. Et quoniam ut ΘZ ad ZA, ita se habet utraque simul EBZ ad ZB; ideo dividendo, ut ΘA ad AZ, ita se habet EB ad ZB. Eadem ratione et ut HB ad ZB, ita se habet eadem illa recta ad ZA. Itaque problema hujusmodi est: data positione recta AB, duobusque punctis A, B, dataque etiam EB; rectam AB in puncto Z secare, eidemque rectas apponere ΘA, BH; ita ut ratio ipsius ΘZ ad ZH data sit: et amplius se habeat, ut ΘA quidem ad AZ, ita data recta ad ZB; ut vero HB ad BZ, ita data eadem recta ad ZA. Hoc autem deinceps demonstratum est. Quod quidem cum longiore sermone Archimedes demonstrasset, Problema unum in aliud convertit; nec tamen illud in libro de sphæra, et cylindro demonstrat.

Data positione recta AB; duobusque punctis A, B; et ratione, quam habet Γ ad Δ; rectam AB in puncto E secare, eidemque rectas apponere ZA, HB; ita ut quemadmodum Γ ad Δ, ita se habeat ZE ad EH: amplius vero quemadmodum ZA ad AE, ita se habeat data aliqua recta ad BE; et quemadmodum HB ad BE, ita data eadem recta ad EA. Factum sit: et ducantur ipsi AB ad rectos angulos ΘAK, ABM; et ponatur utraque AK, BM datæ rectæ æqualis; junctæque KE, ME ad puncta A, Θ producantur. Jungatur porro KM: ducaturque per punctum A, AN ipsi AB parallela; et per punctum E, ZEOΠ parallela ipsi NK. Quoniam igitur ut ZA ad AE, ita se habet MB ad BE; hoc enim ponitur; et ut MB ad BE, ita, per triangulorum similitudinem, ΘA ad AE; ideo ut ZA ad AE, ita se habet ΘA ad AE. Æqualis est igitur ZA ipsi ΘA. Eadem ratione etiam BH ipsi BA est æqualis. Et quoniam ut utraque simul ΘAE ad utramque simul MBE, ita se habet utraque simul KAE ad utramque simul ABE; utraque enim ratio eadem est quæ ipsius AB ad EB; ideo spatium, quod sub utraque cum ABE, tum ΘAE continetur, æquale est spatio, quod continetur sub utraque cum KAE, tum MBE. Ponatur ipsi KA æqualis utraque AP, BΣ. Quoniam igitur æqualis est utraque ΘAE ipsi ZE, et utraque ABE ipsi EH, et utraque KAE ipsi PE, ut utraque MBE ipsi ΣB: demonstratumque est, spatium, quod sub utraque cum ΘAE, tum ABE continetur, æquale esse spatio, quod

ΘΖ [p] πρὸς ΖΑ, ἀποδέδεικται ὅτι τὸ μὲν ΓΒΔ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΖΗ· τὸ δὲ ΓΑΔ τμῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἡ αὐτή, ὕψος δὲ ἡ ΖΘ. Προτεθέντος οὖν αὐτῷ τοῦ τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα, κατασκευάσας τὰ εἰρημένα, φησί· λόγος ἄρα δοθεὶς καὶ τοῦ κώνου, [q] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΖΘ, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἡ αὐτή, ὕψος δὲ ἡ ΖΗ. [r] Καὶ γὰρ τοῦτο ἀποδέδεικται, οἱ κῶνοι οἱ ἐπὶ τῆς [s] ἴσης βάσεως ὄντες, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη. Λόγος ἄρα τῆς καὶ ΘΖ πρὸς ΖΗ δοθείς. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΘΖ πρὸς ΖΑ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς τὴν ΖΒ· διελόντι ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς ΖΒ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ὡς ἡ ΗΒ πρὸς ΖΒ, οὕτως ἡ αὐτὴ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΖΑ. Γέγονεν οὖν πρόβλημα τοιοῦτον. Θέσει οὔσης εὐθείας τῆς ΑΒ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν Α, Β, καὶ δοθείσης τῆς ΕΒ, τεμεῖν τὴν ΑΒ κατὰ τὸ Ζ, καὶ προσθεῖναι τὰς ΘΑ, ΒΗ· ὥστε λόγον εἶναι τῆς ΘΖ πρὸς ΖΗ δοθέντα· ἔτι τε εἶναι ὡς μὲν τὴν ΘΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν ΖΒ· ὡς δὲ τὴν ΗΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὴν αὐτὴν [t] δοθεῖσαν πρὸς ΖΑ. Τοῦτο δὲ ἑξῆς δέδεικται· Ὁ γὰρ Ἀρχιμήδης μακρότερον αὐτὸ δείξας, καὶ οὕτως εἰς πρόβλημα ἕτερον [u] ἀπάγει, ὃ οὐκ ἀποδείκνυσιν ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

Θέσει δεδομένης εὐθείας τῆς ΑΒ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν Α, Β, καὶ λόγου τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, τεμεῖν τὴν ΑΒ κατὰ τὸ Ε, καὶ προσθεῖναι τὰς ΖΑ, ΗΒ· ὥστε εἶναι ὡς τὴν Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὴν ΖΕ πρὸς τὴν ΕΗ· ἔτι τε εἶναι ὡς τὴν ΖΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως δοθεῖσάν τινα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ΒΕ· ὡς δὲ τὴν ΗΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν ΕΑ. Γεγονέτω· καὶ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν [w] αἱ ΘΑΚ, ΑΒΜ· καὶ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴση κείσθω ἑκατέρα τῶν ΑΚ, ΒΜ· [x] καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΚΕ, ΜΕ [y] ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Α, Θ. Ἐπεζεύχθω δὲ καὶ ἡ ΚΜ· καὶ [z] διὰ τοῦ Α παράλληλος ἤχθω τῇ ΑΒ ἡ ΑΝ· διὰ δὲ τοῦ Ε τῇ ΝΚ ἡ ΞΕΟΠ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ· ὑπόκειται γάρ· ὡς δὲ ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· ὡς ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ. Ἴση ἄρα ἡ ΖΑ τῇ ΘΑ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΗ τῇ ΒΑ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΜΒΕ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΑΒΕ· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΒ· [a] τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΘΑΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΚΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΜΒΕ. Κείσθω τῇ ΚΑ ἴση ἑκατέρα τῶν ΑΡ, ΒΣ. Ἐπεὶ οὖν συναμφότερος μὲν ἡ ΘΑΕ ἴση ἐστὶ τῇ ΖΕ, συναμφότερος δὲ ἡ ΑΒΕ ἴση τῇ ΕΗ· συναμφότερος δὲ ἡ ΚΑΕ ἴση τῇ ΡΕ, συναμφότερος δὲ ἡ ΜΒΕ ἴση τῇ ΣΕ· καὶ ἐδείχθη τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΘΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς

[p] πρὸς ΖΔ [q] βάσις ἐστὶ [r] καὶ γὰρ καὶ τοῦτο [s] In MS. ἴσων deest [t] δοθεῖσαν εὐθείας πρὸς ΖΑ [u] ἐπάγει
[w] αἱ ΘΑΖ, [x] In MS. καὶ deest. [y] ἐκβεβλήσθωσαν [z] καὶ διὰ τοῦ Α [a] τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου ΘΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ ἴσον ἐστὶ

ΑΒΕ, ἴσον τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΚΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΜΒΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον [b] ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Διὰ δὴ τοῦτο ὅταν τὸ Ρ μεταξὺ τῶν Α, Ζ πίπτῃ, τότε τὸ Σ ἐξωτέρω τοῦ Η πεσεῖται, καὶ τὸ ἀνάπαλιν. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ· ὡς δὲ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ· ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ [c] ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Κείσθω τῇ ΒΕ [d] ἴση ἡ ΕΟ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΟ ἐκβεβλήσθω ἐφ᾽ ἑκάτερα· καὶ ἀπὸ τῶν Σ, Ρ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ ΣΤ, ΡΥ, συμβαλλέτωσαν αὐτῇ κατὰ Τ, Υ. Ἐπεὶ οὖν διὰ δεδομένου τοῦ Β, πρὸς θέσει δεδομένην τὴν ΑΒ, ἦκται ἡ ΤΥ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΒΟ ἡμίσειαν ὀρθῆς, δέδοται ἡ ΤΥ τῇ θέσει. Καὶ ἀπὸ δεδομένων τῶν Σ, Ρ θέσει ἠγμέναι [e] αἱ ΣΤ, ΡΥ τέμνουσιν αὐτὴν κατὰ τὰ Τ, Υ· δοθέντα ἄρα ἐστὶ τὰ Τ, Υ. Δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΤΥ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει. Καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν τῶν ΕΟΒ, [f] ΣΤΒ τριγώνων ὁμοιότητά ἐστιν ὡς ἡ ΤΒ πρὸς ΒΟ, οὕτως ἡ [g] ΣΒ πρὸς ΒΕ· καὶ συνθέντι ἐστὶν, ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΒ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΒ. Ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΒΟ πρὸς ΟΥ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς ΕΡ. Καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΥ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ. Ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΤΟ [h] πρὸς ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ· ὡς δὲ ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΕΡ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΟΥ τοῦ ἀπὸ ΕΡ διπλάσιον· ἐπειδὴ καὶ τὸ ἀπὸ ΟΒ τοῦ ἀπὸ ΒΕ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα τοῦ ὑπὸ ΣΕΡ ἐστὶ διπλάσιον. Τὸ δὲ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ ἐδείχθη λόγον ἔχειν ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ λόγον ἔχει, ὃν ὁ διπλασίων τοῦ Γ πρὸς [i] τὸν Δ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΞΟ· ἑκατέρα γὰρ τῶν ΕΗ, ΞΟ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΒΕ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ λόγον ἔχει, ὃν ὁ διπλασίων τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ δέδοται ὁ τοῦ διπλασίου τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγος. Δέδοται ἄρα καὶ ὁ τοῦ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ λόγος. Ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς τὸν Δ πρὸς τὸν διπλασίονα τοῦ Γ, οὕτως τὴν ΤΥ πρὸς ἄλλην τινὰ, ὡς τὴν Φ· καὶ περὶ τὴν ΤΥ γράψωμεν ἔλλειψιν, ὥστε τὰς καταγομένας ἐν τῇ ὑπὸ ΞΟΒ [k] γωνίᾳ, τεταγμένως ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς, δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν Φ ἐλλείποντα

continetur sub utraque cum ΚΑΕ, tum ΜΒΕ; ideo spatium, quod sub ΖΕΗ continetur, spatio, quod continetur sub ΡΕΣ, est æquale. Propterea quando punctum Ρ inter puncta Α, Ζ cadit, tunc punctum Σ citra Η cadet; et vicissim. Quoniam igitur ut Γ ad Δ, ita se habet ΖΕ ad ΕΗ; et ut ΖΕ ad ΕΗ, ita spatium, quod sub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ describitur; ideo ut Γ ad Δ, ita se habet spatium, quod sub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ describitur. Spatium autem, quod sub ΖΕΗ continetur, spatio æquale esse demonstratum est, quod continetur sub ΡΕΣ. Ut igitur Γ ad Δ, ita se habet spatium, quod sub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ describitur. Ponatur ipsi ΒΕ æqualis ΕΟ; junctaque ΒΟ ab utraque parte producatur, ut ΣΤ, ΡΥ ad rectos angulos ductæ in punctis Τ, Υ cum eadem concurrant. Quoniam igitur per datum punctum Β ad datam positione ΑΒ ducta est ΤΥ, quæ datum angulum ΕΒΟ, dimidium recti anguli, efficit; ideo ΤΥ positione data est. Quæ autem a datis positione punctis Σ, Ρ ducuntur; hoc est ΣΤ, ΡΥ; hæ in punctis Τ, Υ eamdem secant: ideoque puncta Τ, Υ data sunt. Data est igitur positione et magnitudine ΤΥ. Et quoniam, propter triangulorum ΕΟΒ, ΣΤΒ similitudinem, ut ΤΒ ad ΒΟ, ita se habet ΣΒ ad ΒΕ; ideo etiam componendo, ut ΤΟ ad ΟΒ, ita se habet ΣΕ ad ΕΒ. Ut autem ΒΟ ad ΟΥ, ita se habet ΒΕ ad ΕΡ. Ut igitur ΤΟ ad ΟΥ, ita, æqua proportione, se habet ΣΕ ad ΕΡ. Ut autem ΤΟ ad ΟΥ, ita se habet spatium, quod sub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod ab ΟΥ describitur; et ut ΣΕ ad ΕΡ, ita spatium, quod continetur sub ΣΕΡ, ad quadratum, quod describitur ab ΕΡ. Ut igitur spatium, quod sub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod ab ΟΥ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub ΣΕΡ, ad quadratum, quod describitur ab ΕΡ. Et permutando, ut spatium, quod sub ΤΟΥ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΣΕΡ, ita se habet quadratum, quod ab ΟΥ describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΕΡ. Sed quadratum quod ab ΟΥ describitur duplum est quadrati quod ab ΕΡ describitur; quoniam etiam quadratum, quod ab ΟΒ describitur, quadrati, quod describitur a ΒΕ, est duplum. Duplum est igitur etiam spatium, quod sub ΤΟΥ continetur, spatii, quod continetur sub ΣΕΡ. Demonstratum autem est, spatium, quod sub ΣΕΡ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ describitur, eamdem rationem habere, quam Γ ad Δ. Spatium igitur, quod sub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ describitur, eamdem habet rationem, quam dupla ipsius Γ ad Δ. Quadratum autem, quod ab ΕΗ describitur, æquale est quadrato, quod describitur a ΞΟ: utralibet enim ΕΗ, ΞΟ æqualis est utrique simul ΑΒΕ. Spatium igitur, quod sub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ describitur, eamdem habet rationem, quam dupla ipsius Γ ad Δ: data est autem ratio duplæ ipsius Γ ad Δ. Data est igitur etiam ratio spatii, quod sub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ describitur. Itaque si fiat: ut Δ ad duplam ipsius Γ, ita ΤΥ ad aliam quamdam, puta Φ: et circa ΤΥ ellipsis describatur, ita ut quæ ad axem ducuntur ad angulum ΞΟΒ;

[b] In MS. ἐστὶ deest [c] ΖΕΝ [d] ΕΘ [e] αἱ ΣΡ, ΤΥ [f] ΕΤΥ [g] ΕΒ [h] πρὸς ΟΥΣ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ· οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ [i] τὸν Δ· καὶ τὸ ὑπὸ τοῦ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ ἔχει ὃν ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὸν Δ· τὸ δὲ ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ [k] γωνία pro γίνεται ex MS.

hoc est dimidium recti anguli; possint spatia, quæ cum spatio deficiant ei, quod sub ΤΥΦ continetur, simili, ad Φ applicantur; hæc ellipsis, per reciprocationem primi et vigesimi theorematis primi libri Conicorum Apollonii Elementorum, per punctum Ξ transibit. Describatur, eaque sit ΥΞΥ. Punctum igitur Ξ datam positione ellipsin contingit. Et quoniam AK diagonalis est parallelogrammi NM; æquale est spatium, quod sub NΞΠ continetur, spatio, quod continetur sub ABM. Itaque si circa asymptotos ΘKM per punctum B hyperbole describatur, transibit per punctum Ξ, eademque data positione erit; cum et punctum B positione datum sit, et utralibet AB, BM; ideoque etiam asymptoti ΘKM. Describatur, eaque sit ΞB. Punctum igitur Ξ datam positione hyperbolen contingit. Contingebat autem et datam positione ellipsin. Datum est igitur punctum Ξ, et quæ ab ipso normalis ducitur ΞE. Igitur punctum E est datum. Et quoniam ut MB ad BE, ita se habet ZA ad AE; dataque est AE; ideo etiam AZ est data. Eadem ratione data est et ipsa HB.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit, ut in allata figura, data quidem recta, quam secare oportet, AB; data vero alia, AK; denique data ratio, quæ ipsius Γ ad Δ. Ducatur ipsi AB ad rectos angulos BM, quæ rectæ AK æqualis sit; jungaturque KM; et ipsi KA æqualis ponatur utraque AP, et BΣ; et a punctis P, Σ ducantur ad rectos angulos PΥ, ΣΥ. Constituatur autem ad punctum B angulus ABO dimidio recti anguli æqualis; productaque BO ab utraque parte secet ΣΥ, PΥ in punctis T, Υ. Fiat porro, ut Δ ad duplam ipsius Γ, ita TΥ ad Φ: et circa TΥ ellipsis describatur, ita ut quæ ad axem ducuntur ad angulum dimidio recti anguli æqualem, possint spatia, quæ cum spatio deficiant ei, quod sub TΥΦ continetur, simili, ad Φ applicantur. Deinde describatur circa asymptotos AK, KM per punctum B hyperbole BΞ ellipsin in puncto Ξ secans: ducaturque a puncto Ξ ad AB normalis ΞE, eademque ad Π producta. Ducatur per idem punctum Ξ ipsi AB parallela AΞN. Denique producantur KA, MB ad puncta A, Θ: jungaturque KE; eademque producta cum KN in puncto Θ concurrat. Quoniam igitur BΞ hyperbole est, ejusque asymptoti, ΘK, KM; æquale est spatium, quod sub NΞΠ continetur, spatio, quod continetur sub ABM, per duodecimum theorema libri secundi Conicorum Apollonii Elementorum; ideoque KEA est recta. Itaque ponantur æquales, ipsi quidem ΘA, AZ; ipsi vero AB, BH. Et quoniam ut dupla ipsius Γ ad Δ, ita se habet Φ ad TΥ; et ut Φ ad TΥ, ita, per theorema primum et vigesimum libri primi Conicorum Apolloni Elementorum, spatium, quod sub TOΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞO describitur; ideo ut dupla ipsius Γ ad Δ, ita se habet spatium, quod sub TOΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞO describitur. Quoniam vero ut TB ad BO, ita se habet ΣB ad BE; etiam componendo, ut TO ad OB, ita se habet ΣE ad EB. Ut autem BO ad OΥ, ita se habet BE ad EP. Ut igitur TO ad OΥ, ita etiam, æqua proportione, se habet ΣE ad EP. Propterea ut spatium, quod sub TOΥ continetur, ad quadratum, quod ab OΥ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub ΣEP, ad quadratum, quod describitur ab EP. Et permutando, ut spatium, quod sub TOΥ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΣEP, ita se habet quadratum, quod ab OΥ describitur, ad quadratum, quod describitur ab EP. Duplum est autem quadratum, quod ab OΥ describitur, quadrati, quod describitur ab EP; cum quadratum etiam, quod a BO describitur, quadrati, quod describitur a BE, duplum sit. Æqualis est enim BE ipsi EO; quippe uterque angulus, qui ad puncta B, O est, dimidius est anguli recti. Duplum est

ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ ΤΥΦ, ἥξει διὰ τοῦ Ξ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ πρώτου καὶ εἰκοστοῦ θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν στοιχείων. Γεγράφθω, καὶ ἔστω [l] ὡς ἡ ΥΞΥ. Τὸ ἄρα Ξ σημεῖον ἅπτεται θέσει δεδομένης ἐλλείψεως. Καὶ ἐπεὶ διαγώνιός ἐστιν ἡ ΑΚ τοῦ ΝΜ παραλληλογράμμου, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΝΞΠ τῷ ὑπὸ ΑΒΜ. Ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΘΚΜ γράψωμεν ὑπερβολήν, ἥξει διὰ τοῦ Ξ, καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ καὶ τὸ Β σημεῖον τῇ θέσει δεδόσθαι, καὶ ἑκατέραν τῶν ΑΒ, ΒΜ, καὶ διὰ τοῦτο τὰς ΘΚΜ ἀσυμπτώτους. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΞΒ. Τὸ ἄρα Ξ σημεῖον ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς. Ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης ἐλλείψεως. Δέδοται ἄρα τὸ Ξ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ ΞΕ. Δέδοται ἄρα τὸ Ε. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΜΒ [m] πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ, καὶ δέδοται ἡ ΑΕ· δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΑΖ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ δέδοται καὶ ἡ ΗΒ.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ὡς γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἔστω [n] ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, ἣν δεῖ [o] τεμεῖν, ἡ ΑΒ· ἡ δὲ δοθεῖσα ἑτέρα ἡ ΑΚ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. Ἤχθω τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΜ ἴση οὖσα τῇ ΑΚ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΜ, καὶ τῇ μὲν ΚΑ ἴση κείσθω ἡ ΑΡ, καὶ ἡ ΒΣ· ἀπὸ τῶν Ρ, Σ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΡΥ, ΣΥ. Καὶ πρὸς τῷ Β σημείῳ συνεστάτω ἡμισείᾳ ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΑΒΟ, καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ ΒΟ ἐφ' ἑκάτερα τεμνέτω τὰς ΣΥ, ΡΥ κατὰ τὰ Τ, Υ. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς Γ, οὕτως ἡ ΤΥ πρὸς τὴν Φ· καὶ περὶ τὴν ΤΥ γεγράφθω ἔλλειψις, ὥστε τὰς καταγομένας ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς δύνασθαι τὰ παρακείμενα [p] παρὰ τὴν Φ, ἐλλείποντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ ΤΥΦ. Διὰ δὲ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς [q] ΑΚ, ΚΜ, γεγράφθω ὑπερβολὴ ἡ ΒΞ, τέμνουσα τὴν ἔλλειψιν κατὰ τὸ Ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΞΕ, καὶ [r] ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Π. Διὰ δὲ τοῦ Ξ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΞΝ. Καὶ ἐκβεβλήσθωσαν [s] αἱ ΚΑ, ΜΒ ἐπὶ τὰ Λ, Θ· καὶ ἡ ΜΕ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΚΝ κατὰ τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ ΒΞ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ ΘΚ, ΚΜ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΝΞΠ τῷ ὑπὸ ΑΒΜ, διὰ τὸ ιβ΄ θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων· καὶ διὰ τοῦτο εὐθεῖά ἐστιν ἡ ΚΕΑ. Κείσθω οὖν τῇ μὲν ΘΑ ἴση ἡ ΑΖ, τῇ δὲ ΑΒ ἴση ἡ ΒΗ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως ἡ Φ πρὸς τὴν ΤΥ· ὡς δὲ ἡ Φ πρὸς τὴν ΤΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ, διὰ τὸ κα΄ θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων· ὡς ἄρα ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΤΒ πρὸς ΒΟ, οὕτως ἡ ΣΒ πρὸς ΒΕ· καὶ συνθέντι ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΒ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΟ πρὸς ΟΥ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς ΕΡ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΥ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΕΡ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΟΥ τοῦ [t] ἀπὸ ΕΡ διπλάσιον, διὰ τὸ καὶ τὸ ἀπὸ ΒΟ τοῦ ἀπὸ ΒΕ. Ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΒΕ τῇ ΕΟ, ἡμισείας [u] ὀρθῆς οὔσης ἑκατέρας τῶν πρὸς τοῖς Β, Ο. Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα διπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ

[l] ὡς ἡ ΓΞΤ [m] πρὸς ΑΕ [n] In MS. ἡ deest. [o] τεμεῖν ΔΒ [p] παρὰ pro περὶ ex MS. [q] ΑΒ, [r] ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ξ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΞΝ [s] αἱ ΚΜ, ΜΒ [t] ἀπὸ ΟΡ [u] ὀρθῆς ἴσαι

ΣΕΡ. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς ἡ διπλασία τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ [w] ΞΟ, καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση· ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ,[x] καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ· ἴση γὰρ ἡ ΞΟ τῇ ΕΗ, διὰ τὸ ἑκατέραν αὐτῶν ἴσην εἶναι συναμφοτέρῳ τῇ ΑΒΕ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΜΒΕ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΑΒΕ· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΘΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΚΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΜΒΕ. Ἀλλὰ συναμφοτέρῳ μὲν τῇ ΘΑΕ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΕ· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ ΑΒΕ, ἴση ἡ ΕΗ· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ ΚΑΕ, ἴση ἡ ΡΕ· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ ΜΒΕ, ἴση ἡ ΕΣ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἀλλ' ὡς [y] ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως [z] τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, ἴση δὲ ἡ ΘΑ τῇ ΖΑ· ὡς ἄρα ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ. Διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΕ. Εὐθείας ἄρα δοθείσης τῆς ΑΒ, καὶ ἑτέρας τῆς ΑΚ, καὶ λόγου τοῦ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· εἴληπται ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε, καὶ προστίθενται εὐθεῖαι ΖΑ, ΗΒ, καὶ γέγονεν ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Ἔτι τε ἔστιν ὡς ἡ δοθεῖσα ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ· ὡς δὲ αὐτὴ ἡ δοθεῖσα ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΕ. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Τούτων δεδειγμένων, δυνατόν ἐστι τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν οὕτως. Ἔστω γὰρ ἡ δοθεῖσα σφαίρας διάμετρος ἡ ΑΒ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν δεῖ ἔχειν τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα, ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ· κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἔστω τὸ Ε. Καὶ εἰλήφθω [a] ἐπὶ τῆς ΑΒ σημεῖον τὸ Ζ, καὶ προσκείσθωσαν αἱ ΗΑ, ΘΒ· ὥστε εἶναι ὡς τὸν Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὴν ΗΖ πρὸς τὴν ΖΘ· ἔτι τε εἶναι, ὡς μὲν τὴν ΗΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως δοθεῖσαν τὴν ΕΒ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ τὴν ΘΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν τὴν ΕΑ πρὸς ΑΖ. Τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ποιεῖν προδέδεικται. Καὶ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΚΖΛ· καὶ διὰ τῆς ΚΛ ἐπίπεδον ἐκβληθὲν ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΒ τεμνέτω τὴν σφαῖραν. Λέγω ὅτι τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΗΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς ΒΖ· καὶ συνθέντι, ὡς ἄρα ἡ ΗΖ πρὸς ΖΑ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ, ὕψος δὲ τὴν ΖΗ, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν,

igitur etiam spatium, quod sub ΤΟΥ continetur, spatii, quod continetur sub ΣΕΡ. Quoniam igitur demonstratum est, ut dupla ipsius Γ ad Δ, ita se habere spatium, quod sub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ describitur; ideo, sumptis præcedentium dimidiis, ut Γ ad Δ, ita se habet spatium, quod sub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ, id est ab ΕΗ, describitur: æqualis est enim ΞΟ ipsi ΕΗ; quippe harum utraque utrique simul ΑΒΕ est æqualis. Quoniam igitur ut utraque ΘΑΕ ad utramque ΜΒΕ, ita se habet utraque ΚΑΕ ad utramque ΑΒΕ; utraque enim ratio eadem est quæ ipsius ΑΕ ad ΕΒ; ideo spatium, quod sub utraque simul cum ΘΑΕ, tum ΑΒΕ continetur, æquale est spatio, quod continetur sub utraque simul cum ΚΑΕ, tum ΜΒΕ. Æqualis est autem utrique ΘΑΕ, ΖΕ; et utrique ΑΒΕ, ΕΗ; et utrique ΚΑΕ, ΡΕ; et utrique ΜΒΕ, ΕΣ. Spatium igitur, quod sub ΖΕΗ continetur, æquale est spatio, quod continetur sub ΡΕΣ. Ut autem Γ ad Δ, ita se habet spatium, quod sub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ describitur. Ut igitur Γ ad Δ, ita etiam se habet spatium, quod sub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ describitur. Ut autem spatium, quod sub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ describitur, ita se habet ΖΕ ad ΕΗ. Ut igitur Γ ad Δ, ita se habet ΖΕ ad ΕΗ. Et quoniam ut ΜΒ ad ΒΕ, ita se habet ΘΑ ad ΑΕ, æqualisque est ΘΑ ipsi ΖΑ; ideo ut ΜΒ ad ΒΕ, ita se habet ΖΑ ad ΑΕ. Eadem ratione ut ΚΑ ad ΑΕ, ita etiam se habet ΗΒ ad ΒΕ. Itaque data recta ΑΒ; et alia item ΑΚ; et ratione ipsius Γ ad Δ; sumptum est in ΑΒ punctum quoddam Ε, eidemque ΑΒ rectæ ΖΑ, ΗΒ ita appositæ, ut ΖΕ et ΕΗ datam inter se invicem rationem habeant. Amplius vero quemadmodum data recta ΜΒ ad ΒΕ, ita se habeat ΖΑ ad ΑΕ; et quemadmodum data eadem recta ΚΑ ad ΑΕ, ita ΗΕ ad ΒΕ. Quod oportebat facere.

Hisce demonstratis, fieri potest ut data sphæra pro data ratione secetur, hoc pacto. Sit datæ quidem sphæræ diameter ΑΒ; data autem ratio quam sphæræ segmenta inter se invicem habere debent, eadem, quæ ipsius Γ ad Δ; denique sphæræ centrum punctum Ε. Sumatur autem in ΑΒ punctum Ζ, apponanturque eidem ΑΒ rectæ ΗΑ, ΘΒ; ita ut quemadmodum Γ ad Δ, ita se habeat ΗΖ ad ΖΘ: amplius vero quemadmodum ΗΑ ad ΑΖ, ita se habeat data recta ΕΒ ad ΒΖ; et quemadmodum ΘΒ ad ΒΖ, ita data eadem recta ΕΑ ad ΑΖ. Hoc enim fieri posse supra demonstratum est. Ducatur porro per punctum Ζ ipsi ΑΒ ad rectos angulos ΚΖΛ; planumque, quod rectum ad ΑΒ per ΚΛ agitur, sphæram secet. Dico sphæræ segmenta eamdem inter se invicem rationem habere, quam Γ ad Δ. Quoniam enim ut ΗΑ ad ΑΖ, ita se habet ΕΒ ad ΒΖ; etiam componendo, ut ΗΖ ad ΖΑ, ita se habet utraque simul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ. Igitur conus basim habens circulum, qui circa diametrum ΚΛ describitur, et altitudinem ΖΗ, æqualis est sphæræ segmento eamdem basim habenti, et

[w] ΞΘ   [x] ἀπὸ ΞΟ τῇ ΕΗ. Διὰ τὸ   [y] ὁ Γ πρὸς τὸν Δ   [z] τὸ ἀπὸ   [a] ἐπὶ τὴν

altitudinem Z A. Rursus quoniam ut Θ B ad B Z, ita se habet E A ad A Z; etiam componendo, ut Θ Z ad B Z, ita se habet utraque simul E A, A Z ad A Z. Igitur conus basim habens circulum, qui circa diametrum K A describitur, et altitudinem Z Θ, æqualis est sphæræ segmento eamdem basim habenti, et altitudinem B Z. Quoniam igitur coni, quos diximus, super eadem base constituti se habent invicem ut altitudines; nimirum ut Θ Z ad Z H, id est Γ ad Δ; ideo sphæræ segmenta datam inter se invicem rationem habent. Quod oportebat facere.

Quo autem pacto oporteat per datum punctum circa datas asymptotos hyperbolen describere, demonstrabimus; quandoquidem hoc in Conicis Elementis non traditur. Duæ sint rectæ Γ A, A B, quæ angulum quemvis, qui ad punctum A est, comprehendant; et detur punctum aliquod Δ: proponatur autem per punctum Δ circa asymptotos Γ A, A B describenda hyperbole. Jungatur A Δ, eaque producatur ad punctum E: et ponatur A E ipsi Δ A æqualis. Ducatur autem per punctum Δ ipsi A B parallela Δ Z; ponaturque ipsi A Z æqualis Z Γ; et juncta Γ Δ producatur ad punctum B; et quadrato, quod a Γ B describitur, æquale fiat spatium, quod sub Δ E H continetur. Tum denique describatur per punctum Δ circa A Δ productam hyperbole; ita ut quæ ad ipsam A Δ ducuntur, possint spatia, quæ cum specie excedant ei, quæ sub Δ E H continetur, simili ad E H applicantur. Dico rectas Γ A, A B descriptæ hyperboles asymptotos esse. Quoniam enim parallela est Δ Z ipsi B A, et Γ Z æqualis ipsi Z A; etiam Γ Δ ipsi Δ B est æqualis. Quod igitur quadratum a Γ B describitur id quadruplum est quadrati, quod describitur a Γ Δ. Æquale autem est quadratum, quod a Γ B describitur, speciei, quæ sub Δ E H continetur. Utrumque igitur quadratorum, quæ a Γ Δ, Δ B describuntur, quarta pars est speciei, quæ continetur sub Δ E H. Igitur rectæ Γ A, A B, per primum theorema secundi libri Conicorum Apollonii Elementorum, hyperboles asymptoti sunt.

IN QUINTI THEOREMATIS COMPOSITIONEM.

Porro autem in compositione cum sphæræ diametrum Δ B produxisset, posuissetque Z B dimidiæ ipsius diametri æqualem, eaque secta pro data ratione in puncto Θ, sumpsisset in Δ B punctum ejusmodi X, ut quemadmodum X Z ad Θ Z, ita se haberet quadratum, quod a Δ B describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ X; iisdem, quæ prius, constructis, ait: ut utraque simul K Δ X ad Δ X, ita fiat P X ad X B; ponitque punctum P inter puncta Θ, Z. Hoc autem ita se habere demonstrandum est. Quoniam enim ut utraque simul K Δ X ad Δ X, ita se habet P X ad X B; dividendo, ut K Δ ad Δ X, ita se habet P B ad X B: et permutando, ut K B ad P B, ita Δ Γ ad B X. Major est autem Δ X quam X B. Major est igitur etiam K B, hoc est Z B, quam B P. Quare punctum P citra punctum Z cadet. At vero idem quoque cadere ultra punctum Θ, demonstrabitur apposite ad ea, quæ in analysi sunt, tota theorematis compositione absoluta. Illud enim colligitur, ut P X ad X A, ita se habere Θ B ad Z Θ: idque etiam componendo. Atque hinc conveniens cum iis, quæ supra dicta sunt, demonstratio petenda est.

ὕψος δὲ τὴν Z A. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Θ B [b] πρὸς B Z, οὕτως ἡ E A πρὸς A Z· καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ Θ Z πρὸς B Z, οὕτως συναμφότερος ἡ E A, A Z πρὸς A Z. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν K A κύκλον, ὕψος δὲ τὴν Z Θ, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν ὕψος δὲ τὴν B Z· Ἐπεὶ οὖν οἱ εἰρημένοι κῶνοι ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη, τουτέστιν ὡς ἡ Θ Z πρὸς Z H, τουτέστιν ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ τὰ τμήματα ἄρα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν δοθέντα. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ὡς δὲ δεῖ διὰ τοῦ δοθέντος σημείου περὶ τὰς δοθείσας ἀσυμπτώτους γράψαι ὑπερβολήν, δείξομεν οὕτως· ἐπειδὴ οὐκ αὐτόθεν κεῖται ἐν τοῖς Κωνικοῖς Στοιχείοις. Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ Γ A, A B τυχοῦσαν γωνίαν περιέχουσαι τὴν πρὸς τὸ A, καὶ δεδόσθω σημεῖόν τι τὸ Δ· καὶ προκείσθω διὰ τοῦ Δ περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Γ A, A B γράψαι ὑπερβολήν. Ἐπεζεύχθω ἡ A Δ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ E, καὶ κείσθω τῇ Δ A [c] ἴση ἡ A E· καὶ διὰ τοῦ Δ τῇ A B παράλληλος ἤχθω ἡ Δ Z, καὶ κείσθω τῇ A Z ἴση ἡ Z Γ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Γ Δ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ B, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Γ B ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ Δ E H. Καὶ ἐκβληθείσης τῆς A Δ, γεγράφθω περὶ αὐτὴν διὰ τοῦ Δ ὑπερβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι τὰ [d] παρὰ τὴν E H ὑπερβάλλοντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ Δ E H. Λέγω ὅτι τῆς γεγραμμένης ὑπερβολῆς ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ Γ A, A B. Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ Δ Z τῇ B A, καὶ ἴση ἡ Γ Z τῇ Z A· ἴση ἄρα καὶ ἡ Γ Δ τῇ Δ B. Ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς Γ B τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς Γ Δ. Καί ἐστι τὸ ἀπὸ Γ B ἴσον τῷ ὑπὸ Δ E H. Ἑκάτερον ἄρα τῶν ἀπὸ Γ Δ, Δ B, τέταρτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὑπὸ Δ E H εἴδους. Αἱ ἄρα Γ A, A B ἀσύμπτωτοί εἰσι τῆς ὑπερβολῆς, διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ε'.

Ἐν δὲ τῇ συνθέσει προσεκβάλλων τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας τὴν Δ B, καὶ ἀποθέμενος τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς ἴσην τῇ Z B, καὶ τεμὼν αὐτὴν εἰς τὸν δοθέντα λόγον κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπὶ τῆς Δ B λαβὼν τὸ X οὕτως, ὥστε εἶναι ὡς τὴν X Z πρὸς Θ Z, οὕτως τὸ ἀπὸ B Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X, τὰ αὐτὰ κατασκευάζων τοῖς πρότερόν φησιν, ὅτι γεγονέτω ὡς συναμφότερος ἡ K Δ X πρὸς Δ X, οὕτως ἡ P X πρὸς X B· καὶ τίθησι τὸ P μεταξὺ τῶν Θ, Z. Ὅτι δὲ τοῦτο οὕτως ἔχει δεικτέον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ K Δ X πρὸς Δ X, [e] οὕτως ἡ P X πρὸς X B· διελόντι ὡς ἡ [f] K Δ πρὸς Δ X, ἡ P B πρὸς X B. Ἐναλλὰξ [g] ὡς ἡ K B πρὸς P B, ἡ Δ X πρὸς B X. Μείζων δὲ ἡ Δ X τῆς X B· μείζων ἄρα καὶ ἡ K B τῆς B P, τουτέστιν ἡ Z B τῆς B P· ὥστε τὸ P ἐντὸς τοῦ Z πεσεῖται. Ὅτι δὲ καὶ ἐκτὸς τοῦ [h] Θ· δειχθήσεται ὁμοίως τοῖς ἐν τῇ ἀναλύσει περαιωθείσης πάσης τῆς συνθέσεως τοῦ θεωρήματος. Συνάγεται γὰρ ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ P X πρὸς X A, ἡ Θ B πρὸς Z Θ, ὥστε καὶ συνθέντι. Καὶ διὰ τοῦτο γὰρ ἀκολούθως τοῖς ἄνω εἰρημένοις καὶ ἐνταῦθα ἡ δεῖξις.

[b] πρὸς Θ Z [c] ἴση ἡ A Δ [d] παρὰ pro περὶ est MS. [e] In MS. οὕτως deest [f] K A [g] ὡς ἡ K A B [h] B

Καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ. Τεταραγμένην ἀναλογίαν ἐν τοῖς Στοιχείοις ἐμάθομεν τριῶν [i] ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, ὅταν ᾖ ὡς μὲν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον· ὡς δὲ ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι ἐν τοῖς πρώτοις, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον. Κἀνταῦθα οὖν δέδεικται, ὡς μὲν ἡγούμενον ἡ ΡΛ πρὸς ἑπόμενον τὴν ΛΔ, οὕτως ἡγούμενον ἡ ΧΖ πρὸς ἑπόμενον τὴν ΖΘ· ὡς δὲ ἑπόμενον ἡ ΔΛ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΔΧ, οὕτως ἄλλο τι ἡ ΒΖ πρὸς ἡγούμενον τὴν ΧΖ. Ἔσται ἄρα καὶ δι' ἴσου, ὡς δέδεικται ἐν τῷ πέμπτῳ τῶν Στοιχείων, ὡς ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ.

Et æqua, eademque perturbata proportione. Perturbatam proportionem in Elementis eam esse didicimus, in qua tres cum sint magnitudines, et aliæ ipsis multitudine æquales; ut præcedens ad sequentem in primis magnitudinibus, ita se habet præcedens ad sequentem in magnitudinibus secundis; et ut in primis sequens ad aliam quamdam magnitudinem, ita in secundis alia quædam magnitudo se habet ad præcedentem. Itaque hic quoque demonstratum est, ut præcedens ΡΛ ad sequentem ΛΔ, ita se habere præcedentem ΧΖ ad sequentem ΖΘ; et ut sequens ΔΛ ad aliam quamdam ΔΧ, ita se habere aliam quamdam ΒΖ ad præcedentem ΧΖ. Ex quo sequitur, ut in quinto Elementorum libro demonstratum est, ut ΡΛ ad ΛΧ, ita se habere ΒΖ ad ΖΘ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛʹ.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ. Καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ τμήματος βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον· τοῦ δὲ ΕΖΗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον. Δεῖ δὴ εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ ΕΖΗ ὅμοιον.

Εὑρήσθω καὶ ἔστω τὸ ΘΚΛ· καὶ ἔστω αὐτοῦ μὲν βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον. Ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφαίραις [k] οἱ ΑΝΒΓ, ΘΞΚΛ, ΕΟΖΗ, διάμετροι δὲ αὐτῶν πρὸς ὀρθὰς ταῖς βάσεσι τῶν τμημάτων αἱ ΓΝ, ΛΞ, ΗΟ· καὶ ἔστω κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ. Καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΤ πρὸς τὴν ΝΤ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς ΤΓ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς ΞΥ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΟΦ, οὕτως [l] ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ· καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μέν εἰσιν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ κύκλοι, κορυφαὶ δὲ τὰ Χ, Ψ, Ω σημεῖα. Ἔσται δὲ ἴσος ὁ μὲν ΑΒΧ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΨΘΚ τῷ ΘΚΛ· ὁ δὲ ΕΩΖ τῷ ΕΗΖ. Τοῦτο γὰρ δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ ΘΚΛ τμήματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ ΑΧΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Τῶν δὲ ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ πρὸς τὸν κύκλον

PROP. VI. Prob.

Dato sphæræ segmento simile, idemque alii dato æquale constituere.

Sint data duo sphæræ segmenta ΑΒΓ, ΕΖΗ. Ac segmenti quidem ΑΒΓ basis sit circulus, qui circa diametrum ΑΒ describitur, et vertex punctum Γ; segmenti vero ΕΖΗ basis sit circulus, qui describitur circa diametrum ΕΖ, et vertex punctum Η. Oportet autem sphæræ segmentum invenire, quod segmento quidem ΑΒΓ æquale, segmento vero ΕΖΗ simile sit.

Inveniatur; idque sit segmentum ΘΚΛ, cujus quidem basis circulus, qui circa diametrum ΘΚ describitur, vertex vero punctum Λ. Sint etiam in sphæris circuli ΑΝΒΓ, ΘΞΚΛ, ΕΟΖΗ; quorum diametri ad rectos angulos segmentorum basibus ΓΝ, ΛΞ, ΗΟ; centraque puncta Π, Ρ, Σ. Fiat porro, ut utraque quidem simul ΠΝ, ΝΤ ad ΝΤ, ita ΧΤ ad ΤΓ; ut utraque vero simul ΡΞ, ΞΥ ad ΞΥ, ita ΨΥ ad ΥΛ; denique ut utraque simul ΣΟ, ΟΦ, ad ΟΦ, ita ΩΦ ad ΦΗ: atque intelligantur coni, quorum bases sint circuli, qui circa diametros ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ describuntur, et vertices puncta Χ, Ψ, Ω. Æqualis autem est conus quidem ΑΒΧ sphæræ segmento ΑΒΓ; conus vero ΨΘΚ sphæræ segmento ΘΚΛ; conus denique ΕΩΖ sphæræ segmento ΕΗΖ. Hoc enim demonstratum est. Et quoniam æquale est sphæræ segmentum ΑΒΓ segmento ΘΚΛ, æqualis est etiam conus ΑΧΒ cono ΨΘΚ. Æqualium autem conorum bases et altitudines reciprocantur. Ut igitur circulus, qui circa diametrum

[i] ὄντων τῶν μεγεθῶν [k] οἱ ΑΓ, ΒΓ, ΘΞ, ΚΛ, ΕΟ, ΖΗ [l] ἡ ΟΦ

AB describitur, ad circulum, qui describitur circa diametrum ΘΚ, ita se habet ΨΤ ad ΧΤ. Ut autem circulus ad circulum, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΚ. Ut igitur quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΚ, ita se habet ΨΤ ad ΧΤ. Et quoniam simile est segmentum ΕΖΗ segmento ΘΚΛ, similis est etiam conus ΕΖΩ cono ΨΘΚ. Hoc enim demonstrabitur. Ut igitur ΩΦ ad ΕΖ, ita se habet ΨΤ ad ΘΚ. Data est autem ratio ipsius ΩΦ ad ΕΖ. Data est igitur etiam ratio ipsius ΨΤ ad ΘΚ. Eadem sit ratio ipsius ΧΤ ad Δ. Data est autem ΧΤ. Data est igitur etiam Δ. Et quoniam ut ΨΤ ad ΧΤ, hoc est quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΚ, ita se habet ΘΚ ad Δ; ponatur quadrato, quod describitur a ΘΚ æquale spatium, quod continetur sub AB, ς. Igitur ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΚ, ita se habet AB ad ς. Ut autem quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΚ, ita demonstratum est se habere ΘΚ ad Δ. Igitur etiam permutando, ut AB ad ΘΚ, ita se habet ς ad Δ. Ut autem AB ad ΘΚ, ita se habet ΘΚ ad ς; eo quod quadrato, quod describitur a ΘΚ, æquale est spatium, quod continetur sub AB, ς. Ut igitur AB ad ΘΚ, ita se habet ΘΚ ad ς, et ς ad Δ. Duæ sunt igitur inter datas duas AB, Δ mediæ proportione continua proportionales ΘΚ, ς.

Componetur autem problema hoc pacto. Sint sphæræ segmenta, alterum quidem, cui æquale aliud constituere oportet, ΑΒΓ, alterum vero, cui simile, ΕΖΗ: et sint maximi sphærarum circuli ΑΒΓΝ, ΗΕΟΖ; ipsorumque diametri ΓΝ, ΗΟ; et centra, Π, Σ: et fiat, ut utraque quidem simul ΠΝ, ΝΤ ad ΝΤ, ita ΧΤ ad ΤΓ; ut utraque vero simul ΣΟ, ΟΦ ad ΟΦ, ita ΩΦ ad ΦΗ. Æqualis est igitur conus quidem ΧΑΒ segmento sphæræ ΑΒΓ; conus vero ΖΩΕ, segmento sphæræ ΕΗΖ. Fiat, ut ΩΦ ad ΕΖ, ita ΧΤ ad Δ: atque inter datas duas rectas AB, Δ duæ sumantur mediæ proportione continua proportionales ΘΚ, ς; ita ut quemadmodum AB ad ΘΚ, ita se habeat ΘΚ ad ς, et ς ad Δ: et super ΘΚ constituatur segmentum circuli ΘΚΛ segmento circuli ΕΖΗ simile; et compleatur circulus, ejusque diameter sit ΑΞ. Intelligatur porro sphæra, cujus sit maximus circulus ΑΘΞΚ, et centrum Ρ: planumque per ΘΚ producatur ad ΑΞ rectum. Ac segmentum quidem sphæræ, quod ad puncti A partes constituitur, simile est sphæræ segmento ΕΖΗ; quoniam circulorum etiam segmenta similia sunt. Dico autem æquale etiam esse sphæræ segmento ΑΒΓ. Fiat, ut utraque simul ΡΞ, ΞΥ ad ΞΥ, ita ΨΥ ad ΥΑ. Æqualis est igitur conus ΨΘΚ sphæræ seg-

τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ, οὕτως ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ. Ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΖΗ τμῆμα τῷ ΘΚΛ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΕΖΩ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Τοῦτο γὰρ δειχθήσεται. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΨΤ πρὸς ΘΚ. Λόγος δὲ τῆς ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς. Λόγος ἄρα καὶ [m] τῆς ΨΤ πρὸς τὴν [n] ΘΚ δοθείς. Ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς ΧΤ πρὸς Δ. Καὶ ἐστι δοθεῖσα ἡ ΧΤ. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Δ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ· κείσθω τῷ ἀπὸ ΘΚ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΒ, ς. [o] Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ς. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ. [p] Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ ς πρὸς Δ. Ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ς· διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ ΘΚ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ς. Ὡς ἄρα [q] ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ, πρὸς ς, καὶ ἡ ς πρὸς Δ. Δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν ΑΒ, Δ, δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΘΚ, ς.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔστω ᾧ μὲν δεῖ ἴσον τμῆμα συστήσασθαι τὸ ΑΒΓ· ᾧ δὲ ὅμοιον τὸ ΕΖΗ· καὶ ἔστωσαν μέγιστοι κύκλοι τῶν σφαιρῶν [r] αἱ ΑΒΓΝ, ΗΕΟΖ· διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ ΓΝ, [s] ΗΟ· καὶ κέντρα τὰ Π, Σ· καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΤ πρὸς ΝΤ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς ΤΓ. ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΟΦ, ἡ [t] ΩΦ πρὸς ΦΗ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΧΑΒ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας· ὁ δὲ ΖΩΕ τῷ ΕΗΖ. Πεποιήσθω ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς Δ. Καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, Δ, δύο μέσαι ἀνάλογον εἰλήφθωσαν αἱ ΘΚ, ς· ὥς τε εἶναι, ὡς τὴν ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως τὴν ΚΘ πρὸς ς, καὶ τὴν ς πρὸς Δ· καὶ ἐπὶ τῆς ΘΚ κύκλου τμῆμα ἐπεστάσθω τὸ ΘΚΛ, ὅμοιον τῷ ΕΖΗ κύκλου τμήματι, καὶ ἀναπεπληρώσθω ὁ κύκλος, καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἡ ΑΞ. Καὶ νοείσθω σφαῖρα ἧς μέγιστος κύκλος ἐστὶν ὁ ΑΘΞΚ, κέντρον δὲ τὸ Ρ· καὶ διὰ τῆς ΘΚ ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΞ. [u] Ἔστι δὴ τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Α, ὅμοιον τῷ ΕΖΗ τμήματι τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ τῶν κύκλων τὰ τμήματα ἦν ὅμοια. Λέγω δὲ ὅτι καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας. Πεποιήσθω ὡς συναμφότερος ἡ [w] ΡΞ, ΞΥ πρὸς τὴν ΞΥ, οὕτως

[m] τῆς pro ταῖς ex MS. [n] ΘΚΩ [o] ἴσαι [p] καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ Σ πρὸς Δ [q] ἡ ΔΒ [r] αἱ ΑΒΓ, ΝΒ, ΗΖΩ [s] ΗΘ [t] ΟΦ [u] ἔσται τὸ τμῆμα [w] ΡΒ, ΞΥ

ἡ ΨΤ πρὸς ΤΛ. Ἴσος [x] ἄρα ὁ ΨΘΚ κῶνος, τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. Καὶ ἐπειδὴ ὅμοιός ἐστιν ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΖΩΕ κώνῳ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, τουτέστιν ἡ ΧΤ πρὸς Δ, οὕτως ἡ ΨΤ πρὸς ΘΚ. Καὶ ἐναλλὰξ, καὶ ἀνάπαλιν. Ὡς ἄρα ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. Καὶ ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΚΘ, ς, Δ, ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. Ὡς δὲ ἡ ΘΚ πρὸς Δ, ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, τουτέστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλον οὕτως ἡ ΨΤ πρὸς τὴν ΧΤ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΧΑΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. Τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ ΑΒΓ ἴσον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ὅμοιον τῷ ΕΖΗ, τὸ αὐτὸ συνίσταται τὸ ΘΚΛ.

mento ΘΚΛ. Et quoniam ſimilis eſt conus ΨΘΚ cono ΖΩΕ; ut ΩΦ ad ΕΖ, hoc eſt ΧΤ ad Δ, ita ſe habet ΨΤ ad ΘΚ. Et permutando, invertendoque. Ut igitur ΨΤ ad ΧΤ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Et quoniam rectæ ΑΒ, ΚΘ, ς, Δ proportionales invicem ſunt, ut quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Ut autem ΘΚ ad Δ, ita ſe habet ΨΤ ad ΧΤ. Igitur etiam ut quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΘ; hoc eſt circulus, qui circa diametrum ΑΒ eſt, ad circulum, qui eſt circa diametrum ΘΚ; ita ſe habet ΨΤ ad ΧΤ. Æqualis eſt igitur conus ΧΑΒ cono ΨΘΚ. Quare etiam ſegmentum ſphæræ ΑΒΓ æquale eſt ſphæræ ſegmento ΘΚΛ. Dato igitur ſegmento ΑΒΓ æquale, idemque dato alii ΕΖΗ ſimile ſegmentum ΘΚΛ conſtitutum eſt.

E U T O C I U S.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΖΗ τμῆμα τῷ ΘΚΛ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΕΖΩ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ καταγραφαί, καὶ ἐπεζευγμέναι αἱ ΕΗ, ΗΖ, ΕΟ, ΟΖ, ΘΛ, ΛΚ, ΘΞ, ΞΚ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ΕΖΗ, ΘΚΛ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΕΗΖ, ΘΛΚ γωνίαι, ὥστε καὶ αἱ ἡμίσειαι αὐτῶν. Καὶ εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Φ, Τ. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ ἐστιν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΗΦΖ τρίγωνον τῷ ΛΤΚ· καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΖ, οὕτως ἡ ΛΤ πρὸς ΤΚ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἰσογωνίου ὄντος τοῦ ΦΖΟ, ΤΚΞ τριγώνου, ἔστιν ὡς ἡ ΖΦ [y] πρὸς ΦΟ, ἡ ΚΤ πρὸς ΤΞ. Δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΟ, ἡ ΛΤ πρὸς ΤΞ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΗΟ πρὸς ΟΦ, ἡ ΛΞ πρὸς ΞΤ· καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση, ὡς ἡ ΣΟ πρὸς ΟΦ, ἡ ΡΞ πρὸς ΞΤ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΦΟ, τουτέστιν ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΤ πρὸς ΞΤ, τουτέστιν ἡ ΨΤ πρὸς ΤΛ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΖ, ἡ ΛΤ πρὸς ΤΚ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΦΖ, ἡ ΨΤ πρὸς ΤΚ· καὶ τῶν ἑπομένων τὰ διπλάσια, ὡς ἄρα ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, ἡ ΨΤ πρὸς ΘΚ. Τῶν ἄρα ΩΕΖ, ΨΘΚ κώνων ἀνάλογόν εἰσιν οἱ ἄξονες καὶ διάμετροι τῶν βάσεων. Ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Λόγος δὲ τῆς ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων· ὥστε δέδοται ἡ ΕΖ καὶ ἡ ΗΦ. Καὶ ἡ ἡμίσεια ἄρα τῆς ΕΖ ἡ ΕΦ δέδοται· ὥστε καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς· καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ ΗΦΟ. Ἐὰν δὲ δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ πλάτος

Et quoniam ſimile eſt ſegmentum ΕΖΗ ſegmento ΘΚΛ, ſimilis etiam eſt conus ΕΖΩ cono ΨΘΚ. Intelligantur enim figuræ poſitæ ſeorſum eſſe; junctæque ΕΗ, ΗΖ, ΕΟ, ΟΖ, ΘΛ, ΛΚ, ΘΞ, ΞΚ. Quoniam igitur ſegmenta ΕΖΗ, ΘΚΛ ſunt ſimilia, anguli ΕΗΖ, ΘΛΚ, horumque item dimidii æquales invicem ſunt. Qui autem anguli ad puncta ſunt Φ, et Τ, hi ſunt recti. Igitur et reliquus angulus reliquo angulo eſt æqualis. Hinc æquiangula ſunt triangula ΗΦΖ, ΛΤΚ: atque ut ΗΦ ad ΦΖ, ita ſe habet ΛΤ ad ΤΚ. Eadem ratione æquiangula cum ſint triangula ΦΖΟ, ΤΚΞ; ut ΖΦ ad ΦΟ, ita ſe habet ΚΤ ad ΤΞ. Igitur, æqua proportione, ut ΗΦ ad ΦΟ, ita ſe habet ΛΤ ad ΤΞ. Et componendo, ut ΗΟ ad ΟΦ, ita ΛΞ ad ΞΤ: et, ſumptis præcedentium dimidiis, ut ΣΟ ad ΟΦ, ita ΡΞ ad ΞΤ. Denique componendo, ut utraque ſimul ΣΟ, ΟΦ ad ΦΟ, hoc eſt ΩΦ ad ΦΗ, ita utraque ſimul ΡΞ, ΞΤ ad ΞΤ, hoc eſt ΨΤ ad ΤΛ. Ut autem ΗΦ ad ΦΖ, ita ſe habet ΛΤ ad ΤΚ. Ut igitur ΩΦ ad ΦΖ, ita etiam æqua proportione ſe habet ΨΤ ad ΤΚ: et, ſumptis ſequentium duplis, ut ΩΦ ad ΕΖ, ita ΨΤ ad ΘΚ. Conorum igitur ΩΕΖ et ΨΘΚ axes, et baſium diametri reciprocantur. Propterea coni ſimiles ſunt: quod oportebat demonſtrare.

Data eſt autem ratio ipſius ΩΦ ad ΕΖ. Quoniam enim ſphærarum ſegmenta data ſunt, ipſæ quoque baſium diametri, et ſegmentorum altitudines ſunt datæ: quocirca data eſt cum ΕΖ, tum ΗΦ. Ideoque data etiam erit ΕΦ dimidia ipſius ΕΖ, quadratumque, quod ab eadem deſcribitur; quod quidem æquale eſt ſpatio, quod ſub ΗΦΟ continetur. At vero ſi datum ſpatium

[x] ἄρα ὁ ΨΘΚ   [y] In MS. περὶ ΦΟ deiunt.

ad datam rectam applicetur, datam latitudinem facit. Igitur ΦO data est. Data est autem et ΦH. Data est igitur tota sphæræ diameter: et propterea ipsius quoque dimidia ΣO. Data est autem et OΦ. Data est igitur ratio ipsius ΣO ad OΦ: et componendo, ratio utriusque simul ΣO, OΦ ad OΦ; hoc est ipsius ΩΦ ad ΦH. Data est autem ΦH. Data est igitur ΩΦ. Data est autem et EZ. Data est igitur ratio ipsius ΩΦ ad EZ. Eadem hæc dicta fuerint etiam de segmento ABΓ; ex quibus colligetur rationem ipsius XT ad AB datam esse. Cum autem data sit AB, data etiam est ipsa XT.

At vero si segmenta data sint, ipsorum quoque altitudines datas esse manifestum est. Ut autem ex Datorum Elementis hoc ipsum colligi videatur, ita demonstrabitur. Quoniam segmenta data sunt positione, et magnitudine; data est cum EZ, tum angulus qui in segmento constituitur, ideoque ipsius etiam dimidius. Quocirca si intelligatur juncta esse EH, cum datus sit rectus angulus, qui ad punctum Φ est, datus etiam erit angulus, qui relinquitur. Hinc datum erit specie triangulum EHΦ: ideoque etiam ratio ipsius EΦ ad ΦH. Data est autem EΦ, utpote quæ ipsius EZ est dimidia. Data est igitur etiam ΦH. Licet autem alia quoque argumentatione uti. Quoniam data est positione recta EZ, ductaque fuit a dato puncto Φ; secat enim EZ in duas æquas partes ad rectos angulos rectæ positione datæ ΦH; et data præterea est positione segmenti circumferentia; ideo punctum H est datum. Datum autem erat et punctum Φ. Data est igitur ΦH.

Quoniam ut ΨT ad XT; hoc est quadratum, quod à BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet KΘ ad Δ. Quoniam enim ut ΨT ad ΘK, ita se habet XT ad Δ; permutando, ut ΨT ad XT, ita se habet KΘ ad Δ. Ut autem ΨT ad XT, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK. Æqualium enim conorum bases, et altitudines reciprocantur; basesque se invicem habent, ut quadrata, quæ a diametris describuntur. Ut igitur quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet ΘK, ad Δ. Et permutando, ut AB ad ΘK, ita ϛ ad Δ. Quoniam enim ratio ipsius BA ad ϛ, et KΘ ad Δ eadem est, ut demonstravimus, quæ quadrati, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK; ideo etiam ratio ipsius BA ad ϛ eadem est quæ ipsius KΘ ad Δ. Quare permutando, ut BA ad ΘK, ita se habet ϛ ad Δ.

IN SEXTI COMPOSITIONEM.

Et quoniam rectæ AB, ΘK, ϛ, Δ proportionales invicem sunt, ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet ΘK ad Δ. Generaliter enim si quatuor fuerint rectæ proportionales, ut quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda, ita se habebit secunda ad quartam. Quoniam enim ut prima ad secundam ita se habet tertia ad quartam; permutando, ut prima ad tertiam ita secunda se habet ad quartam. Ut autem prima ad tertiam, ita se habet quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda. Ut igitur quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda, ita etiam se habet secunda ad quartam.

πλευρᾶς δοθείσης. Δοθεῖσα ἄρα ἡ ΦΟ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΦΗ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας δοθεῖσά ἐστι, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς δέδοται ἡ ΣΟ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΟΦ. Δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΣΟ πρὸς ΟΦ λόγος· καὶ συνθέντι ὁ συναμφοτέρου τῆς ΣΟ, ΟΦ πρὸς τὴν ΟΦ λόγος δοθείς ἐστι, τουτέστι τοῦ ΩΦ [*] πρὸς ΦΗ. Καὶ δοθεῖσα ἡ ΦΗ. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΩΦ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΕΖ. Δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΩΦ πρὸς ΕΖ λόγος. Τὰ αὐτὰ δὲ ἂν ῥηθείη καὶ ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ τμήματος· καὶ συναχθήσεται ὁ τῆς ΧΤ πρὸς ΑΒ λόγος δοθείς. Καὶ διὰ τὸ δοθεῖσαν εἶναι τὴν ΑΒ, δοθεῖσα [a] ἐστὶ καὶ ἡ ΧΤ.

Ὅτι δὲ ἂν τὰ τμήματα δεδομένα ᾖ, καὶ τὰ ὕψη αὐτῶν δοθήσονται, πρόδηλον μέν. Ἵνα δὲ καὶ τοῦτο ἀκολούθως τῷ Στοιχειώσει τῶν Δεδομένων δοκῇ συνάγεσθαι, λεχθήσεται. Ἐπειδὴ δέδοται τὰ τμήματα τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει, δέδοται καὶ ἡ ΕΖ, καὶ ἡ ἐν τῷ τμήματι γωνία, ὥστε καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς. Καὶ ἐὰν νοηθῇ ἐπιζευγνυμένη ἡ ΕΗ, δεδομένης τῆς πρὸς τῷ Φ ὀρθῆς, δεδομένη ἔσται καὶ ἡ λοιπή. Καὶ τὸ ΕΗΦ τρίγωνον τῷ εἴδει· ὥστε καὶ ὁ τῆς ΕΦ πρὸς ΦΗ λόγος δοθείς ἐστι. Καὶ δέδοται ἡ ΕΦ ἡμίσεια οὖσα τῆς ΕΖ. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΦΗ. Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως λέγειν. Ἐπειδὴ δέδοται ἡ ΕΖ τῇ θέσει, καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ Φ, διχοτομία γάρ ἐστι τῆς ΕΖ, πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΦΗ τῇ θέσει δεδομένῃ· δέδοται δὲ καὶ ἡ περιφέρεια τοῦ τμήματος τῇ θέσει· δέδοται ἄρα τὸ Η. Ἦν δὲ καὶ τὸ Φ δεδομένον. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΦΗ.

Ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἐπεὶ γὰρ γέγονεν ὡς ἡ ΨΤ πρὸς ΘΚ, ἡ ΧΤ πρὸς Δ· ἐναλλὰξ [*] ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ, ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν κώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὡς δὲ αἱ βάσεις πρὸς ἀλλήλας, οὕτως τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ πρὸς τὴν Δ. Καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, ἡ ϛ πρὸς Δ. Ἐπειδὴ τῷ λόγῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ὁ αὐτὸς ἐδείχθη ὁ τῆς ΒΑ πρὸς ϛ, καὶ ὁ τῆς ΚΘ πρὸς Δ· καὶ ὁ τῆς ΒΑ ἄρα πρὸς ϛ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΚΘ πρὸς Δ. Ὥς τε ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΘΚ, ἡ ϛ πρὸς Δ.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ϛ'.

Ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν [b] αἱ ΑΒ, ΘΚ, ϛ, Δ, ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ, πρὸς Δ. Καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, [c] ἔσται ὡς τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ τρίτη πρὸς τὴν τετάρτην· ἐναλλὰξ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἀλλ' ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην.

[*] πρὸς ΦΗ. Καὶ δέδοται ἡ ΦΗ δέδοται ἄρα [a] ἄρα [b] αἱ ΑΘ [c] In MS. desunt ἔσται

[*] ὡς sive, ἔσται ὡς

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς, εἴτε μὴ, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται [a] ἑνὶ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἕξει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

Ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς ΑΒΓ, ΔΕΖ περιφερείας. Καὶ ἔστω ᾧ μὲν δεῖ ὅμοιον εὑρεῖν τὸ κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν· οὗ δὲ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ κατὰ τὴν ΔΕΖ. Καὶ γεγενήσθω. Καὶ ἔστω τὸ ΚΛΜ τμῆμα τῆς σφαίρας, τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην ἐχέτω τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ νοείσθω τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκβεβλήσθω ὀρθὰ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις· καὶ ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔστωσαν οἱ ΚΛΜΝ, ΒΑΓΘ, ΕΖΗΔ μέγιστοι κύκλοι· ἐν δὲ ταῖς βάσεσι τῶν τμημάτων, αἱ ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ εὐθεῖαι. Διάμετροι δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς οὖσαι ταῖς ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ, ἔστωσαν αἱ ΛΝ, ΒΘ, ΕΗ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΜ, ΒΓ, ΕΖ. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ ΚΛΜ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ κύκλος, [e] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΜΛ, τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ. Αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι [f] τῶν εἰρημένων τμημάτων ἴσαι ἐδείχθησαν κύκλοις, ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιζευγνυμέναις. Ὥς τε καὶ ἡ ΜΛ τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΛΜ τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΡΝ, ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ. Καὶ ἀνάπαλιν, καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΝΛ πρὸς ΛΡ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ. Ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΜ, οὕτως ἡ ΒΠ πρὸς ΓΒ· ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα. Ὡς ἄρα ἡ ΝΛ πρὸς ΛΜ, τουτέστι πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ. Καὶ ἐναλλάξ. Λόγος δὲ τῆς ΕΖ πρὸς ΒΓ δοθείς. Δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΝ [g] πρὸς ΒΘ δοθείς. Καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΒΘ. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΛΝ. Ὥς τε καὶ ἡ σφαῖρα δοθεῖσα ἐστί.

Συντεθήσεται δὴ οὕτως. Ἔστω τὰ δοθέντα δύο τμήματα σφαίρας, τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ· τὸ μὲν ΑΒΓ, ᾧ δεῖ ὅμοιον· τὸ δὲ ΔΕΖ, [h] οὗ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην

PROP. VII. PROB.

Datis duobus sphæræ segmentis, sive ejusdem, sive non ejusdem, sphæræ segmentum invenire; quod quidem datorum uni simile sit, superficiem vero habeat alterius segmenti superficiei æqualem.

Sint data sphærica segmenta, quæ secundum circumferentias ΑΒΓ, ΔΕΖ constituuntur. Et cui quidem oportet simile aliud sphæræ segmentum invenire, hoc illud sit, quod secundum circumferentiam ΑΒΓ constituitur; cujus vero superficiei idem illud æqualem superficiem habere debet, hoc illud sit, quod constituitur secundum circumferentiam ΔΕΖ. Factum sit. Et sphæræ segmentum ΚΛΜ simile quidem sit segmento ΑΒΓ, superficiem vero habeat segmenti ΔΕΖ superficiei æqualem. Intelligantur autem sphærarum centra, planaque per centra ipsa producantur ad segmentorum bases recta: et sphærarum quidem sectiones sint circuli maximi ΚΛΜΝ, ΒΑΓΘ, ΕΖΗΔ; basium vero segmentorum rectæ ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ. Porro sphærarum diametri, ad ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ rectæ, sint ΛΝ, ΒΘ, ΕΗ; junganturque ΛΜ, ΒΓ, ΕΖ. Et quoniam sphæræ segmenti ΚΛΜ superficies æqualis est superficiei segmenti ΔΕΖ; æqualis est etiam circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsi ΜΛ est æqualis, circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi ΕΖ. Demonstratum enim est, superficies horum, quæ diximus, segmentorum circulis æquales esse, quorum eæ, quæ ex centris, æquales sunt rectis, quæ a segmentorum verticibus ad eorum bases junguntur. Quare etiam ΜΛ ipsi ΕΖ est æqualis. Quoniam vero segmentum ΚΛΜ simile est segmento ΑΒΓ, ut ΡΛ ad ΡΝ, ita se habet ΒΠ ad ΠΘ. Et invertendo, componendoque, ut ΝΛ ad ΛΡ, ita se habet ΘΒ ad ΒΠ. Ut autem ΡΛ ad ΛΜ, ita se habet etiam ΒΠ ad ΓΒ: triangula enim similia sunt. Ut igitur ΝΛ ad ΛΜ, hoc est ad ΕΖ, ita se habet ΘΒ ad ΒΓ. Et permutando. Data est autem ratio ipsius ΕΖ ad ΒΓ. Utraque enim data est. Data est igitur etiam ratio ipsius ΛΝ ad ΒΘ. Data est autem ΒΘ. Data est igitur etiam ΛΝ. Quare ipsa etiam sphæra est data.

Componetur autem problema hoc pacto. Sint data duo sphæræ segmenta, ΑΒΓ, ΔΕΖ: et ΑΒΓ quidem, cui oportet simile aliud invenire; ΔΕΖ

[a] ἴς in MS. desunt. [e] οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ τῷ κύκλῳ· οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ [f] τῶν εἰρημένων [g] πρὸς ΒΘ [h] ὅτω

vero, cujus superficiei idem hoc æqualem superficiem habere debet: eademque construantur, quæ in analysi; et fiat, ut ΒΓ ad ΕΖ, ita ΒΘ ad ΝΑ; circulusque circa diametrum ΑΝ describatur. Porro intelligatur sphæra, cujus maximus circulus sit ΑΚΝΜ: et secetur ΝΑ in puncto Ρ, ita ut quemadmodum ΘΠ ad ΠΒ, ita se habeat ΝΡ ad ΡΑ. Seceturque superficies per punctum Ρ plano ad ΑΝ recto; et jungatur ΑΜ. Similia sunt igitur, quæ rectis ΚΜ, ΑΓ insistunt, circulorum segmenta. Quare segmenta etiam sphærarum similia sunt. Et quoniam ut ΘΒ ad ΒΠ, ita se habet ΝΑ ad ΑΡ; hoc enim quoque ex sectione consequitur; atque ut ΠΒ ad ΒΓ, ita se habet ΡΑ ad ΑΜ; ideo etiam ut ΘΒ ad ΝΑ, ita se habet ΒΓ ad ΑΜ. Ut autem ΘΒ ad ΑΝ, ita etiam se habebat ΒΓ ad ΕΖ. Igitur ΕΖ ipsi ΑΜ est æqualis. Quare etiam circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsa est ΕΖ, æqualis est circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi ΑΜ. Ac circulus quidem, cujus ea, quæ ex centro, ipsa est ΕΖ æqualis est superficiei segmenti ΔΕΖ; circulus vero, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi ΑΜ, æqualis est superficiei segmenti ΚΑΜ. Hoc enim in primo libro demonstratum est. Æqualis est igitur et superficies sphæræ segmenti ΚΑΜ segmenti ΔΕΖ superficiei: itemque simile segmentum ΚΑΜ segmento ΑΒΓ.

ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ· καὶ τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω τοῖς ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, ὅτως ἡ ΒΘ πρὸς ΑΝ· καὶ περὶ διάμετρον τὴν ΑΝ κύκλος γεγράφθω. Καὶ νοείσθω σφαῖρα ἧς μέγιστος ἔστω κύκλος ὁ ΑΚΝΜ· καὶ τετμήσθω ἡ ΝΑ κατὰ τὸ Ρ· ὥς τε εἶναι ὡς τὴν ΘΠ πρὸς ΠΒ, τὴν ΝΡ πρὸς ΡΑ. Καὶ διὰ τῦ Ρ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ ἐπιφάνεια ὀρθῷ πρὸς τὴν [i]ΑΝ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ [k]ΑΜ. Ὅμοια ἄρα ἐςὶ τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ εὐθειῶν τῦ κύκλων τμήματα. Ὥς τε καὶ τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν ἐςιν ὅμοια. Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς ΘΒ πρὸς ΒΠ, ὕτως ἡ ΝΑ πρὸς ΑΡ· καὶ γὰρ τῦτο κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΠΒ πρὸς ΒΓ, ὕτως ἡ ΡΑ πρὸς ΑΜ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΝΑ, ἡ ΒΓ πρὸς ΑΜ. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΑΝ, ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ. Ἴση ἄρα ἐςὶν ἡ ΕΖ τῇ ΑΜ. Ὥς τε καὶ ὁ κύκλος, [l]ὗ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ ἐςὶν ἡ ΕΖ, ἴσος ἐςὶ [m]κύκλῳ ὗ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ ἴση ἐςὶ τῇ ΑΜ. Καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τῦ κέντρυ ἔχων τὴν ΕΖ κύκλος, ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ ΔΕΖ τμήματος. ὁ δὲ κύκλος, [n]ὗ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ ἴση ἐςὶ τῇ ΑΜ, ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ ΚΑΜ τμήματος. Τῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΚΑΜ τμήματος τῆς σφαίρας, [o]τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος· καί ἐςιν ὅμοιον τὸ ΚΑΜ τῷ ΑΒΓ.

E U T O C I U S.

IN SEPTIMUM.

Quoniam vero segmentum ΚΑΜ simile est segmento ΑΒΓ; ut ΡΑ ad ΡΝ, ita se habet ΒΠ ad ΠΘ. Si enim jungantur ΜΝ, ΓΘ, cum segmenta similia sint, æquales utique erunt anguli, qui ad puncta sunt Β, Α. Qui autem sunt ad puncta Μ, Γ, ii sunt recti. Est igitur reliquus angulus reliquo angulo æqualis. Hinc triangula æquiangula invicem sunt: et ut ΘΒ ad ΘΓ, ita se habet ΑΝ ad ΜΝ. Ut autem ΘΓ ad ΘΠ, ita se habet, propter triangulorum ΓΘΠ, ΜΝΡ similitudinem, ΜΝ ad ad ΝΡ. Ut igitur ΒΘ ad ΘΠ, ita, æqua proportione, se habet ΑΝ ad ΝΡ. Dividendo igitur, ut ΒΠ ad ΠΘ ita ΑΡ ad ΡΝ.

Data est autem ratio ipsius ΕΖ ad ΒΓ: utraque enim data est. Quoniam enim data sunt sphærarum segmenta, datæ sunt etiam cum basium diametri, tum segmentorum altitudines. Quare cum data sit ΑΓ, data etiam est ejus dimidia ΓΠ. Data autem est et ΒΠ, rectumque cum illa angulum comprehendit. Data est igitur ΒΓ. Eadem ratione ipsa etiam ΕΖ data est. Quare ipsius ΒΓ ad ΕΖ ratio est data.

ΕΙΣ ΤΟ ζ'.

Ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐςι τὸ ΚΑΜ τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ΡΑ πρὸς ΡΝ, ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΜΝ, ΓΘ, ἐπεὶ ὅμοιά ἐςι τὰ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ πρὸς [p]τοῖς Β, Α γωνίαι. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Μ, Γ ὀρθαί. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ. Καὶ ἰσογώνιά ἐςι τὰ τρίγωνα· καί ἐςιν ὡς [q]ἡ ΘΒ πρὸς ΘΓ, ὅτως ἡ ΑΝ πρὸς ΜΝ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ ΜΝ πρὸς ΝΡ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΓΘΠ, ΜΝΡ τριγώνων. Καὶ δι' ἴσυ ἄρα ὡς ἡ ΒΘ πρὸς ΘΠ, ἡ ΑΝ πρὸς ΝΡ. Ὥς τε καὶ διελόντι, ὡς ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ, ὅτως ἡ ΑΡ πρὸς ΡΝ.

Λόγος δὲ τῆς ΕΖ πρὸς ΒΓ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων. Ὥς τε ἐπεὶ δέδοται ἡ ΑΓ, δέδοται καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ ΓΠ. Δέδοται δὲ καὶ ἡ ΒΠ, καὶ ὀρθὴν γωνίαν περιέχυσι. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΒΓ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ, καὶ ἡ ΕΖ δεδομένη ἐςίν. Ὥς τε καὶ ὁ τῆς ΒΓ πρὸς ΕΖ λόγος δοθείς ἐςιν.

IN SEPTIMI COMPOSITIONEM.

Similia sunt igitur, quæ rectis ΚΜ, ΑΓ insistunt, circulorum segmenta. Si enim jungantur, ut in analysi, ΓΘ, ΜΝ; cum recti sint anguli, qui ad puncta sunt Γ, Μ, normalesque ΓΠ, et ΜΡ; hæ utique proportionales mediæ inter basis segmenta sunt. Quare ut prima ΒΠ ad tertiam ΠΘ, ita se habet quadratum, quod a prima

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ζ'.

Ὅμοια ἄρα ἐςὶ τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ τμήματα κύκλων. Ἐὰν γὰρ, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει, ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΓΘ, ΜΝ, ἐπεὶ ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς Γ, Μ, καὶ κάθετοι αἱ ΓΠ, ΜΡ μέσαι ἀνάλογόν εἰσι τῶν τῆς βάσεως τμημάτων. Ὥς τε ἐςὶν ὡς ἡ πρώτη ἡ ΒΠ, πρὸς τὴν τρίτην τὴν ΠΘ, ὅτως τὸ ἀπὸ

[i] ΑΝ [k] ΑΜ [l] οὕτως [m] In MS. desunt, κύκλῳ ὗ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ ἴση ἐςί. [n] ὅτως [o] τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ ΔΕΖ τμήματος in MS. desunt. [p] τοῖς ΒΑΓ [q] ἡ ΘΒ πρὸς ΘΠ· ὗ ἡ ΛΗ πρὸς ΗΡ. διὰ τὴν &c.

τῆς πρώτης τῆς ΠΒ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τῆς ΠΓ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ΑΡ πρὸς ΡΝ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΡΜ. Καί ἐστιν ὡς ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ, ἡ ΡΑ πρὸς ΡΝ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΡΜ. Καὶ ὡς ἄρα [s] ἡ ΠΒ πρὸς ΠΓ, οὕτως ἡ ΑΡ, πρὸς ΡΜ· καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσι. Ἰσογώνια ἄρα τὰ τρίγωνα. Ἴσαι ἄρα πρὸς τοῖς Β, Α γωνίαι, καὶ αἱ διπλασίαι αὐτῶν αἱ ἐν τοῖς τμήμασιν. Ὅμοια ἄρα ἐστὶ τὰ τμήματα.

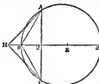
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ή.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥς τε τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν δοθέντα λόγον ἔχειν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΒΔ. Δεῖ δὴ τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν τῷ διὰ τῆς ΑΓ, ὅπως τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον λόγον [t] ἔχει τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Ε· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΓΗ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι. Λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΗΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον δοθείς. Λόγος ἄρα τῆς ΗΖ πρὸς ΖΒ δοθείς. Ὡς δὲ ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ. Λόγος ἄρα συναμφοτέρου τῆς ΕΔ, ΖΔ πρὸς ΔΖ δοθείς. Ὥς τε καὶ τῆς ΕΔ πρὸς ΔΖ. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔΖ· ὥς τε καὶ ἡ ΑΓ. Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΒ πρὸς ΔΒ· καί ἐστι συναμφότερος μὲν [u] ἡ ΕΔ, ΔΒ τρὶς ἡ ΕΔ· ἡ δὲ ΒΔ δὶς ἡ ΕΔ· συναμφότερος ἄρα ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. Καί ἐστιν ὁ συναμφοτέρου τῆς ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι. Δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι, ἢ ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ΚΘ πρὸς ΚΛ, μείζων ἢ ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. Ἔστι δὲ ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΒ πρὸς ΔΒ. Καὶ ἡ ΘΚ ἄρα πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει συναμφότερος [w] ἡ ΕΔ, ΔΒ πρὸς ΔΒ. Διελόντι ἄρα ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΒ. Καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ·



ΠΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda ΒΓ. Eadem ratione etiam ut ΑΡ ad ΡΝ, ita se habet quadratum, quod a ΑΡ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΡΜ. Ut autem ΒΠ ad ΠΘ, ita se habet ΡΑ ad ΡΝ. Ut igitur quadratum, quod a ΒΠ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΠΓ, ita se habet quadratum, quod a ΑΡ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΡΜ. Igitur etiam ut ΠΒ ad ΠΓ, ita se habet ΑΡ ad ΡΜ: et propterea quæ latera circa æquales angulos sunt, ea sunt proportionalia. Triangula igitur æquiangula invicem sunt; æqualesque anguli, qui sunt ad puncta Β, Α, et eorum item dupli, qui in segmentis constituuntur. Igitur segmenta similia sunt.

PROP. VIII. Prob.

A data sphæra segmentum plano secare, ita ut segmentum ad conum, qui eamdem ac segmentum basim babeat, eamdemque altitudinem, datam rationem habeat.

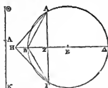
Sit data sphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΒΔ. Oportet autem sphæram plano per ΑΓ acto ita secare, ut sphære segmentum ΑΒΓ ad conum ΑΒΓ eamdem, ac quæ data est, rationem habeat.

Factum sit; centrumque sphæræ sit punctum Ε: atque ut utraque simul ΕΔ, ΔΖ and ΔΖ, ita se habeat ΗΖ ad ΖΒ. Æqualis est igitur conus ΑΓΗ segmento ΑΒΓ. Igitur ratio coni ΑΗΓ ad conum ΑΒΓ data est. Data est igitur etiam ratio ipsius ΗΖ ad ΖΒ. Ut autem ΗΖ ad ΖΒ, ita se habet utraque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ. Data est igitur ratio utriusque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ. Quare ipsius quoque ΕΔ, ad ΔΖ. Data est igitur ΔΖ. Quare etiam ΑΓ. Et quoniam utraque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ majorem rationem habet quam utraque simul ΕΔ, ΔΒ ad ΔΒ: ac utraque quidem simul ΕΔ, ΔΒ est ΕΔ ter sumpta; ΔΒ vero eadem est ΕΔ bis sumpta; ideo utraque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ majorem rationem habet quam tria ad duo. Est autem ratio utriusque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ eadem ac data. Oportet igitur, ad compositionem quod attinet, datam rationem ea majorem esse, quam habent tria ad duo.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data sphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, diameter ΒΔ, et centrum Ε: data autem ratio eadem quæ rectæ ΚΘ ad ΚΛ ea major, quam habent tria ad duo. Ut autem tria ad duo, ita se habent utraque simul ΕΔ, ΔΒ ad ΔΒ. Igitur etiam ΘΚ ad ΚΛ majorem rationem habet, quam utraque simul ΕΔ, ΔΒ ad ΔΒ. Igitur dividendo, ΘΛ ad ΛΚ majorem habet rationem, quam ΕΔ ad ΔΒ. Fiat, ut ΘΛ ad ΛΚ, ita ΕΔ ad ΔΖ: ducaturque per punctum Ζ, ad rectos

[s] ἡ ΠΒ πρὸς ΠΓ· ἡ ΑΡ πρὸς ΡΜ [t] ἔχει [u] ἡ πρὸς ΔΖ· μείζονα λόγον ἔχει [w] ἡ ΕΔ Δ. διελόντι

angulos ipſi B Δ, A Z Γ; et per A Γ planum agatur ad B Δ rectum. Dico ſphæræ ſegmentum A B Γ ad conum A B Γ eamdem rationem habere, quam Θ K ad K Λ. Fiat enim ut utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z, ita H Z ad Z B. Æqualis eſt igitur conus Γ A H ſphæræ ſegmento A B Γ. Et quoniam ut Θ K ad K Λ, ita ſe habet utraque ſimul B Δ, Δ Z ad Δ Z; hoc eſt H Z ad Z B; hoc eſt conus A H Γ ad conum A B Γ; æqualiſque eſt conus A H Γ ſphæræ ſegmento A B Γ. Ideo ut ſegmentum A B Γ ad conum A B Γ, ita ſe habet Θ K ad K Λ.



καὶ διὰ τοῦ Z τῇ B Δ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ A Z Γ· καὶ διὰ τῆς A Γ ἤχθω ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν B Δ. Λέγω ὅτι [w] τὸ A B Γ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν A B Γ κῶνον λόγον ἔχει τὸν αὐτὸν τῷ Θ K πρὸς K Λ. Πεποιήσθω γὰρ ὡς συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z, οὕτως ἡ H Z πρὸς Z B. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ A H κῶνος τῷ A B Γ τμήματι τῆς σφαίρας. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Θ K πρὸς K Λ, οὕτως συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z, τουτέστιν ἡ H Z πρὸς Z B· τουτέστιν ὁ A H Γ κῶνος πρὸς τὸν A B Γ κῶνον· ἴσος δὲ ὁ A H Γ κῶνος [x] τῷ A B Γ τμήματι τῆς σφαίρας. Ὡς ἄρα τὸ A B Γ τμῆμα πρὸς τὸν A B Γ κῶνον, οὕτως ἡ Θ K πρὸς K Λ.

EUTOCIUS.

IN OCTAVUM.

Data eſt igitur ratio utriuſque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z. Quoniam enim utraque ſimul E Δ, Δ Z datam ad Δ Z rationem habet; ſi data magnitudo ad aliquam ſui partem datam rationem habuerit, etiam ad reliquam datam rationem habebit. Quare utraque ſimul E Δ, Δ Z datam ad E Δ habet rationem. Quoniam igitur utraque E Δ, Δ Z ad utramque ſimul E Δ, Δ Z datam rationem habet, eædem datam quoque inter ſe invicem rationem habebunt. Igitur ratio ipſius E Δ ad Δ Z data eſt. Data eſt autem E Δ; cum diameter data ſit. Data eſt igitur Δ Z: et reliqua etiam dabitur Z B. Hinc datum erit ſpatium, quod ſub Δ Z B continetur; hoc eſt quadratum, quod ab A Z deſcribitur; ideoque etiam recta A Z. Igitur et tota A Γ erit data. Aliter autem demonſtraveris, A Γ datam eſſe. Quoniam enim data eſt poſitione diameter Δ B; punctumque item Z, ut petitum fuit; ductaque eſt a dato puncto Z ad rectos angulos A Γ; ideo data poſitione eſt A Γ. Data eſt autem etiam circuli circumferentia. Data ſunt igitur puncta A, Γ. Igitur ipſa A Z Γ eſt data.

Et quoniam utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z majorem rationem habet, quam utraque ſimul E Δ, Δ B ad Δ B. Quoniam enim E Δ major eſt quam dimidia ipſius Δ Z, utraque ſimul E Δ, Δ Z major eſt quam ipſius Δ Z ſeſquialtera. Utraque autem ſimul E Δ, Δ B ſeſquialtera eſt ipſius B Δ. Igitur utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z majorem rationem habet, quam utraque ſimul E Δ, Δ B ad Δ B. Aut aliter: quoniam major eſt B Δ quam Δ Z, et alia quædam eſt E Δ; ideo E Δ ad Δ Z majorem rationem habet quam E Δ ad Δ B. Et componendo, utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z majorem habet rationem quam utraque ſimul E Δ, Δ B ad Δ B. Compoſitio theorematis ex iis, quæ dicta ſunt manifeſta eſt.

ΕΙΣ ΤΟ η′.

Λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z. Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z λόγον ἔχει δεδομένον· ἐὰν [y] δεδομένον μέγεθος πρός τι μόριον ἑαυτοῦ λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἕξει δεδομένον. Ὥστε συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς E Δ λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν E Δ, Δ Z πρὸς συναμφότερον τὴν E Δ, Δ Z λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχουσι δεδομένον. Δέδοται ἄρα ὁ τῆς E Δ πρὸς Δ Z λόγος. Καὶ δέδοται ἡ E Δ· δέδοται γὰρ ἡ διάμετρος. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ Δ Z. Λοιπὴ ἄρα ἡ Z B δοθήσεται. Ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ Δ Z B, τουτέστι τὸ ἀπὸ A Z, τουτέστιν ἡ A Z, δοθεῖσα ἔσται. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ A Γ. Καὶ ἄλλως δὲ λέγοις ἄν, ὅτι ἡ A Γ δοθεῖσά ἐστιν. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται ἡ διάμετρος ἡ Δ B τῇ θέσει· δέδοται δὲ καὶ τὸ Z, ὡς κεῖται, καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ Z πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ A Γ· δέδοται ἡ A Γ τῇ θέσει. Ἀλλὰ καὶ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια. Δοθέντα ἄρα τὰ A, Γ. Καὶ αὐτὴ ἡ A Z Γ δοθεῖσά ἐστι.

Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος μὲν ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ E Δ, Δ B πρὸς Δ B. Ἐπεὶ γὰρ ἡ E Δ μείζων ἢ ἡμίσειά ἐστι τῆς Δ Z, συναμφότερος ἄρα ἡ E Δ, Δ Z τῆς Δ Z μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιολία. Συναμφότερος δὲ ἡ E Δ, Δ B τῆς Δ B ἡμιολία. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z, ἤπερ ἡ E Δ, Δ B πρὸς Δ B. Ἢ καὶ ἄλλως· ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ Δ B τῆς [z] Δ Z, ἄλλη δέ τις ἡ E Δ· ἡ E Δ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς Δ Z ἤπερ ἡ E Δ πρὸς Δ B. Συνθέντι συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ E Δ, Δ B πρὸς Δ B. Ἡ σύνθεσις τοῦ θεωρήματος σαφὴς διὰ τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων.

PROP. IX. Theor.

Si ſphæra plano non per centrum ſecetur, majus ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet ejus dupla, quam habet majoris ſegmenti ſuperficies ad minoris ſuperficiem; majorem vero ſeſquialtera.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ′.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ [a] ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει, ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

[w] τὸ ἀεὶ A B Γ [x] τῷ A B Γ in MS. deſunt. [y] δεδομένου ex MS. [z] A B. [a] In MS. deeſt ἔλασσον.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διάμετρος ἡ ΒΔ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τῆς ΑΓ ὀρθῷ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΓ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα [b] πρὸς τὸ ΑΔΓ, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

Sit sphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΒΔ: planoque per ΑΓ secetur ad circulum ΑΒΓΔ recto; sitque majus sphæræ segmentum ΑΒΓ. Dico segmentum ΑΒΓ ad segmentum ΑΔΓ, minorem quidem rationem habere ejus dupla, quam habet superficies majoris segmenti ad superficiem minoris segmenti; majorem vero sesquialtera.

Ἐπιζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΑ, ΑΔ· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Ε· καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ· καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, βάσιν μὲν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὸν ΑΓ κύκλον, κορυφὰς δὲ τὰ Θ, Η σημεῖα. Ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΘΓ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΑΓΗ τῷ ΑΔΓ. Καί ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος. Τοῦτο γὰρ προγέγραπται. Δεικτέον ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ἔλασσον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Λέγω ὅτι καὶ ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΖΔ· ἔσται καὶ ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ. Ἴση γὰρ ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ· τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ἐπάνω συναποδέδεικται. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἔστω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΒΚ. Δῆλον γὰρ ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΘΒ τῆς ΒΕ· ἐπεὶ καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΔ. Καὶ ἔσται ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ. Ὡς δὲ ἡ ΖΒ πρὸς ΖΔ, ἐδείχθη ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΚΒ. Ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ· ὡς δὲ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ἐδείχθη ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ· ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΖΚ πρὸς

Jungantur enim ΒΑ, ΑΔ; centrum autem sit punctum Ε; et fiat, ut utraque quidem simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ, ita ΘΖ ad ΖΒ; ut utraque vero simul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ΗΖ ad ΖΔ: atque intelligantur coni basim habentes circulum, qui circa diametrum ΑΓ describitur, et vertices puncta Θ, Η. Æqualis utique erit conus quidem ΑΘΓ sphæræ segmento ΑΒΓ, conus vero ΑΓΗ segmento ΑΔΓ. Atque ut quadratum, quod a ΒΑ describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΑΔ, ita se habet superficies segmenti ΑΒΓ ad superficiem segmenti ΑΔΓ. Hoc enim antea scriptum est. Oportet demonstrare, majus sphæræ segmentum ad minus minorem rationem habere ejus dupla, quam habet superficies majoris segmenti ad superficiem minoris segmenti. Dico etiam conum ΑΘΓ ad conum ΑΗΓ, hoc est ΖΘ ad ΖΗ, minorem rationem habere ejus dupla, quam habet quadratum, quod a ΒΑ describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΑΔ, hoc est ΒΖ ad ΖΔ. Et quoniam ut utraque quidem simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ, ita se habet ΘΖ ad ΖΒ; ut utraque vero simul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita se habet ΖΗ ad ΖΔ; se habebit etiam ut ΒΖ ad ΖΔ, ita ΘΒ ad ΒΕ. Æqualis est enim ΒΕ ipsi ΕΔ, ut in superioribus theorematibus demonstratum est. Rursus quoniam ut utraque simul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita se habet ΗΖ ad ΖΔ, sit ΒΚ ipsi ΒΕ æqualis. Constat enim ΘΒ majorem esse quam ΒΕ; cum major sit etiam ΒΖ quam ΖΔ. Atque se habebit ut ΚΖ ad ΖΒ, ita ΗΖ ad ΖΔ. Ut autem ΖΒ ad ΖΔ, ita demonstratum est se habere ΘΒ ad ΒΕ, æqualisque est ΒΕ ipsi ΚΒ. Ut igitur ΘΒ ad ΒΚ, ita se habet ΚΖ ad ΖΗ. Et quoniam ΘΖ ad ΖΚ minorem rationem habet, quam ΘΒ ad ΒΚ; demonstratumque est, ut ΘΒ ad ΒΚ, ita se habere ΚΖ ad ΖΗ; ideo ΘΖ ad ΖΚ minorem rationem

[b] πρὸς τὸν

habet, quam K Z ad Z H. Minus eſt igitur ſpatium, quod ſub Θ Z, Z H continetur, quadrato, quod a Z K deſcribitur. Spatium igitur, quod ſub Θ Z, Z H continetur, ad quadratum quod a Z H deſcribitur, hoc eſt Z Θ ad Z H, minorem rationem habet quam quadratum, quod a K Z deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Z H. Quod autem quadratum a K Z deſcribitur, id ad quadratum, quod deſcribitur a Z H, rationem habet ejus duplam, quam habet K Z ad Z H. Θ Z igitur ad Z H rationem habet minorem ejus dupla, quam habet K Z ad Z H. Ut autem K Z ad Z H, ita ſe habet B Z ad Z Δ. Θ Z igitur ad Z H rationem habet minorem ejus dupla, quam habet B Z ad Z Δ. Hoc vero illud eſt, quod quærebamus. Et quoniam æqualis eſt B E ipſi E Δ, minus eſt ſpatium, quod ſub B Z, Z Δ continetur, ſpatio, quod continetur ſub B E, E Δ. B Z igitur ad B E minorem rationem habet, quam E Δ ad Δ Z; hoc eſt Θ B ad B Z. Minus eſt igitur quadratum, quod a Z B deſcribitur, ſpatio, quod ſub Θ B, B E continetur; hoc eſt illo, quod continetur ſub Θ B, B K. Æquale ſit quadratum, quod a B N deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub Θ B, B K. Ut igitur Θ B ad B K, ita ſe habet quadratum, quod a Θ N deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a N K. Quadratum autem, quod a Θ Z deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Z K, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a Θ N deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a N K. Igitur etiam quadratum, quod a Θ Z deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Z K, majorem rationem habet, quam Θ B ad B K; hoc eſt Θ B ad B E; hoc eſt K Z ad Z H. Θ Z igitur ad Z H rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam habet K Z ad Z H. Hoc enim in fine demonſtrabitur. Atque ut Θ Z quidem ad Z H, ita ſe habet conus A Θ Γ ad conum A H Γ; hoc eſt ſegmentum A B Γ ad ſegmentum A Δ Γ; ut vero K Z ad Z H, ita ſe habet B Z ad Z Δ; hoc eſt quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab A Δ; hoc eſt ſuperficies ſegmenti A B Γ ad ſuperficiem ſegmenti A Δ Γ. Majus igitur ſegmentum ad minus rationem habet minorem quidem ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti; majorem vero ſeſquialtera.

Aliter. Sit ſphæra, in qua maximus circulus A B Γ Δ, diameter A Γ, et centrum E; eaque plano ſecetur per B Δ ad A Γ recto. Dico majus ſegmentum Δ A B ad minus B Γ Δ rationem habere minorem quidem ejus dupla, quam habet ſuperficies ſegmenti A B Δ ad ſuperficiem ſegmenti B Γ Δ; majorem vero ſeſquialtera. Jungantur enim A B, B Γ. Ratio autem ſuperficiei

Z H. [c] Ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Θ Z, Z H, τοῦ ἀπὸ Z K. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Θ Z, Z H πρὸς τὸ ἀπὸ Z H, τουτέστιν ἡ Z Θ πρὸς Z H, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς K Z πρὸς τὸ ἀπὸ Z H. Τὸ δὲ ἀπὸ K Z πρὸς τὸ ἀπὸ Z H, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ K Z πρὸς Z H. Ἡ ἄρα Θ Z πρὸς Z H ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλασίονα τοῦ [d] ὃν ἔχει ἡ K Z πρὸς Z H. Ὡς δὲ ἡ K Z πρὸς Z H, ἡ B Z πρὸς Z Δ. Ἡ Θ Z ἄρα πρὸς Z H ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ B Z πρὸς Z Δ. Τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ B E τῇ E Δ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν B Z, Z Δ τοῦ ὑπὸ τῶν B E, E Δ. Ἡ Z B ἄρα πρὸς B E ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ E Δ πρὸς Δ Z· τουτέστιν ἡ Θ B πρὸς B Z. Ἔλασσον ἄρα τὸ ἀπὸ Z B τοῦ ὑπὸ τῶν Θ B, B E· τουτέστι τοῦ ὑπὸ τῶν Θ B, B K. Ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ B N τῷ ὑπὸ Θ B, B K. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Θ B πρὸς B K, τὸ ἀπὸ Θ N πρὸς τὸ ἀπὸ N K. Τὸ δὲ ἀπὸ Θ Z πρὸς τὸ ἀπὸ Z K, μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ἀπὸ Θ N πρὸς τὸ ἀπὸ N K. Καὶ τὸ ἀπὸ Θ Z ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ Z K μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Θ B πρὸς B K· τουτέστιν ἡ Θ B πρὸς B E· τουτέστιν ἡ K Z πρὸς Z H. Ἡ ἄρα Θ Z πρὸς Z H μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς K Z πρὸς Z H. Τοῦτο γὰρ [e] ἐπὶ τέλει. Καί ἐστιν ὡς μὲν ἡ Θ Z πρὸς Z H, ὁ A Θ Γ κῶνος πρὸς τὸν A H Γ κῶνον· τουτέστι τὸ A B Γ τμῆμα πρὸς τὸ A Δ Γ τμῆμα. Ὡς δὲ ἡ K Z πρὸς Z H ἡ B Z πρὸς Z Δ, τουτέστι τὸ ἀπὸ [f] B Δ πρὸς τὸ ἀπὸ A Δ· τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ A B Γ τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ A Δ Γ τμήματος. [g] Ἄλλατε τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

Ἄλλως. Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος ὁ A B Γ Δ, διάμετρος δὲ ἡ A Γ, κέντρον δὲ τὸ E· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τῆς B Δ πρὸς τὴν A Γ. Λέγω ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ Δ A B πρὸς τὸ ἔλασσον τὸ B Γ Δ, ἐλάσσονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ A B Δ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ B Γ Δ τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ A B, B Γ. Ὁ δὲ

[c] ἐλάσσονα ἄρα [d] In MS. ὃν ἔχει ἡ K Z πρὸς Z H· ἡ K Z πρὸς Z H ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ ὃν desunt. [e] ἐπὶ τέλει [f] Θ A [g] ἀλλ' ὅτι

τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγος, ὁ τοῦ κύκλου ἐστὶν [h] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον [i] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΒΓ, τουτέστιν ὁ τῆς ΑΘ πρὸς τὴν [k] ΘΓ. Κείσθω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἑκατέρα [l] τῶν ΑΖ, ΓΗ. Ὁ δὲ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, [m] οὗ ἡ βάσις μέν ἐστιν, ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος πρὸς τὸν κῶνον βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, κορυφὴν δὲ [n] τὸ Γ σημεῖον· καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ΒΑΔ τμήματος λόγος, πρὸς τὸν ΒΑΔ κῶνον, ὁ τῆς ΗΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ κώνου, πρὸς τὸν κῶνον ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ΒΓΔ κώνου πρὸς τὸ τμῆμα τὸ ΒΓΔ, ὁ τῆς ΑΘ ἐστὶ πρὸς ΘΖ. Ὁ δὲ συνημμένος ἐκ τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ, ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΗ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΗΘ, ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ, ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐστὶν [o] ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ [p] ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ, ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ διπλασίου, ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΗΘ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ὅτι ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ, τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ὅτι ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΘΖ τῆς ΘΗ. Φημὶ δὴ ὅτι καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον λόγον μείζονα ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς [q] ἐπιφάνειαν λόγου. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη, ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ· τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς ἐπιφάνειαν λόγου ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ [r] κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ

[h] οὕτως [i] οὕτως [k] ΑΓ [l] τῶν ex MS. [m] οὕτως [n] τὸ Α [o] πρὸς τὴν ΘΑ. [p] πρὸς [q] πρὸς ἐπιφάνειαν desunt. [r] κύκλου

ad superficiem eadem est quæ circuli, cujus ea, quæ ex centro, ipsa est ΑΒ, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipsa est ΒΓ; hoc est eadem quæ rectæ ΑΘ ad ΘΓ. Ponatur ei, quæ ex centro circuli, æqualis utraque ΑΖ, ΓΗ. Ratio autem segmenti ΒΑΔ ad segmentum ΒΓΔ componitur ex ratione, quam habet tum segmentum ΒΑΔ ad conum, cujus quidem basis est circulus, qui circa diametrum ΒΔ describitur, vertex vero punctum Α; tum idem conus ad conum, cujus quidem basis eadem est, vertex vero punctum Γ; tum idem hic, quem diximus, conus ad segmentum ΒΓΔ. Sed ratio quidem segmenti ΒΑΔ ad conum ΒΑΔ eadem est quæ ipsius ΗΘ ad ΘΓ; ratio vero coni ΒΑΔ ad conum ΒΓΔ eadem quæ ipsius ΑΘ ad ΘΓ; ratio denique coni ΒΓΔ ad segmentum ΒΓΔ eadem quæ ipsius ΑΘ ad ΘΖ. Quæ autem ratio componitur ex ratione tum ipsius ΗΘ ad ΘΓ, tum ipsius ΑΘ ad ΘΓ, eadem est quæ spatii, quod continetur sub ΑΘ, ΘΗ, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ; quæque componitur ex ratione tum spatii, quod continetur sub ΗΘ, ΘΑ, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, tum ipsius ΑΘ ad ΘΖ, eadem est quæ spatii, quod continetur sub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ: quæ quidem ratio spatii, quod continetur sub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, eadem est quæ quadrati, quod describitur ab ΑΘ, ducti in ΘΗ, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ. At hæc ratio spatii, quod continetur sub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ductum in ΘΗ, eadem est quæ quadrati, quod a ΘΑ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ. Quoniam igitur quadratum, quod a ΘΑ describitur, ductum in ΘΗ, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ ductum in ΖΘ rationem habet minorem dupla rationis ipsius ΑΘ ad ΘΓ: rationis autem ipsius ΑΘ ad ΘΓ dupla est ratio quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ; ideo quadratum, quod ab ΑΘ describitur, ductum in ΗΘ, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, minorem rationem habet, quam idem quadratum, quod ab ΑΘ describitur, ductum in ΗΘ, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΗ. Oportet igitur demonstrare majus esse quadratum, quod a ΓΘ describitur, ductum in ΖΘ, quadrato, quod describitur a ΓΘ, ducto in ΘΗ. Itaque demonstrare oportet majorem esse ΘΖ quam ΘΗ. Dico autem etiam majus segmentum ad minus rationem habere majorem

sesquialtera rationis superficiei ad superficiem. At vero demonstratum est segmentorum rationem eamdem esse atque quadrati, quod ab AΘ describitur, in ΘH ducti, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘZ: et rationis superficiei ad superficiem sesquialtera est ratio cubi, qui ab AB describitur, ad cubum, qui describitur a BΓ. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ describitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam cubum, qui ab AB describitur, ad cubum, qui describitur a BΓ; hoc est cubum, qui ab AΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘB; hoc est quadratum, quæ ab AΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ, et AΘ ad ΘB. At vero ratio quadrati, quod ab AΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, adjungens sibimetipsi rationem ipsius AΘ ad ΘB, eadem est quæ quadrati, quod ab AΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓΘ, ΘB. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓΘ, ΘB, eadem est quæ quadrati, quod ab AΘ describitur, in ΘH ducti, ad spatium, quod continetur sub ΓΘ, ΘB, ductum in ΘH. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ describitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam quadratum, quod ab AΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub BΘ, ΘΓ; hoc est quadratum, quod ab AΘ describitur, in ΘH ductum, ad spatium, quod continetur sub BΘ, ΘΓ, ductum in ΘH. Oportet igitur demonstrare, quadratum, quod a ΓΘ describitur, in ΘZ ductum, minus esse spatio, quod continetur sub BΘ, ΘΓ, ducto in ΘH. Quod idem est ac demonstrare quadratum, quod a ΓΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub BΘ, ΘΓ, minorem rationem habere, quam HΘ ad ΘZ. Oportet igitur demonstrare, HΘ ad ΘZ rationem habere majorem, quam ΓΘ ad ΘB. Ducatur a puncto E, rectæ EΓ ad rectos angulos, EK; et a puncto B ipsi EK ad angulos item rectos, BA. Reliquum est ut demonstremus, HΘ ad ΘZ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Æqualis est autem ΘZ utrique simul AΘ, KE. Oportet igitur demonstrare HΘ ad utramque simul ΘA, KE majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Itaque etiam ablata a ΘH, ΓΘ, et a KE, EA ipsi BΘ æquali, demonstrare oportebit reliquam ΓH ad reliquam utramque simul AΘ, KA majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB; hoc est ΘB ad ΘA; hoc est AE ad ΘA. Et permutando KE ad EA majorem rationem habere, quam utramque simul KA, ΘA ad ΘA: denique dividendo, KA ad AE majorem rationem habere, quam KA ad ΘA; ideoque minorem esse AE quam ΘA.

[s] κύβων. Φημὶ δὴ, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον· τουτέστιν [t] ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον· τουτέστιν ὁ τοῦ [u] ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, καὶ [w] ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστὶν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ, [x] ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Φημὶ δὲ ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΘ [y] ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΓ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Δεικτέον ἂν ὅτι τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΘ, ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΗΘ. Ὃ ταυτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. [z] Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ· καὶ ἀπὸ τοῦ Β κάθετος ἐπ' αὐτὴν [a] ἡ ΒΑ. Ἐπίλοιπον [b] ἡμῖν δεῖξαι, διότι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΘ, ΚΕ. Δεῖξαι ἄρα [c] δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα [d] ἀπὸ τῆς ΘΗ τῆς ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΕ, τῆς ΕΑ ἴσης τῇ ΒΘ, δεήσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν ΑΘ, ΚΑ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΘΑ· τουτέστιν ἡ ΑΕ πρὸς ΘΑ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΑ, ΘΑ, πρὸς [e] ΘΑ. Καὶ διελόντι, ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΑ πρὸς ΘΑ. Ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΕ τῆς ΘΑ.

[s] κύκλων [t] ὁ τῆς ΑΘ [u] In MS. ἀπὸ deest. [w] ἢ ὁ τῆς ΑΘ. [x] ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ in MS. desunt. [y] ἐπὶ τῆς ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘΓ τουτέστιν [z] ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ in MS. desunt. [a] ἡ ΒΔ [b] μεῖζον [c] δέον [d] ἀπὸ ex MS. [e] ΘΑ

E U T O C I U S.

ΕΙΣ ΤΟ Θ΄.

Ἡ ΘΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ· τουτέστιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Ἐπεὶ γὰρ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετος ἦκται ἡ ΑΖ, τῶν πρὸς τῇ καθέτῳ τριγώνων ὁμοίων ὄντων, ἔστιν ὡς ἡ ΖΒ πρὸς ΒΑ, ἡ ΑΒ πρὸς ΒΔ· καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται. Ὡς ἄρα ἡ ΖΒ πρὸς ΒΔ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΔ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ [f]ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ. Ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς [g]ΔΖ. Συναχθείη δ' ἂν τὸ αὐτὸ καὶ ἄλλως οὕτως. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΖ, τῆς ΒΔ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, καί ἐστι τῷ μὲν ὑπὸ ΔΒΖ ἴσον [h]τὸ ἀπὸ ΒΑ· τῷ δὲ ὑπὸ ΒΔΖ ἴσον τὸ ἀπὸ ΔΑ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΔΖ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ. Καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι δύο μεγέθη ἄνισα, καὶ προστεθῇ αὐτοῖς ἴσα, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συντεθὲν πρὸς τὸ συντεθέν. Ἔστωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΓΔ· καὶ προσκείσθωσαν αὐταῖς ἴσαι αἱ ΒΕ, ΔΖ. Λέγω ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς ΓΔ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΕ πρὸς ΓΖ. Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΕ, τουτέστι πρὸς ΔΖ. Ὥστε καὶ συνθέντι ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΔΖ, διὰ τὰ προδεδειγμένα· καὶ ἀναστρέψαντι, ἡ ΑΕ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα ἤπερ ἡ ΓΖ πρὸς ΓΔ. Ὥστε ἐναλλὰξ, δῆλον ἔσται τὸ προτεθέν.

Ἔλαττον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ τοῦ ἀπὸ ΖΚ. Ἐὰν γὰρ ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι συνεχεῖς, ὡς αἱ Α, Β, Γ, ὥστε τὴν Α πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ τὴν Β πρὸς τὴν Γ· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῶν Α, Γ, ἔλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς μέσης τῆς Β. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν, ὡς τὴν Α πρὸς τὴν Β, [i]οὕτως τὴν Β πρὸς ἄλλον τινὰ, ἔσται πρὸς μείζονα τῆς Γ· ἤπερ δεῖ ἐλαττῶσαι τὸν τῆς Β πρὸς Γ λόγον. Καὶ ἔσται τὸ ὑπὸ τῆς Α, καὶ τῆς μείζονος τῆς Γ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς Β. Ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ ἔλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς Β.

Τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. Ὡς γὰρ ἡ

IN NONUM.

ΘZ ad ZH minorem rationem habet ejus dupla, quam habet quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur ab AΔ; hoc est BZ ad ZΔ. Quoniam enim in triangulo rectangulo ducta est ab angulo recto normalis AZ; cum triangula, quæ ad normalem sunt, similia invicem sint, ut ZB ad BA, ita se habet AB ad BΔ: et ut prima ad tertiam, ita quadratum quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda; et quadratum, quod a secunda describitur, ad quadratum, quod describitur a tertia, quemadmodum supra demonstratum est. Igitur ut ZB ad BΔ, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΔ. Ut autem BΔ ad ΔZ, ita se habet quadratum, quod a BΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA. Ut enim prima ad tertiam, ita se habet quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda. Ut igitur quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA, ita se habet, æqua proportione, BZ ad ΔZ. Colligetur autem hoc idem etiam hoc pacto. Quoniam enim ut BZ ad ZΔ, ita se habet spatium, quod sub ZBΔ continetur ad spatium, quod continetur sub BΔZ, sumpta BΔ communi altitudine; et spatio quidem, quod sub ΔBZ continetur, æquale est quadratum, quod a BA describitur; spatio vero, quod continetur sub BΔZ, quadratum est æquale, quod describitur a ΔA; ideo ut quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA, ita se habet BZ ad ΔZ.

Et quoniam ΘZ ad ZK minorem rationem habet, quam ΘB ad BK. Generaliter enim si duæ fuerint inæquales magnitudines, iisque æquales duæ aliæ adjiciantur, major ad minorem majorem rationem habet, quam composita ad compositam. Sint enim inæquales duæ rectæ AB, ΓΔ; iisque æquales adjiciantur BE, ΔZ. Dico, AB ad ΓΔ majorem rationem habere, quam AE ad ΓZ. Quoniam enim major est AB quam ΓΔ, AB ad BE majorem rationem habet, quam ΓΔ ad BE, hoc est ad ΔZ. Quare, etiam componendo, AE ad EB majorem habet rationem, quam ΓZ ad ΔZ, per ea, quæ antea demonstrata sunt: et convertendo, AE ad AB rationem habet minorem, quam ΓZ ad ΓΔ. Quare permutando quod propositum est constabit.

Minus est igitur spatium, quod sub ΘZH continetur, quadrato, quod a ZK describitur. Si enim tres fuerint rectæ deinceps positæ, puta A, B, Γ, ita ut A ad B minorem rationem habeat, quam B ad Γ; quod sub earum extremis A, Γ spatium continetur, id quadrato minus est, quod a media B describitur. Si enim fiat, ut A ad B, ita B ad aliam quamdam; hæc utique major erit quam Γ; si quidem ratio ipsius B ad Γ minui debet. Atque erit spatium, quod sub A, et majore quam Γ continetur, æquale quadrato, quod a B describitur. Quare spatium, quod continetur sub A et Γ, minus est quadrato, quod describitur a B.

Spatium igitur, quod sub ΘZH continetur, ad quadratum, quod a ZH describitur, minorem rationem habet,

f ΣΑ g πρὸς Δ h τῷ i In MS. οὕτως deest.

quam quadratum, quod a KZ describitur, ad quadratum, quod describitur a ZH. Ut enim ΘZ ad ZH ita se habet spatium, quod sub ΘZH continetur, ad quadratum, quod a ZH describitur. At vero spatium, quod sub ΘZH continetur, minus est quadrato, quod a ZK describitur. Major autem magnitudo majorem ad eamdem rationem habet, quam minor.

Et quoniam æqualis est BE ipsi EΔ, minus est spatium, quod sub BZΔ continetur, spatio, quod continetur sub BBΔ. Nam spatium quidem, quod sub BEΔ continetur, æquale est quadrato, quod ab EΔ describitur; spatium vero, quod continetur sub BZΔ, una cum quadrato, quod ab EZ describitur, eidem illi quadrato est æquale. Hoc autem constat, id spatium, quo longius abest punctum Z ab eo puncto, quod rectam BΔ in duas æquas partes secat, eo minus esse spatio, quod sub æqualibus rectis continetur. Nam una cum majore quadrato, quod a rectis, quæ inter puncta secantia interjiciuntur, describitur, spatio æquale est, quod sub rectis æqualibus continetur. Quare et si recta in inæquales partes in puncto alio atque alio secetur; quod spatium sub segmentis continetur, quæ puncto, in quo eadem recta secatur in duas æquas partes, propiora sunt, id spatio est majus, quod continetur sub segmentis, quæ ab eodem puncto sunt remotiora.

BZ igitur ad BE minorem rationem habet, quam EΔ ad ΔZ. Generaliter enim si quatuor sint termini, puta A, B, Γ, ΔE; et spatium, quod sub A, ΔE continetur, minus sit spatio, quod continetur sub B, Γ; A ad B minorem rationem habet, quam Γ ad ΔE. Sit enim spatium, quod continetur sub B, Γ, æquale spatio, quod continetur sub A, ZE. Ut igitur A ad B, ita se habet Γ ad ZE. Habet autem Γ ad ZE minorem rationem, quam ad EΔ. Habet igitur etiam A ad B minorem rationem quam Γ ad ΔE.

A B Γ E Δ Z

Ut igitur ΘB ad BK, ita se habet quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK. Quoniam enim spatio, quod sub ΘBK continetur, æquale est quadratum, quod a BN describitur, se habent invicem proportionales tres, ut ΘB ad BN, ita BN ad BK. Et ut prima ad tertiam, ΘB ad BK, ita se habet quadratum, quod a secunda describitur, ad quadratum, quod describitur a tertia; hoc est quadratum, quod a BN describitur ad quadratum, quod describitur a BK, ut supra demonstratum est. Rursus quoniam ut ΘB ad BN, ita se habet BN ad BK; componendo, ut ΘN ad NB, ita se habet KN ad KB. et permutando, ut ΘN ad NK, ita NB ad BK. Igitur etiam, ut quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK, ita se habet quadratum, quod a NB describitur, ad quadratum, quod describitur a BK. Ut autem quadratum, quod a NB describitur, ad quadratum, quod describitur a BK, ita demonstratum est se habere ΘB ad BK. Ut igitur ΘB ad BK, ita etiam se habet quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK.

Quadratum autem, quod a ΘZ describitur, ad quadratum, quod describitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK. Rursus enim inæqualibus duabus ΘZ, ZK cum NZ adjecta sit; propter id, quod supra dictum est, ΘZ ad ZK majorem rationem habet, quam ΘN ad NK: quare etiam dupla. Quod igitur quadratum a ΘZ describitur, id ad quadratum quod describitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK, hoc est ΘB ad BE; hoc est KZ ad ZH.

ἡ ΘΖ πρὸς ΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. [k] Τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ τοῦ ἀπὸ ΖΚ ἔλασσον. Τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλασσον.

Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, ἔλασσόν ἐστι τὸ ὑπὸ [l] τῶν ΒΖΔ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΕΔ. Τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΔ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΒΖΔ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ αὐτῷ. Καὶ δῆλον, ὅτι ὅσῳ τᾶς διχοτομίας [m] ἀφέστακεν τὸ Ζ, [*] μείζονι, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ἴσων. Μετὰ γὰρ μείζονος τοῦ ἀπὸ τᾶς μεταξὺ [n] τῶν τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων. Ὥς τε εὐθεῖα καὶ εἰς ἄνισα τέμνηται κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σαμεῖον, τὸ ὑπὸ τῶν τμαμάτων τῶν ἔγγιον τᾶς διχοτομίας, μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ἀπωτέρω τμαμάτων.

Ἡ ΒΖ ἄρα πρὸς ΒΕ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ ΕΔ πρὸς ΔΖ. Καθόλου γάρ, ἐὰν ὦντι τέσσαρες ὅροι, ὧν οἱ Α, Β, Γ, ΔΕ· καὶ ᾖ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΔΕ ἔλασσον τοῦ ὑπὸ Β, Γ· ὁ Α πρὸς τὸν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Γ πρὸς ΔΕ. Ἔστω γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Β, Γ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν Α, ΖΕ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Γ πρὸς τὸν ΖΕ. Ὁ δὲ Γ πρὸς τὸν ΖΕ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸν ΕΔ. [o] Καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Γ πρὸς ΔΕ.

Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΘΒ [p] πρὸς ΒΚ, τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ. Ἐπεὶ γὰρ τῷ ὑπὸ ΘΒΚ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΒΝ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν ἐντι, ὡς ἁ ΘΒ πρὸς ΒΝ, ἁ ΒΝ πρὸς ΒΚ. Καὶ ὡς ἁ πρώτα πρὸς τὰν τρίταν, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς τρίτας, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ΘΒ πρὸς ΒΝ, ἁ ΒΝ [q] πρὸς ΒΚ· συνθέντι, ὡς ἡ ΘΝ πρὸς ΝΒ, ἁ ΚΝ πρὸς ΚΒ· ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΘΝ πρὸς ΝΚ, ἁ ΝΒ πρὸς ΒΚ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΝΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΝΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ, οὕτως ἐδείχθη ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ ΘΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ.

Τὸ δὲ ἀπὸ [r] ΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ. Πάλιν γὰρ δύο ἀνίσοις ταῖς ΘΖ, [s] ΖΚ πρόσκειται ἁ ΝΖ· καὶ διὰ τὸ ἀνωτέρω εἰρημένον ἁ ΘΖ πρὸς ΖΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΝ πρὸς ΝΚ· ὥς τε καὶ τὰ διπλάσια. [t] Τὸ ἄρα ἀπὸ ΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ, [u] τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, τουτέστιν ἁ ΚΖ πρὸς ΖΗ.

[k] τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ ἔλασσον [l] τῶν ΒΕΔ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΖΔ [m] ἀφίσταται [n] τῶν τομῶν ἴσων γάρ [o] ἡ δὲ Α ἄρα [p] πρὸς ΘΚ [q] πρὸς ΑΒ [r] ΘΚ [s] ΖΕ [t] τῷ [u] τουτέστιν ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ· τουτέστιν ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ.

[*] Meib. retinet μεῖζον

Ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ΚΖ πρὸς ΖΗ. Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι εὐθεῖαι, ὡς αἱ ΑΒ, Γ, Δ· ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ μείζονα λόγον ἔχειν, ἤπερ τὴν Γ πρὸς τὴν Δ. Λέγω ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Εἰλήφθω γὰρ τῶν Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ· ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ λόγος διπλάσιός ἐστι [w] τοῦ τῆς ΑΒ πρὸς Γ· ὁ δὲ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ διπλάσιον ἐστι τοῦ τῆς Γ πρὸς Ε· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Γ πρὸς Ε. Γεγονέτω οὖν ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Γ, ἡ Γ πρὸς ΒΖ. Καὶ ἐπεὶ τέσσαρες εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΒΖ, Γ, Ε, Δ, ἡ ΒΖ ἄρα πρὸς Δ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΖ πρὸς Γ, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς Ε. Ἔχει δὲ καὶ ἡ Γ πρὸς Δ διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς Γ πρὸς Ε. Ἡ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμιόλιον [x] λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ.*

ΘΖ igitur ad ΖΗ rationem habet majorem ejus sesquialtera, quam habet ΚΖ ad ΖΗ. Intelligantur enim rectæ seorsum positæ, puta ΑΒ, Γ, Δ; ita ut quadratum, quod ab ΑΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a Γ, majorem rationem habeat quam Γ ad Δ. Dico ΑΒ ad Δ rationem habere majorem, ejus sesquialtera, quam habet Γ ad Δ. Sumatur enim inter Γ, Δ proportionalis media Ε. Quoniam igitur quadratum, quod ab ΑΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a Γ, majorem rationem habet, quam Γ ad Δ: et ratio quidem quadrati, quod ab ΑΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a Γ, dupla est rationis ipsius ΑΒ ad Γ; ratio vero ipsius Γ ad Δ dupla est rationis ipsius Γ ad Ε; ideo etiam ΑΒ ad Γ majorem rationem habet, quam Γ ad Ε. Itaque fiat; ut Ε ad Γ, ita Γ ad ΒΖ. Et quoniam quatuor sunt rectæ proportione continua proportionales ΒΖ, Γ, Ε, Δ; ideo ΒΖ ad Δ rationem habet triplam ejus, quam habet ΒΖ ad Γ; hoc est Γ ad Ε. Habet autem et Γ ad Δ rationem ejus duplam, quam Γ habet ad Ε. Habet igitur ΒΖ ad Δ rationem ejus sesquialteram, quam habet Γ ad Δ. Propterea ΑΒ ad Δ rationem habet majorem ejus sesquialtera, quam Γ habet ad Δ.

ΛΕΜΜΑ ΕΙΣ ΤΟ ΒΞΗΣ.

Ἔστωσαν τέσσαρες ὅροι οἱ Α, Γ, Δ, Β. Λέγω ὅτι ὁ συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν Α, Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, μετὰ τοῦ τοῦ Β πρὸς Δ λόγου, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐπὶ τὴν Δ. Ἔστω γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ ΑΒ ἴσος ὁ Κ, τῷ δὲ ἀπὸ Γ ἴσος ὁ Λ· καὶ γεγονέτω ὡς ὁ Β πρὸς Δ, οὕτως ὁ Λ πρὸς Μ. Ὁ ἄρα τοῦ Κ πρὸς Μ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ Κ πρὸς Λ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ· καὶ τοῦ Λ πρὸς Μ, τουτέστι τοῦ Β πρὸς Δ. Ὁ δὲ Κ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ν ποιείτω· ὁ δὲ Λ τὸν Β πολλαπλασιάσας, τὸν Ξ ποιείτω· τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας, τὸν Ο. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ὁ Κ ἐστιν, ὁ δὲ Κ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ν πεποίηκεν· [y] τὸ ἄρα Ν ἐστιν ὁ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ἀπὸ Γ ὁ Λ ἐστιν, ὁ δὲ Λ τὸν Δ πολλαπλασιάσας [z] τὸν Ο πεποίηκεν· ὁ Ο ἄρα ἐστιν ὁ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν Δ. Ὥστε ὁ τοῦ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐπὶ τὴν Δ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ Ν πρὸς Ο. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ὁ τοῦ Κ πρὸς Μ [a] λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ Ν πρὸς Ο. Ἐπεὶ οὖν ἑκάτερος τῶν Κ, Λ τὸν Β πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τὸν Ν, Ξ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Ν πρὸς Ξ. Πάλιν ἐπεὶ ὁ Λ ἑκάτερον τῶν Β, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ξ, Ο πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς Δ, ὁ Ξ πρὸς Ο. Ἀλλ' ὡς ὁ Β πρὸς Δ, ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Λ πρὸς Μ, ὁ Ξ πρὸς Ο. Οἱ ἄρα Κ, Λ, Μ τοῖς Ν, Ξ, Ο ἐν τῷ αὐ-

LEMMA IN EAM, QUÆ SEQUITUR, DEMONSTRATIONEM.

Sint quatuor termini Α, Γ, Δ, Β. Dico rationem, quæ componitur ex ratione cum spatii, quod sub Α, Β continetur ad quadratum, quod a Γ describitur, tum ipsius Β ad Δ, eamdem esse atque rationem spatii, quod continetur sub Α, Β in Β ducti, ad quadratum, quod describitur a Γ, ductum in Δ. Sit enim spatio, quod sub ΑΒ continetur, æqualis terminus Κ; et quadrato, quod a Γ describitur, æqualis terminus Λ: et fiat ut Β ad Δ, ita Λ ad Μ. Ratio igitur ipsius Κ ad Μ componitur ex ratione cum ipsius Κ ad Λ; hoc est spatii quod sub Α, Β continetur, ad quadratum, quod a Γ describitur; tum ipsius Λ ad Μ; hoc est ipsius Β ad Δ. Porro Κ Β multiplicans faciat Ν: et Λ multiplicans quidem Β, faciat Ξ; multiplicans vero Δ, faciat Ο. Quoniam igitur spatium, quod sub ΑΒ continetur, terminus est Κ; qui quidem Κ Β multiplicans fecit Ν; ideo Ν spatium est, quod continetur sub ΑΒ, ductum in Β. Rursus quoniam quadratum, quod a Γ describitur, terminus est Λ; qui quidem Λ multiplicans Δ fecit Ο; ideo Ο est quadratum, quod describitur a Γ, ductum in Δ. Quare ratio spatii, quod sub ΑΒ continetur, ducti in Β, ad quadratum, quod a Γ describitur, ductum in Δ, eadem est atque ratio ipsius Ν ad Ο. Oportet igitur demonstrare, rationem ipsius Κ ad Μ eamdem esse atque rationem ipsius Ν ad Ο. Quoniam igitur uterque terminus Κ, Λ, Β multiplicans, utrumque Ν, Ξ fecit; ut Κ ad Λ, ita se habet Ν ad Ξ. Rursus quoniam terminus Λ multiplicans utrumque Β, Δ, utrumque fecit Ξ, Ο; ut Β ad Δ, ita se habet Ξ ad Ο. Ut autem Β ad Δ, ita se habet Λ ad Μ. Ut igitur Λ ad Μ, ita etiam se habet Ξ ad Ο. Quo fit ut termini Κ, Λ, Μ; et Ν, Ξ, Ο bini binis sibi invicem proportione respondeant. Igitur etiam

[w] τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ [x] λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ ex MS. [y] ὁ ἄρα Η [z] τὸν Δ [a] λόγος ἐστὶ

* Ita supplet Meibomius loci hujus sententiam.

ut K ad M, ita, æqua proportione, se habet N ad O. Ac ratio quidem ipsius K ad M eadem est atque illa, quæ componitur ex ratione cum spatii, quod sub AB continetur, ad quadratum, quod a Γ describitur, tum ipsius B ad Δ; ratio vero ipsius N ad O eadem est atque ratio spatii, quod continetur sub AB, ducti in B, ad quadratum, quod describitur a Γ, ductum in Δ. Quæ igitur ratio componitur ex ratione cum spatii, quod sub AB continetur, ad quadratum, quod a Γ describitur, tum ipsius B ad Δ, hæc eadem est atque ratio spatii, quod continetur sub AB, ducti in B, ad quadratum, quod describitur a Γ, ductum in Δ.

Illud vero manifestum est, spatium quod, sub AB continetur, in B ductum, æquale esse quadrato, quod a B describitur, ducto in A. Quoniam enim ut A ad B, ita se habet spatium, quod sub AB continetur, ad quadratum, quod a B describitur, sumpta communi altitudine B; si vero quatuor sint termini invicem proportionales, spatium, quod sub eorum extremis continetur, æquale est spatio, quod continetur sub mediis. Ideo spatium, quod sub AB continetur, in B ductum, æquale est quadrato, quod a B describitur, ducto in A.

IN ALTERAM NONI DEMONSTRATIONEM.

Dictum in præcedentibus est; si inter duas magnitudines media sumatur, extremarum rationem ex ea componi, quam habet cum prima ad mediam, tum media ad tertiam. Quin etiam si plures mediæ sumantur, extremarum ratio ex iis pariter componitur, quas habent invicem omnes magnitudines deinceps positæ. Itaque hoc loco dicit, rationem segmenti ΒΑΔ ad segmentum ΒΓΔ componi ex ratione, quam habet tum segmentum ΒΑΔ ad conum, cujus quidem basis est circulus, qui circa diametrum ΒΔ describitur, vertex vero punctum A; tum idem conus ad conum, cujus quidem basis eadem est, vertex vero punctum Γ; tum idem hic, quem diximus, conus ad segmentum ΒΓΔ. Nimirum sumptis inter segmenta ΔΑΒ, et ΒΓΔ mediis, quos diximus, conis. Sed ratio quidem segmenti ΒΑΔ ad conum ΒΑΔ eadem est quæ ipsius ΗΘ ad ΘΓ: nimirum per Porisma tertii theorematis libri secundi. Quippe in eo dicebatur, segmentum ad conum, qui in ipso est, eamdem habere rationem, quam utraque simul tum ea, quæ ex centro sphæræ, tum reliqui segmenti altitudo ad reliqui segmenti altitudinem. Ratio vero coni ΒΑΔ ad conum ΒΓΔ eadem quæ ipsius ΑΘ ad ΘΓ. Cum enim super eadem base constituti sint, se invicem habent ut altitudines. Ratio denique coni ΒΓΔ ad segmentum ΒΓΔ eadem quæ ipsius ΑΘ ad ΘΖ: nimirum per Porismatis, quod diximus, reciprocationem. Quare ratio segmenti ΒΑΔ ad segmentum ΒΓΔ ex ratione componitur tum ipsius ΗΘ ad ΘΓ, tum ipsius ΑΘ ad ΘΓ, tum ipsius ΑΘ ad ΘΖ. Quæ autem ratio componitur ex ratione tum ipsius ΗΘ ad ΘΓ, tum ipsius ΑΘ ad ΘΓ, eadem est quæ spatii, quod continetur sub ΗΘΑ, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ. Æquiangula enim parallelogramma rationem habent, quæ ex lateribus componitur. Quæque componitur ex ratione tum spatii, quod continetur sub ΗΘΑ, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, tum ipsius ΑΘ ad ΘΖ, eadem est quæ spatii, quod continetur sub ΗΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ: nimirum ut in præmisso theoremate demonstratum est. Quæ quidem ratio spatii, quod continetur sub ΗΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, eadem est quæ quadrati, quod describitur ab ΑΘ, ducti

τῷ λόγῳ εἰσὶ σὺν δύο λαμβανόμενοι. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Κ πρὸς Μ, οὕτως ὁ Ν πρὸς Ο. [b] Καὶ ὁ τοῦ Κ πρὸς Μ λόγος, ὁ αὐτός τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Β πρὸς Δ· ὁ δὲ τοῦ Ν πρὸς Ο λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐπὶ τὴν Δ. Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Β πρὸς Δ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐπὶ τὴν Δ.

Φανερὸν δὲ, καὶ ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν Α. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ Β, τοῦ Β κοινοῦ ὕψους λαμβανομένου· ἐὰν δὲ τέσσαρες ὅροι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ ἄρα [c] ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν Α.

ΕΙΣ ΤΟ ΑΛΛΩΣ ΤΟΥ Θ'.

Εἴρηται ἐν τοῖς προλαβοῦσιν, ὡς ἐὰν δύο μεγεθῶν ληφθῇ τὸ μέσον, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἔκ τε οὗ ἔχει τὸ πρῶτον πρὸς τὸ μέσον, καὶ τὸ μέσον πρὸς τὸ τρίτον. Ὁμοίως [d] δὲ κἂν πλείονα μέσα ληφθῇ, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τῶν λόγων ὧν ἔχουσι πάντα κατὰ τὸ ἑξῆς πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη. Καὶ ἐνταῦθα οὖν φησι, ὅτι ὁ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος [e] πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, κορυφὴν δὲ τὸ Γ σημεῖον· καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα. Δηλαδὴ τοῦ ΔΑΒ τμήματος, καὶ τοῦ ΒΓΔ μέσων λαμβανομένων τῶν εἰρημένων κώνων. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸν ΒΑΔ κῶνον, ὁ τῆς ΗΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ· διὰ τὸ Πόρισμα τοῦ τρίτου θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου. Ἐλέγετο γὰρ τὸ τμῆμα πρὸς τὸν ἐν ἑαυτῷ κῶνον τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος. Ὁ δὲ τοῦ ΒΑΔ κώνου πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, ὁ τῆς ΑΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Ὁ δὲ τοῦ ΒΓΔ κώνου πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα, ὁ τῆς ΑΘ ἐστὶ πρὸς ΘΖ· διὰ τὸ ἀνάπαλιν τοῦ εἰρημένου Πορίσματος. Ὥστε ὁ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τοῦ τῆς ΑΘ [f] πρὸς ΘΖ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ, ὁ τοῦ ὑπὸ ΗΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Τὰ γὰρ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΗΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ, ὁ τοῦ ὑπὸ ΗΘΑ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὡς δέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι λήμματι. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΗΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ

[b] καὶ ἐπεὶ ὁ τοῦ Κ [c] ὑπὸ ΑΒΕ [d] δὴ [e] πρὸς αὐτὸν [f] πρὸς ΘΓ

τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ· καὶ τοῦτο συναποδέδεικται ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ. Ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Ἐπεὶ οὖν δεῖ δεῖξαι, ὅτι τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου· δεῖ ἄρα δεῖξαι, [a]ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΒΓΔ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς προλαβοῦσι θεωρήμασι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ [b]ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ λόγου διπλάσιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, τῆς ΘΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Χρὴ ἄρα δειχθῆναι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ αὐτὸ [i]τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ· τουτέστιν ὅτι μείζων ἡ ΖΘ τῆς ΘΗ. Ἔστι δὲ τοῦτο φανερόν. Ἀνίσοις γὰρ ταῖς ΑΘ, ΘΓ ἴσαι πρόσκεινται αἱ ΖΑ, ΓΗ.

Ταῦτα εἰπὼν, αὐτὸς μὲν οὐκ ἐπήγαγε τὴν σύνθεσιν, ἡμεῖς δὲ αὐτὴν προσθήσομεν. Ἐπεὶ ἡ ΖΘ τῆς ΘΗ μείζων ἐστὶ, τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αὐτὸ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. [k]Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιός ἐστι τοῦ τῆς ΑΘ [l]πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλ ὁ μὲν τῶν τμημάτων λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ ὃν ἔχει

in ΘΗ, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ: hoc enim quoque in præmisso theoremate demonstratum est. Itaque ratio segmenti ad segmentum eadem est quæ quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ducti in ΘΗ, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ. Cum igitur demonstrare oporteat segmentum ad segmentum rationem habere minorem ejus dupla, quam habet superficies ad superficiem; oportet utique demonstrare, quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, rationem habere minorem ejus dupla, quam habet superficies segmenti ΒΑΔ ad superficiem segmenti ΒΓΔ; hoc est quadratum, quod ab ΑΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΓΒ. Ut autem quadratum, quod ab ΑΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΒΓ, ita se habet ΑΘ ad ΘΓ: hoc enim in præcedentibus demonstratum est. Demonstrandum igitur est, quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, rationem habere minorem ejus dupla, quam habet ΑΘ ad ΘΓ. Dupla autem ipsius ΑΘ ad ΘΓ ratio eadem est quæ quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ. Demonstrandum est igitur, quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, minorem rationem habere, quam quadratum, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ. Ut autem quadratum, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ita se habet, sumpta ΘΗ communi altitudine, quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΗ. Demonstrandum igitur est, quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, minorem rationem habere, quam idem quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΗ. Ad quam autem magnitudinem magnitudo eadem minorem habet rationem, ea major est. Demonstrandum est igitur, quadratum, quod a ΓΘ describitur, in ΖΘ ductum, majus esse quadrato, quod describitur a ΓΘ, ducto in ΘΗ; hoc est majorem esse ΖΘ quam ΘΗ. Hoc vero manifestum est. Quippe inæqualibus ΑΘ, ΘΓ æquales adjectæ sunt ΖΑ, ΓΗ.

Hæc cum dixisset ipse quidem compositionem non intulit, quam nos subjiciemus. Quoniam ΖΘ major est quam ΘΗ, quadratum, quod a ΓΘ describitur in ΘΖ ductum, majus est quadrato, quod describitur a ΓΘ, ducto in ΘΗ. Quare quadratum, quod ab ΑΘ describitur in ΘΗ ductum ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, minorem rationem habet, quam idem quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΗ. Ut autem quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΗ, ita se habet quadratum, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ. Igitur quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, minorem rationem habet, quam quadratum, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ. Ratio autem quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΓ, dupla est rationis ipsius ΑΘ ad ΘΓ. Igitur quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, rationem habet minorem ejus dupla, quam ΑΘ habet ad ΘΓ. Demonstratum autem est, segmentorum rationem eamdem esse atque quadrati, quod

[a] ὅτι ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ [b] ΕΘ [i] τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτό; in MS. desunt.
[k] ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ· πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ· τὸ ἄρα &c. [l] πρὸς ΓΘ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιος ἐστὶ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ· τὸ ἄρα

ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ducti, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ; superficierum vero eamdem atque ipsius ΑΘ ad ΘΓ. Igitur segmentum ad segmentum rationem habet minorem ejus dupla quam superficies habet ad superficiem.

Deinde vero resolvens alteram theorematis partem, sequitur. Dico autem etiam majus segmentum ad minus rationem habere majorem sesquialtera rationis superficiei ad superficiem. At vero demonstratum est, segmentorum rationem eamdem esse atque quadrati, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ducti, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ: et rationis superficiei ad superficiem sesquialtera est ratio cubi, qui ab ΑΒ describitur, ad cubum, qui describitur a ΒΓ; hoc est cubi, qui ab ΑΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘΒ. Nam rationis ipsius ΑΒ ad ΒΓ dupla quidem ratio eadem est quæ quadrati, quod ab ΑΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΒΓ; tripla vero eadem quæ cubi, qui ab ΑΒ describitur, ad cubum, qui describitur a ΒΓ. Ut autem cubus, qui ab ΑΒ describitur, ad cubum, qui describitur a ΒΓ, ita se habet cubus, qui ab ΑΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘΒ. Nam ut ΑΒ ab ΒΓ, ita se habet, propter triangulorum ΑΒΓ, ΑΒΘ similitudinem, ΑΘ ad ΘΒ: et si quatuor sint rectæ invicem proportionales, etiam solida similia, quæ ab ipsis simili modo describuntur, proportionalia invicem sunt. Quare cubus, qui ab ΑΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘΒ, rationem babet ejus sesquialteram, quam quadratum, quod ab ΑΒ describitur, habet ad quadratum, quod describitur a ΒΓ; boc est superficies ad superficiem. Ut autem segmentum ad segmentum, ita se habet quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ. Dico igitur quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad qusdratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habere, quam cubum qui ab ΑΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘΒ; hoc est quadratum, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ, et ΑΘ ad ΘΒ. Ratio enim quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ, dupla rationis ipsius ΑΘ ad ΘΒ, adjungens sibimetipsi rationem ipsius ΑΘ ad ΘΒ, eadem est quæ cubi, qui ab ΑΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘΒ: utraque enim ejusdem rationis est tripla. At vero ratio quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ, adjungens sibimetipsi rationem ipsius ΑΘ ad ΘΒ, eadem est quæ quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓΘΒ. Quoniam enim ratio ipsius ΑΘ ad ΘΒ eadem est quæ ipsius ΘΒ ad ΘΓ; proportionalis media cum sit ΒΘ; ideo ratio quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ, itemque ipsius ΑΘ ad ΘΒ, eadem est quæ quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ, quæque ipsius ΒΘ ad ΘΓ. Ratio autem ipsius ΒΘ ad ΘΓ eadem est quæ quadrati, quod a ΒΘ describitur, ad spatium, quod sub ΒΘΓ continetur, sumpta ΒΘ communi altitudine. Quare ratio quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ, itemque ipsius ΑΘ ad ΘΒ, eadem est quæ quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ; quæque quadrati, quod a ΒΘ describitur, ad spatium, quod sub ΒΘΓ continetur. Ratio autem quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad spatium, quod sub ΒΘΓ continetur, ex ratione componitur cum quadrati,

τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὰν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὰν ΘΖ· ὁ δὲ τῶν ἐπιφανειῶν ὃν ἔχει ἁ ΑΘ πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα τμᾶμα πρὸς τὸ τμᾶμα ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, τοῦ τᾶς ἐπιφανείας πρὸς τὰν ἐπιφάνειαν λόγου.

Ἑξῆς δὲ ἀναλύων τὸ ἕτερον μέρος τοῦ διωρίσματος ἐπάγει. Φαμὶ δὲ ὅτι τὸ μεῖζον τμᾶμα πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸν ἡμιόλιον τοῦ τᾶς ἐπιφανείας πρὸς τὰν ἐπιφάνειαν λόγου. Ἀλλ᾽ ὁ μὲν τῶν τμαμάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὰν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὰν ΘΖ· τοῦ δὲ τᾶς ἐπιφανείας πρὸς τὰν ἐπιφάνειαν λόγου ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τᾶς ΒΓ κύβον· τουτέστιν, ὁ ἀπὸ τᾶς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον. Τοῦ γὰρ τᾶς ΑΒ πρὸς ΒΓ διπλάσιος μέν ἐστι ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ τετραγώνου πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον· τριπλάσιος δὲ ὁ τοῦ [m] ἀπὸ τᾶς ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τᾶς ΒΓ κύβον. Ἀλλ᾽ ὡς ὁ ἀπὸ τᾶς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τᾶς ΒΓ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τᾶς ΘΒ κύβον. Ὡς γὰρ ἁ ΑΒ πρὸς τὰν ΒΓ, οὕτως ἁ ΑΘ πρὸς ΘΒ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓ, ΑΒΘ τριγώνων. Ἐὰν δὲ ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, καὶ τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν στερεὰ, τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογόν εἰσιν. Ὥστε ὁ ἀπὸ τᾶς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τᾶς ΘΒ κύβον, ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον· τουτέστιν ἁ ἐπιφάνεια πρὸς τὰν ἐπιφάνειαν. Ἀλλ᾽ ὡς τὸ τμᾶμα [n] πρὸς τὸ τμᾶμα, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὰν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὰν ΘΖ. Φαμὶ οὖν, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὰν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ [o] ΓΘ ἐπὶ τὰν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τᾶς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τᾶς ΘΒ κύβον· τουτέστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ ὁ τᾶς ΑΘ πρὸς ΘΒ. Ὁ γὰρ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, διπλάσιον τοῦ τᾶς ΑΘ πρὸς ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τᾶς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΘ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον· ἑκάτερος γὰρ τοῦ αὐτοῦ ἐστι τριπλάσιος. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τᾶς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ τᾶς ΑΘ πρὸς ΘΒ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τᾶς ΘΒ πρὸς ΘΓ, τᾶς ΒΘ μέσης ἀνάλογον ὑπαρχούσης· ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ,[p] μετὰ τοῦ τᾶς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τοῦ τᾶς ΒΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλ᾽ ὁ τᾶς ΒΘ πρὸς ΘΓ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τᾶς ΒΘ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένας. Ὥστε ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ λόγος, μετὰ τοῦ τᾶς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΘΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ. Ἀλλ᾽ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος, ὁ συγκείμενός ἐστιν ἐκ τοῦ

[m] ἀπὸ τᾶς ΑΒ πρὸς τὸν ἀπὸ τᾶς ΒΓ κύβον· ἀλλ᾽ ὡς ὁ ἀπὸ τᾶς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ in MS. desunt.

[n] In MS. desunt πρὸς τὸ τμᾶμα

[o] ΓΘ ex MS.

[p] μετὰ τοῦ τᾶς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ in MS. desunt.

ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, καὶ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΘ μέσου λαμβανομένου. Ὥστε ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ [q] ὑπὸ ΒΘΓ. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· τῆς ΘΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. Φημὶ δὴ ὅτι τὸ [r] ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστι. Δεικτέον οὖν ὅτι τὸ ἀπὸ [s] ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· ὃ ταυτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ. Ἐὰν γὰρ ὦσι τέσσαρες ὅροι ὡς ἐνταῦθα, τὸ ἀπὸ ΓΘ, καὶ τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, καὶ ἡ ΘΗ, καὶ ΘΖ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἔλασσον ᾖ [t] τοῦ ὑπὸ τῶν μέσων, ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὅπερ ὁ τρίτος πρὸς τὸν τέταρτον, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. Εὐλόγως ἄρα ἐχρῆν δεῖξαι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ [u] ἔλασσον τοῦ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ταυτὸν ἐστι τῷ δεῖξαι ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ὅπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [w] ὅπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΒΛ. Ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΘΛ, ΚΕ. Ἡ γὰρ ΑΖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἴση. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΘΗ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΛ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς ΗΘ τῆς ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΕ τῆς ΕΛ ἴσης τῇ ΒΘ· δέοι δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν ΛΘ, ΚΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἐπεὶ γὰρ δεῖ δειχθῆναι, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΛ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, [x] ὅπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ συναμφότερος ἡ ΘΛ, ΚΕ πρὸς ΘΒ· τουτέστι πρὸς ΛΕ. Καὶ διελόντι, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ συναμφότερος ἡ ΘΛ, ΚΛ πρὸς ΛΕ, τουτέστι πρὸς ΒΘ· καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΛ, ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΘΛ· τουτέστιν ἡ ΛΕ πρὸς ΛΘ. Ὅτι ἄρα ἡ ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΛΚΛ μείζονα λόγον ἔχει ὅπερ ἡ ΛΕ πρὸς ΛΘ. Καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΓΗ, τουτέστιν ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΘΛ πρὸς ΘΛ· διελόντι ἡ ΚΛ πρὸς

quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΒΘ, tum quadrati, quod describitur a ΒΘ, ad spatium, quod sub ΒΘΓ continetur; medio utique sumpto quadrato, quod describitur a ΒΘ. Quare ratio quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΒΘ, itemque ipsius ΑΘ ad ΘΒ, eadem est quæ quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad spatium, quod sub ΒΘΓ continetur. Ratio autem quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΒΘΓ, eadem est quæ quadrati, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ducti, ad spatium, quod continetur sub ΒΘΓ, ductum in ΘΗ: nimirum sumpta ΘΗ communi altitudine. Dico igitur quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habere, quam quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad spatium, quod continetur sub ΓΘΒ, ductum in ΘΗ. Ad quam autem magnitudinem magnitudo eadem majorem rationem habet, ea minor est. Oportet igitur demonstrare, quadratum, quod a ΓΘ describitur, in ΘΖ ductum, minus esse spatio, quod continetur sub ΒΘΓ, ducto in ΘΗ: quod idem est ac demonstrare, quadratum, quod a ΓΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓΘΒ, minorem rationem habere, quam ΘΗ ad ΘΖ. Si enim quatuor, ut hic, termini fuerint; id est quadratum, quod a ΓΘ describitur; spatium, quod continetur sub ΓΘΒ; ΘΗ, et ΘΖ; solidumque, quod sub eorum extremis continetur, minus sit solido, quod continetur sub mediis; primus terminus ad secundum minorem utique rationem habet, quam tertius ad quartum, ut supra demonstratum est. Itaque merito demonsteare oportebat, quadratum, quod a ΓΘ describitur, in ΘΖ ductum, minus esse spatio, quod continetur sub ΓΘΒ, ducto in ΘΗ. Quod idem est ac demonstrare, quadratum, quod a ΓΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓΘΒ, muiorem rationem habere, quam ΘΗ ad ΘΖ. Ut autem quadratum, quod a ΓΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓΘΒ, ita se habet ΓΘ ad ΘΒ. Oportet igitur demonstrare, ΓΘ ad ΘΒ minorem rationem habere, quam ΘΗ ad ΘΖ; hoc est, ΗΘ ad ΘΖ rationem babere majorem, quam ΓΘ ad ΘΒ. Ducatur a puncto Ε, rectæ ΕΓ ad rectos angulos, ΕΚ; et a puncto Β ipsi ΕΚ ad angulos item rectos, ΒΛ. Reliquum est, ut demonstremus, ΗΘ ad ΘΖ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Æqualis est autem ΘΖ utrique simul ΘΛ, ΚΕ. Quippe ΑΖ ei, quæ ex centro, est æqualis. Oportet igitur demonstrare, ΗΘ ad utramque simul ΘΛ, ΚΕ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Itaque etiam ablata ab ΗΘ, ΓΘ; et a ΚΕ, ΕΛ ipsi ΒΘ æquali; demonstrare oportebit, reliquam ΓΗ ad reliquam utramque simul ΛΘ, ΚΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Quoniam enim demonstrare oportet, ΗΘ ad utramque simul ΘΛ, ΚΕ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ; oportebit utique demonstrare, etiam permutando, ΗΘ ad ΘΓ majorem rationem habere, quam utramque simul ΘΛ, ΚΕ ad ΘΒ; hoc est ad ΛΕ. Et dividendo, ΗΓ ad ΓΘ majorem rationem habere, quam utramque simul ΘΛ, ΚΛ ad ΛΕ; hoc est ad ΒΘ: et permutando, ΗΓ ad utramque simul ΘΛ, ΚΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Ut autem ΓΘ ad ΘΒ, ita se babet ΘΒ ad ΘΛ; hoc est ΛΕ ad ΛΘ. Oportebit igitur demonstrare, ΗΓ ad utramque simul ΘΛ, ΚΛ majorem rationem habere, quam ΛΕ ad ΛΘ. Et permutando, ΓΗ, hoc est ΚΕ ad ΕΛ majorem rationem habere, quam utramque simul ΚΛ, ΘΛ ad ΘΛ. Denique, dividendo, ΚΛ

[q] ἀπὸ [r] ἀπὸ deest. [s] ΓΔ [t] ἢ [u] μεῖζον [w] ὥσπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει in MS. desunt. [x] ὥσπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει in MS. desunt.

ad ΑΕ majorem rationem habere, quam eamdem ΚΛ ad ΘΑ: hoc est minorem esse ΑΕ quam ΘΑ. Nos vero deinceps compositionem adjiciemus. Quoniam ΑΒ minor est quam ΑΘ; ΚΛ ad ΑΕ majorem rationem habet quam ΚΛ ad ΑΘ. Et componendo, ΚΕ ad ΕΛ majorem rationem habet, quam utraque simul ΚΛ, ΑΘ ad ΑΘ. Æqualis est autem ΑΕ ipsi ΒΘ. Igitur ΗΓ ad ΒΘ majorem rationem habet, quam utraque simul ΚΛ, ΑΘ ad ΑΘ. Et permutando, ΗΓ ad utramque simul ΚΛ, ΑΘ majorem rationem habet quam ΒΘ ad ΘΑ; hoc est ΓΘ ad ΘΒ. Et permutando, ΗΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam utraque simul ΚΛ, ΑΘ ad ΘΒ. Et componendo, ΗΘ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam utraque simul ΚΛ, ΑΘ una cum ΘΒ, hoc est utraque simul ΑΘ, ΚΕ ad ΒΘ. Æqualis est autem ΚΕ ipsi ΑΖ. Igitur ΗΘ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam ΖΘ ad ΘΒ. Et permutando, ΗΘ ad ΘΖ majorem rationem habet, quam ΓΘ ad ΘΒ. Ut autem ΓΘ ad ΘΒ, ita se habet quadratum, quod a ΓΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓΘΒ. Igitur propter ea, quæ antea dicta sunt, quadratum, quod a ΓΘ describitur, in ΘΖ ductum, minus est spatio, quod continetur sub ΓΘΒ, ducto in ΘΗ. Quod igitur quadratum ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, id ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habet, quam quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad spatium, quod continetur sub ΓΘΒ, ductum in ΘΗ: nimirum quadratum, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem habet rationem, quam quadratum, quod ab ΑΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓΘΒ. Ratio autem quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΒΘΓ, ex ratione componitur cum quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ, tum quadrati, quod describitur a ΘΒ, ad spatium, quod continetur sub ΒΘΓ; medio utique sumpto quadrato, quod describitur a ΒΘ: et ratio quadrati, quod describitur a ΒΘ ad spatium, quod continetur sub ΒΘΓ, eadem est quæ rectæ ΘΒ ad ΘΓ; hoc est rectæ ΑΘ ad ΒΘ. Quod igitur quadratum ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, id ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habet, quam quadratum, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ, et recta ΑΘ ad ΘΒ. Quæ autem ratio componitur ex ratione cum quadrati, quod ab ΑΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ, tum rectæ ΑΘ ad ΘΒ, hæc eadem est quæ cubi, qui ab ΑΘ, describitur, ad cubum, qui describitur a ΘΒ; hoc est cubi, qui ab ΑΒ describitur, ad cubum, qui describitur a ΒΓ. Quod igitur quadratum ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ductum, id ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habet, quam cubus, qui ab ΑΒ describitur, ad cubum, qui describitur a ΒΓ. Demonstratum est autem rationem quidem quadrati, quod ab ΑΘ describitur, in ΘΗ ducti, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, eamdem esse atque rationem segmentorum: rationem vero cubi, qui ab ΑΒ describitur, ad cubum, qui describitur a ΒΓ, sesquialteram esse rationis superficierum. Segmentum igitur ad segmentum rationem habet majorem ejus sesquialtera, quam superficies habet ad superficiem.

ΑΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ αὐτὴ ἡ ΚΛ πρὸς ΘΑ· τουτέστιν ἐλάσσων ἡ ΑΕ τῆς ΘΑ ἐστίν. Ἑξῆς δὲ ἡμεῖς τὴν σύνθεσιν προσθήσομεν. Ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῆς ΑΘ ἐλάσσων, ἡ ἄρα ΚΛ πρὸς ΑΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΛ πρὸς ΑΘ. Συνθέντι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ πρὸς ΑΘ. Ἡ δὲ ΑΕ τῇ ΒΘ ἐστὶν ἴση. Ἡ ἄρα ΗΓ πρὸς ΒΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ πρὸς ΑΘ. Ἐναλλάξ, ἡ ἄρα ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΚΛ, ΑΘ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΘ πρὸς ΘΑ, τουτέστιν ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἐναλλάξ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ πρὸς ΘΒ. Συνθέντι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ μετὰ τῆς ΘΒ, τουτέστι συναμφότερος ἡ ΑΘ, ΚΕ πρὸς [y] ΒΘ. Ἴση δὲ ἡ ΚΕ τῇ ΑΖ. Ἡ ἄρα ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. Ἐναλλάξ, ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ὡς δὲ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ἡ ἄρα ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ· καὶ διὰ πρότερον εἰρημένα, τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ [z] ἐπὶ τὴν ΘΗ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ [a] πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΘ μέσου λαμβανομένου, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ, τουτέστι τῷ τῆς ΑΘ πρὸς ΒΘ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβου, πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον· τουτέστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ τῶν τμημάτων· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ [b] κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβου λόγος, ἡμιόλιος ἐδείχθη τοῦ τῶν ἐπιφανειῶν λόγου. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν.

[y] ΑΘ [z] ἐπὶ τὴν ΘΗ, ὅπως τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον τοῦ ἀπὸ ΒΘ in MS. desunt. [a] πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΓ [b] ΑΘ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ί.

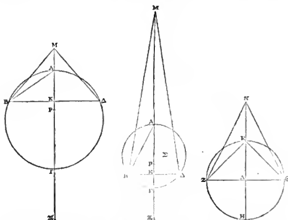
Τῶν ἐπὶ τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων, μεῖζόν ἐστι τὸ ἡμισφαίριον.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ· καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΕΖΗΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΗ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. Ἔστω δὲ τὰ μὲν τέμνοντα ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς ΑΓ, ΕΗ διαμέτρους· καὶ τετμήσθωσαν κατὰ τὰς ΔΒ, ΖΘ γραμμάς. Ἔστι δὲ τὸ μὲν κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν τμῆμα τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον· τῶν δὲ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμημάτων, ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι πρὸς ᾧ τὸ Σ σημεῖον μεῖζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασσον ἡμισφαιρίου. Ἴσαι δὲ ἔστωσαν [c] αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω δὴ ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν ἡμισφαίριον, τοῦ κατὰ τὴν [d] ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματος.

PROP. X. Theor.

Sphæricorum segmentorum, quæ æquali superficie comprehenduntur, quod est hemisphærium, id est maximum.

Sit sphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΑΓ: aliaque item sphæra, cujus maximus circulus ΕΖΗΘ, et diameter ΕΗ: planoque secentur altera quidem per centrum, altera vero non per centrum acto. Quæ autem secant plana recta sint ad diametros ΑΓ, ΕΗ: secenturque sphæræ secundum lineas ΔΒ, ΖΘ. Ac segmentum quidem sphæræ, quod secundum circumferentiam ΖΕΘ constituitur, hemisphærium est: quæ autem segmenta constituuntur secundum circumferentiam ΒΑΔ, horum quidem alterum in ea figura, in qua est punctum Σ, majus est hemisphærio; alterum vero in figura alia hæmisphærio minus. Æquales autem sint segmentorum, quæ diximus, superficies. Dico igitur hemisphærium, quod secundum circumferentiam ΖΕΘ constituitur, majus esse hemisphærio, quod constituitur secundum circumferentiam ΒΑΔ.



Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων, φανερὸν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΒΖ εὐθείᾳ. Δέδεικται γὰρ ἑκάστου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια ἴση οὖσα κύκλῳ, [e] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος εὐθείᾳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡμίσεως κύκλου ἡ ΒΑΔ περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ [f] τὸ Σ σημεῖον, δῆλον ὅτι ἡ ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασίων δυνάμει τῆς ΑΚ,

Quoniam enim æquales sunt segmentorum, quæ diximus, superficies, manifestum est ΒΑ rectæ ΕΖ æqualem esse. Demonstratum enim est, cujusque segmenti superficiem æqualem esse circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est rectæ, quæ a vertice segmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui est basis segmenti. Et quoniam circumferentia ΒΑΔ in ea figura, in qua est punctum Σ, major est dimidio circuli; manifestum est ΒΑ rectæ quidem ΑΚ

[c] αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω δὴ in MS. desunt. [d] ΖΗΘ [e] ὅτι [f] τὸ Γ

minorem esse quam duplam potestate; ejus vero, quæ ex centro, potestate majorem quam duplam. Sit porro ei, quæ ex centro circuli ΑΒΔ, æqualis ΓΞ: et quam rationem habet ΓΞ ad ΓΚ, hanc habeat ΜΑ ad ΑΚ: et a circulo, qui circa diametrum ΒΔ est, conus describatur verticem habens punctum Μ. Æqualis est igitur hic conus sphæræ segmento, quod secundum circumferentiam ΒΑΔ constituitur. Sit item rectæ ΕΑ æqualis ΕΝ: et a circulo, qui circa diametrum ΘΖ est, describatur conus verticem habens punctum Ν. Æqualis est igitur hic conus hemisphærio, quod constituitur secundum circumferentiam ΘΕΖ. Spatium autem, quod sub ΑΡ, ΡΓ continetur, majus est spatio, quod continetur sub ΑΚ, ΚΓ; cum minus alterius latus minore alterius latere sit majus: et quadratum, quod ab ΑΡ describitur, æquale est spatio, quod continetur sub ΑΚ, ΓΞ; cum dimidium sit quadrati, quod describitur ab ΑΒ. Igitur etiam utrumque utroque est majus. Quod igitur spatium sub ΓΑ, ΑΡ continetur, majus est spatio, quod continetur sub ΞΚ, ΚΑ. Spatio autem, quod sub ΞΚ, ΚΑ continetur, æquale est spatium, quod continetur sub ΜΚ, ΚΓ. Majus est igitur spatium, quod sub ΓΑ, ΑΡ continetur, spatio, quod continetur sub ΜΚ, ΚΓ. Quare majorem rationem habet ΓΑ ad ΓΚ, quam ΜΚ ad ΑΡ. Quam autem rationem habet ΑΓ ad ΓΚ, hanc habet quadratum, quod ab ΑΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΒΚ. Constat igitur majorem rationem habere dimidium quadrati, quod ab ΑΒ describitur; quod quidem æquale est quadrato, quod describitur ab ΑΡ; ad quadratum, quod describitur a ΒΚ, quam ΜΚ ad duplam ipsius ΑΡ; quæ quidem ipsi ΑΝ est æqualis. Majorem igitur rationem habet etiam circulus, qui circa diametrum ΘΖ describitur, ad circulum, qui describitur circa diametrum ΒΔ, quam ΜΚ ad ΝΑ. Quare major est conus, qui basim quidem habet circulum, qui circa diametrum ΖΘ describitur, verticem vero punctum Ν, cono, qui basim quidem habet circulum, qui describitur circa diametrum ΒΔ, verticem vero punctum Μ. Itaque illud quoque constat hemisphærium, quod secundum circumferentiam ΕΖΘ constituitur, majus esse segmento, quod constituitur secundum circumferentiam ΒΑΔ.

τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασίων δυνάμει.[c] Ἔστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΔ κύκλου ἴση ἡ ΓΞ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΓΞ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἐχέτω ἡ ΜΑ πρὸς ΑΚ· ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κῶνος ἔστω, κορυφὴν ἔχων τὸ Μ σημεῖον. Ἴσος δή ἐστιν οὗτος τῷ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματι τῆς σφαίρας. Ἔστω καὶ τῇ ΕΑ ἴση ἡ ΕΝ· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ Ν σημεῖον. Ἴσος δὴ καὶ οὗτος ἐστὶ τῷ κατὰ τὴν ΘΕΖ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΡ, ΡΓ, μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΓ· διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΡ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν [a]ΑΚ, ΓΞ· ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. Μεῖζον οὖν ἐστι καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου. Τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΡ, μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΞΚ, ΚΑ. Τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΞΚ, ΚΑ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὥστε τὸ μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΡ, τοῦ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὥστε μείζονα λόγον ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΑΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ. Δῆλον οὖν, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ [b]ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΡ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ΑΝ. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ, πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΝΑ. Ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Ν σημεῖον, τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, κορυφὴν δὲ τὸ Μ σημεῖον. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν.

EUTOCIUS.

IN DECIMUM.

Manifestum autem est, ΒΑ rectæ quidem ΑΚ potestate minorem esse quam duplam; ejus vero, quæ ex centro, majorem quam duplam. Juncta enim a puncto Β ad centrum ΒΟ; cum angulus ΒΟΑ, qui ad centrum est, sit obtusus, quadratum, quod ab ΑΒ describitur, majus est quadratis, quæ describuntur ab æqualibus rectis

ΕΙΣ ΤΟ ι.

Δῆλον δὲ ὅτι ἡ ΒΑ τῆς μὲν ΑΚ ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασία δυνάμει, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων, ἢ διπλασία. Ἐπιζευχθείσης γὰρ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς ΒΟ, τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ ἀμβλείας γινομένης τῆς ὑπὸ ΒΟΑ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν

[a] ΑΞ [b] ΑΡ, περὶ τὸ ἀπὸ τῆς in MS. desunt.

[c] Crediderim glossema esse.

ἴσων ὄντων. Ὥς τε τὸ ἑνὸς αὐτῶν, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Πάλιν δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΒ ἴσου ὄντος τοῖς ἀπὸ ΑΚ, ΚΒ, καὶ μείζονος ὄντος τοῦ ἀπὸ ΑΚ τοῦ ἀπὸ ΚΒ, τὸ ἀπὸ ΑΒ τοῦ ἀπὸ ΑΚ ἔλασσόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοῦ σχήματος, ἐφ' οὗ σημεῖον Σ. Ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ σχήματι τἀναντία πάντως εἰκότως λεχθήσεται.

Ἔστω[i] τῇ ΕΛ ἴση ἡ ΕΝ· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ, κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ Ν σημεῖον. Ἴσος δὴ καὶ οὗτός ἐστι τῷ κατὰ τὴν ΘΕΖ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ, ὕψος δὲ τὴν ΛΕ, τοῦ μὲν κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, καὶ ὕψος ἴσον, τριπλάσιός ἐστι, τοῦ δὲ ἡμισφαιρίου ἡμιόλιος· τὸ ἡμισφαίριον διπλάσιόν ἐστι τοῦ αὐτοῦ κώνου. Ἔστι δὲ καὶ ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΝ, διπλάσιος τοῦ αὐτοῦ κώνου. Καὶ τὸ ἡμισφαίριον ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΝ.

Τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΡΓ μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΚΓ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι ἐὰν εὐθεῖα τμηθῇ εἰς ἄνισα, κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον, τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν κατὰ τὴν ἐγγυτέραν τῆς διχοτομίας τομὴν μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν τμημάτων κατὰ τὴν ἀπωτέραν. Ταυτὸν δέ ἐστι εἰπεῖν, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Ὅσῳ γὰρ ἐλάσσων ἐστὶ, τοσούτῳ πλεῖον ἀφίσταται ἡ τομὴ τῆς διχοτομίας.

Τὸ δὲ[k] ἀπὸ τῆς ΑΡ ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΓΞ, ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ ΒΓ, διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον ἦχθαι τὴν ΒΚ, καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια εἶναι ἀλλήλοις τε καὶ τῷ ὅλῳ· ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΑΚ ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΒ. Ὥς τε καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΓΑ, καὶ ΑΚ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΓΞ, ΑΚ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ ΑΒ, τουτέστι τῷ ἀπὸ ΑΡ.

Μεῖζον ἂν εἴη καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου. Ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ[l] τῷ ἀπὸ ΑΡ, μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ τοῦ ὑπὸ ΑΚΓ· ἐὰν δὲ ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, καὶ ἐκεῖνο μεῖζον, ὃ καὶ ἐξαρχῆς μεῖζον· [m]τῷ ὑπὸ ΑΡΓ προστεθέντος τοῦ ἀπὸ ΑΡ, τῷ δὲ ὑπὸ ΑΚΓ τοῦ ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ· μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ ΑΡΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΡ, τοῦ ὑπὸ ΑΚΓ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΡ, ἴσον γίνεται τῷ ὑπὸ ΓΑΡ, διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Στοιχείων· τὸ δὲ ὑπὸ ΑΚΓ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ, ἴσον τῷ ὑπὸ ΑΚ, ΚΞ, διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ αὐτοῦ βιβλίου. Ὥς τε τὸ ὑπὸ ΓΑΡ μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΑΚΞ. Τῷ δὲ ὑπὸ τοῦ

obtusum angulum comprehendentibus. Quare eorum alterius, nempe illius, quod ab ea, quæ ex centro, describitur, majus est quam duplum. Rursus autem cum quadratum, quod ab AB describitur, æquale sit quadratis quæ describuntur ab AK, KB, quorum illud, quod ab AB describitur majus est illo, quod describitur a KB; quadratum utique, quod ab AB describitur, quadrato, quod describitur ab AK, minus est quam duplum. Atque hæc quidem de figura, in qua est punctum Σ. Nam de altera contraria prorsus dicenda sunt.

Sit item rectæ EA æqualis EN: et a circulo, qui circa diametrum ΘZ est, describatur conus verticem habens punctum N. Æqualis est igitur hic conus hemisphærio, quod constituitur secundum circumferentiam ΘEZ. Quoniam enim cylindrus basim habens circulum, qui circa diametrum ΘZ describitur, et altitudinem AE, coni quidem eamdem basim et altitudinem habentis triplus est, hemisphærii vero sesquialter; ideo hemisphærium coni illius est duplum. Duplus est autem ejusdem coni etiam conus basim habens circulum, qui circa diametrum ΘZ describitur, et altitudinem AN. Æquale est igitur hemisphærium cono basim habenti circulum, qui circa diametrum ZΘ describitur, et altitudinem AN.

Spatium autem, quod sub AΡΓ continetur, majus est spatio, quod continetur sub AKΓ; cum minus alterius latus minore alterius latere sit majus. Dictum enim superius est, si recta in inæquales partes in alio atque alio puncto secetur; quod spatium sub segmentis continetur, quæ propius a rectæ ejus medio secantur, id spatio majus esse, quod continetur sub segmentis, quæ secantur remotius ab eodem medio. Quod quidem idem est ac dicere, minus alterius spatii latus minore alterius latere majus esse. Quanto enim minus fuerit, tanto remotius rectæ segmenta ab ejus medio secabuntur.

Et quadratum, quod ab AΡ describitur, æquale est spatio, quod continetur sub AK, ΓΞ; cum dimidium sit quadrati, quod describitur ab AB. Si enim jungatur BΓ, cum in triangulo rectangulo ducta sit a recto ejus angulo normalis BK, quæque ad normalem sunt triangula, similia toti sibique invicem sint; spatium, quod sub ΓAK continetur, æquale est quadrato, quod ab AB describitur. Quare etiam spatium, quod continetur sub dimidia ipsius ΓA, et AK; hoc est illud, quod sub ΓΞ, AK; æquale est dimidio quadrati, quod describitur ab AB; hoc est illi, quod ab AΡ.

Igitur etiam utrumque utroque est majus. Quoniam enim æquale est spatium, quod sub AK, ΓΞ continetur, quadrato, quod ab AΡ describitur; majusque spatium, quod sub AΡΓ continetur, spatio, quod continetur sub AKΓ; et si inæqualibus æqualia adjiciantur tota inæqualia sunt, majusque id, quod majus initio erat; ideo spatio, quod sub AΡΓ continetur, adjecto quadrato, quod ab AΡ describitur, spatioque, quod continetur sub AKΓ, adjecto spatio, quod continetur sub AK, ΓΞ; majus utique est spatium, quod sub AΡΓ continetur, una cum quadrato, quod ab AΡ describitur, spatio, quod continetur sub AKΓ, una cum spatio, quod continetur sub AK, ΓΞ. Sed spatium, quod sub AΡΓ continetur, una cum quadrato, quod ab AΡ describitur, æquale est spatio, quod continetur sub ΓAΡ, per tertium theorema libri Elementorum secundi: et spatium, quod sub AKΓ continetur, una cum spatio, quod continetur sub AK, ΓΞ, spatio est æquale, quod continetur sub AK, KΞ, per primum theorema ejusdem libri. Quare spatium, quod sub ΓAΡ continetur, majus est spatio, quod continetur,

[i] ᾗ τῷ [k] ἀπὸ ΑΡ [l] τῷ ἀπὸ ΑΡ in MS. desunt. [m] τῷ μὲν ὑπὸ

fub Α Κ Ξ. Spatio autem, quod fub Ξ Κ Α continetur, æquale eft fpatium, quod continetur fub Μ Κ Γ. Ponitur enim ut Ξ Γ ad Γ Κ ita fe habere Μ Α ad Α Κ. Quare etiam componendo, ut Ξ Κ ad Κ Γ, ita fe habet Μ Κ ad Κ Α. Quod autem fpatium fub extremis continetur, id fpatio æquale eft, quod continetur fub mediis. Igitur fpatium, quod fub Ξ Κ Α continetur, æquale eft fpatio, quod continetur fub Μ Κ Γ. Majus eft autem fpatium, quod fub Γ Α Ρ continetur, fpatio, quod continetur fub Ξ Κ Α. Majus eft igitur fpatium, quod fub Γ Α Ρ continetur, fpatio, quod continetur fub Μ Κ Γ. Quare majorem rationem habet Α Γ ad Γ Κ, quam Μ Κ ad Α Ρ. Quoniam enim quatuor funt rectæ Γ Α, Κ Μ, Κ Γ, Α Ρ; et fpatium, quod fub prima Γ Α, et quarta Α Ρ continetur, majus eft fpatio, quod continetur fub fecunda Μ Κ, et tertia Κ Γ; ideo prima Γ Α ad fecundam Μ Κ majorem rationem habet, quam tertia Κ Γ ad quartam Α Ρ. Et permutando, Γ Α ad Κ Γ majorem habet rationem, quam Μ Κ ad Α Ρ. Quam autem rationem habet Α Γ ad Κ Γ, hanc habet quadratum, quod ab Α Β defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur a Β Κ. Juncta enim Β Γ, cum in triangulo rectangulo ducta a recto ejus angulo fit normalis Β Κ; ut Α Γ ad Γ Β, ita fe habet Β Γ ad Γ Κ. Propterea ut prima ad tertiam; hoc eft Α Γ ad Γ Κ; ita fe habet quadratum, quod ab Α Γ defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur a Γ Β. Ut autem quadratum, quod ab Α Γ defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur a Γ Β, ita fe habet quadratum, quod ab Α Β defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur a Β Κ. Simile enim eft triangulum Α Β Κ triangulo Α Β Γ. Ut igitur Α Γ ad Γ Κ, ita fe habet quadratum, quod ab Α Β defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur a Β Κ. Habet autem Α Γ ad Γ Κ majorem rationem, quam Μ Κ ad Α Ρ. Habet igitur majorem rationem etiam quadratum, quod ab Α Β defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur a Β Κ, quam Μ Κ ad Α Ρ. Et de præcedentium dimidiis, dimidium quadrati, quod ab Α Β defcribitur; hoc eft quadratum, quod defcribitur ab Α Ρ; ad quadratum, quod defcribitur a Β Κ, majorem rationem habet, quam dimidia ipfius Μ Κ ad Α Ρ; hoc eft Μ Κ ad duplam ipfius Α Ρ. At vero quadrato, quod ab Α Ρ defcribitur, æquale eft quadratum, quod defcribitur a Ζ Α: ponitur enim, Α Β ipfi Ε Ζ æqualem effe, et Ε Ζ ipfius Ζ Α poteftate duplam; quippe Ε Α ipfi Α Ζ eft æqualis: dupla autem ipfius Α Ρ eft Ν Α; cum ipfius quoque Α Ζ fit dupla. Quare quadratum, quod a Ζ Α defcribitur, ad quadratum, quod defcribitur a Β Κ, majorem rationem habet, quam Μ Κ, ad duplam ipfius Α Ρ, quæ quidem ipfi Α Ν eft æqualis. Majorem igitur rationem habet etiam circulus, qui circa diametrum Θ Ζ defcribitur, ad circulum, qui defcribitur, circa diametrum Β Δ, quam Μ Κ ad Ν Α. Quare major eft conus, qui bafim quidem habet circulum, qui circa diametrum Θ Ζ defcribitur, verticem vero punctum Ν, cono, qui bafim quidem habet circulum, qui defcribitur circa diametrum Β Δ, verticem vero punctum Μ. Si enim fiat ut circulus, qui circa diametrum Ζ Θ defcribitur, ad circulum, qui defcribitur circa diametrum Β Δ, ita Κ Μ ad aliam quamdam rectam; hæc utique minor erit quam Α Ν. Atque conus, qui bafim habet circulum, qui circa diametrum Ζ Θ defcribitur, et altitudinem minorem hujufmodi rectam, æqualis quidem erit cono Μ Β Δ; quod bafes et altitudines reciprocantur; minor vero cono Ν Θ Ζ; quod fuper eadem bafe

Ξ Κ Α ἴσον ἐςὶ τὸ ὑπὸ τῶν Μ Κ Γ. Ὑπόκειται γὰρ ὡς ἡ Ξ Γ πρὸς Γ Κ, ἡ Μ Α πρὸς Α Κ. Ὥς τε καὶ συνθέντι ὡς ἡ Ξ Κ πρὸς Κ Γ, οὕτως ἡ Μ Κ πρὸς Κ Α. Καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Ξ Κ Α ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ Μ Κ Γ. Ἀλλὰ τοῦ ὑπὸ τῶν Ξ Κ Α μεῖζον ἦν τὸ ὑπὸ Γ Α Ρ. Καὶ τὸ ὑπὸ Γ Α Ρ ἄρα μεῖζόν ἐςι τοῦ ὑπὸ Μ Κ Γ. Ὥς τε μείζονα λόγον ἔχει ἡ Α Γ πρὸς Γ Κ, ὅπερ ἡ Μ Κ πρὸς Α Ρ. Ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες εὐθεῖαί εἰσιν αἱ Γ Α, Κ Μ, Γ Κ, Α Ρ· καὶ τὸ ὑπὸ πρώτης τῆς Γ Α καὶ τετάρτης τῆς Α Ρ μεῖζόν ἐςι τοῦ ὑπὸ δευτέρας τῆς Μ Κ, καὶ τρίτης τῆς Κ Γ· ἡ πρώτη ἡ Γ Α πρὸς δευτέραν τὴν Μ Κ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ [a] ἡ τρίτη ἡ Κ Γ πρὸς τετάρτην τὴν Α Ρ. Καὶ ἐναλλὰξ, ἡ Γ Α πρὸς Κ Γ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ Μ Κ πρὸς Α Ρ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Α Γ πρὸς Γ Κ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β Κ.[b] Ἐπιζευχθείσης γὰρ τῆς Β Γ, διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον εἶναι τὴν Β Κ, γίνεται ὡς ἡ Α Γ πρὸς Γ Β, ἡ Β Γ πρὸς Γ Κ. Καὶ διὰ τοῦτο ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τουτέστιν ἡ Α Γ πρὸς Γ Κ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Γ Β. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Α Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Γ Β, οὕτως τὸ ἀπὸ Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ Β Κ. Ὅμοιον γὰρ τὸ Α Β Κ τῷ Α Β Γ. Ἔςιν ἄρα καὶ ὡς ἡ Α Γ πρὸς Γ Κ, οὕτως τὸ ἀπὸ Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ Β Κ. Ἡ δὲ Α Γ πρὸς Γ Κ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ Μ Κ πρὸς Α Ρ. Καὶ τὸ ἀπὸ Α Β ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ Β Κ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ Μ Κ πρὸς [c] Α Ρ. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση, τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ Α Β, ὅπερ ἐςὶ τὸ ἀπὸ Α Ρ, πρὸς τὸ ἀπὸ Β Κ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡμίσεια τῆς Μ Κ πρὸς τὴν Α Ρ, τουτέστιν ἡ Μ Κ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς Α Ρ. Ἀλλὰ τῷ ἀπὸ Α Ρ ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπὸ [d] Ζ Α· ἐπειδὴ ἡ μὲν Α Β τῇ Ε Ζ ὑπόκειται ἴση, ἡ δὲ Ε Ζ τῆς Ζ Α δυνάμει διπλῆ· ἴση γὰρ ἡ Ε Α τῇ [e] Α Ζ· τῆς δὲ Α Ρ διπλασία ἡ [f] Ν Α, ἐπεὶ καὶ τῆς Α Ζ. Ὥς τε τὸ ἀπὸ Ζ Α πρὸς τὸ ἀπὸ Β Κ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ Μ Κ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς Α Ρ, ὃ ἐςιν ἴση τῇ Α Ν. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν [g] Θ Ζ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν [h] Β Δ, ὅπερ ἡ Μ Κ πρὸς Ν Α. Ὥς τε μείζων ἐςὶν ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν Ζ Θ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Ν σημεῖον, τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Δ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Μ σημεῖον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Ζ Θ κύκλον πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Δ κύκλον, οὕτως τὴν Κ Μ πρὸς ἄλλην τινά, ἔςαι πρὸς ἐλάσσονα τῆς Α Ν. Καὶ ἔςαι ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὴν περὶ διάμετρον τὴν Ζ Θ, κύκλον, ὕψος δὲ τὴν εὑρεθεῖσαν ἐλάσσονα εὐθεῖαν, ἴσος μὲν τῷ Μ Β Δ, διὰ τὸ ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις ταῖς ὕψεσιν,

[a] ἡ τρίτη ἡ Κ Γ πρὸς τετάρτην τὴν Α Ρ. Καὶ ἐναλλὰξ ἡ Γ Α πρὸς Κ Γ μείζονα λόγον ἔχει: in MS. defunt. [b] Γ Κ [c] Α Ρ Κ
[d] Ζ Α [e] Α Ζ [f] Ν Μ Α [g] Β Θ Ζ [h] Β Α

ἐλάττον δὲ τοῦ Ν Θ Ζ, διὰ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεων ὄντας πρὸς ἀλλήλους εἶναι ὡς τὰ ὕψη. Δῆλον οὖν ὅτι * καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν Ε Ζ Θ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν Α Β Δ περιφέρειαν.

constituti se invicem habent ut altitudines. Itaque illud quoque constat, hemisphærium, quod secundum circumferentiam Ε Ζ Θ constituitur, majus esse segmento, quod constituitur secundum circumferentiam Α Β Δ.

Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ δεύτερον τοῦ Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

Eutocii Ascalonitæ commentarius in alterum Archimedis librum de sphæra, et cylindro, ex editione ab Isidoro Milesio Mechanico præceptore nostro recognita.

Εὐτοκίου πινυτοῦ γλυκερὸς πόνος, ὅν ποτ' ἐκεῖνος
Γράψεν, τοῖς φθονεροῖς πολλάκι μεμψάμενος.

* Pro καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν Ε Ζ Θ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν Α Β Δ, in MS. sunt τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν Ε Ζ Θ

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

CIRCULI DIMENSIO,

CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐςὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ λοιπῇ.

Ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ * κύκλος, ὡς ὑπόκειται· λέγω ὅτι ἴσος ἐςὶ τριγώνῳ τῷ Ε.

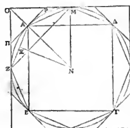
Εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔςω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἔςωντα τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. Τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐςὶ μεῖζον. Εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν, καὶ καθέτος ἡ ΝΞ. Ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. Ἔςι δὲ καὶ

PROP. I. Theor.

Quilibet circulus æqualis est triangulo rectangulo ejusmodi, ut eorum laterum, quæ circa rectum angulum sunt, alteri quidem æqualis sit ea, quæ ex centro, alteri vero, ambitus.

Sit circulus ΑΒΓΔ, ut ponitur: dico eum æqualem esse triangulo Ε.

Sit enim circulus, si fieri potest, major, et inscribatur eidem quadratum ΑΓ; secenturque circumferentiæ in duas æquas partes: et segmenta minora tandem sint quam excessus, quo circulus triangulum excedit. Itaque rectilineum majus adhuc erit triangulo. Sumatur centrum Ν; ducaturque normalis ΝΞ. Minor est igitur ΝΞ altero trianguli latere. Est autem et rectilinei ambitus



* κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε ὡς ὑπόκειται λέγω, ὅτι ἴσος ἐςὶ

altero latere minor; utpote qui minor etiam est ambitu circuli. Minus est igitur rectilineum triangulo E. Quod est absurdum.

Sit autem circulus, si fieri potest, minor triangulo E. Et circumscribatur eidem quadratum: secenturque circumferentiæ in duas æquas partes: et ducantur per ea puncta rectæ contingentes. Itaque angulus OAP rectus est: ideoque OP major quam MP; cum MP ipsi PA est æqualis. Quare triangulum POΠ majus est dimidio figuræ OZAM. Relinquantur segmenta, cujusmodi est ΠZA, quæ minora sint excessu, quo triangulum E excedit circulum ABΓΔ. Circumscriptum igitur rectilineum minus adhuc est triangulo E. Quod est absurdum. Est enim majus; eo quod NA æqualis est catheto trianguli, et ambitus major ejusdem trianguli base.

Æqualis est igitur circulus triangulo E.

ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου. Ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ E τριγώνου. Ὅπερ ἄτοπον.

Ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατὸν, [b] ἐλάττων τοῦ E τριγώνου. Καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον· καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων. Ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ OAP· ἡ OP ἄρα τῆς MP ἐστὶ μείζων· ἡ γὰρ PM [c] τῇ PA ἴση ἐστί. Καὶ τὸ POΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ OZAM σχήματος μεῖζόν ἐστιν [d] ἢ τὸ ἥμισυ. Λελείφθωσαν οἱ τῷ ΠZA τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ E [e] τρίγωνον τοῦ ABΓΔ κύκλου. Ἔστιν ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἔτι τοῦ E ἔλασσον. Ὅπερ ἄτοπον. Ἔστι γὰρ μεῖζον· ὅτι ἡ μὲν NA ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου.

Ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ E τριγώνῳ.

E U T O C I U S.

Cum quæ in Archimedis Scriptis clariora sunt, et minori consideratione indigent, explicuerim; consequens videtur esse, quo institutum meum persequar, ut quæ in illis absolutam quamdam expositionem requirunt, quantum in me erit, adjungam ad ea, quæ prius in commentario de Sphæra et Cylindro conscripsi. Optandum si quidem est in majoribus rebus, et plus requirentibus operæ versari.

Itaque propositus nobis deinceps sit libellus, qui Circuli Dimensio inscribitur. In quo, quid auctori propositum sit, ex ipsa inscriptione dignoscitur. Hoc enim demonstrare vult, cuinam spatio rectilineo circulus æqualis sit; rem a Philosophis, qui ante ipsum floruerunt, jampridem quæsitam. Hoc utique est quæsitum illud, quod cum Hippocrates Chius, et Antipho diligenter investigassent, eas nobis falsas ratiocinationes reliquerunt, quas probe nosse illos arbitror, qui Geometricam Eudemi Historiam, et Aristotelis Ceria evolverint.

Est autem hic libellus, ut ait Heraclides in Archimedis vita, ad necessarios vitæ usus apprime utilis. Demonstrat enim, circuli circumferentiam diametri esse triplam, et adhuc minorem quam sesquiseptimam, majorem vero quam superdecies partientem septuagessimas primas. Hoc utique ait quam proxime eum demonstrasse: invenisse autem per quasdam helicas, rectam lineam datæ circuli circumferentiæ æqualem.

E Y T O K I O Σ.

Ἑχόμενον ἂν εἴη τὸν ἐμὸν πληροῦντι σκοπὸν, τοῖς σαφεστέροις, καὶ βραχυτέρας θεωρίας δεομένοις τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους γεγραμμένων ἐντυγχάνοντι· καὶ τὰ ὁποσοῦν ἐν αὐτοῖς ἐπεξεργασίας δεόμενα, τὸν δυνατὸν τρόπον, συνεχῆ ποιεῖν, τοῖς πρότερον ὑφ' ἡμῶν ἐν τῷ περὶ Σφαίρας καὶ Κυλίνδρου γεγραμμένοις· [f] εὐχῆς ὡς ἀληθῶς ἀξίου τυγχάνοντος, τοῦ καὶ τοῖς μείζοσι καὶ πλείονος φροντίδος δεομένοις ἐπιστῆναι.

Εἴη δ' ἂν ὡς πρὸς τὸ προκείμενον ἐφεξῆς, τὸ γεγραμμένον Ἀρχιμήδει βιβλίδιον, Κύκλου Μέτρησιν, τὴν ἐπιγραφὴν ἔχον. [g] Ἐν ᾧ, τὴν πρόθεσιν τανδρὸς, ἐξ αὐτῆς τῆς ἐπιγραφῆς γνωρίζομεν. Βούλεται γὰρ δεῖξαι, τινὶ χωρίῳ εὐθυγράμμῳ ἴσος ἂν εἴη κύκλος· πρᾶγμα πάλαι, πρὸς τῶν πρὸ αὐτοῦ κλεινῶν Φιλοσόφων, [h] ἐζητημένον. Δῆλον γὰρ [i] ὅτι τοῦτ' ἂν εἴη τὸ ζητούμενον, ὅπερ Ἱπποκράτης τε ὁ Χῖος καὶ Ἀντιφῶν ζητήσαντες ἐπιμελῶς, ἐκείνους ἡμῖν τοὺς παραλογισμοὺς εὑρήκασιν, οὓς ἀκριβῶς εἰδέναι νομίζω, τούς τε τὴν Εὐδήμου Γεωμετρικὴν Ἱστορίαν ἐπεσκεμμένους, καὶ τῶν Ἀριστοτελικῶν μετασχόντας Κηρίων.

Ἀλλ' ἔστι μὲν τοῦτο τὸ βιβλίον, ὥς φησιν Ἡρακλείδης ἐν τῷ Ἀρχιμήδους βίῳ, πρὸς τὰς τοῦ βίου χρείας ἀναγκαῖον. Δείκνυσι γὰρ, ὅτι ἡ περιφέρεια τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἔλαττον μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μεῖζον δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις. Τοῦτο οὖν, φησὶ, σύνεγγυς δεδεῖχθαι· εὑρῆσθαι μέν τοι αὐτῷ, διά τινων Ἑλίκων, εὐθεῖαν ἴσην τῇ δοθείσῃ κύκλου περιφερείᾳ.

IN PRIMUM THEOREMA.

Primum theorema etiam iis, qui mediocriter in mathematicis disciplinis exercitati sunt, nullam videtur dubitationem habere; cum ipsa Archimedis verba perspicua sint, et quod propositum est, nulla re omissa, concludant.

ΕΙΣ ΤΟ Α' ΘΕΩΡΗΜΑ.

Τὸ πρῶτον θεώρημα, καὶ τοῖς ἐπὶ ποσὸν μαθημάτων γεγυμνασμένοις, οὐδεμίαν ἔχειν ζήτησιν φαίνεται· αὐτῶν τῶν Ἀρχιμήδους ῥημάτων σαφῶς ἐκτιθεμένων, καὶ τὸ συμπέρασμα πρὸς τὴν πρότασιν ἀνελλειπῶς ἀποσωζόντων.

[b] μεῖζον [c] τῆς [d] In MS. deest ἢ [e] In MS. deest τρίγωνον [f] τυχης ex MS. [g] ὧν [h] ἐζητημένον [i] ὅτι τοῦ τί

Δοκεῖ [k] δ' ἔτι κατακεχρῆσθαι, πρὸς τὴν ἀπόδειξιν, πράγματι μηδέπω δεδειγμένῳ. Ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον, φησίν, ἐχέτω τὴν μίαν, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· τὴν δὲ λοιπὴν, [l] τῇ περιφερείᾳ. Ἀλλά, τῇ περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν λαβεῖν, οὐδὲ πρὸς αὐτοῦ οὐδὲν δεδειγμένον ἦν, οὐδὲ ὑπ' ἄλλου παραδεδομένον. Συνορᾶν δὲ [m] ὅμως χρή, ὡς οὐδὲν ἔξω τῶν προσηκόντων ὑπ' Ἀρχιμήδους γράφεται. Εἶναι γὰρ τὸ μέγεθος τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, παντί που δῆλον· οἶμαι καὶ τοῦτο, τῶν ἐφ' ἓν διαστατῶν. Ἔστι δὲ καὶ εὐθεῖα τοῦ αὐτοῦ εἴδους. Κἂν εἰ μήπω ἐφαίνετο δυνατὸν, περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν ποιῆσαι· ἀλλ' ὅμως εἶναί τινα τῇ φύσει εὐθεῖαν ἴσην αὐτῇ, πρὸς οὐδενὸς [n] ἐπιζητούμενον. Τὸ τοίνυν καὶ πρὸς Ἀρχιμήδους προτεθὲν, τοῦτό ἐστιν· ὅτι τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον, τὸ ἔχον ὡς προείρηται τὰς πλευρὰς, ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ. Ὥς τε τὸ προτεθὲν ἐκθέμενος, [o] οὐδαμῶς ἂν κατηγορεῖσθαι χρήσιμος κείνεσθαι· θαυμαστὸς δ' ἂν μᾶλλον καὶ τούτοις δήξειεν, τοῖς οὕτω δυσμηχανήτοις τῶν ζητημάτων, σαφῆ καὶ ῥᾳδίαν τὴν εὕρεσιν ἐπινοήσας. Ὡς δὲ εἴρηται, οὐδαμῶς ζητήσεως τὸ πρῶτον δεόμενον. Τὸ γὰρ ΠΟΡ τρίγωνον, ὅτι μεῖζόν ἐστι ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΖΟΜ σχήματος· καὶ, ὅτι ἁπλῶς, περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, δυνατὸν, εὐθύγραμμον περιγράψαι, ὥς τε τὰ τμήματα, τὰ μεταξὺ τῶν τοῦ κύκλου περιφερειῶν καὶ τῶν τοῦ περιγραφομένου εὐθυγράμμου, ἐλάττονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου· σαφῶς εἴρηται ἐν τοῖς, εἰς τὸ πρῶτον τῶν περὶ Σφαίρας καὶ Κυλίνδρου, γεγραμμένοις ἡμῖν.

Sed tamen Archimedes videtur ad demonstrationem re quadam perperam usus esse, quæ nondum sit demonstrata. Cum enim triangulum rectangulum exposuisset: habeat, inquit, eorum laterum, quæ circa rectum angulum sunt, alterum quidem æquale ei, quæ ex centro; alterum vero circumferentiæ. At vero quo pacto recta linea sumatur circuli circumferentiæ æqualis, neque ipse, neque alius quispiam demonstravit. Verum illud animadvertendum est, nihil Archimedem scripsisse, quod minus conveniat. Constat enim inter omnes, circuli circumferentiam magnitudinem esse; atque ex iis etiam, opinor, quarum una est dimensio. Est autem et recta linea ejusdem generis. Itaque licet nondum appareat, qua quis ratione possit circuli circumferentiæ æqualem rectam exhibere; esse tamen natura rectam aliquam eidem æqualem nemo unquam dubitavit. Quod igitur Archimedes proponit, id est hujusmodi: triangulum rectangulum latera, ut diximus, habens, circulo æquale esse. Quare dum propositum suum exequitur minime accusandus videtur; quin potius admiratione dignus vel hoc ipso existimari debet, quod rem tam arduam via clara atque expedita adinvenerit. Ut autem dictum est, primum hoc theorema nullam dubitationem habet. Nam triangulum ΠΟΡ majus esse dimidio figuræ ΑΖΟΜ: et omnino fieri posse, ut dato circulo rectilineum circumscribatur, ita ut, quæ inter circuli circumferentias, et circumscripti rectilinei latera segmenta interjiciuntur, dato spatio minora sint; perspicue dictum a nobis est in iis, quæ in primum librum de Sphæra et Cylindro conscripsimus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Ὁ κύκλος, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν ιά πρὸς ιδ', ἔγγιστα.

Ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ [p] ΓΗΔ· καὶ τῆς ΓΔ διπλῆ, ἡ ΔΕ· ἕβδομον δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. Ἐπεὶ οὖν, τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ, λόγον ἔχει, ὃν κά πρὸς ζ'· πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν· τὸ ΑΓΖ ἄρα πρὸς τὸ ΑΓΔ ἐστιν, ὡς κβ' πρὸς ζ'. Ἀλλά, τὸ ΑΓΔ, τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον. Τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον, πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν κβ' πρὸς κη', ἢ ὃν ιά πρὸς ιδ'. Τὸ δὲ [q] ΑΓΖ τρίγωνον, τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν· ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ βάσις τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ· ἥτις τῆς διαμέτρου τριπλασίων, καὶ τοῦ ζ' ἔγγιστα ὑπερέχουσα, δειχθήσεται. Ὁ κύκλος οὖν, πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν ιά πρὸς ιδ', ἔγγιστα.

PROP. II. Theor.

Circulus ad quadratum, quod a diametro describitur, eam rationem habet, quam 11, ad 14, proxime.

Sit circulus, cujus diameter ΑΒ; et circumscribatur eidem quadratum ΓΗΔ; et lateris ΓΔ dupla sit ΔΕ; pars autem septima, ΕΖ. Quoniam igitur triangulum ΑΓΕ ad triangulum ΑΓΔ eam rationem habet, quam 21 ad 7; triangulum autem ΑΓΔ ad triangulum ΑΕΖ habet eam, quam 7 ad 1; ideo triangulum ΑΓΖ ad triangulum ΑΓΔ se habet ut 22 ad 7. At vero trianguli ΑΓΔ quadruplum est quadratum ΓΗ: adeoque ΑΓΖ triangulum ad ΓΗ quadratum, ut 22 ad 28, seu 11 ad 14. Et triangulum ΑΓΖ circulo ΑΒ est æquale; quoniam cathetus ΑΓ æqualis est ei, quæ ex centro circuli, et basis ejusdem ambitui; qui quidem diametri triplus est, et adhuc excedit parte fere septima, ut demonstrabitur. Circulus igitur ad quadratum ΓΗ eam habet rationem, quam 11 ad 14, proxime.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος, τῆς διαμέτρου, τριπλασίων ἐστί, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἐλάσσονι μὲν ἢ

PROP. III. Theor.

Cujuslibet circuli ambitus diametri est triplus, et adhuc parte quadam excedit, quæ quidem

[k] δέ τι [l] περιφερείᾳ [m] ὁμοῦ [n] ἐπὶ deest. [o] Sic MS. [p] ΓΗ [q] ΑΓΔΖ

minor est septima diametri parte, major vero decem septuagesimis primis.

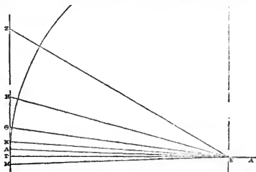
Sit circulus, cujus diameter ΑΓ, et centrum Ε; et recta contingens ΓΑΖ: sitque angulus ΖΕΓ tertia pars anguli recti. Itaque ΕΖ ad ΖΓ eandem rationem habet, quam 306 ad 153: et ΕΓ ad ΓΖ majorem habet rationem, quam 265 ad 153.

Secetur angulus ΖΕΓ in duas æquas partes recta ΕΗ. Ut igitur ΖΕ ad ΕΓ, ita se habet ΖΗ ad ΗΓ: et permutando, componendoque; ut utraque simul ΖΕ, ΕΓ ad ΖΓ, ita se habet ΕΓ ad ΓΗ. Quare ΓΕ ad ΓΗ majorem rationem habet, quam 571 ad 153. Igitur ΕΗ ad ΗΓ potestate quidem majorem habet rationem quam 349450 ad 23409; longitudine vero majorem, quam $591\frac{1}{8}$ ad 153.

ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἡ ΓΑΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ [a] τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ, λόγον ἔχει, ὃν τϛ′ πρὸς ρνγ′· ἡ δὲ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν σξε′ πρὸς ρνγ′.

Τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ· ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὥς τε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα′ πρὸς ρνγ′. Ἡ ΕΗ ἄρα πρὸς ΗΓ, δυνάμει, μείζονα λόγον ἔχει, [b] ἢ ὃν λδ͵θυν′ πρὸς β͵γυθ′· μήκει ἄρα, μείζονα ἢ ὃν φϟα′ η′ πρὸς ρνγ′.



Rursus secetur angulus ΗΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΘ. Igitur eadem ratione ΕΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam $1162\frac{1}{8}$ ad 153. Igitur ΘΕ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam $1172\frac{1}{8}$ ad 153.

Amplius secetur angulus ΘΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΚ. Igitur ΕΓ ad ΓΚ majorem rationem habet, quam $2334\frac{1}{4}$ ad 153. Igitur ΕΚ ad ΓΚ majorem rationem habet quam $2339\frac{1}{4}$ ad 153.

Secetur demum angulus ΚΕΓ in duas æquas partes, recta ΛΕ. Igitur ΕΓ ad ΛΓ majorem rationem habet quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153.

Quoniam igitur angulus ΖΕΓ, tertia pars cum sit anguli recti, quater in duas æquas partes sectus est; erit utique angulus ΛΕΓ anguli recti pars octava et quadragesima. Itaque ponatur ad punctum Ε huic ipsi æqualis angulus ΓΕΜ, et producatur ΖΓ ad punctum Μ. Est igitur angulus ΛΕΜ anguli recti pars quarta et vigesima. Propterea recta ΛΜ latus est circumscripti circulo polygoni latera habentis sex et nonaginta.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΕΘ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αρξβ′ η′ πρὸς ρνγ′. Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αροβ′ η′ πρὸς ρνγ′.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν β͵τλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′. Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς [c] ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν β͵τλθ′ δ′ πρὸς ρνγ′.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΛΕ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΛΓ, μείζονα λόγον ἔχει, [d] ἤπερ ͵δχογ∠′ πρὸς ρνγ′.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον οὖσα ὀρθῆς, τέτμηται τετράκις δίχα· ἡ ὑπὸ ΛΕΓ, ὀρθῆς [e] ἐστὶ μη′. Κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση, πρὸς τῷ Ε, ἡ ὑπὸ ΓΕΜ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ, ὀρθῆς ἐστὶ κδ′. Καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα, πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰς ἔχοντος ϟϛ′.

[a] τρίτου ὀρθῆς [b] ἔχει ἢ ΛΔΜ ΘΓΝ πρὸς Μ͵γυθ′· μήκει τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώνου [c] γκ′ μείζονα ὁ [d] δχογ′ [e] ἐστὶ κδ′· καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα

Ἐπεὶ οὖν, ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ, ἐδείχθη, μείζονα λόγον ἔχουσα, [a] ἤπερ ͵δχογ∠ πρὸς ρνγ· ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆ δὲ ΓΛ [y] διπλασίων ἡ ΑΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΜ, μείζονα λόγον ἔχει, [z] ἤπερ ͵δχογ∠ πρὸς ρνγ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ϟϛ' πολυγώνου περίμετρον, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ∠ πρὸς ␣͵δχπη'.

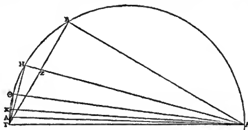
Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ␣͵δχπη' πρὸς ͵δχογ∠. Καί ἐστι τριπλασίω, καὶ ὑπερέχουσι [a] χξζ∠· ἅπερ, τῶν [b] ͵δχογ∠, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τὸ ἕβδομον. [c] Ὥς τε, τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον, τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον, καὶ ἔλαττον ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον. Ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον, ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ [c] τρίτου ὀρθῆς. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [d] ἢ ὃν ͵ατνα' πρὸς ψπ'· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ͵αφξ' πρὸς ψπ'.

Quoniam igitur demonstratum est, ΒΓ ad ΓΛ majorem rationem habere, quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153; et dupla quidem ipsius ΕΓ est ΑΓ, dupla vero ipsius ΓΛ est ΑΜ; ideo etiam ΑΓ ad ΑΜ majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Igitur etiam ΑΓ ad ambitum polygoni latera habentis sex et nonaginta, majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{2}$ ad 14688.

Igitur e contrario ambitus polygoni ad diametrum minorem rationem habet quam 14688 ad $4673\frac{1}{2}$. Atque horum numerorum alter alterius triplus est, et adhuc excedit unitatibus $667\frac{1}{2}$; quæ quidem minores sunt quam septima pars ipsius $4673\frac{1}{2}$. Quare ambitus polygoni circulo circumscripti diametri est triplus, et adhuc minor quam sesquiseptimus. Multo igitur magis circuli ambitus diametri minor est quam triplus sesquiseptimus.

Sit circulus, cujus diameter ΑΓ: sitque angulus ΒΑΓ tertia pars anguli recti. Igitur ΑΒ ad ΒΓ minorem rationem habet, quam 1351 ad 780: ipsa autem ΑΓ ad ΓΒ habet eam, quam 1560 ad 780.



Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ [e] ἄρα, τῇ ὑπὸ ΗΑΓ, ἐστὶν ἴση. Καὶ κοινὴ, ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή. [f] Καὶ τρίτη ἄρα ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΗΖΓ, τρίτῃ τῇ [g] ὑπὸ ΑΓΗ. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΗΓ τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Ἀλλ', ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, καὶ συναμφότερος ἡ ΓΑ, ΑΒ πρὸς ΒΓ. Καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, [h] ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. Διὰ τοῦτο οὖν, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια' πρὸς ψπ'· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ, ἐλάσσονα, [i] ἢ ὃν ͵γιγ∠δ' πρὸς ψπ'.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ. Ἡ ΑΘ ἄρα, διὰ τὰ αὐτὰ, πρὸς τὴν ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ [k] ὃν ͵εϡκδ∠δ' πρὸς ψπ', ἢ ὃν ͵αωκγ' πρὸς σμ'· ἑκάτερα

Secetur angulus ΒΑΓ in duas æquas partes, recta ΑΗ. Quoniam igitur æqualis est angulus ΒΑΗ cum angulo ΗΓΒ, tum angulo ΗΑΓ; æqualis utique est etiam angulus ΗΓΒ angulo ΗΑΓ. Communis est autem rectus angulus ΑΗΓ. Æqualis est igitur et tertius angulus ΗΖΓ tertio ΑΓΗ. Quare æquiangulum est triangulum ΑΗΓ triangulo ΓΗΖ: ideoque ut ΑΗ ad ΗΓ, ita se habet cum ΓΗ ad ΗΖ, tum ΑΓ ad ΓΖ. Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita se habet utraque simul ΓΑ, ΑΒ ad ΒΓ. Ut igitur utraque simul ΒΑ, ΑΓ ad ΒΓ, ita etiam se habet ΑΗ ad ΗΓ. Et propterea ΑΗ ad ΗΓ minorem habet rationem, quam 2911 ad 780: ipsa autem ΑΓ ad ΓΗ minorem, quam $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ad 780.

Secetur angulus ΓΑΗ in duas æquas partes, recta ΑΘ. Igitur eadem ratione ΑΘ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam $5924\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ad 780; vel quam 1823 ad 240. Uterque enim utriusque

[x] ἤπερ ͵δχογ∠' [y] διπλασίων [z] ἤπερ ͵δχογ' πρὸς ad Μ͵χπη' [a] χξζ' [b] ͵δχογ' ὑπάρχει [c] τρίτου ὀρθῆς
[d] ἢ ὃν τνα' πρὸς ψπ', δίχα [e] ἄρα deest. [f] ἡ τρίτη. [g] Ἔσται [g] ὑπὸ ΑΓΗ· ἰσογώνιον [h] ἡ ΔΗ πρὸς ΗΓ
[i] ἢ ὃν γιγγ' [k] ͵εϡκδ'

idem est ac $\frac{4}{13}$. Quare ΑΓ ad ΓΘ minorem rationem habet, quam $1838\frac{9}{11}$ ad 240.

Amplius secetur angulus ΘΑΓ in duas æquas partes, recta ΚΑ. Igitur etiam ΚΑ ad ΚΓ minorem rationem habet, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240; vel quam 1007 ad 66. Uterque enim utriusque idem est ac $\frac{11}{40}$. Igitur ΑΓ ad ΓΚ minorem rationem habet, quam $1009\frac{1}{6}$ ad 66.

Secetur demum angulus ΚΑΓ in duas æquas partes, recta ΛΑ. Igitur ΑΛ ad ΑΓ minorem habet rationem, quam $2016\frac{1}{6}$ ad 66: ipsa autem ΑΓ ad ΓΛ minorem quam $2017\frac{1}{4}$ ad 66.

Igitur e contrario ΑΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam 66 ad $2017\frac{1}{4}$: Et polygoni ambitus ad diametrum majorem habet rationem, quam 6336 ad $2017\frac{1}{4}$. Atque horum numerorum alter alterius major est quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas. Quare ambitus polygoni latera habentis sex et nonaginta circulo inscripti diametri major est quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas. Multo igitur magis circuli ambitus diametri major est quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas.

Igitur circuli ambitus diametri est triplus, et adhuc parte quadam excedit, quæ minor quidem est septima diametri parte, major vero decem septuagesimis primis.

γὰρ ἑκατέρων δ' ιγ'. Ὥς τε ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΘ, [l] ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αωλη' θ' ια' πρὸς σμ'.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ΚΑ. Καὶ ἡ ΚΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵γχξα' θ' ια' πρὸς σμ', ἢ ὃν ͵αζ πρὸς ξς'· ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων ια' μ'. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς [m] τὴν ΓΚ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ͵αθ' ς' πρὸς ξς'.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΛΑ. Ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς τὴν ΑΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ͵βις' ς' πρὸς ξς'· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΛ, ἐλάσσονα, ἢ τὰ ͵βιζ' δ' πρὸς ξς'.

Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξς' πρὸς ͵βιζ' δ'· καὶ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον, μείζονα ἔχει λόγον, [n] ἤπερ ͵ςτλς' πρὸς ͵βιζ' δ'. Ἅπερ τῶν ͵βιζ' δ', μείζονά ἐστιν [o] ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα [p] οα'. Καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ςς' πολυγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ, τῆς διαμέτρου [q] τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα'. Ὥς τε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων [r] ἢ δέκα οα'.

Ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος, τῆς διαμέτρου, [s] τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἐλάσσον μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις, ὑπερέχουσα.

EUTOCIUS.

IN TERTIUM THEOREMA.

In hoc theoremate continue jubemur, dati numeri latus quadraticum invenire. Hoc autem in numero, qui quadratus non sit, accurate inveniri non potest. Si enim numerum in seipsum ducas, quadratum aliquem numerum facies: sin autem numerum et particulam, non facies numerum integrum, sed numerum et particulam. Quomodo autem oporteat latus invenire, quod datum numerum quamproxime faciat, dictum est ab Herone in Metricis; dictum et a Pappo, Theone, aliisque compluribus, qui Magnam Claudii Ptolemæi Compositionem explicarunt. Quare non est cur in eo laboremus, quod licet iis, qui ejusmodi studio tenentur, ex illis petere.

Sitque angulus ΓΕΖ tertia pars anguli recti. Si enim hexagoni circumferentia in duas æquas partes secetur, sumptoque ejus dimidio ad punctum Γ, jungatur ΕΖ; erit utique angulus ΓΕΖ tertia pars anguli recti. Quæ enim circumferentia ad punctum Γ sumpta est, cum dimidia sit circumferentiæ hexagoni, erit circuli pars duodecima. Quare etiam angulus ΓΕΖ, cum sit ad centrum, duodecima erit quatuor rectorum angulorum, ideoque tertia recti unius anguli pars.

Itaque ΕΖ ad ΖΓ eamdem rationem habet, quam 306 ad 153. Duplam quidem esse ΕΖ ipsius ΖΓ ex hoc patet. Si enim ΕΖ producatur ad punctum Μ, sumptaque recta huic æquali, alia jungatur a puncto Ε; qui angulus ad punctum Μ constituitur idem erit ac duæ tertiæ recti anguli partes. Est autem cum angulus, qui

ΕΙΣ ΤΟ Γ ΘΕΩΡΗΜΑ.

Ἐν τούτῳ τῷ θεωρήματι, συνεχῶς ἐπιτασσόμεθα, τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ, τὴν τετραγωνικὴν πλευρὰν εὑρεῖν. Τοῦτο δὲ ἀκριβῶς μὲν εὑρεῖν, ἐπὶ ἀριθμοῦ μὴ ὄντος τετραγώνου, ἀδύνατον. Ἀριθμὸς μὲν γὰρ, ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος, ποιεῖ τινὰ τετραγώνον ἀριθμόν· ὁ ἀριθμὸς δὲ καὶ μόριον, [t] ἐφ' ἑαυτὰ γινόμενα, οὔτε ἀριθμὸν ποιεῖ πλήρη, ἀλλὰ καὶ μόριον. Ὅπως δὲ δεῖ σύνεγγυς τὴν δυναμένην πλευρὰν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν εὑρεῖν· εἴρηται μὲν Ἥρωνι ἐν τοῖς Μετρικοῖς· εἴρηται δὲ Πάππῳ, καὶ Θέωνι, καὶ ἑτέροις πλείοσιν, ἐξηγουμένοις τὴν Μεγάλην Σύνταξιν τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου. Ὥς τε οὐδὲν ἡμᾶς χρὴ περὶ τούτου ζητεῖν, [u] ἐξὸν τοῖς φιλομαθέσιν ἐξ ἐκείνων ἀναλέγεσθαι.

Καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ [v] τρίτον ὀρθῆς. Ἐὰν γὰρ τὴν τοῦ ἑξαγώνου περιφέρειαν διχοτομήσαντες, καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς πρὸς τῷ Γ ἀπολαβόντες, ἐπιζεύξωμεν τὴν ΕΖ· ἡ ὑπὸ ΓΕΖ, τρίτον ὀρθῆς. Ἡ γὰρ πρὸς τῷ Γ ἀποληφθεῖσα περιφέρεια, ἡμίσεια οὖσα τῆς τοῦ ἑξαγώνου, δωδεκατόν ἐστι τοῦ κύκλου· ὥς τε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ γωνία, πρὸς τῷ κέντρῳ οὖσα, δωδεκατόν ἐστι τῶν τεσσάρων ὀρθῶν, [w] τρίτον ἄρα ὀρθῆς.

Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ, λόγον ἔχει, ὃν τς' πρὸς ρνγ'. Ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ ΕΖ τῆς ΖΓ, δῆλον ἐντεῦθεν. Ἐὰν γὰρ προσεκβαλόντες τὴν ΖΓ [x] ἐπὶ τὸ Μ, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀπολαβόμενοι, ἐπιζεύξωμεν ἀπὸ τοῦ Ε· συσταθήσεται ἡ [y] πρὸς τῷ Μ γωνία, διμοιρον ὀρθῆς. Ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ε γωνία,

[l] ἐλάσσονα λόγον ἔχει in MS. desunt. [m] κάτωγον [n] ἢ ὃν [illegible] [o] τριπλασιων [p] ἢ δ [illegible] [q] [illegible] [r] ἀφ' ἑαυτὰ [s] ἤπερ ͵ςτλς' πρὸς ͵βιζ' δ' [t] ἢ τριπλασίονα τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ [u] ἐξ ὧν τοῖς [v] τρίτον [w] τρίτον ἄρα ὀρθῆς [x] ἐπὶ τὸ Γ [y] πρὸς τῷ Γ

δίμοιρον ὀρθῆς· ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Z δίμοιρον. Ἰσοπλεύρου ἄρα τριγώνου ἥμισύ ἐστι τὸ ΓΕΖ. Καί, διὰ τὸ τὴν βάσιν τοῦ ἰσοπλεύρου, ἴσην οὖσαν τῇ ΕΖ, δίχα τέμνεσθαι κατὰ τὸ Γ· διπλῆ ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ΓΖ.

Ἡ δὲ ΕΓ πρὸς ΓΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ὃν σξε' πρὸς ρνγ'. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΕΖ ὑπόκειται τϛ'· ἐὰν αὐτὰ ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιάσωμεν, γενήσεται $\overset{\theta}{\mathrm{M}}$,γχλϛ'. Ἡ δὲ ΓΖ ἐστὶ ρνγ'· ὥστε τὸ ἀπ' αὐτῆς ἔσται $\overset{\beta}{\mathrm{M}}$,γυθ'. Ἐπεὶ οὖν τὸ [a] ἀπὸ ΕΖ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΖ· ἐὰν ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΕΖ, ὄντος $\overset{\theta}{\mathrm{M}}$,γχλϛ', ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΖ, ὑπάρχον $\overset{\beta}{\mathrm{M}}$,γυθ', καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ ΕΓ, $\overset{\zeta}{\mathrm{M}}$σκζ'· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ, σξε' καὶ ἔτι μόριον ἐλάχιστον καὶ ἀνεπαίσθητον· λείπεται γὰρ ἡ τῶν σξε' δύναμις, τῆς ἀκριβοῦς, μονάσιν β'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΕΖ τϛ' ἐπὶ τϛ'	ἡ ΖΓ ρνγ' ἐπὶ ρνγ'	τὰ δὲ σξε' ἐπὶ σξε'
$\overset{\theta}{\mathrm{M}}$,αω	$\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$,ετ'	$\overset{\delta}{\mathrm{M}}\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$,β,α
,αωλϛ'	,ζχν'	$\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$,β,γχτ'
	υνθ'	,ατκε'
$\overset{\theta}{\mathrm{M}}$,γχλϛ'	$\overset{\beta}{\mathrm{M}}$,γυθ'	$\overset{\zeta}{\mathrm{M}}$σκε'
	λοιπὸν, τὸ ἀπὸ ΕΓ, $\overset{\zeta}{\mathrm{M}}$σκζ'.	λείπει ἄρα M° β' εἰς τὸ ἀκριβές.

Τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ. Ἔστιν [a] ἄρα ὡς ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ. Διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τοῦ ἕκτου βιβλίου τῆς Εὐκλείδου Στοιχειώσεως. [b] Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΓ πρὸς ΓΗ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ. Συναμφότερος δὲ ἡ ΖΕ, ΕΓ, μείζων ἐστὶν ἤπερ φοα'· ἡ μὲν γὰρ ΖΕ ὑπόκειται τϛ'· ἡ δὲ ΕΓ, σξε' καὶ ἔτι μορίου τινός· ὥστε μείζων εἰσὶ τῶν φοα'· ἡ δὲ ΖΓ ἐστὶ ρνγ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα' πρὸς ΡΝΓ. Ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΗΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα' πρὸς ρνγ'.

Ἡ ΗΕ ἄρα πρὸς ΗΓ, δυνάμει, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν $\overset{\lambda\delta}{\mathrm{M}}$,θυν' πρὸς $\overset{\beta}{\mathrm{M}}$,γυθ'. Συναχθήσεται δὲ τοῦτο οὕτως. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ, μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ φοα' πρὸς ρνγ'· εἴτις ὑποθεῖτο [c] τὴν μὲν ΕΓ, φοα'· τὴν δὲ ΓΗ, ρνγ'· ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ, $\overset{\lambda\beta}{\mathrm{M}}$,ϛμα'· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΗ, $\overset{\beta}{\mathrm{M}}$,γυθ'· συναμφότερα δὲ, ἴσα ὄντα τῷ ἀπὸ ΕΗ, ἔσται $\overset{\lambda\delta}{\mathrm{M}}$,θυν'· τούτων πλευρὰ τετραγωνικὴ, φϙα' η' ἔγγιστα. Ἐλλείπει γὰρ ὁ ἀπὸ τοῦ φϙα' η' [d] τετράγωνος, εἰς τὸ ἀκριβὲς, M° καϛ' ιβ' ἔγγιστα. Ἡ ἄρα [e] ΕΗ πρὸς ΗΓ, δυνάμει μὲν, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν $\overset{\lambda\delta}{\mathrm{M}}$,θυν' πρὸς $\overset{\beta}{\mathrm{M}}$,γυθ'· μήκει δὲ, μείζονα ἢ ὃν [f] φϙα' η' πρὸς ρνγ'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ad punctum E, tum qui ad punctum Z constituitur, idem ac duæ partes tertiæ anguli recti. Æquianguli igitur trianguli dimidium est triangulum ΓEZ. Propterea cum æquilateri trianguli basis, quæ ipsi EZ est æqualis, in duas æquas partes ad punctum Γ secetur; dupla erit EZ ipsius ΓZ.

Et EΓ ad ΓZ majorem habet rationem, quam 265 ad 153. Cum enim ponatur EZ esse 306; si in se ipsum ducatur, fiet 93636. Est autem ΓZ 153; ideoque quadratum, quod ab ipsa describitur, 23409. Quoniam igitur quadratum, quod ab EZ describitur, æquale est quadratis, quæ describuntur ab EΓ, ΓZ; si a quadrato, quod ab EZ describitur; hoc est a 93636; quadratum auferatur, quod describitur a ΓZ; hoc est 23409; reliquum erit quadratum, quod describitur ab EΓ; hoc est 70227. Cujus quidem latus quadratum est 265, et adhuc particula admodum exigua. Quod enim quadratum a 265 fit, id ab exquisito quadrato deficit unitatibus duabus. Multiplicationes autem subjiciuntur.

EZ 306 in 306	ZΓ 153 in 153	265 in 265
9....	1....	4....
18..	5...	12...
18..	3..	1...
36	5...	12...
Qu. EZ 93636	25..	36..
	15.	3..
	3..	1...
	15.	3..
	9	25
	Qu. ZΓ 23409	Qu. 70225
	Reliquum quadratum, quod ab EΓ describitur, est 70227.	Deficit igitur, ab exquisito quadrato unitatibus duabus.

Secetur angulus ZEΓ in duas æquas partes, recta EH. Ut igitur ZE ad EΓ, ita se habet ZH ad HΓ. Nimirum per tertium theorema libri sexti Elementorum Euclidis. Et componendo, ut utraque simul ZE, EΓ ad EΓ, ita ZΓ ad ΓH. Et permutando, ut utraque simul ZE, EΓ ad ZΓ, ita EΓ ad ΓH. Utraque autem EZ, EΓ major est quam 571: nam ponitur ZE 306; et EΓ 265, et adhuc quædam particula. Quare major est quam 571. Ipsa autem ZΓ est 153. Utraque igitur ZE, EΓ ad ZΓ majorem rationem habet, quam 571 ad 153. Quare EΓ ad ΓH majorem rationem habet, quam 571 ad 153.

Igitur EH ad HΓ majorem potestate habet rationem, quam 349450 ad 23409. Hoc autem sic colligetur. Quoniam demonstratum est, EΓ ad ΓH majorem rationem habere, quam 571 ad 153; si quis posuerit EΓ esse 571, et ΓH 153; erit utique quadratum quidem, quod ab EΓ describitur, 326041; quadratum vero, quod describitur a ΓH, 23409. Cum autem utraque æqualia sint quadrato, quod describitur ab EH, hoc ipsum erit 349450. Cujus quidem latus quadratum est 591$\frac{1}{8}$, proxime. Quod enim quadratum a 591$\frac{1}{8}$ fit, id ab exquisito quadrato proxime deficit unitatibus 21$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$. Igitur EH ad HΓ potestate quidem majorem habet rationem, quam 349450 ad 23409; longitudine vero, quam 591$\frac{1}{8}$ ad 153. Multiplicationes autem subjiciuntur.

[a] τοῦ ἀπὸ ΕΖ [a] ἄρα ὡς ἡ ΖΕ [b] In MS. συνθέντι deest. [c] τὴν μὲν [d] ὁ τετράγωνος [e] ΕΓ [f] ὃν ἔγγιστα

ΕΓ 571 in 571	ΗΓ 153 in 153	591 $\frac{1}{8}$ in 591 $\frac{1}{8}$
25....	1....	25....
35...	5...	45...
5..	3..	5..
35...	5...	62 $\frac{1}{2}$
49..	25..	45...
7.	15.	81..
571	3..	9.
Qu. ΕΓ, 326041	15.	11 $\frac{1}{8}$
	9	591 $\frac{1}{8}$
	Qu. ΗΓ 23409	62 $\frac{1}{2}$
		11 $\frac{1}{8}\frac{1}{8}\frac{1}{64}$
		Qu. 349428 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{64}$ vel 349428 $\frac{49}{64}$

Ex his colligitur quadratum, quod ab ΕΗ describitur, 349450

Deficit igitur proxime ab exquisito quadrato unitatibus 21 $\frac{1}{8}\frac{1}{64}$

ἡ ΕΓ φοα' ἐπὶ φοα'	ἡ ΗΓ ρνγ' ἐπὶ ρνγ'	φϟα' η' ἐπὶ φϟα' η'
MM ,ιφ' (κε, γ)	M ,ετ'	MM ,ιϥξβ Ϛ' (κε, δ)
M ,ε,β πε' (γ)	,ε,β φρν'	M ,ι ,ηρξαδ'
φοα'	τρνθ'	φξαα'
		ξϚ Ϛ ιαδ' ι ξδ'
M ,ϛμα' (λβ)	M ,γυθ' (β)	M ,θυκη Ϛ' δ' ξδ' (λδ)

Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΗ, M ,θυν' (λδ)

Ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς M° κας' η' ἔγγιστα.

Rursus secetur angulus ΗΕΓ in duas æquas partes, recta ΘΕ. Eadem ratione ΕΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam 1162$\frac{1}{8}$ ad 153. Cum enim angulus sectus in duas æquas partes sit, ut ΗΕ ad ΕΓ, ita se habet ΗΘ ad ΘΓ. Et componendo, ut utraque simul ΗΕ, ΕΓ ad ΗΓ, ita ΕΓ ad ΓΘ. Atque est ipsa quidem ΕΓ, 571 et adhuc quædam particula; ipsa vero ΕΗ, 591$\frac{1}{8}$ et adhuc quædam particula. Igitur in unum collectæ majores sunt quam 1162$\frac{1}{8}$. Est autem ΗΓ 153. Utraque igitur simul ΗΕ, ΕΓ ad ΗΓ majorem rationem habet, quam 1162$\frac{1}{8}$ ad 153. Quare etiam ΕΓ ad ΓΘ rationem habet majorem, quam 1162$\frac{1}{8}$ ad 153.

Igitur ΘΕ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam 1172$\frac{1}{8}$ ad 153. Quoniam enim demonstratum est ΕΓ ad ΘΓ majorem rationem habere, quam 1162$\frac{1}{8}$ ad 153: si quis posuerit eas ita se habere; erit utique quadratum quidem, quod ab ΕΓ describitur, 1350534$\frac{1}{2}\frac{1}{64}$; quadratum vero, quod describitur a ΓΘ, 23409. Quadratum igitur, quod ab ΕΘ describitur, cum æquale sit quadratis quæ describuntur ab ΕΓ, ΓΘ, erit 1373943$\frac{1}{2}\frac{1}{64}$. Cujus quidem latus quadratum est 1172, proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id ab exquisito quadrato proxime deficit unitatibus 66$\frac{1}{2}$. Multiplicationes autem subjiciuntur.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΘΕ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ,αρξβ' η' πρὸς ρνγ'. Γίνεται γὰρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, ὡς ἡ ΗΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ. Καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΕΓ, φοα' καὶ ἔτι μορίῳ τινί· ἡ δὲ ΕΗ, φϟα' η' καὶ ἔτι μορίῳ τινί. Μείζονες ἄρα εἰσὶν, [i] ὑπὲρ ,αρξβ' η'. Καὶ ἔστιν ἡ ΗΓ, ρνγ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αρξβ' η' πρὸς ρνγ'. Ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αρξβ' η' πρὸς ρνγ'.

Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν [k] ,αροβ' η' πρὸς ρνγ'. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ἡ ΕΓ πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ,αρξβ' η' πρὸς ρνγ'· εἴ τις ὑποθοῖτο αὐτὰς οὕτως ἔχειν· ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ, Μ^{ρλε} φλδ Ϛ' ξδ'· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΘ, Μ^{β} ,γυθ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΕΘ, ἴσον ὂν τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἔσται Μ^{ρλζ} ,γϡμγ Ϛ' ξδ'· ὧν πλευρὰ [l] τετραγωνικὴ ,αροβ' η' ἔγγιστα. Λείπεται γὰρ τῆς ἀκριβοῦς δυνάμεως, τὸ ἀπ' αὐτῆς, Μ° ξϚ Ϛ'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ΕΓ 1162$\frac{1}{8}$ in 1162$\frac{1}{8}$	ΘΓ 153 in 153	1172$\frac{1}{8}$ in 1172$\frac{1}{8}$
1......	1....	1......
1.....	5...	1.....
6....	3..	7....
2...	5...	2...
125	25..	125
1.....	15.	1.....
1....	3..	1....
6...	15.	7...
2..	9	2..
12$\frac{1}{2}$	Qu. ΘΓ 23409	12$\frac{1}{2}$
6....		7....
6...		7...
36..		49..
12.		14.
7$\frac{1}{2}$		8$\frac{1}{2}\frac{1}{8}$
2...		2...
2..		2..
12.		14.
4$\frac{1}{2}$		4$\frac{1}{2}$
145$\frac{1}{8}\frac{1}{64}$		146$\frac{1}{2}\frac{1}{64}$
Qu. ΕΓ 1350534$\frac{1}{2}\frac{1}{64}$		Qu. 1373877$\frac{1}{64}$

Quadratum, quod ab ΕΘ describitur, æquale quadratis, quæ describitur ab ΕΓ, ΓΘ, est 1373943$\frac{1}{2}\frac{1}{64}$.

Deficit igitur ab exquisito quadrato unitatibus 66$\frac{1}{2}$.

ἡ ΕΓ ,αρξβ' η' ἐπὶ ,αρξβ' η'	ἡ ΘΓ ρνγ' ἐπὶ ρνγ'	,αροβ' η' ἐπὶ ,αροβ' η'
MMM ,βρκε' (ρ ι ϛ)	M ,ετ' (α)	MMM ,βρκε' (ρ ι ζ)
MM ,ϛσιβ Ϛ'	,ε,β φρν'	MM ζσιβ Ϛ'
M ,ϛ ,γχρπζ Ϛ' (ϛ)	τρνθ'	M ,ζ ,δ ϡ ρμα' Ϛ' δ' (ζ)
βσρκδ' δ'		βσρμδ' δ'
ρμεδ' ξδ'		ρμϛ Ϛ' ξδ'
M φλδ Ϛ' ξδ' (ρλε)	M ,γυθ' (β)	M ,γωοζ ξδ' (ρλζ)

τὸ ἀπὸ ΕΘ, ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἐςὶ Μ^{ρλζ} ,γϡμγ Ϛ' ξδ'.

Ἐλλείπει ἄρα τῆς ἀκριβείας Μ° ξϛ' Ϛ.

[i] ὑπὲρ deest. [k] ἡ ,αροβ' [l] τετραγωνικὴ ,αροβ' ἔγγιστα.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ͵βτλδ´ δ´ πρὸς ρνγ´. Πάλιν γὰρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς ὑπὸ ΘΕΓ γωνίας, ἐστὶν, ὡς ἡ ΘΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΚ πρὸς ΓΚ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΚ. Ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΘΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ. Καὶ, ἐπεὶ δέδεικται ἡ ΘΕ, ͵αροβ´ η´, καὶ ἔτι μορίῳ τινί· ἡ δὲ ΕΓ, ͵αρξβ´ η´ καὶ[k] ἔτι μορίῳ τινί· συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ, ΕΓ μείζων ἐστὶν ἢ ͵βτλδ´ δ´. Καὶ ὑπόκειται ἡ ΘΓ, ρνγ´. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βτλδ´ δ´ πρὸς ρνγ´. Ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βτλδ´ δ´ πρὸς ρνγ´.

Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵βτλθ´ δ´ πρὸς ρνγ´. Πάλιν γὰρ, ἐπεὶ ὑπόκειται ἡ μὲν ΕΓ, ͵βτλδ´ δ´· ἡ δὲ ΓΚ, ρνγ´· ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ φμδ M ͵ηψκγ´ ιϛ´· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΚ, β M ͵γυθ´· τούτοις δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΚΕ· ἔσται ἄρα φμζ M ͵βρλβ´ ιϛ´· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ἔγγιστα ͵βτλθ´ δ´. Λείπει γὰρ τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς, τοῦ ἀκριβοῦς, Mᵒ μα∠. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

Amplius secetur angulus ΘΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΚ. Igitur ΕΓ ad ΓΚ majorem rationem habet, quam 2334¼ ad 153. Rursus enim cum angulus ΘΕΓ sectus in duas æquas partes sit, ut ΘΕ ad ΕΓ, ita se habet ΘΚ ad ΓΚ. Et componendo, ut utraque simul ΘΕ, ΕΓ ad ΕΓ, ita ΓΘ ad ΓΚ. Et permutando, ut utraque simul ΘΕ, ΕΓ ad ΘΓ, ita ΕΓ ad ΓΚ. Et quoniam demonstratum est, ΘΕ quidem esse 1172⅛ et adhuc quamdam particulam; ΕΓ vero, 1162⅛, et adhuc quamdam particulam; ideo utraque simul ΘΕ, ΕΓ major est quam 2334¼. Ponitur autem ΘΓ esse 153. Igitur utraque simul ΘΕ, ΕΓ ad ΘΓ majorem rationem habet quam 2334¼ ad 153.

Igitur ΕΚ ad ΓΚ majorem rationem habet, quam 2339¼ ad 153. Rursus enim quoniam ponitur ΕΓ quidem esse 2334¼; ΓΚ vero, 153; erit utique quadratum, quod ab ΕΓ describitur, 5448723 1/16; et quadratum, quod describitur a ΓΚ, 23409. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur a ΚΕ, hoc ipsum erit 5472132 1/16. Cujus quidem latus quadratum est 2339¼ proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id ab exquisito quadrato deficit unitatibus 41½. Multiplicationes autem subjiciuntur.

ἡ ΕΓ ͵βτλδ´ δ´ ἐπὶ ͵βτλδ´ δ´	ἡ ΓΚ ρνγ´ ἐπὶ ρνγ´	͵βτλθ´ δ´ ἐπὶ ͵βτλθ´ δ´
ν ξ ϛ MMM ͵ηφ´	α M ͵ετ´	ν ξ ϛ α MMMM ͵ηφ´
ξ ϑ MM ͵θ ͵ασο´	͵βφν´ τρθ´	ξ ϑ MM ͵θ ͵βψν´
ϛ M ͵θ ͵θρκζ∠	β M ͵γυθ´	ϛ M ͵θ ͵θσοζ∠
ρ ͵ασμα´ φπγ∠ ιϛ´		α M ρ ͵βψοπβ´ δ´ φπθ∠ δ´ ιϛ´
φμδ M ͵ηψκγ´ ιϛ´		φμζ M ͵βϙ∠ ιϛ´
Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΚ, φμζ M ͵βρλβ´ ιϛ´.		ἀπολείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς, Mᵒ μα∠.

ΕΓ 2334¼ in 2334¼	ΓΚ 153 in 153	2339¼ in 2339¼
4......	1....	4......
6.....	5...	6.....
6....	3..	6....
8...	5...	18...
5..	25..	5..
6.....	15.	6.....
9....	3..	9....
9...	15.	9...
12..	9	27..
75	Qu. ΓΚ 23409	75
6....		6....
9...		9...
9..		9..
12.		27.
7½		7½
8...		18...
12..		27..
12.		27.
16		81
1		2¼
583' 1/16		584 ½ ¼ 1/16
Qu. ΕΓ 5448723 1/16		Qu. 5472090½ 1/16
Ex his colligitur quadratum, quod ab ΕΚ describitur, 5472132 1/16.		Deficit igitur ab exquisito quadrato, unitatibus, 41½.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΕΛ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὰ ͵δχογ∠ πρὸς ρνγ´. Πάλιν γὰρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΓ· καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΚΓ πρὸς ΓΛ· ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΕΓ πρὸς ΛΓ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΚΕ, ͵βτλθ´ δ´ καὶ[l] ἔτι μορίῳ τινί· ἡ δὲ ΕΓ, ͵βτλδ´ δ´ καὶ ἔτι μορίῳ[m] τινί· συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ, ΕΓ μείζων,[n] ἐστὶν ἢ ͵δχογ∠. Καί ἐστιν ἡ ΚΓ, ρνγ´. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΚΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ´∠ πρὸς ρνγ´. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΚΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς ΓΛ. Καὶ ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ´∠ πρὸς ρνγ´.

Secetur demum angulus ΚΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΛ. Igitur ΕΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153. Rursus enim cum angulus sectus in duas æquas partes sit, ut ΚΕ ad ΕΓ, ita se habet ΚΛ ad ΛΓ. Et componendo, ut utraque simul ΚΕ, ΕΓ ad ΕΓ, ita ΚΓ ad ΓΛ. Et permutando, ut utraque simul ΚΕ, ΕΓ ad ΚΓ, ita ΕΓ ad ΛΓ. Atque est ipsa quidem ΚΕ 2339¼ et adhuc quædam particula; ipsa vero ΕΓ 2334¼ et adhuc quædam particula. Igitur ΚΕ, ΕΓ in unum collectæ majores sunt quam 4673½. Est autem ΚΓ 153. Utraque igitur simul ΕΚ, ΕΓ ad ΚΓ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153. Ut autem utraque simul ΚΕ, ΕΓ ad ΚΓ, ita se habet ΕΓ ad ΓΛ. Igitur etiam ΕΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153.

[k] ἡ ΘΓ. ρνγ´ [l] ἐπὶ μορίῳ [m] τινος ex MS. [n] ἐςὶ ex MS.

Quoniam igitur augulus ΖΕΓ, tertia pars cum sit anguli recti, duodecima pars est quatuor rectorum angulorum; atque hujus dimidius ΗΕΓ eorumdem pars quarta et vigesima; et amplius hujus dimidius ΘΕΓ octava et quadragesima; et amplius hujus dimidius ΚΕΓ sexta et nonagesima; erit utique postremi hujus dimidius ΛΕΓ quatuor rectorum pars centesima nonagesima secunda.

Ponatur igitur, inquit, huic ipsi æqualis angulus ΓΕΜ, et producatur ΖΓ ad punctum Μ. Igitur angulus ΛΕΜ, quippe duplus anguli ΛΕΓ, sexta et nonagesima est quatuor rectorum angulorum pars. Propterea ΛΜ latus est circumscripti circulo polygoni latera habentis sex et nonaginta.

Quoniam igitur demonstratum est, ΕΓ ad ΓΛ majorem rationem habere, quam 4673½ ad 153: at dupla quidem ipsius ΕΓ est ΑΓ; dupla vero ipsius ΛΓ est ΛΜ: ideo etiam ΑΓ ad ΛΜ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153. Igitur e contrario ΛΜ ad ΑΓ minorem habet rationem quam 153 ad 4673½. Et quoniam ΛΜ latus est polygoni latera habentis sex et nonaginta, ejus ambitus est 14688: si enim 96 in 153 duxeris, hunc numerum facies. Igitur polygoni ambitus ad diametrum ΑΓ minorem rationem habet, quam 14688 ad 4673½. Propterea triplus est diametri circuli, et adhuc excedit unitatibus 667½. Hæ autem minores sunt quam septima pars diametri, septima unitatis parte. Nam septuplum unitatum 667½, hoc est 4672½, minus est quam diameter unitate. Quoniam igitur polygoni ambitus minor est quam triplus sesquiseptimus diametri; minorque circuli ambitus quam polygoni; ideo multo magis ambitus circuli diametri minor est quam triplus sesquiseptimus.

Deinde vero construens reliquam theorematis partem: Sit, inquit, circulus cujus diameter ΑΓ; sitque angulus ΒΑΓ tertia pars anguli recti. Hoc autem fiet, si a puncto Γ sumpta ΓΒ hexagoni circumferentiæ æquali, jungatur ΑΒ. Qui enim angulus constituitur super hexagoni circumferentia, si ad centrum quidem constituitur, idem est ac duæ tertiæ partes anguli recti; si vero ad circumferentiam, idem ac pars tertia.

Quoniam igitur rectus est angulus ΑΒΓ, rectique pars tertia ΒΑΓ; angulus ΑΓΒ idem est ac duæ tertiæ recti anguli partes. Si igitur producatur ΓΒ ad punctum Β, sumptaque recta eidem æquali, alia jungatur ad punctum Α; æquilaterum triangulum fiet. Cum autem normalis ΑΒ basim in duas æquas partes secet; ΑΓ ipsius ΑΒ est dupla. Quod si rursus ponatur ΑΓ esse 1560; erit ΓΒ 780. Atque erit quadratum quidem, quod ab ΑΓ describitur, 2433600; quadratum vero, quod describitur a ΓΒ, 608400. Et si auferatur a quadrato quod ab ΑΓ describitur, quadratum, quod describitur a ΓΒ; reliquum erit quadratum, quod describitur ab ΑΒ, 1825200. Cujus quidem latus quadratum est 1351 proxime. Quod enim quadratum ab hoc fit, id exquisitum quadratum excedit sola unitate. Quocirca ΑΒ ad ΒΓ minorem, inquit, rationem habet, quam 1351 ad 780. Multiplicationes autem subjiciuntur.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον ἐστὶν ὀρθῆς, δωδέκατον μέρος ἐστὶ τῶν τεσσάρων[a] ὀρθῶν· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΗΕΓ, εἰκοστοτέταρτον ἂν εἴη· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΘΕΓ, ὅ ἐστι μη' ἐστί· ταύτης δὲ ἡμίσειά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΚΕΓ, ϟϛ' ἄρα ἐστί· ὧν ἡμίσεια ἔσται ἡ ὑπὸ ΛΕΓ, ρϟβ' ἐστί.

Κείσθω οὖν, φησὶ, ἴση αὐτῇ ἡ ὑπὸ ΓΕΜ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. [b]Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ, διπλασία οὖσα τῆς[c] ὑπὸ ΛΕΓ, ϟϛ' ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν. Ὥστε καὶ ἡ ΛΜ πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰς ἔχοντος ϟϛ'.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ, δέδεικται, μείζονα λόγον ἔχουσα ὅνπερ ,δχογ∠ πρὸς ρνγ'· καί ἐστι τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΛΓ ἡ ΛΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΛΜ, μείζονα λόγον ἔχει, ὅνπερ ,δχογ∠ πρὸς ρνγ'. Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ ΛΜ πρὸς ΑΓ, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ὅνπερ ρνγ' πρὸς ,δχογ∠. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΛΜ, πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ πλευρὰς ἔχοντος ϟϛ'·[d] ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου, ἐστὶ[e] α,δχπη'· ὁ γὰρ ϟϛ' ἐπὶ τὸν ρνγ' πολυπλασιαζόμενος τοῦτον ποιεῖ. [f]Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ὅνπερ α,δχπη' πρὸς ,δχογ∠. [g]Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου, τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει[m] Μ°. χξζ∠· ταῦτα δὲ ἐλάττονά ἐστι τοῦ ἑβδόμου τῆς διαμέτρου, μιᾶς μονάδος ἑβδόμῳ μέρει· τὰ γὰρ ἑπταπλάσια τῶν[n] χξζ∠, ἅπερ ἐστὶ ,δχοβ∠, ἐλάττονά ἐστι τῆς διαμέτρου, Μ°. α'. Ἐπεὶ οὖν τὸ πολύγωνον ἔλαττόν ἐστιν, ἢ τριπλάσιον καὶ ἔτι ἑβδόμῳ ὑπερέχον· ἡ δὲ περίμετρος τοῦ κύκλου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ πολυγώνου· Πολλῷ ἄρα ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, τῆς διαμέτρου, ἐστὶ τριπλασία καὶ ἔτι ὑπερέχει ἔλασσον ἢ ἑβδόμῳ μέρει.

Ἑξῆς δὲ κατασκευάζων τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ θεωρήματος φησί, Ἔστω κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ· καὶ τρίτου ὀρθῆς, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. Τοῦτο δὲ ἔσται, ἐὰν, ἀπὸ τοῦ Γ, τῇ τοῦ ἑξαγώνου περιφερείᾳ ἴσην ἀπολαβόντες τὴν ΓΒ, ἐπιζεύξωμεν τὴν ΑΒ. Ἡ γὰρ ἐπὶ τῆς τοῦ ἑξαγώνου περιφερείας βεβηκυῖα γωνία, πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ, διμοιρόν ἐστιν ὀρθῆς· πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ, τρίτον.

Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, τρίτον δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· διμοιρον ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ. Ἐὰν ἄρα προσεκβάλλοντες τὴν ΓΒ ἐπὶ τὸ Β, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀπολαβόντες, ἀπὸ τοῦ Α ἐπιζεύξωμεν· ἰσόπλευρον ἔσται τὸ τρίγωνον. Καὶ, διὰ τὸ τὴν ΑΒ κάθετον διχοτομεῖν τὴν βάσιν, διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ. Ἐὰν οὖν πάλιν κάμωμεν τὴν ΑΓ, ,αφξ', ἔσται ἡ ΓΒ, ψπ'. Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΓ[z] ἔσται $\overset{σμγ}{M}$,γχ'· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΒ, $\overset{ξ}{M}$,ηυ'. Καὶ ἐὰν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΒ, ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ· λοιπὸν καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ[a] ΑΒ, $\overset{ρπβ}{M}$,εσ'· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ,ατνα' ἔγγιστα· περιττεύει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς, Μ°. α'. Διό φησιν, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ὅνπερ ,ατνα' πρὸς ψπ'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

[a] ἄρα. [b] ἡ deest. [c] ὑπὸ ΛΕΓ ὀβ ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν [d] ἡ περιδιάμετρος [e] Μ̊ ,αχπη' ὁ γὰρ [f] ἡ περιδιάμετρος [m] ἤπερ ἡ διάμετρος [n] Μ̊ χξζ' [x] ἤτοι χξζ' [y] περιδιάμετρος [z] $\overset{σϟ}{M}$ γχ' [a] $\overset{ϛυη}{M}$ ις'

ἡ ΑΓ ͵αφξ	ἡ ΓΒ ψπ	͵ατνα
ἐπὶ ͵αφξ	ἐπὶ ψπ	ἐπὶ ͵ατνα
Μ^ρ Μ^ν Μ^ϛ	Μ^μθ Μ^ϛ	Μ^ρ Μ^λ Μ^ϛ ͵α
Μ^ν Μ^κε Μ^γ	Μ^ϛ ϛυ	Μ^λ Μ^θ Μ^α ͵γτ
Μ^ϛ Μ^γ ͵γχ	Μ^ξ ͵ηυ	Μ^ϛ Μ^α ͵αβφ ατνα
Μ^σμγ ͵γχ		Μ^ρπβ ͵εσα

ὧν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΒΓ ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ, καταλείπεται Μ^ρπβ ͵ες.

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς Μ^ο α'.

ΑΓ 1560 in 1560	ΓΒ 780 in 780	1351 in 1351
1······	49····	1······
5·····	56···	3·····
6····	56···	5····
5·····	64··	1···
25····	608400	3·····
30···		9····
6···		15···
30···		3··
36··		5····
2433600		15···
		25··
		5·
		1351
		1825201

Si auferatur a quadrato, quod ab ΑΓ describitur, quadratum, quod describitur ab ΑΒ; reliquum est 1825200. Excedit igitur exquisitum quadratum sola unitate.

Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΖΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς περιφερείας βεβήκασιν· ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΗΓ ἐστὶν ἴση. Καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή. Καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΖΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΗ ἐστὶν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ· καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Τῶν γὰρ ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί, καὶ ὁμόλογοι [b] αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Ἀλλ' ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, συναμφότερος ἡ ΓΑΒ πρὸς ΓΒ, καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, [c] ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ· ἐστίν, ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, [d] ἡ ΒΖ πρὸς ΓΖ. Καὶ συνθέντι ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ, ΑΓ πρὸς ΑΓ, ἡ ΒΓ πρὸς ΓΖ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ, ΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΑΒ ἐλάσσων ἢ ͵ατνα· ἡ δὲ ΑΓ, ͵αφξ· ἡ δὲ ΒΓ, ψπ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΑΒ, ΑΓ πρὸς ΒΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ. Ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, ἡ ΑΗ [e] πρὸς ΗΓ· καὶ ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ. Διὰ οὖν ταῦτα, ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΑΗ, Μ^ωμζ ͵γϡκα· τὸ δὲ ἀπὸ ΗΓ, Μ^ξ ͵ηυ. Καὶ ἔστιν αὐτοῖς ἴσον, τὸ ἀπὸ ΑΓ· καὶ αὐτὸ ἄρα ἐστὶ [f] Μ^ϡη ͵βτκα· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ, ͵γιγ∠δ' ἔγγιστα· ὑπερέχει γὰρ [g] τὸ ἀπ' αὐτῶν, ἀκριβοῦς δυνάμεως, Μ^ο τξη ις'. Διὰ ταῦτα οὖν φησίν, ὅτι ἡ ΑΓ πρὸς ΓΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [h] ἤπερ ͵γιγ∠δ' πρὸς ψπ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

Secetur angulus ΒΑΓ in duas æquas partes, recta ΑΖΗ. Quoniam igitur æqualis est angulus ΒΑΗ cum angulo ΗΓΒ: nam eidem circumferentiæ insistunt: tum angulo ΗΑΓ; æqualis utique est etiam angulus ΗΓΒ angulo ΗΑΓ. Communis est autem rectus angulus ΑΗΓ. Æqualis est igitur et reliquus angulus ΗΖΓ reliquo ΑΓΗ. Quare æquiangulum est triangulum ΑΗΓ triangulo ΓΗΖ: ideoque ut ΑΗ ad ΗΓ, ita se habet cum ΓΗ ad ΗΖ, tum ΑΓ ad ΓΖ. Æquiangulorum enim triangulorum latera proportionalia sunt, eaque sibi invicem respondent, quæ æqualibus angulis subjiciuntur.

Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita se habet utraque etiam ΓΑΒ ad ΒΓ. Ut igitur utraque ΒΑΓ ad ΒΓ, ita etiam se habet ΑΗ ad ΗΓ. Quoniam enim angulus ΒΑΓ sectus in duas æquas partes est ab ΑΖ; ut ΒΑ ad ΑΓ, ita se habet ΒΖ ad ΖΓ. Et componendo, ut utraque simul ΒΑ, ΑΓ ad ΑΓ, ita ΒΓ ad ΓΖ. Et permutando, ut utraque simul ΒΑ, ΑΓ ad ΒΓ, ita ΑΓ ad ΓΖ. Atque ΑΒ quidem minor est quam 1351; ΑΓ vero est 1560; denique ΒΓ 780. Utraque igitur simul ΑΒ, ΑΓ ad ΒΓ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Quare etiam ΑΓ ad ΓΖ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita se habet ΑΗ ad ΗΓ. Igitur etiam ΑΗ ad ΗΓ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Hisce autem positis, quadratum quidem, quod ab ΑΗ describitur, erit 8473921; quadratum vero, quod describitur ab ΗΓ, 608400. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur ab ΑΓ, hoc ipsum erit 9082321. Cujus quidem latus quadratum est $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id exquisitum quadratum unitatibus $368\frac{1}{16}$. Et propterea dicit: ΑΓ ad ΓΗ minorem rationem habet, quam $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ad 780. Multiplicationes autem subjiciuntur.

ἡ ΑΗ ͵βϡια	ἡ ΗΓ ψπ	͵γιγ∠δ'
ἐπὶ ͵βϡια	ἐπὶ ψπ	ἐπὶ ͵γιγ∠δ'
Μ^υ Μ^ρπ Μ^β ͵β	Μ^μθ Μ^ϛ	Μ^ϡ Μ^γ ͵θ ͵αφϛ∠δ'
Μ^ρπ Μ^πα ͵θϡ	Μ^ϛ ϛυ	Μ^γ ͵αφϛ∠
Μ^β ͵θι	Μ^ξ ͵ηυ	͵θλθ∠∠δ'
͵βϡια		͵αφϛ∠δ' α
Μ^ωμζ ͵γϡκα		ψνγ δ' α' ις'
		Μ^ϡη ͵βχπθ' ις'

τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ, Μ^ϡη ͵βτκα

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς Μ^ο. τξη' ις'

ΑΗ 2911 in 2911	ΗΓ 780 in 780	$3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ in $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
4······	49····	9······
18·····	56···	3····
2····	56···	9···
2···	64··	15··
18·····	608400	75·
81····		3····
9···		1··
9··		3·
2····		5
9···		$2\frac{1}{2}$
1··		9···
1·		3·
2911		9
8473921		$1\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
		$1506\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$
		$753\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{16}$
		$9082689\frac{1}{16}$

Quadrata, quæ ab ΑΗ, ΗΓ describuntur, 9082321. Excedit exquisitum quadratum unitatibus $368\frac{1}{16}$.

[b] αἱ τὰς γωνίας [c] ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ [d] ἡ γζ πρὸς ζγ [e] καὶ ἡ αη ἄρα πρὸς ηγ [f] Μ^ϡη
[g] τὸ ἀπ' αὐτῶν τῆς ἀκριβοῦς [h] ἤπερ ͵ατνα

Secetur angulus ΓΑΗ in duas æquas partes recta ΑΘ. Cum enim angulus sectus in duas æquas partes sit; utique, propter triangulorum similitudinem, laterumque proportionem, se habebit, componendo et permutando, ut utraque simul ΗΑΓ ad ΗΓ, ita ΑΘ ad ΘΓ. Ponitur autem ΑΗ minorem esse quam 2911; et ΑΓ minorem quam $3013\frac{3}{4}$. Utraque igitur simul ΗΑ, ΑΓ minor est quam $5924\frac{3}{4}$. Atque est ΗΓ 780. Igitur utraque simul ΗΑ, ΑΓ ad ΗΓ minorem rationem habet, quam $5924\frac{3}{4}$ ad 780. Quare etiam ΑΘ ad ΘΓ minorem habet rationem, quam $5924\frac{3}{4}$ ad 780: ideoque minorem etiam, quam $455\frac{3}{4}$ ad 60. Uterque enim utriusque pars est decima tertia. Et, quæ horum quadrupla sunt, ΑΘ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam 1823 ad 240. Propterea dicit, utrumque utriusque idem esse ac $\frac{4}{13}$. Cum autem ΑΘ sit 1823, erit quadratum, quod ab ea describitur, 3323329: cumque ΘΓ sit 240, quadratum, quod ab ea describitur, erit 57600. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur ab ΑΓ, hoc ipsum erit 3380929. Cujus quidem latus quadratum est $1838\frac{9}{11}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id exquisitum quadratum excedit proxime unitatibus 323. Quare ΑΓ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam $1838\frac{9}{11}$ ad 240. Multiplicationes autem subjiciuntur.

ΑΘ 1823 in 1823	ΓΘ 240 in 240	$1838\frac{9}{11}$ in $1838\frac{9}{11}$
1......	4....	1......
8.....	8...	8.....
2....	8...	3....
3...	16..	8...
8.....	57600	$818\frac{8}{11}$
64....		8.....
16...		64....
24..		24...
2....		64..
16...		$654\frac{6}{11}$
4..		3....
6.		24...
3...		9..
24..		24.
6.		$24\frac{6}{11}$
9		8...
3323329		64..
		24.
		64
		$6\frac{6}{11}$
		$818\frac{8}{11}$
		$654\frac{6}{11}$
		$24\frac{6}{11}$
		$6\frac{9}{11}\frac{81}{121}$
		$3381251\frac{7}{11}\frac{81}{121}$
		sive $3381252\frac{37}{121}$

Quadratum, quod ab ΑΓ describitur, his æquale, est 3389028. Excedit igitur proxime exquisitum quadratum unitatibus 323.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ. Διὰ δὴ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας· πρὸς τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ· ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΑΓ πρὸς ΗΓ, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ ὑπέκειτο ἡ μὲν ΑΗ, ἐλάσσων ἢ ͵βϡια'· ἡ δὲ ΑΓ, ἐλάσσων ὑπὲρ ͵γιγ' L' δ'· συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ, ΑΓ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ͵εϡκδ' L' δ'. Ἡ δὲ ΗΓ, ἐστὶ ψπ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ, ΑΓ πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵εϡκδ' L' δ' πρὸς ψπ'. Ὥστε καὶ ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵εϡκδ' L' δ' πρὸς ψπ'. Ὥστε ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ υνε' L' δ' πρὸς ξ'· ἑκάτερος γὰρ ἑκατέρου ἐστὶν μέρος ιγ'. Καὶ, τὰ τούτων τετραπλάσια, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αωκγ' πρὸς σμ'. Διὰ τοῦτο γάρ φησιν, ὅτι ἑκάτερος ἑκατέρου ἐστὶ δ' ιγ'. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΘ ἐστὶν ͵αωκγ'· τὸ ἄρα[h] ἀπ' αὐτῆς ἐστὶ $\overset{τλβ}{Μ}$ ͵γτκθ'. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ, σμ'· καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς $\overset{ε}{Μ}$ ͵ζχ'. Καὶ ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΑΘ, ΘΓ, ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ. Ἔσται ἄρα, $\overset{τλη}{Μ}$ ϡκθ'· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ͵αωλη θ' ια' ἔγγιστα· τὸ γὰρ ἀπ' αὐτῆς, ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς, Μ° τκγ' ἐγγύς. Ὥστε ἡ ΑΓ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αωλη θ' ια' πρὸς σμ'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΑΘ ͵αωκγ' ἐπὶ ͵αωκγ'	ἡ ΘΓ σμ' ἐπὶ σμ'	͵αωλη θ' ια' ἐπὶ ͵αωλη θ' ια'
$\overset{ρπβ}{ΜΜΜ}$ ͵γ'	$\overset{δ}{Μ}$,η'	$\overset{ρπγ}{ΜΜΜ}$ ͵ασπβ
$\overset{πξη}{ΜΜΜ}$ ͵ς βυ'	,η ,ηχ'	$\overset{πξη}{ΜΜΜ}$ ͵β ͵ςνχοδ ς'
$\overset{βα}{ΜΜ}$ ͵ςυξ'	$\overset{ε}{Μ}$ ͵ζχ'	$\overset{γβ}{ΜΜ}$ ͵ϛϡσμδ ς'
͵γ βυξθ'		͵β ͵ςνσμξδ ς'
$\overset{τλβ}{Μ}$ ͵γτκθ'		σαβ χνδ ς'
Τούτοις ἴσον, τὸ ἀπὸ ΑΓ, ἐστὶ $\overset{τλη}{Μ}$ ϡκθ'.		κδ ς ς ς σα'
		$\overset{τλη}{Μ}$ ͵ασνα ζ σα'
		ἢ, $\overset{τλη}{Μ}$ ͵ασνβ λζ'
		ὑπερέχει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. τκγ' ἐγγύς.

Amplius secetur angulus ΘΑΓ in duas æquas partes, recta ΚΑ. Rursus cum angulus sectus in duas æquas partes sit; utique, propter triangulorum similitudinem, laterumque proportionem, se habebit, componendo et permutando, ut utraque simul ΘΑ, ΑΓ ad ΓΘ, ita ΑΚ ad ΚΓ. Utraque autem simul ΘΑ, ΑΓ minor est quam $3661\frac{9}{11}$: nam ponitur ΘΑ minorem esse quam 1823; et ΑΓ minorem quam $1838\frac{9}{11}$: atque est ΘΓ 240. Igitur utraque simul ΘΑ, ΑΓ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240. Quare etiam ΑΚ ad ΚΓ minorem habet rationem, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240. At partes $\frac{11}{40}$ numeri $3661\frac{9}{11}$ idem sunt ac 1007; numerique 240 idem ac 66. Igitur ΑΚ ad ΚΓ minorem rationem habet, quam 1007 ad 66. Atque est quadratum quidem, quod ab ΑΚ describitur, 1014049: quadratum vero, quod describitur a ΚΓ, 4356. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur ab ΑΓ, hoc ipsum erit 1018405. Cujus quidem latus quadratum est $1009\frac{1}{6}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id exquisitum quadratum excedit unitatibus, $2\frac{1}{4}\frac{1}{36}$. Igitur ΑΓ ad ΓΚ minorem rationem habet, quam $1009\frac{1}{6}$ ad 66. Multiplicationes autem subjiciuntur.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία τῇ ΚΑ. Πάλιν οὖν, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ τὴν ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ· ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΓ πρὸς ΓΘ, ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ. Ἀλλὰ συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΓ, ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ ͵γχξα θ' ια'· ἐπειδὴ ἡ μὲν ΘΑ ὑπόκειται ἐλάσσων ἢ ͵αωκγ'· ἡ δὲ ΑΓ, ἐλάσσων ἢ ͵αωλη θ' ια'· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ, σμ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΑ, ΑΓ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵γχξα θ' ια' πρὸς σμ'. Ὥστε καὶ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵γχξα θ' ια' πρὸς σμ'. Καὶ ἐπεὶ, τῶν μὲν ͵γχξα θ' ια', τὸ ια' μ', ἐστὶ ͵αζ'· τῶν δὲ σμ', ξς'· ἡ ΑΚ ἄρα πρὸς ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ͵αζ' πρὸς ξς'. Καὶ ἔστι τὸ μὲν ἀπὸ ΑΚ, $\overset{ρα}{Μ}$ ͵δμθ'· τὸ δὲ ἀπὸ ΚΓ, ͵δτνς'· οἷς ἴσον ὂν τὸ ἀπὸ ΑΓ, ἐστὶ $\overset{ρα}{Μ}$ ͵ηυε'· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ, ͵αθ' ς' ἔγγιστα·[i] ὑπερέχει γὰρ τοῦ ἀκριβοῦς, τὸ ἀπ' αὐτῆς, Μ° ιβ' γ' λς'. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αθ' ς' πρὸς ξς'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

[i] ͵γγ', καὶ [h] ἀπ' αὐτῆς μέρος μδχ'.

[i] ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς $\overset{ια}{Μ}$ ι' β' γ' λγ'.

ἡ ΑΚ ͵αζ	ἡ ΚΓ ξϛ	͵αθ ϛʹ
ἐπὶ ͵αζ	ἐπὶ ξϛ	ἐπὶ ͵αθ ϛʹ
Μ ζ ͵ζμθ	͵γχτξ τξϛ	Μ ͵θξϛ 𐅵 ϛʹ ͵θπα 𐅵 ρξϛ 𐅵 ϛʹ α 𐅵 λϛʹ
Μ ͵δμθ	͵δτνϛ	Μ ͵ηυιζ γʹ λϛʹ

Τούτοις ἴσον, τὸ ἀπὸ ΑΓ, ἐστὶ Μ ͵ηυε. ὑπερέχει τῷ ἀκριβοῦς Μ° ιβ γʹ λϛʹ.

AK 1007 in 1007	KΓ 66 in 66	$1009\frac{1}{6}$ in $1009\frac{1}{6}$
1......	36..	1......
7...	36.	9...
7...	36.	$166\frac{1}{2}\frac{1}{6}$
49	36	9...
		81
		$1\frac{1}{2}$
		$166\frac{1}{2}\frac{1}{6}$
		$1\frac{1}{2}\frac{1}{36}$
1014049	4356	$1018417\frac{1}{3}\frac{1}{36}$

Quadratum his æquale, quod ab AΓ describitur, est 1018405. Excedit exquisitum quadratum unitatibus $12\frac{1}{3}\frac{1}{36}$.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΛ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἐστὶν, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΑ, ΑΓ πρὸς ΚΓ, ἡ ΑΛ πρὸς ΛΓ. Καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ΑΚ, ἔλασσον ἢ ͵αζ· ἡ δὲ ΑΓ, ἔλασσον ἢ ͵αθ ϛʹ· ἡ δὲ ΚΓ, ξϛ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΑ, ΑΓ πρὸς ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιϛ ϛʹ πρὸς ξϛ· καὶ ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς ΛΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιϛ ϛʹ πρὸς ξϛ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΛ ὑπόκειται ͵βιϛ ϛʹ, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς Μ ͵δϡκη λϛʹ· ἡ δὲ ΛΓ, ξϛ, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ͵δτνϛ· ἴσον δὲ αὐτοῖς ἐστι τὸ ἀπὸ ΑΓ· ἴσον ἄρα Μ ͵θσπδ λϛʹ· ὧν πλευρὰ[m] τετραγωνικὴ ἐστι ͵βιζ δʹ ἔγγιστα· ὑπερέχει τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς, Μ° ιγ 𐅵 κθʹ. Ὡς τε ἡ ΑΓ πρὸς ΓΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιζ δʹ πρὸς ξϛ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΑΛ ͵βιϛ ϛʹ	ἡ ΛΓ ξϛ	͵βιζ δʹ
ἐπὶ ͵βιϛ ϛʹ	ἐπὶ ξϛ	ἐπὶ ͵βιζ δʹ
ΜΜΜ ͵βτλγ γʹ	͵γχτξ τξϛ	ΜΜΜ ͵δφ
Μ ρξα 𐅵 ϛʹ		Μ ροθ 𐅵
Μ ͵βξλϛα τλγ γʹ α 𐅵 ϛʹ α λϛʹ		Μ ͵δμθ α 𐅵 δʹ φθ 𐅵 α 𐅵 δʹ ιϛʹ
Μ ͵δϡκη λϛʹ	͵δτνϛ	Μ ͵θσϟζ 𐅵 ιϛʹ

Τούτοις ἴσον, τὸ ἀπὸ ΑΓ ἐστὶ Μ ͵θσπδ λϛʹ. πλεονάζει τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. ιγ 𐅵 κθʹ

Secetur demum angulus KAΓ, recta AΛ. Eadem ratione, ut utraque simul KA, AΓ ad KΓ, ita se habet AΛ ad ΛΓ. Atque est AK quidem minor quam 1007; AΓ vero minor quam $1009\frac{1}{6}$; denique KΓ est 66. Utraque igitur simul KA, AΓ ad KΓ minorem rationem habet, quam $2016\frac{1}{6}$ ad 66. Igitur etiam AΛ ad ΛΓ minorem habet rationem, quam 2016 ad 66. Et quoniam ponitur, AΛ esse $2016\frac{1}{6}$; et ΛΓ 66; erit utique quadratum quidem, quod a prima describitur, 4064928 $\frac{1}{36}$; quadratum vero, quod describitur ab altera, 4356. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur ab AΓ, hoc ipsum erit $4069284\frac{1}{36}$. Cujus quidem latus quadratum est $2017\frac{1}{4}$ proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id exquisitum quadratum proxime excedit unitatibus $13\frac{1}{29}$. Quare AΓ ad ΓΛ minorem rationem habet, quam $2017\frac{1}{4}$ ad 66. Multiplicationes autem subjiciuntur.

AΛ $2016\frac{1}{6}$ in $2016\frac{1}{6}$	ΛΓ 66 in 66	$2017\frac{1}{4}$ in $2017\frac{1}{4}$
4......	36..	4......
2....	36.	2....
12...	36.	14...
$333\frac{1}{3}$	36	5..
2....		2....
1..		1..
6.		7.
$1\frac{1}{3}\frac{1}{6}$		$2\frac{1}{4}$
12...		14...
6.		7.
36		49
1		$1\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
$333\frac{1}{3}$		5..
$1\frac{1}{3}\frac{1}{6}$		$2\frac{1}{4}$
$1\frac{1}{36}$		$1\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{16}$
$4064928\frac{1}{36}$	4356	$4069297\frac{1}{2}\frac{1}{16}$

Quadratum his æquale, quod ab AΓ describitur, est $4069284\frac{1}{36}$. Excedit proxime exquisitum quadratum unitatibus $13\frac{1}{2}\frac{1}{29}$.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιζ δʹ[n] πρὸς ξϛ· ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ ΑΓ[o] πρὸς ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξϛ πρὸς ͵βιζ δʹ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΒ περιφέρεια, ἕκτον ἐστὶ τοῦ κύκλου· ἡ ΗΓ ἄρα, ιβ μέρος ἐστίν· ἡ δὲ ΘΓ, κδʹ· ἡ δὲ ΚΓ, μηʹ· ἡ δὲ ΛΓ, ϟϛʹ. Ὡς τε ἡ ΛΓ εὐθεῖα, πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ, ϟϛ πλευρὰς ἔχοντος· καί ἐστιν ἡ ΛΓ,[p] ξϛ. Ἡ ἄρα τοῦ πολυγώνου περίμετρος, πρὸς τὴν τοῦ[q] κύκλου διάμετρον, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵ϛτλϛ πρὸς ͵βιζ δʹ. Ταῦτα δέ[r] ἐστι τριπλάσια, καὶ ἔτι ὑπερέχει σπδ δʹ· ἅπερ ἐλάττονά ἐστι δέκα ἑβδομηκοστομόνων· ὅ ἐστι Μ° κζ 𐅵 ϛʹ ἔγγιστα· τὸ δὲ δεκαπλάσιον τούτου σοζ. Πολλῷ ἄρα, ἡ τοῦ κύκλου περίφερεια, μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασία καὶ δέκα ἑβδομηκοστόμονα.

Ὡς μὲν οὖν ἐνεχώρει, οἱ παρ' αὐτοῦ ἐγκείμενοι ἀριθμοί, μετρίως ἐσαφηνίσθησαν.

Quoniam igitur AΓ ad ΓΛ minorem rationem habet quam $2017\frac{1}{4}$ ad 66; e contrario AΓ ad ΓΛ majorem habet rationem, quam 66 ad $2017\frac{1}{4}$. Et quoniam circumferentia ΓB sexta est totius circuli pars; erit utique HΓ pars duodecima; ΘΓ, quarta et vigesima; KΓ, octava et quadragesima; denique ΛΓ, sexta et nonagesima. Quare recta ΛΓ polygoni latus est latera habentis sex et nonaginta. Atque est ΛΓ 66. Igitur polygoni ambitus ad diametrum circuli majorem rationem habet, quam 6336 ad $2017\frac{1}{4}$. Horum autem numerorum alter alterius triplus est, et adhuc excedit unitatibus $284\frac{1}{4}$; quæ quidem majores sunt quam decem ipsius $2017\frac{1}{4}$ septuagesimæ primæ. Pars utique septuagesima est $27\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ proxime; atque hujus decuplum 277. Multo igitur magis circuli ambitus diametri major est quam triplus super decies partiens septuagesimas primas.

Itaque numeri ab eo positi, ut fieri potuit, mediocriter explicati sunt.

[m] τετράγωνος [n] ἤπερ ͵βιζ δʹ ξϛʹ [o] πρὸς γαʹ ex MS. [p] ἡ λγʹ ϙεʹ [q] κύκλου [r] ἐστὶ deest.

Scire autem oportet Apollonium Pergæum in Ocytocio idem per numeros alios demonstrasse, et rem vero propinquiorem reddidisse. Quod quidem exquisitius esse videtur: sed tamen ad id, quod Archimedes sibi proposuit, nihil confert. Diximus enim sibi hoc in libro proposuisse, quod vero propinquum est, invenire, propter necessarios vitæ usus. Propterea neque Porus Nicænus merito videtur Archimedem reprehendere, quod non accurate invenerit cui rectæ lineæ circuli circumferentia sit æqualis. Hinc in Ceriis idem ait, Præceptorem suum, Philonem intelligens Gadarensem, rem ad accuratiores numeros perduxisse, quam ii sunt, quos Archimedes proposuit; id est 7 et 22. Omnes enim pariter videntur ejus propositum ignorasse. Utuntur autem myriadum multiplicationibus, et divisionibus, quas non facile assequetur, qui in Magni Logisticis versatus non fuerit. Quod si quis omnino vellet rem ad minimum redigere, opus esset, ut ea probe assecutus, quæ in Mathematica Claudii Ptolemæi Compositione traduntur, per partes et minutias, et per rectas lineas in circulo aptatas id faceret. Atque id ego sane fecissem, nisi, quod sæpius dixi, intellexissem, fieri non posse, ut per ea, quæ hic proposita sunt, recta linea accurate inveniatur circuli circumferentiæ æqualis. Et si quis eo contentus sit, quod proximum vero est, suffecerint ea, quæ hic ab Archimede tradita sunt.

Eutocii Ascalonitæ Commentarius in Archimedis Circuli Dimensionem, ex editione ab Isidoro Milesio Mechanico præceptore nostro recognita.

Ἰστέον δὲ, ὅτι καὶ Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος ἐν τῷ* Ὠκυτοκίῳ, ἀπέδειξεν αὐτὸ δι᾽ ἀριθμῶν ἑτέρων, ἐπὶ τὸ σύνεγγυς μᾶλλον ἀγαγών. Τοῦτο δὲ ἀκριβέστερον μὲν εἶναι δοκεῖ· οὐ χρήσιμον δὲ πρὸς τὸν Ἀρχιμήδους σκοπόν. Ἔφαμεν γὰρ αὐτὸν σκοπὸν ἔχειν, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ, τὸ σύνεγγυς εὑρεῖν διὰ τὰς ἐν τῷ βίῳ χρείας. Ὥς τε οὐδὲ Πόρος ὁ Νικαεὺς εὔκαιρον (εὐθυνθήσεται) μέμψιν ἐπάγων Ἀρχιμήδει, ὡς μὴ ἀκριβῶς εὑρόντι, Ποίᾳ εὐθείᾳ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια. Ἐξ ὧν αὐτὸς ἐν τοῖς Κηρίοις φησὶ τὸν ἑαυτοῦ διδάσκαλον, Φίλωνα λέγων τὸν ἀπὸ Γαδάρων, εἰς ἀκριβεστέρους ἀριθμοὺς ἀγαγεῖν, τῶν ὑπ᾽ Ἀρχιμήδους εἰρημένων, τουτέστι τῶν ζ φημὶ καὶ τῶν κβ. Ἅπαντες γὰρ ἐφεξῆς φαίνονται τὸν σκοπὸν αὐτοῦ ἠγνοηκότες· κέχρηνται δὲ καὶ τοῖς τῶν μυριάδων πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς· οἷς οὐκ εὔκολον παρακολουθῆσαι, τὸν μὴ διὰ τῶν Μάγνου Λογιστικῶν ἠγμένον. Εἰ δέ τις ὅλως ἐβούλετο εἰς ἐλάττω αὐτὸ κατασπάσαι· ἐχρῆν τοῖς ἐν τῇ Μαθηματικῇ Συντάξει Κλαυδίου Πτολεμαίου εἰρημένοις ἀκολουθοῦντα, διὰ τῶν μοιρῶν καὶ λεπτῶν, καὶ τῶν ἐν τῷ κύκλῳ εὐθειῶν τοῦτο ποιεῖν· καὶ πεποιήκειν ἂν ἐγὼ τοῦτο, εἰ μὴ, ὅπερ πολλάκις εἶπον, ἐνόουν, ὡς οὔτε ἀκριβῶς δυνατὸν, διὰ τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων, εὑρεῖν, τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ ἴσην εὐθεῖαν. Καὶ εἴ τῳ τὸ σύνεγγυς καὶ† παρὰ μικρὸν ἀπέχει, ἀρκεῖ τὰ ὑπ᾽ Ἀρχιμήδους ἐνταῦθα εἰρημένα.

Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου Ὑπόμνημα, εἰς τὴν Ἀρχιμήδους τοῦ Κύκλου Μέτρησιν· Ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ, τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

* ὠκυτοκίῳ

† περὶ

In MS. Multiplicationes ita se habent.

1.

ἡ ΕΖ τγ. ἡ ΖΓ ρνγ. λοιπὸν τὸ α ΕΓ ΜΖ.

ωκζ ἐπὶ τγ. ἐπὶ ρνγ. τα δὲ ζξεθ Μ ρνα

Μαω Μ,ετ. ἐπὶ ακε λοιπὸν ἄρα Μβ,δωλε

ΕΒ φξγ. ΜΜβ α εἰς τὸ ἀκριβὲς θ Μ,γχλε

ηρθ. Μβ,γχτθ Μ,γυθ στκα.

In Margine.

ἡ ΕΖ τγ — ἐπὶ τγ — Μαω — λ — τωλε — θ Μ,γχλε

ἡ ΖΓ ρνγ — ἐπὶ ρνγ

2.

ἡ ΕΓ φια ἡ ΗΓ ρνγ φζια. ἐπὶ φια

ἐπὶ ρνγ ἐπὶ φζια. Μ Μ,εφ. Μα,ρτ. Μ Μ

ρβξβζ Μ,αδλ στφξε. Μ,ε Μεζσαδ φια

ηρθ. φζια ψΜ,ε Μα θ Μγυθ ξβζαδ κξδ

θ Μ θ σααζδξδ ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ευ

Μ β,ρτ. ἐλλείπει ἄρα ἀκριβῶς Μαω ιο ἔγγιστα.

3.

ἡ ΕΓ ,αρξβα. ἡ ΘΓ ρνγ. αρνθα ἐπὶ ,αρξβα.

ἐπὶ ρνγ ἐπὶ αρνθα. Μ Μ Μ,βρια Μα,ετ

Μ Μ Μ ξρια Μ Μ,ετιβζ,ιβφεγ. ΜΜζ.

ειβζ. Μ,ετλρκζε. τρο. Μζβ Μκζδ.

βσρκδδ. θ Μτο. βε Μ δ δ. ραιβε ζεδξδ.

ραιβ ηκζδδξδ Μ φλδ ξδ θ Μ ρλζτωκξδ

τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῦ ἀπὸ ΕΓ, ΓΑ ἐπὶ Μ ωλ Μ κξδ.

ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς Μξε∠.

4.

ἡ ΕΒ ταλθ. ἡ ΓΚ ρνγ. βταλθ. Μ Μ υφ.

ἐπὶ ρνγ ἐπὶ βταλθ. Μ Μ,θ ασιε. Μ,ετ. Μ Μ Μ Μ υφ

σωι (ωι) βταλθ. ,ρβ φ ει Μ Μ,θ β ψοε. Μ,θσιζ∠.

τρθ. Μ,θ λτκζ∠ η,αρμιστα. Μ,η β ψσωταβδ

φοιζ∠ατσ. φοιζτβδε θ Μ υψαγε. Μ βε∠ιε

ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΒΚ Μ

βεδβε. ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς Μ Μ α∠.

5.

ἡ ΑΓ αφξ. ἡ ΓΒ ψοα. ,ατια σοι (ωι) ,αφξ. ἐπὶ ψοα ,ατια

ΜαιΜ. ΜΜβ (hoc pro ἐπὶ in MS. ponitur) ΜΜΜα. ΜΜΜ

Μ,ερυ Μ Μ Μ,ετ. ΜΜ,γχθ Μ,ρν. Μ Μ,αβφα. Μαχ

,ατια. θ Μ,ρε α ἀναφέρομεν ἀπὸ ΑΓ ἀπὸ τοῦ ΒΓ καταλείπεται

Μ,ρε. περιττεύει τοῦ ἀκριβοῦς Μ α.

6.

ἡ ΑΗ βλα. ἡ ΗΓ ψοα. γσχζδ. ἐπὶ βλα. Μ Μ,ε.

σπ γσχ∠δ. Μ Μ,θλ. Μ,γ,ε,ευ. Μ Μσαφδ Μξη

,θ Μσγ. θωε∠δ. βλα. ,αφσα∠δυ. θ Μ χλαα

ψιβ∠τθ ψιε. τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ. Μ βτι∠α.

θ Μ βχωθε. ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς Μ τξηε.

7.

ἡ ΑΘ ,ασκγ. ἡ ΘΓ ρΜ. ,ασλαθια σοι ,ασκγ.

σπ ρΜ. σοι ,ασλαθια Μ Μ Μ,γ. Μδη. Μ Μ Μ

,ηρσαθ∠α. Μ Μ,ρβο. ,ο,δχ. Μ Μ Μ α ρυωυ

Μσβο. Μ Μ,ριξ. θ Μ,ζυ Μ Μ. ,δυγ Μγ

γβυ. ,γκυξθ. Μρυρ Μξδ Μ∠να θ,γ Μ τκθ.

ρια σ ωυ γγυ σα,ρθ ριασθη. τούτοις ἴσον τὸ ααγ

β α ι ερ θρια Μ τκθ ἐπὶ θ Μ. ,ασα γο ἔγγιστα.

ὑπερέχει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς Μ τια ἐγγύς.

8.

ἡ ΑΚ ,αζχο ἡ ΚΓ ξε ,αθε σοι ,αζ. σοι ξε.

σοι ,αθε. Μζ. ,γχτξ. Μ,θξε∠ε. ∠Μθ. τξη.

θσαας θ Μ,δ Μο. θ,δτιε. ρξεζε α ζλε.

θ Μ,κιζγας· τούτοις ἴσον τὸ α αγ ἐπὶ Μ ,σοι.

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς Μ ιβ γ λγ—

9.

ἡ ΑΛ βιερ. ἡ ΑΓ ξε. βιζδ. ἐπὶ βιερ. σπ ξε. ἐπὶ βιζδ

Μ Μ Μ βτλζγ. γχτξ. Μ Μ Μ,δφ. Μεξα∠ε.

τξλε. Μ ρωβ∠. Μβχλσω. ,ρ,δτιε Μ,δο Μ α∠δ.

τλγγα∠ετδλε. φβ∠αδε. θ Μ δλωλε. Μ

θιε∠ριε. τούτοις ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΓ ἐπὶ Μ

θρτδλε· περιττεύει τοῦ ἀκριβοῦς Μ γ∠ο—

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE HELICIBUS.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΤΩΝ ποτὶ Κόνωνα ἀποσαλέντων θεωρημάτων, ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδείξιας ἐπιςέλλεις μοὶ γράψαι, τῶν μὲν πλείςων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κομισθέντεσσιν ἔχεις γεγραμμένας, τινὰς δὲ αὐτῶν [a] ϗ ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας, ἐπιςέλλω τοί. Μὴ θαυμάσῃς δὲ, εἰ πλέονα χρόνον ποιήσαντες ἐκδίδομεν τὰς ἀποδείξιας αὐτῶν. Συνβαίνει γὰρ τοῦτο γεγενῆσθαι, διὰ τὸ βύλεσθαί με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις, καὶ μαστεύειν αὐτὰ προαιρυμένοις. Πόσα γὰρ τῶν ἐν Γεωμετρίᾳ θεωρημάτων οὐκ εὐμέθοδα ἐν ἀρχᾷ φανέντα, χρόνῳ τὰν ἐξεργασίαν λαμβανόντι; Κόνων μὲν οὐχ [b] ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μαςεῦσιν αὐτῶν χρόνον, μετάλλαξεν τὸν βίον, [c] καὶ ἄδηλα ἐποίησεν καὶ ταῦτα πάντα [d] εὑρὼν, καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξευρὼν, ϗ ἐπὶ τὸ πλεῖον προάγαγε Γεωμετρίαν. Ἐπιςάμεθα γὰρ ὑπάρξασαν αὐτῷ σύνεσιν [e] οὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα, καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλυσαν. Μετὰ

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

THEOREMATUM, quæ ad Cononem misi, demonstrationes, quas ut conscribam quotidie flagitas, plurimas quidem iis in libris habes, quos Heraclides attulit; nonnullas vero hoc etiam in libro ad te mitto. Noli autem admirari, si diu cunctatus eorum demonstrationes in lucem edo. Hoc enim ea de causa factum est, quod prius cum viris communicare voluerim in mathematicis disciplinis exercitatis, qui summo ea scrutandi studio tenebantur. Quot sunt enim theoremata in Geometria, quæ cum principio videantur via et ratione carere ad cognoscendum, tempore fiunt manifesta? Conon quidem cum tempus sibi sumpsisset ad hæc scrutanda minime idoneum, vita decessit, eaque obscura reliquit; licet his omnibus aliisque plurimis inventis longe Geometriæ fines amplificaverit. Novimus enim fuisse in eo viro haud vulgarem scientiæ hujus peritiam, eximiamque industriam. Exactis autem post Cononis obitum pluribus annis, nemo extitit, quod ego sciam, qui

[a] In MS. ϗ deest. [b] ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μαςεῦσιν

[c] In MS. ϗ deest. [d] εἰρῶν [e] ἔτω

ex his problematibus ullum attigerit. Mihi vero libet unumquodque eorum sigillatim in medium afferre; contingit enim, ut duo quædam, quæ in eo libro sejuncta sunt, longe a scopo aberrent; ut qui se omnia invenisse jactant, nec ullam tamen demonstrationem afferunt, refellantur: quippe professi aliquando sunt ea se invenisse, quæ fieri nullo modo possunt. Quæ sint igitur ea problemata; et quorum tibi demonstrationes obtulerim; quorumque hoc libro exploratas offeram, declarabo. Problematum hoc primum erat: data sphæra, planum spatium invenire sphæræ superficiei æquale: quod quidem primum, edito de sphæra libro, in promptu est. Cum enim demonstratum sit, cujuslibet sphæræ superficiem quadruplam esse circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra, constat quomodo fieri possit, ut planum spatium inveniatur sphæræ superficiei æquale. Alterum hoc erat: dato cono vel cylindro, sphæram invenire cono vel cylindro æqualem. Tertium: datam sphæram plano secare, ita ut ejus segmenta propositam inter se invicem rationem habeant. Quartum: datam sphæram plano secare, ita ut superficiei segmenta propositam inter se invicem habeant rationem. Quintum: datum sphæræ segmentum dato sphæræ segmento assimilare. Sextum: datis duobus sphæræ segmentis sive ejusdem, sive non ejusdem, segmentum aliquod sphæræ invenire, quod alteri quidem segmentorum simile sit, superficiem vero habeat alterius superficiei æqualem. Septimum: a data sphæra segmentum plano secare, ita ut segmentum ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem, propositam rationem habeat; quæ quidem major non sit ea, quam habent tria ad duo. Horum igitur, quæ diximus, omnium demonstrationes Heraclides attulit. Quod autem post hæc sejunctum erat, id est falsum. Est autem hujusmodi: si sphæra plano secetur in inæquales partes, majus segmentum ad minus rationem habet ejus duplam, quam habet major superficies ad minorem. Hoc vero falsum esse, ex iis, quæ prius ad te missa sunt, manifestum est. Atque hoc etiam in illis sejunctum erat. Si sphæra plano secetur in inæquales partes ad rectos angulos alicui diametro earum, quæ in sphæra sunt, majus segmentum ad minus eamdem rationem habet, quam majus segmentum diametri ad minus. Majus enim sphæræ segmentum ad minus minorem quidem rationem habet ejus dupla, quam habet major superficies ad minorem, majorem vero sesquialtera. Postremum quoque, quod sejunctum erat, problema est falsum: si sphæræ alicujus diameter secetur, ita ut quadratum, quod a majore segmento describitur, triplum sit quadrati, quod describitur a minore segmento; planumque, quod per id punctum agitur ad rectos angulos ipsi diametro,

δὲ τὸν Κώνωνα τελευτᾶσαι πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγενημένων, οὐθ' ὑφ' ἑνὸς οὐδὲν τῶν προβλημάτων αἰσθανόμεθα κεκινημένον. Βούλομαι δὲ καθ' ἓν ἕκαστον αὐτῶν προενέγκασθαι, καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ τῶν ἐν αὐτῷ[g] ὄντων κεχωρισμένα, τέλους δὲ ἀποτεθειμένα·[h] ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφέροντες, ἐλέγχωνται ὡς ποθ' ὁμολογηκότες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα. Ταῦτα δὴ ποῖα τῶν προβλημάτων ἐντὶ, καὶ τίνων τὰς ἀποδείξιες ἔχεις ἀπεσταλμένας, καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κομίζομες δοκιμάζοντες, ἐμφανίσω τοι. Πρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων ἦν· σφαίρας δοθείσας ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας· ὃ δὴ καὶ πρῶτον ἐγένετο φανερὸν, ἐκδοθέντος τοῦ περὶ τᾶς σφαίρας βιβλίου. Δειχθέντος γὰρ ὅτι πάσας σφαίρας ἁ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, δῆλον ὡς δυνατόν ἐστι χωρίον ἐπίπεδον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. Δεύτερον δὲ· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. Τρίτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. Τέταρτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥς τε τὰ τμάματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. Πέμπτον δέ· τὸ δοθὲν τμᾶμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. Ἕκτον δέ· δύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας, εἴτε τᾶς αὐτᾶς, εἴτε ἄλλας εὑρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμάματος. Ἕβδομον· ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥς τε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μὴ μείζονα τοῦ ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ β'. Τούτων[i] μὲν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδείξιες Ἡρακλείδας ἐκόμισεν. Τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον ψεῦδος ἦν. Ἔστι δέ· αἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἕξει, ἢ ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδές ἐστι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φανερόν ἐστι. Κεχώρισται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε. Αἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ τμᾶμα τὸ μεῖζον τᾶς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον. Τὸ γὰρ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ[k] ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ, ἢ ἡμιόλιον. Ἦν δὲ καὶ τὸ ἔσχατον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος· ὅτι αἴκα σφαίρας τινὸς ἁ διάμετρος τμαθῇ, ὥς τε τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμάματος τετράγωνον τριπλάσιον εἶμεν τοῦ τετραγώνου, τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, καὶ διὰ τοῦ σαμείου τὸ ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ'

[f] Sic MS. [g] μὴ κεχωρισμένα [h] ὅπως ex MS. [i] μὲν οὖν τῶν [k] ἔλασσον ἀ μὲν

ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τέμνῃ τὰν σφαῖραν τὸ τοιοῦτο τῷ εἴδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μεῖζον τᾶς σφαίρας τμᾶμα, μέγιστόν ἐστι τῶν ἄλλων τμαμάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, δῆλον διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων. Δέδεικται γὰρ, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τῶ κώνω προβεβλημένα ἐστὶ τάδε. Αἴκα ὀρθογωνίω κώνω τομὰ, μενούσας τᾶς διαμέτρω, περιενεχθῇ, ὥς τε ἄξονα εἶμεν τὰν διάμετρον, τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κωνοειδὲς καλείσθω. Καὶ αἴκα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον, κορυφὴ δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τῶ κωνοειδέος. Εἰ [l] δὲ καὶ τὸ εἰρημένον σχῆμα, ἐπιπέδῳ τμαθῇ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, δῆλον. Ὅτι δὲ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τῶ κώνω, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. Καὶ αἴκα τῶ κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις· ὅτι μὲν ὦν αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ, δῆλον, αἴκα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωντι ποτὶ τὸν ἄξονα. Ὅτι δὲ τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τοῦτον ἑξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τὸν ἄξονα μέχρι τῶν ἐπιπέδων τεμνόντων, δεῖξαι δεῖ. Τούτων δ' αἱ ἀποδείξεις οὔπω τοι ἀποστέλλονται. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς [m] ἕλικος ἦν προβεβλημένα ταῦτα. Ἐντὶ δὲ ὥσπερ ἄλλο τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπικοινον ἐχόντων τοῖς προειρημένοις, ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς [n] ἀποδείξεις γεγραφήκαμέν τοι. Ἐντὶ δὲ τάδε.

ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

Αἴκα εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ, μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος, ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ τᾷ περιφερομένᾳ φέρηται τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γραψεῖ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. Φαμὶ δὴ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἀποκατασταθείσας ὅθεν [o] ὥρμασεν, τρίτον μέρος εἶμεν τοῦ κύκλου τοῦ γραφέντος, κέντρῳ μὲν τῷ μένοντι σαμείῳ, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ τᾷ διανυσθείσᾳ ὑπὸ τοῦ σαμείου ἐν τᾷ μιᾷ περιφορᾷ τᾶς εὐθείας. Καὶ αἴκα τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος τὸ ἔσχατον γενόμενον· ἄλλα δέ τις εὐθεῖα τᾷ περιαχθείσᾳ καὶ ἀποκατασταθείσᾳ γραμμᾷ ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος αὐτᾶς, ὥστε ἐμπεσεῖν τᾷ ἐπιψαυούσᾳ· φαμὶ τὰν ποταχθεῖ-

ſphæram ſecet; talis ſpecie figura, quale eſt majus ſphæræ ſegmentum, maxima eſt omnium ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur. Hoc vero falſum eſſe conſtat ex iis theorematibus, quæ prius ad te miſſa ſunt. Demonſtratum enim eſt, omnium, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur, ſegmentorum, id eſſe maximum, quod eſt hemiſphærium. Hæc deinceps de cono propoſita erant. Si rectanguli coni ſectio, manente diametro, circumagatur, ita ut diameter ipſa ſit axis; quæ a rectanguli coni ſectione figura deſcribitur, conoides vocetur. Et ſi conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum aliquod ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſis vocetur planum, quod ſecat; vertex vero punctum, in quo planum alterum conoiden contingit. Quod ſi figura, quam diximus, plano ſecetur ad rectos angulos axi, ſectionem quidem circulum eſſe, manifeſtum eſt. Segmentum vero, quod ſectum eſt, ſeſquialterum eſſe coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, hoc oportet demonſtrare. Et ſi duo conoidis ſegmenta planis ſecentur utcunque actis, ſectiones quidem eſſe acutiangulorum conorum ſectiones manifeſtum eſt, dummodo ne ea quæ ſecant, plana recta ſint ad axem. Segmenta vero eam inter ſe invicem rationem habere, quam habent poteſtate inter ſe invicem rectæ, quæ ab eorum verticibus ducuntur axi parallelæ ad ea uſque, quæ ſecant, plana, hoc item demonſtrare oportet. Horum autem demonſtrationes nondum ad te mittuntur. Hæc demum de helice propoſita erant. Hoc autem eſt quaſi aliud problematum genus nihil cum iis, quæ prædiximus, commune habentium; de quibus tibi hoc in libro demonſtrationes conſcripſi. Atque hæc ſunt hujuſmodi.

DE HELICIBUS.

Si recta linea in plano, manente altero ejus termino, æquabiliter circumacta eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; et una cum linea circumacta feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi in eadem linea incipiens a manente ejus termino; punctum hoc helicen in plano deſcribet. Dico jam ſpatium, quod ab helice, et recta linea eodem, unde moveri cœpit, reſtituta comprehenditur, tertiam eſſe partem circuli deſcripti centro quidem puncto manente, intervallo autem ea rectæ lineæ parte, quæ a puncto fuerit uno orbe tranſmiſſa. Et ſi helicen recta quædam contigerit in extremo ipſius helicis termino; et recta quædam alia rectæ lineæ circumactæ, eodemque, unde moveri cœpit, reſtitutæ ad rectos angulos ducatur a manente ejus termino, ita ut contingenti occurrat; dico rec-

l δὲ m ἕλικας n ἀποδείξιας ex MS. o ὥρμασε

tam hanc, quæ ducta est, circumferentiæ circuli esse æqualem. Et si recta linea circumacta, et punctum, quod in ea fertur, repetitis orbibus circumagantur, eodemque, unde moveri cœperant, restituantur; dico spatii, quod secundo orbe ab helice comprehenditur, quod quidem comprehenditur tertio orbe, esse duplum; quod vero quarto, triplum; quod quinto denique, quadruplum; atque ita porro, quæ spatia posterioribus orbibus comprehenduntur, ea secundum numeros, qui hos consequuntur, multiplicia esse spatii, quod secundo orbe comprehenditur. Quod autem spatium primo orbe comprehenditur, sextam esse partem spatii, quod comprehenditur orbe secundo. Et si in helice uno orbe descripta duo puncta sumantur; ducanturque ab eis rectæ ad manentem circumactæ lineæ terminum; describanturque duo circuli centro quidem puncto manente, intervallis vero rectis ad manentem lineæ terminum ductis; quæque harum rectarum minor est, producatur; dico spatium, quod comprehenditur tum a circumferentia majoris circuli, quæ inter rectas ad easdem helicis partes interjicitur, tum ab helice, rectaque producta; ad spatium, quod comprehenditur tum a circumferentia minoris circuli, tum ab eadem helice, rectaque terminos earum jungente, eam rationem habere, quam habet ea, quæ ex centro minoris circuli, cum duabus tertiis partibus excessus, quo ea, quæ ex centro majoris circuli, excedit eam, quæ ex centro minoris circuli; habet, inquam, ad eam, quæ ex centro minoris circuli, cum tertia excessus, quem diximus, parte. Horum ego aliorumque de helice demonstrationes in hunc librum conjeci. Præmittuntur autem, quod in aliis quoque geometricis usu venit, quæ ad ea demonstranda sunt necessaria. Atque in his quoque eorum, quæ in libris antea a me editis sumpta sunt, istud sumo: inæqualium linearum et inæqualium spatiorum id, quo majus excedit minus sibimetipsi aliquoties additum, fieri posse, ut excedat quodcunque propositum fuerit ex iis, quæ inter se invicem comparantur.

PROP. I. Theor.

Si in aliqua linea feratur punctum aliquod æquabiliter sibi ipsi, sumanturque in ea duæ lineæ; quæ sumptæ sunt, eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam tempora, quibus punctum easdem lineas transmisit.

Feratur enim punctum aliquod in linea AB æquabiliter, sumanturque in ea duæ lineæ ΓΔ, ΔE. Ac tempus, in quo punctum lineam ΓΔ transmisit, sit ZH; in quo vero transmisit ΔE, sit HΘ. Oportet demonstrare, lineam ΓΔ ad lineam ΔE eamdem rationem habere, quam tempus ZH ad tempus HΘ.

σαν εὐθεῖαν ἴσαν εἶμεν τᾷ τοῦ κύκλου [p] περιφερείᾳ. Καὶ εἶκα ἁ περιαγομένα γραμμὰ καὶ τὸ σαμεῖον, τὸ φερόμενον κατ' αὐτᾶς, πλείονας περιφορὰς περιενεχθέωντι καὶ ἀποκατασταθέωντι πάλιν ὅθεν ὥρμασαν· φαμὶ τὸ χωρίον, τὸ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς ἕλικος, τὸ μὲν ἐν τᾷ τρίτᾳ ποτιλαφθὲν διπλάσιον ἐσσεῖσθαι· τὸ δὲ ἐν τᾷ τετάρτᾳ τριπλάσιον· τὸ δὲ ἐν τᾷ πέμπτᾳ τετραπλάσιον· καὶ ἀεὶ τὰ ἐν ταῖς ὕστερον περιφοραῖς ποτιλαμβανόμενα χωρία κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμούς, πολλαπλάσια ἐσσεῖσθαι τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ [q] ποτιλαφθέντος. Τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος εἶμεν, τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος χωρίου. Καὶ εἶκα [r] ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέωντι, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπιζευχθέωντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς περιενεχθείσας γραμμᾶς, καὶ κύκλοι δύο [s] γεγραφέωντι κέντρῳ μὲν τῷ μεμενακότι σαμείῳ, διαστήματι δὲ ταῖς ἐπιζευχθείσαις ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς εὐθείας, [t] καὶ ἐλάσσων τᾶν ἐπιζευχθεισᾶν ἐκβληθῇ· φαμὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς τοῦ μείζονος κύκλου περιφερείας τᾶς ἐπὶ τᾷ αὐτᾷ ἕλικι μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν ἐούσας, καὶ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας ποτὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον, ὑπό τε τᾶς τοῦ ἐλάσσονος κύκλου περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτῶν, τοῦτον ἕξειν τὸν λόγον ὃν ἔχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο [u] τριτημοριῶν τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετ' ἑνὸς τριτημορίου τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς. Τούτων δή μοι καὶ ἄλλων περὶ τᾶς ἕλικος αἱ ἀποδείξιες, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφονται. Πρόκεινται δὲ ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρουμένων τὰ χρείαν ἔχοντα, εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. Λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις τῶν ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις λήμματα τάδε· [w] τᾶν ἀνίσαν γραμμᾶν, καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος αὐτᾷ συντιθεμέναν, δυνατὸν εἶμεν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ' ἄλλαλα λεγομένων.

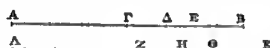
ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Εἴκα κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωντι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαί, αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας ὅνπερ οἱ χρόνοι ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπορεύθη.

Ἠνέχθω γάρ τι σαμεῖον κατὰ τᾶς AB γραμμᾶς ἰσοταχέως, καὶ λελάφθωσαν ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαὶ αἱ ΓΔ, ΔE. Ἔστω δὲ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμὰν τὸ σαμεῖον διεπορεύθη, ὁ ZH, ἐν ᾧ δὲ τὰν ΔE ὁ HΘ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΓΔ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΔE γραμμάν, ὃν χρόνος ὁ ZH ποτὶ τὸν HΘ.

[p] Sic MS. [q] Pro ποτιλαφθέντος. Τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος in MS. legitur ποτιλαμφθέντος, ἕκτον μέρος [r] περὶ [s] συγγεγραφέωντι [t] καὶ ἁ ἐλάσσων τῶν [u] τρίτα μορίων [w] τᾶν ἴσαν

Συγκείσθωσαν γὰρ ἐκ τᾶν Γ Δ, Δ Ε γραμμᾶν αἱ Α Δ, Δ Β γραμμαὶ [a] καθ' ἁντινοῦν σύνθεσιν οὕτως, ὥς τε ὑπερέχειν τὰν Α Δ τᾶς Δ Β. Καὶ ὁσάκις μὲν σύγκειται ἁ Γ Δ γραμμὰ ἐν τᾷ Α Δ, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ χρόνος ὁ Ζ Η ἐν τῷ χρόνῳ τῷ Α Η· ὁσάκις δὲ σύγκειται ἁ Δ Ε γραμμὰ ἐν τᾷ Δ Β, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ Θ Η χρόνος ἐν τῷ Κ Η χρόνῳ. Ἐπεὶ ὦν ὑπόκειται τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως ἐπηνέχθαι κατὰ τᾶς Α Β γραμμᾶς, δῆλον ὡς ἐν ὅσῳ χρόνῳ τὰν Γ Δ ἐπηνέχται, ἐν τοσούτῳ καὶ ἑκάσταν ἐπήνεκται τᾶν ἴσαν τᾷ Γ Δ. Φανερὸν ὦν, ὅτι καὶ συγκειμέναν [γ] τὰν Α Δ γραμμὰν, ἐν τοσούτῳ χρόνῳ ἐπήνεκται, ὅσος ἐστὶν ὁ Α Η χρόνος· ἐπειδὴ τοσαυτάκις σύγκειται ἅτε Γ Δ γραμμὰ ἐν τᾷ Α Δ γραμμᾷ, καὶ ὁ Ζ Η χρόνος ἐν τῷ Α Η χρόνῳ. Δία * ταῦτα δὴ καὶ τὰν Β Δ γραμμὰν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ τὸ σαμεῖον ἐπήνεκται, ὅσος ἐστὶν ὁ Κ Η χρόνος. Ἐπεὶ ὦν μείζων ἐστὶν ἁ Α Δ γραμμὰ τᾶς Β Δ, δῆλον ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὰν Δ Α διαπορεύεται γραμμὰν, ἢ τὰν Β Δ. Ὥς τε ὁ χρόνος ὁ Α Η μείζων ἐστὶ τοῦ Κ Η χρόνου. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα ἐκ τῶν χρόνων τῶν Ζ Η, Η Θ συντεθέωντι χρόνοι [a] καθ' ἁντινοῦν σύνθεσιν, ὥς τε ὑπερέχειν τὸν ἕτερον τοῦ ἑτέρου, ὅτι καὶ τᾶν ἐκ τᾶν γραμμᾶν τᾶν Γ Δ, Δ Ε, κατὰ τὰν αὐτὰν σύνθεσιν συνθέωσιν ὑπερέξει ἁ ὁμόλογος τῷ ὑπερέχοντι χρόνῳ. Δῆλον ὦν ὅτι τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ Γ Δ ποτὶ τὰν Δ Ε, ὃν ὁ χρόνος ὁ Ζ Η ποτὶ τὸν χρόνον τὸν Η Θ.



Componantur enim ex lineis Γ Δ, Δ E lineæ A Δ, Δ B ſecundum quamlibet compoſitionem, ita ut A Δ ipſam Δ B excedat. Et quoties quidem ponitur linea Γ Δ in A Δ, toties ponatur tempus Z H in tempore A H; quoties vero ponitur linea Δ E in Δ B, toties tempus Θ H ponatur in tempore K H. Quoniam igitur ponitur punctum in linea A B æquabiliter ferri, conſtat quanto tempore lineam Γ Δ tranſmiſit, tanto unamquamque earum tranſmiſiſſe, quæ ipſi Γ Δ æquales ſunt. Quare compoſitam etiam lineam A Δ tanto tempore tranſmiſit, quantum eſt tempus A H; quoniam toties ponitur linea Γ Δ in linea A Δ, quoties tempus Z H in tempore AH. Eadem autem ratione etiam lineam B Δ tanto tempore tranſmiſit, quantum eſt tempus K H. Quoniam igitur major eſt linea A Δ quam B Δ, conſtat punctum majore tempore lineam A Δ tranſmittere, quam B Δ. Quare tempus A H majus eſt quam tempus K H. Pariter autem demonſtrabitur, ſi ex temporibus Z H, H Θ componantur tempora ſecundum quamlibet compoſitionem, ita ut alterum alterum excedat, etiam linearum, quæ ex lineis Γ Δ, Δ E ſecundum eamdem compoſitionem compoſitæ fuerint, alteram alteram excedere, prout tempori quæque ſuo reſpondet. Conſtat igitur lineam Γ Δ ad lineam Δ E eamdem rationem habere, quam tempus Z H ad tempus H Θ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β′.

Αἴκα δύο σαμείων ἑκατέρω κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος, μὴ τᾶς αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτῷ ἑαυτῷ φερομένω, λαφθέωντι ἐν ἑκατέρᾳ [a] τᾶν γραμμᾶν δύο γραμμαὶ, αἵ τε πρῶται ἐν ἴσοις χρόνοις [b] ὑπὸ τῶν σαμείων διανύεσθαι, καὶ αἱ δεύτεραι· τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαί.

Ἔστω κατὰ τᾶς Α Β γραμμᾶς ἐπηνεγμένον τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, καὶ ἄλλο κατὰ τᾶς Κ Λ. Λελάφθωσαν δὲ ἐν τᾷ Α Β δύο αἱ Γ Δ, Δ Ε γραμμαὶ, καὶ ἐν τᾷ Κ Λ αἱ Ζ Η, Η Θ· ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς Α Β γραμμᾶς ἐπηνεγμένον σαμεῖον τὰν Γ Δ γραμμὰν διαπορευέσθω, ἐν ἴσῳ τὸ ἕτερον κατὰ τᾶς Κ Λ ἐπενηνεγμένον τὰν Ζ Η· ὁμοίως καὶ τὰν Δ Ε γραμμὰν ἐν ἴσῳ διαπορευέσθω τὸ σαμεῖον, ἐν ἴσῳ τὸ ἕτερον τὰν Η Θ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ Γ Δ ποτὶ τὰν Δ Ε, ὃν ἁ Ζ Η ποτὶ τὰν Η Θ.

Ἔστω δὴ ὁ χρόνος ἐν ᾧ τὰν Γ Δ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σημεῖον ὁ Μ Ν. Ἐν τούτῳ δὴ τῷ χρόνῳ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν Ζ Η. Πάλιν δὲ καὶ ἐν ᾧ τὰν Δ Ε γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαμεῖον, ἔστω ὁ Ν Ξ χρόνος. Ἐν τούτῳ δὴ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον δια-

PROP. II. Theor.

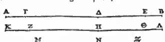
Si duo puncta, utrumque in linea aliqua, non in una eademque, ferantur æquabiliter ſibi ipſis; ſumanturque in utraque linea duæ lineæ, quarum tum primæ, tum ſecundæ a punctis æqualibus temporibus tranſmittantur; quæ lineæ ſumptæ ſunt eamdem inter ſe invicem rationem habebunt.

Feratur in linea A B punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi; et aliud item in linea K Λ. Sumantur autem in A B duæ lineæ Γ Δ, Δ E; et in K Λ item duæ Z H, H Θ: et quanto tempore punctum, quod in A B fertur, lineam Γ Δ tranſmittat, quanto alterum, quod fertur in K Λ tranſmittit lineam Z H; pariterque etiam lineam Δ E tanto tempore punctum tranſmittat, quanto alterum tranſmittit lineam H Θ. Oportet demonſtrare eamdem rationem habere Γ Δ ad Δ E, quam Z H ad H Θ.

Tempus enim, quo lineam Γ Δ punctum tranſmiſit, ſit M N. Hoc autem tempore etiam punctum alterum lineam Z H tranſmittit. Rurſus tempus, quo punctum tranſmiſit lineam Δ E, ſit N Ξ. Hoc autem tempore etiam punctum

[a] καθ' ἂν τινοῦν [γ] τᾶν Α Δ γραμμᾶν [a] καθαντινοῦν [a] τᾶν γραμμᾶν [b] ὑπὸ τῶν σαμείων
* Fortaſſe τὰ αὐτὰ

alterum transmittit lineam H Θ. Eamdem igitur rationem habebunt linea Γ Δ ad lineam Δ E, quam tempus M N ad tempus N Ξ, et linea Z H ad lineam H Θ, quam tempus M N ad tempus N Ξ. Constat igitur eamdem rationem habere Γ Δ ad Δ E, quam Z H ad H Θ.



προβάτῃ τὰν H Θ. Τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἐξόντι ἁ Γ Δ ποτὶ τὰν Δ E γραμμὰν, ὃν ὁ χρόνος ὁ M N ποτὶ N Ξ, καὶ ἁ Z H ποτὶ τὰν H Θ, ὃν ὁ χρόνος ὁ M N ποτὶ τὸν N Ξ. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ Γ Δ ποτὶ τὰν Δ E, ὃν ἁ Z H ποτὶ τὰν H Θ.

PROP. III. Prob.

Circulis quotlibet datis, fieri potest, ut recta sumatur, quæ major sit quam circulorum circumferentiæ.

Circumscripto enim unicuique circulo polygono, constat, quæ ex omnibus ambitibus recta componitur, hanc majorem esse quam omnes circulorum circumferentias.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Κύκλων δοθέντων ὁποσοῦν τῷ πλήθει, δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα ὅσαν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.

Περιγραφέντος γὰρ περὶ ἕκαστον τῶν κύκλων πολυγώνου, δῆλον ὡς ἡ ἐκ πασᾶν συγκειμένη τᾶν περιμέτρων εὐθεῖα [d] μείζων ἐστὶ πασᾶν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.[e]

PROP. IV. Prob.

Datis duabus lineis inæqualibus, recta, et circuli circumferentia, fieri potest, ut recta sumatur, quæ minor quidem sit quam datarum linearum major, major vero quam minor.

Quoties enim excessus, quo major linea excedit minorem, sibimetipsi additur, ut rectam excedat, tot si in partes æquales eadem recta dividatur; minor erit pars una quam excessus. Quod si circumferentia major fuerit quam recta, addita eidem rectæ parte una, constat, eam majorem quidem esse, quam minorem datarum linearum, minorem vero quam majorem. Nam quæ additur pars, minor est quam excessus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

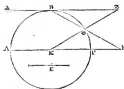
Δύο γραμμᾶν δοθεισᾶν ἀνίσων, εὐθείας τε καὶ κύκλου περιφερείας, δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν τᾶς μὲν μείζονος τᾶν δοθεισᾶν γραμμᾶν ἐλάσσονα, τᾶς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.

Ὁσάκις γὰρ ὑπεροχὰ, ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων γραμμὰ τᾶς ἐλάσσονος, αὐτᾷ συντιθεμένα ὑπερέξει τᾶς εὐθείας, καὶ εἰς τοσαῦτα ἴσα διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας, τὸ ἓν τμᾶμα ἔλασσον ἐστὶ τᾶς ὑπεροχᾶς. Εἰ μὲν ὦν καὶ ἁ περιφέρεια μείζων τᾶς εὐθείας, ἑνὸς τμάματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν εὐθεῖαν, τᾶς μὲν ἐλάσσονος τᾶν δοθεισᾶν, δῆλον ὡς μείζων ἐσσεῖται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων. Καὶ γὰρ ἁ ποτικειμένα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ὑπεροχᾶς.

PROP. V. Prob.

Dato circulo, et recta circulum contingente, fieri potest, ut a centro circuli ad contingentem recta ducatur; ita ut, quæ inter contingentem, et circuli circumferentiam recta interjicitur, ad eam, quæ ex centro, minorem rationem habeat, quam quæ interjicitur inter contactum, rectamque ductam circuli circumferentia, ad datam quamlibet circuli circumferentiam.

Datus sit circulus A B Γ, cujus centrum K, circulumque contingat Δ Z in puncto B: data sit etiam quælibet circuli circumferentia. Fieri autem potest, ut recta aliqua sumatur major quam data circumferentia; eaque sit recta E. Ducatur a centro A H ipsi Δ Z parallela: ponaturque H Θ ipsi E æqualis vergens ad punc-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Κύκλου δοθέντος, καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τᾶς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθεῖσαν ὁποιανοῦν κύκλου περιφέρειαν.

Δεδόσθω κύκλος ὁ A B Γ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ K, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ Δ Z κατὰ τὸ B· δεδόσθω δὲ καὶ κύκλου περιφέρεια ὁποιαοῦν. Δυνατὸν δέ ἐστι τᾶς δοθείσας περιφερείας λαβεῖν τινὰ εὐθεῖαν μείζονα. καὶ ἔστω ἁ E εὐθεῖα μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. Ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν Δ Z, ἁ A H· καὶ κείσθω ἁ H Θ ἴσα τᾷ E, νεύουσα ἐπὶ τὸ B·

[c] Κύκλων δύο δοθέντων σφαίρας ἢ κυλίνδρου.

[d] μείζων ἄρα τᾶν

[e] Ad marginem in MS. legitur δέδεικται γὰρ ἐν τῷ ά θεωρήματι τοῦ περὶ

ἀπὸ δὴ τοῦ Κ κέντρου ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. Τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἔχει ἁ Θ Ζ ποτὶ τὰν ΘΚ, ὃν ἁ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ. Ἡ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν * ἁ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν· διότι ἁ μὲν ΒΘ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΒΘ περιφερείας· ἁ δὲ ΘΗ μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. Ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει καὶ ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου, ἢ ἁ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν.

tum B; quæque a centro K ad punctum Θ jungitur, producatur. Eamdem igitur rationem habet ΘZ ad ΘK, quam BΘ ad ΘH. Quare ZΘ ad ΘK minorem habet rationem, quam circumferentiam BΘ ad datam circumferentiam; eo quod recta BΘ minor est quam circumferentia BΘ, recta vero ΘH major est quam data circumferentia. Minorem igitur rationem habet etiam ZΘ ad eam, quæ ex centro, quam circumferentia BΘ ad datam circumferentiam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν [f] αὐτοῦ ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ διδομέναν γραμμὰν, ὥς τε τὰν ἀπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομένας, ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ποτιπιπτούσας τοῦ ἐπὶ τᾶς περιφερείας, ποτὶ τὸ ἕτερον πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομένας εὐθείας, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν· εἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἦν, τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν αγμέναν.

Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ· καὶ ἐν αὐτῷ δεδόσθω εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΓΑ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ Η, ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΚΘ, καθέτου οὔσης τᾶς ΚΘ. Ἄχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν ΑΓ ἁ ΚΝ· καὶ τῇ ΚΓ ποτ' ὀρθὰς ἁ ΓΛ. Ὅμοια δὴ ἐστι τὰ ΓΘΚ, ΓΚΛ τρίγωνα· ἔστιν οὖν ὡς ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ, οὕτως ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, ἢ ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΚΓ ποτὶ μείζονα τᾶς ΓΛ.[g] Ἐχέτω ποτὶ τὰν ΒΝ· κείσθω δὲ ἁ ΒΝ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας διὰ τοῦ Γ. Δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τεθῆν· καὶ πεσεῖται ἐκτὸς, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ τᾶς ΓΛ. Ἐπεὶ οὖν [h] ἁ ΒΚ ποτὶ ΒΝ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η· καὶ ἁ ΕΒ ποτὶ ΒΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ Η.

PROP. VI. Prob.

Circulo dato, et in circulo linea, quæ minor sit quam diameter, fieri potest, ut a centro circuli ad ejus circumferentiam recta ejiciatur secans lineam in circulo datam; ita ut, quæ inter circumferentiam, et lineam in circulo datam recta interjicitur, ad rectam ductam a termino ejectæ, qui in circumferentia est, ad terminum lineæ in circulo datæ propositam rationem habeat; dummodo hæc ratio minor sit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ, ad rectam, quæ a centro ad eamdem normalis ducitur.

Datus sit circulus ABΓ, cujus centrum punctum K: dataque in eo sit recta ΓΛ minor quam diameter: itemque ratio, quam habet Z ad H, ea minor, quam habet ΓΘ ad KΘ; normalis cum sit ipsa KΘ. Ducatur autem a centro KN ipsi AΓ parallela; rectæque KΓ ad rectos angulos ducatur ΓΛ. Similia jam sunt triangula ΓΘK, ΓKΛ; ideoque ut ΓΘ ad ΘK, ita se habet KΓ ad ΓΛ. Minorem igitur rationem habet Z ad H, quam KΓ ad ΓΛ. Quam vero rationem habet Z ad H, hanc habeat KΓ ad majorem quam ΓΛ. Habeat ad BN: ponaturque BN inter circumferentiam, et lineam, ita ut transeat per punctum Γ. Fieri autem potest, ut ita secetur: cadetque extra, quoniam major est quam ΓΛ. Quoniam igitur BK ad BN eamdem habet rationem, quam Z ad H; ipsa etiam EB ad BΓ rationem habebit eamdem quam Z ad H.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

Τῶν αὐτῶν διδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ποτιβαλεῖν † ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας, καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος ἐναπολαφθείσας, ποτὶ τὸ

PROP. VII. Prob.

Iisdem datis, et quæ in circulo data est, linea producta, fieri potest, ut a centro ad productam recta ejiciatur; ita ut, quæ inter circumferentiam, et productam recta interjicitur, ad rectam ductam a termino interjectæ ad terminum productæ propositam rationem

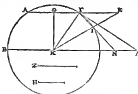
[f] ποτιλαβεῖν [g] ἐχέτωσαν [h] ἁ ΓΚ
* Fortasse deest ἔχει † Fortasse deest εὐθεῖαν

habeat; dummodo hæc ratio major ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro, ad eamdem normalis ducitur.

Data ſint eadem, quæ ſupra: quæque linea in circulo data eſt, producatur. Data autem ratio ea ſit, quam habet Z ad H, ea major, quam habet ΓΘ ad ΘK. Major erit igitur etiam ea, quam habet KΓ ad ΓΛ. Quam vero rationem habet Z ad H, hanc habebit KΓ ad minorem quam ΓΛ. Habeat ad IN, quæ vergat ad punctum Γ. Fieri autem poteſt, ut ita ſecetur: cadetque intra ΓΛ, quoniam minor eſt quam ΓΛ. Quoniam igitur eamdem habet rationem KΓ ad IN, quam Z ad H; ipſa etiam EI ad IΓ rationem habebit eamdem, quam Z ad H.

πέρας τᾶς ἐκϐεϐλημένας τ̃ ταχθέντα λόγον ἔχειν· εἰ ϗ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἦ τῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ποτὶ τὰν ἀπὸ τ̃ κέντρȣ κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

Δεδόσθω τὰ αὐτὰ, ϗ ἔςω ἁ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐκϐεϐλημένα. Ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ἔςω ὃν ἔχει ἁ Z ποτὶ τὰν H, μείζων τ̃ ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘK. Μείζων ἦν ἐσσεῖται ϗ τ̃ ὃν ἔχει ἁ KΓ ποτὶ ΓΛ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ Z ποτὶ H, τȣ̃τον ἕξει ἁ KΓ ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς ΓΛ. Ἐχέτω ποτὶ IN νεύουσας ἐπὶ τὸ Γ. Δυνατὸν δὲ ἐςὶν οὕτως τέμνειν ϗ πεσεῖται ἐντὸς τᾶς ΓΛ· ἐπειδὴ ἐλάσσων ἐςὶ τᾶς ΓΛ. Ἐπεὶ ȣ̃ν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ KΓ ποτὶ IN, ὃν ἁ Z ποτὶ H, καὶ ἁ EI ποτὶ IΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἁ Z ποτὶ τὰν H.



PROP. VIII. Prob.

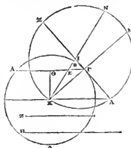
Circulo dato, et in circulo linea, quæ minor ſit quam diameter, et alia item linea circulum contingente in termino lineæ in circulo datæ; fieri poteſt ut a centro circuli recta aliqua ejiciatur, ita ut quæ pars ejus inter circuli circumferentiam, et lineam in circulo datam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam recta ipſa a contactu abſcindit, propoſitam rationem habeat; dummodo hæc ratio minor ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro circuli ad eamdem normalis ducitur.

Sit datus circulus, ABΓΔ, et data in circulo linea minor quam diameter, ΓΛ: circulumque contingat ΞΛ in puncto Γ: et ratio, quam habet Z ad H, minor ſit ea, quam habet ΓΘ ad ΘK. Hæc erit etiam ea minor, quam habet ΓK ad ΓΛ, ſi ducta fuerit KΛ ipſi ΘΓ parallela. Itaque habeat KΓ ad ΓΞ eamdem rationem, quam Z ad H. Major utique eſt ΞΓ quam ΓΛ. Deſcribatur per puncta K, Λ, Ξ circuli circumferentia. Et quoniam major eſt ΞΓ quam ΓΛ; ſecantque ſeſe invicem ad rectos angulos KΓ, ΞΛ; fieri poteſt, ut rectæ MΓ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Κύκλȣ δοθέντος, ϗ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρȣ, καὶ ἄλλας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλȣ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας· δυνατὸν ἀπὸ τ̃ κέντρȣ τ̃ κύκλȣ ποτιϐαλεῖν τινὰ εὐθεῖαν,* ὥς τε τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶς τ̃ κύκλȣ περιφερείας, ϗ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς, ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν† εἴκα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἐςὶ τȣ̃ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ποτὶ τὰν ἀπὸ τ̃ κέντρȣ τ̃ κύκλȣ κάθετον[1] ἀπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

Ἔςω κύκλος δεδόμενος ὁ ABΓΔ, ϗ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα δεδόσθω, ἐλάσσων τᾶς διαμέτρȣ ἁ ΓΛ· ϗ ἁ ΞΛ ἐπιψαυέτω τ̃ κύκλȣ κατὰ τὸ Γ, ϗ λόγος ὃν ἔχει ἁ Z ποτὶ H ἔςω ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ ΘK. Ἐσσεῖται δὴ ἐλάσσων ϗ τȣ̃ ὃν ἔχει ἁ ΓK ποτὶ ΓΛ, εἴκα παράλληλος ἀχθῇ ἁ KΛ τᾷ ΘΓ. Ἐχέτω δὴ ἁ KΓ ποτὶ ΓΞ τ̃ αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Z ποτὶ H. Μείζων δὴ ἐςιν ἁ ΞΓ τᾶς ΓΛ. Γεγράφθω κύκλȣ περιφέρεια περὶ τὰ K, Λ, Ξ. Ἐπεὶ ȣ̃ν ἐςὶ μείζων ἁ ΞΓ τᾶς ΓΛ, καὶ ποτ' ὀρθὰς ἐντὶ ἀλλάλαις αἱ KΓ, ΞΛ, δυνατόν ἐςι τᾷ MΓ ἴσαν[2] ἄλλαν



[1] ἐπ' αὐτὰν [2] ποτ' ἄλλαν

* In hoc loco in Ed. Baſ. ſunt ποτὶ τὰν εὐθεῖαν. Deſunt autem hæc verba in Codice Regio, quo uſus eſt Rivaltus: et ſane delenda ſunt. † Fortaſſe εἰ καὶ

θέμεν τὰν ΙΝ, νεύοισαν ἐπὶ τὸ Κ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν [l] ΞΙ, ΙΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΕ, ΙΛ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ· καὶ τὸ [m] ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΙΝ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΛ τὸν αὐτὸν ἔχει ὃν ἁ ΙΝ ποτὶ ΓΛ. Ὡς τε καὶ ἁ ΙΝ ποτὶ ΓΛ ἐστὶν, ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ. Ὡς τε καὶ ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΛ, καὶ ἁ ΞΓ ποτὶ ΚΓ, καὶ ποτὶ ΚΒ ἐστὶν, ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ. Καὶ λοιπὴ ἁ ΙΓ ποτὶ ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΞΓ ποτὶ τὰν ΓΚ, καὶ ὃν ἁ Η ποτὶ τὸ Ζ. Πέπτωκεν ὦν ἁ ΚΝ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἔχει ἁ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας, ἁ ΒΕ ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η λόγον.

æqualis alia ponatur IN vergens ad punctum K. Spatium igitur, quod sub ΞI, IΛ continetur, ad spatium, quod continetur sub KE, IΛ, eamdem habet rationem, quam ΞI ad KE; quodque sub KI, IN continetur, ad id, quod continetur sub KI, ΓΛ, rationem habet eamdem, quam IN ad ΓΛ. Quare etiam IN ad ΓΛ se habet, ut ΞI ad KE. Quare etiam ΓM ad ΓΛ, et ΓΞ ad KΓ, et ad KB, se habet, ut ΞI ad KE. Hinc etiam reliqua IΓ ad BE eamdem habet rationem, quam ΞΓ ad ΓK, et quam H ad Z. Incidit igitur KN in contingentem, ejusque pars BE, quæ inter circumferentiam, et lineam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam ipsa KN a contactu abscindit, eamdem habet rationem, quam Z ad H.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Τῶν αὐτῶν διδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομένας, γραμμᾶς ἐκβεβλημένας, δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν εὐθεῖαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας, καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας, ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ποτὶ τὰν ἁφὰν τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν αἴκα ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομένας, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν.

Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου, ἁ ΓΛ διάχθω, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ ΞΓ κατὰ τὸ Γ. Καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ. Ἔσται δὴ μείζων, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ἐχέτω ὦν ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν αὕτα [n] τᾶς ΓΛ. Πάλιν δὴ γεγράφθω κύκλος διὰ τῶν Ξ, Κ, Λ σαμείων. Ἐπεὶ ὦν ἐλάσσων ἐστὶν ἁ ΞΓ τᾶς ΓΛ, καὶ ποτ' ὀρθάς εἰσιν ἀλλάλαις αἱ ΚΜ, ΞΓ, δυνατὸν [o] τᾷ ΓΜ ἴσαν θέμεν τὰν ΙΝ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Κ. Ἐπεὶ ὦν τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΙΛ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛΙ, ΚΕ ἐστιν, ὡς ΞΙ ποτὶ ΚΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΞΙΛ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙΝ· τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΛΙ, ΚΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΛ, διὰ τὸ εἶμεν ὡς τὰν ΚΕ ποτὶ ΙΚ, οὕτως τὰν ΛΓ ποτὶ ΛΙ· καὶ ὡς ἄρα ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙΝ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΛ· τουτέστιν ὡς ΝΙ ποτὶ ΓΛ, τουτέστιν ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΛ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΛ, [p] οὕ-

PROP. IX. Prob.

Iisdem datis, et quæ in circulo data est, linea producta, fieri potest, ut a centro circuli ad productam recta ejiciatur; ita ut quæ pars ejus inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam recta ipsa a contactu abscindit, propositam rationem habeat; dummodo hæc ratio major sit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro circuli ad eamdem normalis ducitur.

Datus sit circulus ΑΒΓΔ: et quæ linea in circulo data est, minor quam diameter, hoc est ΓΛ, producatur: circulumque contingat ΞΓ in puncto Γ: et ratio, quam habet Z ad H major sit ea, quam habet ΓΘ ad ΘK. Hæc erit etiam ea major, quam habet KΓ ad ΓΛ. Itaque habeat KΓ ad ΓΞ eamdem rationem quam Z ad H. Minor utique est ΞΓ quam ΓΛ. Rursus per puncta Ξ, K, Λ circulus describatur. Et quoniam minor est ΞΓ, quam ΓΛ; secantque sese invicem ad rectos angulos KM, ΞΓ; fieri potest, ut rectæ ΓM æqualis ponatur IN vergens ad punctum K. Quoniam igitur spatium, quod sub ΞIΛ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΛI, KE, se habet, ut ΞI ad KE: ac ei quidem, quod sub ΞIΛ continetur, æquale est id, quod continetur sub KIN; ei vero, quod sub ΛI, KE continetur, id est æquale, quod continetur sub KI, ΓΛ; eo quod ut KE ad IK, ita se habet ΛΓ ad ΛI: ideo etiam ut ΞI ad KE ita se habebit spatium, quod sub KIN continetur, ad spatium, quod continetur sub KI, ΓΛ; hoc est,

[l] ΞΙΑ [m] ὑπὸ τῶ ΚΙΝ [n] τᾶς ΓΑ [o] τῷ ΙΜ [p] In MS. οὕτως deest.

ut NI ad ΓΛ; hoc est, ut ΓM ad ΓA. Se habet autem etiam ut ΓM ad ΓA, ita ΞΓ ad KΓ. Se habet igitur ut ΞI ad KE, ita ΞΓ ad KB; et reliqua IΓ ad reliquam BE se habet, ut ΞΓ ad ΓK. Quam autem rationem habet ΞΓ ad ΓK, hanc habet H ad Z. Incidit igitur KE in productam; ejusque pars BE, quæ inter productam et circumferentiam interjicitur, ad contingentis partem ΓI, quam ipsa KE a contactu abscindit, eamdem habet rationem, quam Z ad H.

PROP. X. Theor.

Si lineæ quotcunque deinceps ponantur æqualiter sese invicem excedentes; sitque excessus æqualis minimæ; et aliæ item lineæ ponantur multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ; quæ ab æqualibus maximæ quadrata describuntur aucta tum quadrato, quod a maxima describitur, tum spatio, quod sub minima, æqualique omnibus æqualiter sese invicem excedentibus continetur, tripla erunt quadratorum omnium, quæ describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus.

Sint lineæ quotcunque deinceps positæ æqualiter sese invicem excedentes, A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ; et sit Θ æqualis excessui. Addatur autem ad B, ipsi Θ æqualis, I; et ad Γ, ipsi H æqualis, K; et ad Δ, ipsi Z æqualis, Λ; et ad E, ipsi E æqualis, M; et ad Z, ipsi Δ æqualis, N; et ad H, ipsi Γ æqualis, Ξ; denique ad Θ, ipsi B æqualis, O. Erunt, quæ ita fiunt, lineæ tum inter se invicem, tum maximæ æquales. Oportet igitur demonstrare, quadrata, quæ ab omnibus, hoc est, tum ab A, tum ab iis, quæ factæ sunt, describuntur, aucta tum quadrato, quod ab A describitur, tum spatio, quod sub Θ, æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ continentur, tripla esse quadratorum omnium, quæ describuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ.

Est enim quadratum, quod a BI describitur æquale quadratis, quæ describuntur ab I, B, duobusque spatiis, quæ continentur sub B, I. Quadratum vero, quod a KΓ describitur, æquale est quadratis, quæ describuntur a K, Γ, duobusque spatiis, quæ continentur sub K, Γ. Pariter etiam quadrata, quæ ab aliis ipsi A æqualibus describuntur, æqualia sunt quadratis, quæ describuntur ab earum segmentis, duobusque spatiis, quæ sub segmentis iisdem continentur. Quadrata igitur, quæ ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ describuntur, itemque illa, quæ describuntur ab I, K, Λ, M, N, Ξ, O, aucta quadrato, quod ab A describitur, dupla sunt quadratorum, quæ describuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Quod autem reliquum est, demonstrabimus, spatia eorum dupla, quæ sub segmentis uniuscujusque lineæ ipsi A æqualis continentur, aucta spatio,

τος ἁ ΞΓ ποτὶ ΚΓ, τουτέστι ποτὶ ΚΒ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, ἁ ΞΓ ποτὶ ΚΒ· καὶ λοιπὴ ἁ ΙΓ ποτὶ λοιπὰν τὰν ΒΕ ἐστὶν, ὡς ἁ ΞΓ ποτὶ ΓΚ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΞΓ ποτὶ ΓΚ, τοῦτον ἔχει ἁ Η ποτὶ Ζ. Ποτιπέπτωκε δὴ ἁ ΚΕ ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, καὶ ἁ μεταξὺ τᾶς ἐκβεβλημένας καὶ τᾶς περιφερείας ἁ ΒΕ ποτὶ τὰν ΓΙ, τὰν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ἀπολαφθεῖσαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ί.

Αἴκα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, [q] ἦ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα τᾷ μεγίστᾳ, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ, ποτιλαμβάνοντα τό τε ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετράγωνον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἐλαχίστας καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαις, τριπλάσια [r] ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν.

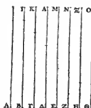
[s] Ἔστω γραμμαὶ ὁποσαιοῦν ἐφεξῆς κείμεναι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· ἁ δὲ Θ ἴσα ἔστω τᾷ ὑπεροχᾷ. Ποτικείσθω δὲ ποτὶ τὰν Β ἴσα τᾷ Θ ἁ Ι· ποτὶ δὲ τὰν Γ ἁ Κ ἴσα τᾷ Η· ποτὶ δὲ τὰν Δ ἁ Λ ἴσα τᾷ Ζ· ποτὶ δὲ τὰν Ε ἁ Μ ἴσα τᾷ Ε· ποτὶ δὲ τὰν Ζ ἁ Ν ἴσα τᾷ Δ· ποτὶ δὲ τὰν Η ἁ Ξ ἴσα τᾷ Γ· ποτὶ δὲ τὰν Θ ἁ Ο ἴσα τᾷ Β. Ἐσσοῦνται δὲ αἱ γινόμεναι ἴσαι ἀλλάλαις, καὶ τᾷ μεγίστᾳ. Δεικτέον οὖν, ὅτι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶς τε Α, καὶ τᾶν γινομέναν, ποτιλαβόντα τό τε ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας [t] πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, τριπλάσια ἐντὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.

Ἐστὶ δὴ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς ΒΙ τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν Ι, Β τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν Β, Ι περιεχομένοις. Τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΚΓ, ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν Κ, Γ τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν Κ, Γ περιεχομένοις. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τᾶν ἰσᾶν τᾷ Α τετράγωνα, ἴσα ἐντὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων [u] περιεχομένοις. Τὰ μὲν οὖν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν [w] Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ποτιλαβόντα τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον, διπλάσια ἐντὶ τῶν ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετραγώνων. Λοιπὸν δὲ ἐπιδείξομεν, ὅτι τὰ διπλάσια τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν τμαμάτων ἐν ἑκατέρᾳ γραμμᾷ τᾶν ἰσᾶν τᾷ Α, ποτιλαβόντα τὸ περιεχό-

[q] ἁ δὲ [r] ἐσσεῦνται [s] Ἔστωσαν [t] In MS. Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, τριπλάσια ἐντὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, desunt. [u] Sic MS, [w] Ι Κ Λ Μ Ν Ξ Ο Π. Ὅτι λαβόντα

μενον ὑπότε τᾶς Θ, κ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, [x] ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Καὶ ἐπεὶ δύο μὲν τὰ ὑπὸ Β, Ι περιεχόμενα, ἴσα δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν Β, Θ περιεχομένοις· δύο δὲ τὰ ὑπὸ τῶν Κ, Γ ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, κ τᾶς τετραπλασίας τᾶς Γ, διὰ τὸ τὰν Κ διπλασίονα εἶμεν τᾶς Θ· δύο δὲ τὰ ὑπὸ τᾶν Δ, Λ ἴσα τῷ ὑπὸ τᾶς Θ, κ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς Δ, διὰ τὸ τὰν Λ τριπλασίαν [y] εἶμεν. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἄλλα τὰ διπλάσια τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων, ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ κ τᾶς πολλαπλασίας ἀεὶ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμὼς ἀρτίας [z] τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. Τὰ οὖν σύμπαντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπότε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, ἐσσεῖνται ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, κ τᾶς [a] ἴσας πάσαις τᾷ τε Α, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς Β, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ, κ ἀεὶ τᾷ περισσᾷ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμὼς περισσὼς πολλαπλασίως τὰς ἑπομένας γραμμᾶς. Ἐντὶ δὲ κ τὰ ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετράγωνα ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν αὐτᾶν γραμμᾶν. Ἐστι γὰρ τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον, ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷ τε Α κ [b] τᾷ ἴσα ταῖς λοιπαῖς, ὧν ἕκαστα ἴσα τᾷ Α· ἰσάκις γὰρ μετρεῖ ἅτε Θ τὰν Α, καὶ ἁ Α τὰς ἴσας αὐτᾷ πάσας σὺν τᾷ Α. Ὥς τε ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπὸ Α τετράγωνον τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, κ τᾶς ἴσας τᾷ Α, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τῶν Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· αἱ γὰρ ἴσαι τᾷ Α πᾶσαι χωρὶς τᾶς Α, διπλάσιαι ἐντὶ τᾶν Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Ὁμοίως δὲ κ τὸ ἀπὸ τᾶς Β τετράγωνον ἴσον ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας, τᾷτε Β καὶ τᾷ διπλασίᾳ [c] τᾶν Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τᾶς Γ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶς Θ, κ τᾶς ἴσας τᾷτε Γ, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τοῖς περιεχομένοις ὑπό τε τᾶς Θ, κ τᾶς ἴσας αὐτᾷ τε κ τᾷ διπλασίᾳ τῶν λοιπῶν. Δῆλον οὖν ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τετράγωνα, ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷτε Α, κ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς Β, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ, καὶ τᾷ κατὰ τὼς ἑξῆς ἀριθμὼς περισσὼς πολλαπλασίᾳ τᾶς ἑπομένας.

Ἐκ τούτω οὖν φανερὸν, ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν [d] τᾷ μεγίστᾳ, τῶν μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια· ἐπεὶ δὴ ποτιλαβόντα τινὰ



quod continetur sub Θ, æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, æqualia esse quadratis, quæ describuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Quoniam enim duo spatia, quæ sub B, I continentur, æqualia sunt duobus, quæ continentur sub B, Θ; et quæ duo sub K, Γ continentur, æqualia sunt ei, quod continetur sub Θ, et quadrupla ipsius Γ; eo quod K dupla est ipsius Θ; et quæ duo sub Δ, Λ, continentur, æqualia sunt ei, quod continetur sub Θ, et sexcupla ipsius Δ; eo quod Λ ipsius Θ est tripla; et pariter alia etiam eorum dupla, quæ sub segmentis continentur, ei æqualia sunt, quod continetur sub Θ, et multiplici, semper secundum numeros pares, qui hos consequuntur, sequentis lineæ: erunt spatia omnia eo aucta, quod sub Θ æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ continetur, æqualia spatio, quod continetur sub Θ, æqualique his omnibus, hoc est tum A, tum tripla ipsius B, tum quintupla ipsius Γ, tum semper impari secundum numeros impares, qui hos consequuntur, multiplices lineæ sequentis. Sunt autem etiam quadrata, quæ ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ describuntur, æqualia spatio, quod sub lineis iisdem continetur. Quadratum enim, quod ab A describitur, æquale est spatio, quod continetur sub Θ, æqualique his omnibus, hoc est, tum A, tum reliquis, quarum unaquæque ipsi A est æqualis: æque enim Θ metitur A, atque A metitur se ipsam, omnesque sibi ipsi æquales. Quare quadratum, quod ab A describitur, æquale est spatio, quod continetur sub Θ, æqualique tum ipsi A, tum duplæ ipsarum B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ: quæ enim æquales sunt ipsi A, hæ omnes, una A excepta, duplæ sunt ipsarum B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Pariter etiam quadratum, quod a B describitur, æquale est spatio, quod continetur sub Θ, æqualique tum B, tum duplæ ipsarum Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Et rursus quadratum, quod a Γ describitur, æquale est spatio, quod continetur sub Θ, æqualique tum Γ, tum duplæ ipsarum Δ, E, Z, H, Θ. Eadem ratione et quæ ab aliis quadrata describuntur æqualia sunt spatiis, quæ continentur sub Θ, æqualique tum ipsi, tum duplæ reliquarum. Constat igitur, quæ ab omnibus quadrata describuntur, ea æqualia esse spatio, quod continetur sub Θ, æqualique his omnibus, hoc est, tum A, tum triplæ ipsius B, tum quintuplæ ipsius Γ, tum multiplici, secundum numeros, qui hos consequuntur, sequentis lineæ.

Ex hoc igitur manifestum est, quadrata omnia, quæ ab æqualibus maximæ describuntur, quadratorum quidem, quæ describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, minora esse quam tripla; quoniam aucta quibusdam tripla

[x] ἴσα ἐντὶ τοῖς [y] εἶμεν τᾶς Θ [z] ταῖς [a] Sic MS. [b] τὰ ἴσα [c] τῶν [d] τὰ μέγιστα [e] μεγίστας

ſunt. Reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla; quoniam, quibus augentur, ea minora ſunt quam tripla quadrati, quod a maxima deſcribitur. Et propterea ſi deſcribantur ab omnibus ſimiles figuræ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ; quæ ab æqualibus maximæ figuræ deſcribuntur, figurarum quidem, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minores erunt quam triplæ; reliquarum vero, dempta ea, quæ deſcribitur a maxima, majores quam triplæ. Similes enim figuræ eamdem, quam quadrata, rationem habent.

PROP. XI. Theor.

Si lineæ quotcunque deinceps ponantur æqualiter ſeſe invicem excedentes; et aliæ item lineæ ponantur multitudine quidem una minores, quam æqualiter ſeſe invicem excedentes, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ: quæ ab æqualibus maximæ quadrata deſcribuntur, ea omnia ad quadrata, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a minima, minorem rationem habent, quam quadratum, quod a maxima deſcribitur, ad æquale utriſque; ſpatio, quod ſub maxima, minimaque continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo maxima minimam excedit; ad quadrata vero, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, rationem habent majorem eadem ratione.

Sint enim lineæ quotcunque deinceps poſitæ æqualiter ſeſe invicem excedentes; ΑΒ excedens ΓΔ; et ΓΔ, ΕΖ; et ΕΖ, ΗΘ; et ΗΘ, ΙΚ; et ΙΚ, ΛΜ; et ΛΜ, ΝΞ. Addatur autem ad ΓΔ, uni exceſſui æqualis ΓΟ; et ad ΕΖ, duobus exceſſibus æqualis ΕΠ; et ad ΗΘ tribus exceſſibus æqualis ΗΡ; et ad alias eodem modo. Erunt, quæ ita fiunt, lineæ tum inter ſe invicem, tum maximæ æquales. Oportet igitur demonſtrare, quadrata, quæ ab omnibus iis, quæ factæ ſunt, deſcribuntur, ad quadrata, quæ deſcribuntur ab omnibus æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a ΝΞ, minorem rationem habere, quam quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad æquale utriſque, ſpatio, quod ſub ΑΒ, ΝΞ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod deſcribitur a ΝΥ; ad quadrata vero, quæ deſcribuntur ab iiſdem lineis, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, rationem babere majorem eadem ratione.

Auferatur ab unaquaque æqualiter ſeſe invicem excedentium li-

τριπλάσια ἐντί. Τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς [e] μεγίστας τετραγώνου, μείζονα ἢ τριπλάσια· ἐπειδὴ τὰ ποτιλαφθέντα ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου. Καὶ τοίνυν αἴκα ὅμοια εἴδεα [f] ἀναγεγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, τὰ εἴδεα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ τῶν μὲν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν εἰδέων, ἐλάσσονα [g] ἐσσοῦνται ἢ τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας εἴδεος, μείζονα ἢ τριπλάσια. Τὸν γὰρ αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιαʹ.

Αἴκα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ· τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶς ἐλαχίστας, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῷ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς τετραγώνῳ, ᾧ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου, μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

[h] Ἔστω γὰρ γραμμαὶ ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι [i] ἑξῆς κείμεναι, ἁ μὲν ΑΒ τᾶς ΓΔ, ἁ δὲ ΓΔ τᾶς ΕΖ, ἁ δὲ ΕΖ τᾶς ΗΘ, ἁ δὲ ΗΘ τᾶς ΙΚ, ἁ δὲ ΙΚ τᾶς ΛΜ, ἁ δὲ ΛΜ τᾶς ΝΞ. Ποτικείσθω δὴ ποτὶ μὲν τὰν ΓΔ ἴσα μιᾷ ὑπεροχᾷ ἁ ΓΟ· ποτὶ δὲ τὰν ΕΖ ἴσα δυσὶν ὑπεροχαῖς, ἁ ΕΠ· ποτὶ δὲ τὰν ΗΘ ἴσα τρισὶν ὑπεροχαῖς ἁ ΗΡ· καὶ ποτὶ τὰς ἄλλας τὸν αὐτὸν τρόπον. Ἐσσοῦνται δή αἱ γενόμεναι ἀλλάλαις ἴσαι, καὶ [k] ἑκάστα τᾷ μεγίστᾳ. Δεικτέον οὖν ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν γενομέναν τετράγωνα, ποτὶ μὲν [l] πάντα τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ΝΞ τετραγώνου, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΝΞ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΝΥ τετραγώνου· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου, μείζονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἀπολελάφθω ἀφ' ἑκάστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἴσα

[f] ἀναγεγραφθέωντι [g] ἐσοῦνται [h] ἔστωσαν [i] ἐξηγημέναι [k] ἑκάστα τᾷ μεγίστᾳ [l] πάντα τὰ

τᾷ ὑπεροχᾷ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ποτὶ συναμφότερα, τό, τε ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΦΒ περιεχόμενον, ϰ̀ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΑΦ τετραγώνω, τῶτον ἔχει λόγον τό, τε ἀπὸ τᾶς ΟΔ τετράγωνον, ποτί τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΟΔ, ΔΧ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΧΟ [m] τετραγώνω· ϰ̀ τὸ ἀπὸ τᾶς ΠΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΠΖ, ΨΖ, ϰ̀ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΨΠ τετραγώνω· ϰ̀ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τετράγωνα, ποτὶ τὰ ὁμοίως λαμβανόμενα χωρία. Καὶ τὰ πάντα δὴ τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, ποτί τε πάντα περιεχόμενα ὑπό τε τᾶς ΝΞ ϰ̀ τὰς ἴσας πάσαις ταῖς εἰρημέναις γραμμαῖς, καὶ τὰ τριτημόρια τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϥ, ΥΝ, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετράγωνον [o] ποτὶ συναμφότερα, τό, τε ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΦΒ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΦΑ τετραγώνω. Εἰ οὖν * ἐκδέχθη τό, τε περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, καὶ τὰ τρίτα μέρη τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϥ, ΥΝ, τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, [p] ἐλάσσονα· τῶν δὲ τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ μείζονα· δεδειγμένον ἐσσεῖται τὸ προτεθέν. Ἐντὶ δὴ τὸ μὲν περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΝΞ, ϰ̀ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, καὶ τὰ τρίτα μέρη τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϥ, ΥΝ, [q] ἴσον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϥΜ, ΝΞ, ϰ̀ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς ΝΞ, ϰ̀ ἴσας πάσαις ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϥ, ΥΝ· ϰ̀ τῷ τρίτῳ μέρει τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϥ, ΥΝ. Τὰ δὲ ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ τετράγωνα, ἴσα τοῖς ἀπὸ τᾶν ΒΦ, ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϥΜ τετραγώνοις· ϰ̀ τοῖς ἀπὸ τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϥ, καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ [r] τᾶς ΒΦ, καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϥ. Κοινὰ μὲν οὖν ἐντὶ ἑκατέρων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ ΝΞ. Τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ΝΞ, ϰ̀ τὰς ἴσας ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΩΡ, ϛΣ, ϥΤ, ΥΝ, ἔλασσόν ἐστι τῶ περιεχομένω ὑπό τε τᾶς ΒΦ, καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϥ· διὰ τὸ τὰς νῦν εἰρημένας γραμμὰς ταῖς μὲν ΓΟ, ΕΠ, ΡΗ, ΙΣ, ΛΤ, ΥΝ, ἴσας εἶμεν, τᾶν δὲ λοιπᾶν μείζονας. Καὶ τὰ τετράγωνα δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϥ μείζονά ἐντι τῶ τρίτω μέρεος τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϥ, ΥΝ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς ἐπάνω. Ἐλάττονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τᾶν ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ,

nea æqualia exceſſui. Quam igitur rationem habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AB, ΦB continetur et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AΦ, hanc habet tum quadratum, quod ab OΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub OΔ, ΔX continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a XO; tum quadratum, quod a ΠZ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΠZ, ΨZ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΨΠ; tum quadrata, quæ ab aliis deſcribuntur, ad ſpatia eodem modo ſumpta. Quare etiam quadrata omnia, quæ ab OΔ, ΠZ, PΘ, ΣX, TM, YΞ deſcribuntur, ad omnia ſpatia, quæ ſub NΞ, æqualique omnibus, quas diximus, lineis continentur, et tertias quadratorum partes, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϥ, YN, eamdem habebunt rationem, quam quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AB, ΦB continetur, et tertium partem quadrati, quod deſcribitur a ΦA. Si igitur demonſtratum fuerit, ſpatium, quod continetur ſub NΞ, æqualique omnibus OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, YΞ, et tertias quadratorum partes, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϥ, YN, quadratia quidem, quæ ab AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM deſcribuntur, minora eſſe; quadratis vero, quæ deſcribuntur a ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ, majora: utique demonſtratum erit quod proponebatur. Itaque ſpatium, quod ſub NΞ, æqualique omnibus OΔ, ΠZ, PΘ, ΣX, TM, YΞ continetur, et tertiæ quadratorum partes, quæ ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϥ, YN deſcribuntur; hæc, inquam, omnia æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a XΔ, ΨZ, ΩΘ, ϛK, ϥM, NΞ; et ſpatio, quod continetur ſub NΞ, æqualique omnibus OX, ΠΨ, PΨ, Σϛ, Tϥ, YN; et tertiæ quadratorum parti, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϥ, YN. Quadrata vero, quæ ab AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IX, ΛM deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a BΦ, XΔ, ΨZ, ΩΘ, ϛK, ϥM; iiſque, quæ deſcribuntur ab AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϥ; et ſpatio, quod continetur ſub BΦ, et dupla ipſarum AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϥ. Communia igitur utriſque ſunt quadrata, quæ a lineis deſcribuntur ipſi NΞ æqualibus. Spatium autem, quod ſub NΞ æqualique omnibus OX, ΠΨ, ΩP, ϛΣ, ϥT, YN continetur, minus eſt quam ſpatium, quod continetur ſub BΦ, et dupla ipſarum AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϥ; eo quod lineæ, quas modo diximus, ipſis quidem ΓO, EΠ, PH, IΣ, ΛT, YN æquales ſunt; reliquis vero majores. Et quadrata, quæ ab AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϥ deſcribuntur, majora ſunt quam pars tettia quadratorum, quæ deſctibuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϥ, YN. Hoc enim in ſuperioribus demonſtratum eſt. Minora ſunt igitur, quæ diximus, ſpatia quam quadrata, quæ deſcribun-

[m] τετραγώνω· ϰ̀ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ [n] ϰ̀ τὰ ex MS. [o] ποτὶ τὰ [p] ἐλάσσονα [q] ἴσα τοῖς [r] τᾶν
* ſive ἀποδέχθη

tur ab ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ. Quod autem reliquum est, demonstrabimus eadem majora esse quam quadrata, quæ describuntur a ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ. Rursus enim quadrata, quæ a ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ describuntur, æqualia sunt quadratis, quæ describuntur a ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϟ; iisque, quæ describuntur a ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϟΜ, ΝΞ; et spatio, quod continetur sub ΝΞ, et dupla omnium ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϟ. Communia autem sunt quadrata, quæ describuntur a ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, Μϟ, ΝΞ: et majus est spatium, quod sub ΝΞ, æqualique omnibus ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϟ, ΤΝ continetur, quam spatium, quod continetur sub ΝΞ et dupla omnium ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϟ. Quinetiam quadrata, quæ a ΧΟ, ΨΠ, ΩΡ, ϛΣ, ϟΤ, ΤΝ describuntur, quadratorum, quæ describuntur a ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϟ majora quam tripla. Hoc enim quoque demonstratum est. Majora sunt igitur, quæ diximus, spatia quam quadrata, quæ describuntur a ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ.

Et propterea si describantur ab omnibus similes figuræ, tum ab æqualiter sese invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ: quæ ab æqualibus maximæ figuræ describuntur, hæ omnes ad figuras, quæ describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempta ea, quæ describitur a minima, minorem rationem habebunt, quam quadratum, quod a maxima describitur, ad æquale utrique; spatio, quod sub maxima minimaque continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab excessu describitur, quo maxima minimam excedit; ad figuras vero, quæ describuntur ab iisdem, dempta ea, quæ describitur a maxima, rationem habebunt majorem eadem ratione. Similes enim figuræ eamdem, quam quadrata, rationem habent.

Si recta linea in plano ducta, manente altero ejus termino, æquabiliter circumagatur, quousque eodem restituatur, unde moveri cœpit; et una cum linea circumacta feratur punctum aliquod æquabiliter sibi ipsi in eadem linea incipiens a manente ejus termino; punctum hoc helicen in plano describet.

Vocetur igitur terminus rectæ lineæ, qui ea circumacta manet, principium helicis.

Positio autem rectæ lineæ, a qua circumagi cœpit, principium orbis.

Recta, quam punctum, quod in ea fertur, primo orbe transmisit, vocetur prima: quam vero transmisit idem punctum secundo orbe, vocetur secunda: atque ita porro, quo nomine orbes ipsi, eodem rectæ aliæ vocentur.

Spatium, quod comprehenditur ab helice primo orbe descripta, rectaque, quæ prima est, vocetur primum: quod vero comprehenditur ab helice secundo orbe descripta, rectaque, quæ secunda est, vocetur secundum: aliaque eodem modo.

Si a puncto, quod est principium helicis, ducatur recta aliqua linea: quæ sunt ad easdem lineæ

ΙΚ, ΛΜ. Λοιπὸν δὴ δείξομεν, ὅτι μείζονα ἐντὶ τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ. [1]Πάλιν δὴ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ, ἴσα ἐντὶ τοῖς τε ἀπὸ τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϟ, καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϟΜ, ΝΞ, καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς ΝΞ, καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϟ. Καί ἐστι κοινὰ μὲν τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, Μϟ, ΝΞ· μεῖζον δὲ τὸ ὑπό τε τᾶς ΝΞ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις [2]ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϟ, ΤΝ, τοῦ ὑπὸ τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϟ. Ἐντὶ δὲ καὶ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΟ, ΨΠ, ΩΡ, ϛΣ, ϟΤ, ΤΝ, τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϟ, μείζονα ἢ τριπλάσια. Δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο. Μείζονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ.

Καὶ τοίνυν αἴκα ὅμοια ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ μεγίστᾳ· εἴδεα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας εἴδεος, ἐλάσσονα λόγον ἕξοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας· ποτὶ δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν εἴδεα χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου. Τὸν αὐτὸν γὰρ ἕξοντι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

Αἴκα εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ καὶ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος αὐτᾶς, [3]ἰσοταχέως περιενεχθῇ ἕως ἂν ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ περιαγομένᾳ φέρηταί τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ κατὰ τᾶς εὐθείας, ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

Καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τᾶς εὐθείας τὸ μένον περιαγομένας αὐτᾶς, ἀρχὰ τᾶς ἕλικος.

Ἁ δὲ θέσις τᾶς γραμμᾶς ἀφ᾽ ἇς ἄρξατο ἁ εὐθεῖα περιφέρεσθαι, ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς.

Εὐθεῖα ἂν μὲν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ διαπορευθῇ τὸ σαμεῖον, τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω· ἂν δὲ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρα· καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γραφείσας, καὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστι πρώτα, πρῶτον καλείσθω· τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας, δεύτερον καλείσθω· καὶ τὰ ἄλλα ἑξῆς οὕτω καλείσθω.

Καὶ αἴκα ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀχθῇ τις εὐθεῖα γραμμά· τᾶς εὐθείας ταύτας ἐπὶ

[1] πάλιν δὲ τά [2] ταῖς ΟΧ Ι, ΠΡ [3] ἰσοταχεῖ

τὰ αὐτὰ ἁ περιφορὰ γένηται προαγούμενα καλείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα ἑπόμενα.

Ὁ τε γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σαμείῳ, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ ἅ ἐστι πρώτα, πρῶτος καλείσθω· ὁ δὲ γραφεὶς, κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ διπλασίᾳ εὐθείᾳ, δεύτερος καλείσθω· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἑξῆς τούτοις τὸν αὐτὸν τρόπον.

hujus partes, versus quas orbis ducitur, præcedentia vocentur; quæ vero ad alteras, sequentia.

Circulus descriptus centro quidem puncto, quod est principium helicis, intervallo autem recta, quæ prima est, vocetur primus: et descriptus centro quidem eodem, intervallo autem rectæ primæ dupla, vocetur secundus: et alii deinceps eodem modo.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβʹ.

Αἴκα [w] ποτὶ τὰν ἕλικα μιᾶς περιφορᾶς [x] γεγραμμέναν ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, εὐθεῖαι ἐμπεσῶντι [y] ὁποσαιοῦν, ἴσας ποιοῦσαι γωνίας ποτ' ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς αἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ἴσας γωνίας ποιοῦσαι ποτ' ἀλλάλας. Δεικτέον ὅτι τῷ ἴσῳ ὑπερέχει ἁ ΑΓ τᾶς ΑΒ, καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ, καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως.

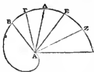
Ἐν ᾧ γὰρ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, τὰν ὑπεροχὰν διαπορεύεται, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΓΑ τᾶς ΑΒ· ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ, ἐν τούτῳ διαπορεύεται τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ. Ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπό τε τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, καὶ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ· ἐπειδὴ αἱ γωνίαι ἴσαι ἐντί. Ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ὑπεροχὰν, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΑΓ τᾶς ΑΒ· καὶ τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ. Τῷ ἴσῳ ἄρα ὑπερέχει ἅτε ΑΓ τᾶς ΑΒ, καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ· καὶ αἱ λοιπαί.

PROP. XII. Theor.

Si in helicen uno orbe descriptam a principio ejusdem rectæ quotlibet incidant, quæ æquales inter se invicem angulos efficiant; hæ æqualiter sese invicem excedent.

Sit helix, in qua rectæ AB, AΓ, AΔ, AE, AZ, quæ æquales inter se invicem angulos efficiant. Oportet demonstrare æqualiter excedere AΓ ipsam AB; et AΔ ipsam AΓ; et alias itidem alias eodem modo.

Quo enim tempore recta linea circumacta ab AB pervenit ad AΓ, eodem punctum, quod in recta linea fertur, transmittit excessum, quo ΓA excedit ipsam AB: et quo tempore ab AΓ pervenit ad AΔ, eodem transmittit excessum, quo AΔ excedit ipsam AΓ. Æquali autem tempore recta linea circumacta ab AB pervenit ad AΓ; et ab AΓ ad AΔ; quoniam anguli æquales sunt. Æquali igitur tempore punctum, quod in recta linea fertur, transmittit excessum, quo AΓ excedit ipsam AB; et excessum, quo AΔ excedit ipsam AΓ. Æqualiter igitur excedit AΓ ipsam AB; et AΔ ipsam AΓ; et reliquæ itidem reliquas.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγʹ.

Αἴκα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαύσει σαμεῖον.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς τὰ ΑΒΓΔ. Ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Α σαμεῖον· ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἁ ΑΔ εὐθεῖα· καὶ ἐπιψαυέτω τᾶς ἕλικος εὐθεῖά τις ἁ ΖΕ. Φαμὶ δὴ καθ' ἓν μόνον σαμεῖον ἐπιψαύειν αὐτᾶς.

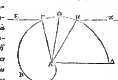
Ἐπιψαυέτω γὰρ εἰ δυνατὸν κατὰ δύο σαμεῖα τὰ Γ, Η· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΑΗ· καὶ ἁ γωνία δίχα τετμάσθω ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΑΗ, ΑΓ. Καθ' ὃ δὲ σαμεῖον ἁ δίχα τέμνουσα τὰν γωνίαν τᾷ ἕλικι ποτιπίπτει, ἔστω τὸ Θ. Τῷ δὴ ἴσῳ ὑπερέχει, ἅτε ΑΗ τᾶς ΑΘ, καὶ ἁ ΑΘ τᾶς ΑΓ· ἐπειδὴ ἴσας γωνίας [z] περιέχοντι ποτ' ἀλλάλας. Ὥστ

PROP. XIII. Theor.

Si recta linea helicen contigerit, in uno tantum puncto continget.

Sit helix ABΓΔ. Sit autem principium quidem helicis punctum A; principium vero orbis recta AΔ: et helicen contingat recta aliqua ZE. Dico in uno tantum puncto eam contingere.

Contingat enim, si fieri potest, in duobus punctis Γ, H: junganturque rectæ AΓ, AH: quique angulus continetur sub AH, AΓ, in duas æquas partes secetur. Punctum autem, in quo ea, quæ angulum in duas æquas partes secat, helici occurrit, sit Θ. Æqualiter igitur excedit AH rectam AΘ, atque AΘ rectam AΓ; quoniam angulos continent in-



[w] In MS. deest ποτὶ. [x] γεγραμμένα [y] ἐμπεσῶν [z] Sic MS.

ter se invicem æquales. Quare A H, A Γ duplæ sunt ipsius A Θ. Sed ejus, quæ in triangulo est, A Θ, quæ angulum in duas æquas partes secat, majores sunt quam duplæ. Constat igitur punctum, in quo A Θ rectæ Γ H occurrit, cadere inter puncta Θ, A. Quare recta E Z secat helicem; quoniam punctum aliquod eorum, quæ in Γ H sunt, intra helicen cadit. Positum autem fuerat eam contingere. Igitur in uno tantum puncto E Z helicen contingit.

διπλασίαι ἐντὶ αἱ ΑΗ, ΑΓ τᾶς ΑΘ. Ἀλλὰ τᾶς ἐν τῷ τριγώνῳ τᾶς ΑΘ δίχα τεμνούσας [a] τὰν γωνίαν, μείζονες ἐντὶ ἢ [b] διπλασίας. Δῆλον ὦν ὅτι καθ᾽ ὃ συμπίπτει σαμεῖον τᾷ ΓΗ εὐθεῖα ἁ ΑΘ, μεταξὺ τῶν Θ, Α ἐντὶ σαμείων. Τέμνει ἄρα ἁ ΕΖ τὰν ἕλικα, ἐπειδή τι τῶν ἐν τᾷ ΓΗ σαμείων ἐντός ἐστι τᾶς ἕλικος. Ὑπέκειτο δὲ ἐπιψαύεσα. Καθ᾽ ἓν ἄρα μόνον ἅπτεται ἁ ΕΖ τᾶς ἕλικος.

PROP. XIV. Theor.

Si in helicen primo orbe descriptam duæ incidant rectæ a puncto, quod est principium helicis; eæque producantur ad primi circuli circumferentiam: quæ rectæ in helicen incidunt, eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam circuli circumferentiæ, quæ interjiciuntur inter terminum helicis, terminosque rectarum productarum, qui in circumferentia sunt; circumferentiis ab helicis termino versus præcedentia sumptis.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ΄.

Αἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπεσῶντι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστι ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, καὶ ἐκβληθέωντι ποτὶ τὰν τοῦ πρώτου κύκλου περιφέρειαν· τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, αἱ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι ποτ᾽ ἀλλάλας, ὃν αἱ περιφέρειαι τοῦ κύκλου αἱ μεταξὺ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος, καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισᾶν εὐθειᾶν τῶν ἐπὶ τᾶς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομέναν [c] τᾶν περιφερειᾶν, ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος.

Sit helix A B Γ Δ E Θ primo orbe descripta: et sit helicis quidem principium punctum A; principium vero orbis recta Θ A; circulus autem Θ K H sit primus: et incidant a puncto A in helicen rectæ A E, A Δ: et producantur ad circuli circumferentiam, nempe ad puncta Z, H. Oportet demonstrare eamdem habere rationem A E ad A Δ, quam circumferentiam Θ K Z ad circumferentiam Θ K H.

Ἔστω ἕλιξ ἁ ΑΒΓΔΕΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἀρχὰ δὲ τᾶς μὲν ἕλικος ἔστω τὸ Α σαμεῖον· ἁ δὲ ΘΑ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς ἔστω· καὶ κύκλος ὁ ΘΚΗ ἔστω ὁ πρῶτος· [d] ποτιπιπτέτωσαν δὲ ἀπὸ τοῦ Α σαμείου ποτὶ τὰν ἕλικα, αἱ ΑΕ, ΑΔ· καὶ ἐκπιπτέτωσαν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἐπὶ τὰ Ζ, Η. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΑΕ ποτὶ τὰν ΑΔ, ὃν ἁ ΘΚΖ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν.

Circumacta enim recta linea A Θ, constat punctum quidem Θ in circuli Θ K H circumferentia; punctum vero A in recta linea A Θ æquabiliter latum esse: atque punctum Θ transmisisse circumferentiam Θ K Z; et punctum A rectam A E: rursusque punctum A rectam A Δ transmisisse; et punctum Θ circumferentiam Θ K H, quorum utrumque sibi ipsi æquabiliter latum est. Constat igitur eamdem habere rationem A E ad A Δ, quam circumferentiam Θ K Z ad circumferentiam Θ K H. Hoc enim in superioribus demonstratum est. Pariter autem demonstrabitur idem evenire, etiam si altera earum, quæ incidunt, in helicis terminum inciderit.

Περιαγομένας γὰρ τᾶς ΑΘ γραμμᾶς, δῆλον ὡς τὸ μὲν Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ ΘΚΗ κύκλου περιφερείας ἐνηνεγμένον ἐστὶν ἰσοταχέως· τὸ δὲ Α κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν ΑΘ γραμμὰν πεπορεύεται· καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας φερόμενον, [e] τὰν ΘΚΖ περιφέρειαν· τὸ δὲ Α τὰν ΑΕ εὐθεῖαν· καὶ πάλιν τό τε Α σαμεῖον [f] τὰν ΑΔ γραμμάν· καὶ τὸ Θ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΑΕ ποτὶ τὰν ΑΔ, ὃν ἁ ΘΚΖ περιφέρεια ποτὶ ταν ΘΚΗ περιφέρειαν. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἔξω ἐν τοῖς πρώτοις. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ εἴκα ἁ ἑτέρα τᾶν ποτιπιπτουσᾶν ἐπὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ποτιπίπτῃ, τὸ αὐτὸ [g] συμβαίνει.

PROP. XV. Theor.

Si in helicen secundo orbe descriptam duæ incidant rectæ ab helicis principio; hæ eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam cir-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε΄.

Αἴκα [h] ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα [i] ποτιπίπτωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, τον αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ᾽

[a] τὰν γωνίαν [b] διπλασιαι [c] τὰν περιφέρειαν
[f] τὰν Α Δ γραμμὰν [g] κατὰ τὰν [h] ποτιπίπτωντι
[d] ποτιπιπτέτων· τὰν δὲ [e] τὰν ΘΚΖ περιφερειᾶν· τὸ δὲ Α

ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας λαμβανομέναι.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΘΕΛΜ, ἁ μὲν ΑΒΓΔΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἁ δὲ ΘΕΛΜ ἐν τᾷ δευτέρᾳ· καὶ ποτιπιπτέτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΑΛ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΑΛ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἁ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας, [i] ποτὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας.

Ἐν ὅσῳ γὰρ χρόνῳ τὸ Α σαμεῖον κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, τὰν ΑΛ γραμμὰν διαπορεύεται, καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας φερόμενον, ὅλαν τε [k] τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ πάλιν τὸ Α σαμεῖον [l] τὰν ΑΕ εὐθεῖαν, καὶ τὸ Θ ὅλαν τε [m] τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΗ, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ [n] αὐτῷ φερόμενον. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΑΛ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἁ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας, ποτὶ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας.

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθήσεται, καὶ αἴκα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα [o] ποτιπεσῶντι εὐθεῖαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας δὶς λαμβανομέναι. Ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἕλικας ποτιπίπτουσαι δείκνυνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας τοσαυτάκις λαμβανομέναι, ὅσος ἐστὶν [p] ὁ ἐνὶ ἐλάσσων ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν· καὶ αἴκα ἁ [q] ποτιπίπτουσα ἁ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ.

cumferentiæ, quas modo diximus, una cum tota circuli circumferentia semel sumpta.

Sit helix ΑΒΓΔΘΕΛΜ; ΑΒΓΔΘ quidem descripta primo orbe; ΘΕΛΜ vero orbe secundo: et incidant in eam rectæ ΑΕ, ΑΛ. Oportet demonstrare eamdem habere rationem ΑΛ ad ΑΕ, quam circumferentiam ΘΚΖ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΘΚΗ, una cum tota circuli circumferentia.

Quanto enim tempore punctum Α, quod in recta fertur, lineam ΑΛ transmittit; tanto punctum Θ, quod fertur in circuli circumferentia, transmittit totam circuli circumferentiam, et amplius circumferentiam ΘΚΖ: quantoque rursus punctum Α lineam ΑΕ transmittit; tanto punctum Θ transmittit totam circuli circumferentiam, et amplius circumferentiam ΘΚΗ; ac utrumque fertur æquabiliter sibi ipsi. Constat igitur eamdem habere rationem ΑΛ ad ΑΕ, quam circumferentiam ΘΚΖ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΘΚΗ, una cum tota circuli circumferentia.

Eodem modo demonstrabitur, et si in helicen tertio orbe descriptam rectæ inciderint, eamdem inter se invicem rationem habere, quam circumferentias, quas diximus, una cum tota circuli circumferentia semel atque iterum sumpta. Pariter autem et quæ in alias helices incidunt eamdem rationem habere demonstrabuntur, quam circumferentiæ, quas diximus, una cum tota circuli circumferentia toties sumpta, quotus est, unum si dempseris, orbium numerus; etiam si alterutra earum, quæ incidunt, in helicis terminum inciderit.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛ'.

Αἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς [r] ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σαμεῖον, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἃς ποιεῖ γωνίας ἁ ἐφαπτομένα ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἄνισοι ἐσσοῦνται· καὶ ἁ μὲν ἐν τοῖς προαγομένοις ἀμβλεῖα, ἁ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς τὰ ΑΒΓΔΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· καὶ ἔστω τὸ μὲν Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ ΑΘ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ὅ τε πρῶτος κύκλος, ὁ ΘΚΗ. Ἐπιψαυέτω

PROP. XVI. Theor.

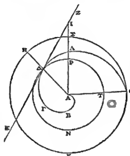
Si helicen primo orbe descriptam recta linea contigerit; et a contactu jungatur recta linea ad punctum, quod est principium helicis; anguli, quos cum ea, quæ juncta est, contingens efficit, erunt inæquales; et is quidem, qui in præcedentibus, obtusus; qui vero in sequentibus, acutus.

Sit helix ΑΒΓΔΘ primo orbe descripta: et sit punctum Α principium helicis; recta ΑΘ principium orbis; ΘΚΗ circulus primus. Contingat autem helicen recta quædam linea ΔΕΖ

[i] In MS. ποτὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας desunt. [k] τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΖ περιφέρειαν [l] τὰν ΑΕ εὐθεῖαν [m] τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν· καὶ ἔτι τὰν [n] ἑαυτῷ [o] ποτιπίπτοντι [p] ὁ ἐν ἐλάσσων [q] ποτιπίπτουσα [r] ἐν τῷ

in puncto Δ: et a puncto Δ ad punctum A jungatur ΔA. Oportet demonſtrare ΔZ cum AΔ obtuſum angulum efficere.

Deſcribatur circulus ΔTN centro quidem A, intervallo autem AΔ. Neceſſarium igitur eſt, quæ circuli hujus circumferentia in præcedentibus eſt, intra helicen cadere; quæ vero in ſequentibus, cadere extra; eo quod rectarum quæ a puncto A in helicen incidunt, quæ quidem ſunt in præcedentibus, majores ſunt quam AΔ; quæ vero in ſequentibus, minores. Quod igitur angulus, qui ſub AΔZ continetur, acutus non ſit, manifeſtum eſt; quoniam major eſt quam angulus ſemicirculi. Quod vero



non ſit rectus, hoc oportet demonſtrare. Sit enim, ſi fieri poteſt, rectus. Igitur EΔZ circulum ΔTN continget. Atque fieri poteſt, ut a puncto A ad contingentem recta ejiciatur, ita ut quæ inter contingentem, et circuli circumferentiam recta interjicitur, ad eam, quæ ex centro circuli, minorem rationem habeat, quam, quæ interjicitur inter contactum rectamque ductam, circuli circumferentia, ad datam circumferentiam. Itaque ejiciatur AI; quæ helicen quidem ſecabit in puncto Λ, circumferentiam vero circuli in puncto P: habeatque recta PI ad AP minorem rationem, quam circumferentia ΔP ad circumferentiam ΔNT. Igitur etiam tota IA ad AP minorem rationem habet, quam circumferentia PΔNT ad circumferentiam ΔNT; hoc eſt quam circumferentia ΣHKΘ ad circumferentiam HKΘ. Quam autem rationem habet circumferentia ΣHKΘ ad circumferentiam HKΘ, hanc habet recta ΛA ad AΔ. Hoc enim demonſtratum eſt. Minorem igitur rationem habet AI ad AP, quam ΛA ad AΔ: quod fieri non poteſt. Æqualis eſt enim PA ipſi AΔ; major vero IA quam AΛ. Non eſt igitur rectus angulus, qui ſub AΔZ continetur. Demonſtratus autem eſt neque eſſe acutus. Obtuſus eſt igitur. Quare reliquus eſt acutus. Pariter autem demonſtrabitur idem evenire, etiam ſi recta helicen contingens eam in ipſius termino contigerit.

PROP. XVII. Theor.

Quin imo ſi helicen ſecundo orbe deſcriptam recta contigerit, illud idem eveniet.

Contigat enim recta EZ helicen ſecundo orbe

δή τις εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἁ ΔEZ κατὰ τὸ Δ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ A ἐπιζεύχθω ἁ ΔA. Δεικτέον ὅτι ἁ ΔZ ποτὶ τὰν AΔ ἀμβλεῖαν ποιεῖ γωνίαν.

Γεγράφθω κύκλος ὁ ΔTN, κέντρῳ μὲν τῷ A, διαστήματι δὲ τᾷ AΔ. Ἀναγκαῖον δὴ τούτου τοῦ κύκλου τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις περιφέρειαν [a] ἐν τοῖς πίπτειν τᾶς ἕλικος, [b] τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός· διὰ τὸ τᾶν ἀπὸ τοῦ A ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτουσᾶν εὐθειᾶν, τὰς μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις μείζονας εἶμεν τᾶς AΔ, τὰς δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλάσσονας. Ὅτι μὲν οὖν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν AΔZ, οὐκ ἐστὶν ὀξεῖα, δῆλον· ἐπειδὴ μείζων ἐστὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου. Ὅτι δὲ ὀρθὰ οὐκ ἐστὶ, δεικτέον [c] οὖν. Ἔστω γὰρ, [d] εἰ δυνατὸν, ὀρθά. Ἁ ἄρα EΔZ ἐπιψαύει τοῦ ΔTN κύκλου. Δυνατὸν δή ἐστιν ἀπὸ τοῦ A ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν, ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς ποτιπιπτούσας περιφερείας, ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν. Ποτιπιπτέτω δὴ ἁ AI. Τεμεῖ δὴ αὐτὰ τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Λ, τὰν δὲ τοῦ ΔTN περιφέρειαν κύκλου κατὰ τὸ P· καὶ ἐχέτω ἁ PI εὐθεῖα ποτὶ τὰν AP ἐλάσσονα λόγον τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΔP περιφέρεια ποτὶ τὰν ΔNT περιφέρειαν. Καὶ ὅλα ἄρα ἁ IA ποτὶ τὰν AP ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ PΔNT περιφέρεια ποτὶ τὰν ΔNT περιφέρειαν· τουτέστιν, ὃν ἔχει ἁ ΣHKΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν HKΘ περιφέρειαν. Ὃν δὲ ἁ ΣHKΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν HKΘ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ ΛA εὐθεῖα ποτὶ τὰν AΔ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ AI ποτὶ τὰν AP, ἤπερ ἁ ΛA ποτὶ τὰν AΔ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἴσα γὰρ ἁ PA τᾷ AΔ. [e] Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὀρθὰ ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν AΔZ. Δέδεικται δὲ, ὅτι οὐδὲ ὀξεῖα. Ἀμβλεῖα ἄρα ἐστίν. Ὥστε ἁ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστιν. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα ἁ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ΄.

Καὶ τοίνυν αἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ ἁ εὐθεῖα, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

Ἐπιψαυέτω γὰρ ἁ EZ εὐθεῖα τᾶς ἐν τᾷ δευ-

[a] ἐν τῷ [b] τὸν [c] ὅπως [d] εἰ ex MS.

[e] Fortaſſe deſunt hæc verba: μείζων δὲ ἁ IA τᾶς AΛ

τέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ Δ. καὶ τα ἄλλα τα αὐτα τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ὁμοίως δὴ τᾶς τῦ Ρ Ν Δ περιφερείας κύκλω, τὰ μὲν ἐν τοῖς [x] προαγομένοις τᾶς ἕλικος ἐντὸς πεσοῦνται, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός. Ἁ ἄρα γωνία, ἁ ὑπὸ τᾶν Α Δ Ζ, οὐκ ἐστὶν ὀρθὰ, ἀλλὰ ἀμβλεῖα. Ἔστω γὰρ εἰ δυνατὸν ὀρθά. [y] Ἐπιψαύσει δὴ ἁ Ε Ζ τῦ Ρ Ν Δ κύκλω κατὰ τὸ Δ. Ἄχθω δὴ πάλιν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν ἁ Α Ι, καὶ τεμνέτω τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Χ, τὰν δὲ τῦ Ρ Ν Δ κύκλω περιφέρειαν κατὰ τὸ Ρ· ἐχέτω δὲ ἁ Ρ Ι ποτὶ Ρ Α ἐλάσσονα λόγον, τῦ ὃν ἔχει ἁ Δ Ρ περιφέρεια ποτὶ ὅλαν τὰν τῦ Δ Ρ Ν κύκλω περιφέρειαν, καὶ ποτὶ τὰν Δ Ν Τ. Δέδεικται γὰρ τῦτο δυνατὸν ἐόν. Καὶ ὅλα ἄρα ἁ Ι Α ποτὶ τὰν Α Ρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ Ρ Δ Ν Τ περιφέρεια μεθ᾽ ὅλας τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας, ποτὶ τὰν Δ Ν Τ περιφέρειαν, μεθ᾽ ὅλας τᾶς τῦ κύκλω περιφερείας. Ἀλλ᾽ ὃν λόγον ἔχει ἁ Ρ Δ Ν Τ [z] περιφέρεια μεθ᾽ ὅλας τᾶς τῦ Δ Ν Τ Ρ κύκλω περιφερείας. ποτὶ τὰν Δ Ν Τ περιφέρειαν, μεθ᾽ ὅλας τᾶς τῦ Δ Ν Τ Ρ κύκλω [a] περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ Σ Η Κ Θ περιφέρεια, μεθ᾽ ὅλας τᾶς τῦ κύκλω περιφερείας τᾶς Θ Σ Η Κ, ποτὶ τὰν Η Κ Θ περιφέρειαν, μεθ᾽ ὅλας τᾶς τῦ Θ Σ Η Κ κύκλω περιφερείας. Ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ ὕστερον εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ Χ Α εὐθεῖα ποτὶ τὰν Α Δ εὐθεῖαν. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ Ι Α ποτὶ τὰν Α Ρ, ἢ ἁ Α Χ ποτὶ τὰν Α Δ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἴσα μὲν γὰρ ἁ Ρ Α τᾷ Α Δ, μείζων δὲ ἁ Ι Α τᾶς Α Χ. Δῆλον οὖν ὅτι ἀμβλεῖά ἐστιν ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν Α Δ Ζ. Ὥς τε ἁ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστι. Τὰ δ᾽ αὐτὰ συμβήσεται, καὶ αἴκα ἁ ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ αἴκα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς, ἐπιζευχθεῖσαν ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος· καὶ τὰν μὲν ἐν τοῖς [b] προαγομένοις ἀμβλεῖαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις, ὀξεῖαν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη΄.

Αἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τῦ σαμείω, ὅ ἐστιν [c] ἐν ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, ποτ᾽ ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς

descriptam in puncto Δ: eademque alia, quæ supra, fiant. Eadem ratione, quæ partes circumferentiæ circuli ΡΝΔ in præcedentibus sunt, intra helicen cadent; quæ vero in sequentibus, cadent extra. Igitur angulus, qui sub ΑΔΖ continetur, rectus non est, sed obtusus. Sit enim, si fieri potest, rectus. Continget igitur ΕΖ circulum ΡΝΔ in puncto Δ. Ducatur rursus ad contingentem recta ΑΙ, quæ helicen quidem secet in puncto Χ, circumferentiam vero circuli ΡΝΔ in puncto Ρ: habeatque ΡΙ ad ΡΑ minorem rationem, quam circumferentia ΔΡ ad totam circumferentiam circuli ΔΡΝ, et ad circumferentiam ΔΝΤ. Hoc enim fieri posse demonstratum est. Igitur etiam tota ΙΑ ad ΑΡ minorem rationem habet, quam circumferentia ΡΔΝΤ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΔΝΤ, una cum tota circuli circumferentia. Sed quam rationem habet circumferentia ΡΔΝΤ, una cum tota circuli ΔΝΤΡ circumferentia, ad circumferentiam ΔΝΤ, una cum tota circuli ΔΝΤΡ circumferentia, hanc habet circumferentia ΣΗΚΘ, una cum tota circuli ΘΣΗΚ circumferentia, ad circumferentiam ΗΚΘ, una cum tota circuli ΘΣΗΚ circumferentia. Quam vero rationem habent, quas modo diximus, circumferentiæ, hanc habet recta ΧΑ ad rectam ΑΔ. Hoc enim demonstratum est. Minorem igitur rationem habet ΙΑ ad ΑΡ, quam ΑΧ ad ΑΔ: quod fieri non potest. Æqualis est enim ΡΑ ipsi ΑΔ; major vero ΙΑ quam ΑΧ. Constat igitur angulum, qui sub ΑΔΖ continetur, obtusum esse. Quare reliquus est acutus. Eadem hæc evenient, etiam si recta contingens in helicis termino contigerit.

Pariter autem demonstrabitur, et si helicen quolibet orbe descriptam recta quædam contigerit, vel in ipsius termino, angulos efficere cum ea, quæ a contactu ad principium helicis juncta fuerit, inæquales: atque horum alterum, qui in præcedentibus est, obtusum; alterum vero, qui in sequentibus, acutum.

PROP. XVIII. Theor.

Si helicen primo orbe descriptam recta linea contigerit in ipsius termino: a puncto vero, quod est principium helicis, recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ est principium orbis;

[x] προαγομένοις [y] ἐπιψαύσει [z] Sic MS. [a] περιφερείας [b] προηγουμένοις [c] In MS. deest ἐν

quæ ducta est recta cum contingente concurrit; quæque ejus pars inter contingentem, et principium orbis interjicitur, æqualis erit primi circuli circumferentiæ.

Sit helix ΑΒΓΔ: et sit punctum Α principium helicis: recta ΘΑ principium orbis: ΘΗΚ circulus primus. Contingat autem helicen in puncto Θ recta aliqua ΘΖ: ducaturque a puncto Α, ipsi ΘΑ ad rectos angulos, ΑΖ. Hæc utique concurret cum ΘΖ; quoniam ΖΘ, ΘΑ acutum angulum comprehendunt. Concurrat in puncto Ζ. Oportet demonstrare ΖΑ circuli ΘΚΗ circumferentiæ æqualem esse.

Si enim non est æqualis, aut major est, aut minor. Sit primo, si fieri potest, major. Jam sumpsi rectam aliquam ΛΑ, minorem quidem quam rectam ΖΑ, majorem vero quam circumferentiam circuli ΘΗΚ. Itaque circulus quidam est ΘΗΚ: et recta in circulo minor quam diameter, ΘΗ: ratioque, quam habet ΘΑ ad ΑΛ, ea major est, quam habet dimidia rectæ ΗΘ, ad eam, quæ a puncto Α ad ipsam ΗΘ normalis ducitur; quoniam ea quoque est major, quam habet ΘΑ ad ΑΖ. Fieri igitur potest, ut a puncto Α ad productam ejiciatur recta ΑΝ; ita ut ΝΡ, quæ inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad rectam ΘΡ eamdem rationem habeat, quam ΘΑ ad ΑΛ. Quare ΝΡ ad ΡΑ eamdem habebit rationem, quam ΘΡ ad ΑΛ. Habet autem ΘΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam: recta enim ΘΡ minor est quam circumferentia ΘΡ; recta vero ΑΛ major quam circumferentia circuli ΘΗΚ. Habebit igitur etiam ΝΡ ad ΡΑ minorem rationem quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam. Quare etiam tota ΝΑ ad ΑΡ minorem rationem habet quam circumferentia ΘΡ, una cum tota circuli circumferentia, ad circuli ΘΗΚ circumferentiam. Quam autem rationem habet circumferentia ΘΡ, una cum tota circuli ΘΗΚ circumferentia, ad circuli ΘΗΚ circumferentiam, hanc habet ΧΑ ad ΑΘ. Hoc enim demonstratum est. Minorem igitur habet rationem ΝΑ ad ΑΡ, quam ΧΑ ad ΑΘ: quod fieri non potest. Major est enim ΝΑ quam ΑΧ; æqualis vero ΑΡ ipsi ΑΘ. Non est igitur major ΖΑ quam circuli ΘΗΚ circumferentia.

περιφορᾶς, ἁ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τᾷ ἐπιψαυούσᾳ· καὶ ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, ἴσα ἐσσεῖται τᾷ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ.

Ἔστω ἕλιξ ἁ [e] ΑΒΓΔ· ἔστω δὲ τὸ Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἁ δὲ ΘΑ γραμμὰ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ὁ δὲ ΘΗΚ κύκλος ὁ πρῶτος. Ἐπιψαυέτω δέ τις τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ Θ, ἁ ΘΖ· καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἄχθω [f] ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ ΘΑ, ἁ ΑΖ. Συμπεσεῖται δὴ αὐτὰ ποτὶ τὰν ΘΖ· ἐπεὶ αἱ ΖΘ, ΘΑ ὀξεῖαν γωνίαν περιέχοντι. Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι ἁ ΖΑ ἴσα ἐστὶ τᾷ τοῦ ΘΚΗ κύκλου περιφερείᾳ.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστίν, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. Ἐλάβον δή τινα εὐθεῖαν τὰν ΛΑ, τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσονα, τᾶς δὲ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζονα. Ἔστι δὴ κύκλος τις ὁ ΘΗΚ· καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΘΗ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΗΘ, ποτὶ τὴν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ᾽ αὐτὰν ἀγμέναν, διότι καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΑΘ ποτὶ ΑΖ. Δυνατὸν οὖν ἐστιν, ἀπὸ τοῦ Α [g] ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν τὰν ΑΝ· ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΝΡ, ποτὶ ΘΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἕξει δὲ ἁ ΝΡ, ποτὶ τὰν ΡΑ λόγον, ὃν ἁ ΘΡ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἁ δὲ ΘΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· ἁ μὲν γὰρ ΘΡ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΘΡ περιφερείας· ἁ δὲ ΑΛ εὐθεῖα τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζων. Ἐλάσσονα οὖν λόγον ἕξει καὶ ἁ ΝΡ ποτὶ ΡΑ, ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. Καὶ ὅλα οὖν ἁ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἁ ΘΡ περιφέρεια μεθ᾽ ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΘΡ περιφέρεια μεθ᾽ ὅλας τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας, ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. [h] Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἤπερ ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἁ μὲν γὰρ ΝΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ΑΧ· ἁ δὲ ΑΡ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΘΑ. Οὐκ ἄρα μείζων ἁ ΖΑ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ ΘΗΚ.

[e] ΑΒΓΔΘ [f] In Ed. Bas. πρὸς sed in MS. pro πρὸς est semper ποτὶ. [g] Sic MS. [h] In MS. ἐλάσσονα deest.

Ἔστω δὴ πάλιν, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων ἁ ΖΑ τᾶς τῶ ΘΗΚ κύκλω περιφερείας. Ἔλαβον δὴ τινὰ εὐθεῖαν πάλιν τὰν ΛΑ, τᾶς μὲν ΑΖ μείζονα, τᾶς δὲ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ἐλάσσονα· καὶ ἄγω ἀπὸ τῶ Θ τὰν ΘΜ παράλληλον τᾷ ΑΖ. Πάλιν οὖν κύκλος ἐστὶν ὁ ΘΗΚ· καὶ ἐν αὐτῷ ἐλάσσων γραμμὰ τᾶς διαμέτρου ἁ ΘΗ, καὶ ἄλλα ἐπιψαύουσα τῶ κύκλω κατὰ τὸ Θ, καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ ΑΘ ποτὶ τὰν ΑΛ, ἐλάσσων τῶ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΗΘ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τῶ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν ἐπειδὴ καὶ τῶ ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ ΑΖ, ἐλάσσων ἐστί. Δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τῶ Α ἀγαγεῖν τὰν ΑΠ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν ὥς τε τὰν ΡΝ τὰν μεταξὺ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας, καὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὰν ΘΠ, ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Τεμεῖ δὴ ἁ ΑΠ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἕξει καὶ ἐναλλὰξ τὸν αὐτὸν λόγον ἁ ΝΡ ποτὶ ΡΑ, ὃν ἁ ΘΠ ποτὶ ΑΛ. Ἁ δὲ ΘΠ ποτὶ τὰν ΑΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλω περιφέρειαν· ἁ μὲν γὰρ ΘΠ εὐθεῖα μείζων ἐστὶ τᾶς ΘΡ περιφερείας, ἁ δὲ ΑΛ ἐλάσσων τᾶς τῶ ΘΗΚ κύκλω περιφερείας. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΝΡ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλω περιφέρειαν. Ὥς τε καὶ ἁ ΡΑ ποτὶ τὰν ΑΝ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ τοῦ ΘΗΚ κύκλω περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΡ περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ τῶ ΘΗΚ κύκλω περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΡ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ ΘΑ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΧ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΡΑ ποτὶ τὰν ΑΝ, ἢ ἁ ΑΘ ποτὶ τὰν ΑΧ. Ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν, οὐδὲ ἐλάσσων ἁ ΖΑ τᾶς τῶ ΘΗΚ κύκλω περιφερείας. Ἴσα ἄρα.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

Εἰ δὲ κατὰ τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ εὐθεῖα ἁ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρου κύκλω περιφερείας.

Sit rursus, si fieri potest, Z A minor quam circuli Θ H K circumferentia. Jam sumpsi rectam aliquam Λ A majorem quidem quam A Z; minorem vero quam circumferentiam circuli Θ H K: duxique a puncto Θ, Θ M ipsi A Z parallelam. Rursus circulus est Θ K H: et recta in eodem, minor quam diameter, Θ H; itemque alia circulum contingens in puncto Θ: ratioque, quam habet A Θ ad A Λ, ea minor est, quam habet dimidia rectæ H Θ ad eam, quæ a puncto A ad ipsam H Θ normalis ducitur; quoniam ea quoque est minor, quam habet Θ A ad A Z. Fieri igitur potest, ut a puncto A ad contingentem ejiciatur A Π; ita ut P N, quæ inter rectam in circulo datam, et circumferentiam interjicitur, ad Θ Π, quam ipsa A Π a contactu abscindit, eamdem rationem habeat, quam Θ A ad A Λ. Secet autem A Π circulum in puncto P, et helicen in puncto X. Habebit, etiam permutando, eamdem rationem N P ad P A, quam Θ Π ad A Λ. Habet autem Θ Π ad A Λ majorem rationem, quam circumferentia Θ P ad circuli Θ H K circumferentiam: recta enim Θ Π major est quam circumferentia Θ P; recta vero A Λ minor quam circuli Θ H K circumferentia. Habet igitur N P ad A P majorem rationem, quam circumferentia Θ P ad circuli Θ H K circumferentiam. Quare etiam P A ad A N majorem habet rationem, quam circumferentia circuli Θ H K ad circumferentiam Θ K P. Quam autem rationem habet circumferentia circuli Θ H K ad circumferentiam Θ K P, hanc habet recta Θ A ad A X. Hoc enim demonstratum est. Majorem igitur habet rationem P A ad A N, quam A Θ ad A X. Quod fieri non potest. Neque igitur major, neque minor est Z A, quam circuli Θ H K circumferentia. Est igitur eidem æqualis.

PROP. XIX. Theor.

At si helicen secundo orbe descriptam in ipsius termino recta contigerit; et ab helicis principio recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ est principium orbis: hæc cum contingente concurret; quæque ejus pars inter contingentem, et helicis principium interjicitur, dupla erit circumferentiæ secundi circuli.

Sit enim helix ΑΒΓΘ descripta primo orbe, helix vero ΘΕΤ, secundo: et circulus ΘΚΗ sit primus, circulus vero ΤΜΝ, secundus. Sit autem recta aliqua ΤΖ helicen in puncto Τ contingens: ducaturque ΖΑ ad rectos angulos ipsi ΤΑ. Hæc utique concurret cum ΤΖ; eo quod demonstratum est angulum, qui sub ΑΤΖ continetur, esse acutum. Oportet demonstrare ΖΑ circuli ΤΜΝ circumferentiæ esse duplam.

Si enim non est dupla, vel major est quam dupla, vel minor. Sit primo, si fieri potest, major quam dupla: sumaturque recta aliqua ΛΑ minor quidem quam ΖΑ, major vero quam dupla circumferentiæ circuli ΤΜΝ. Itaque circulus quidam est ΤΜΝ, rectaque in circulo descripta minor quam diameter, ΤΝ: ratioque, quam habet ΤΑ ad ΑΛ, ea major est, quam habet dimidia rectæ ΤΝ ad eam, quæ a puncto Α ad ipsam ΤΝ normalis ducitur. Fieri igitur potest, ut a puncto Α ad ΤΝ productam ejiciatur recta ΑΣ; ita ut ΡΣ, quæ inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad rectam ΤΡ eamdem rationem habeat, quam ΤΑ ad ΑΛ. Secet autem ΑΣ circulum in puncto Ρ, et helicen in puncto Χ. Habebit, etiam permutando, ΡΣ ad ΤΑ eamdem rationem, quam ΤΡ ad ΑΛ. Habet autem ΤΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΤΡ ad duplam circumferentiæ circuli ΤΜΝ: recta enim ΤΡ minor est quam circumferentia ΤΡ, recta vero ΑΛ major quam dupla circumferentiæ circuli ΤΜΝ. Habet igitur ΡΣ ad ΑΡ minorem rationem, quam circumferentia ΤΡ ad duplam circumferentiæ circuli ΤΜΝ. Tota igitur ΣΑ ad ΑΡ minorem rationem habet, quam circumferentia ΤΡ una cum circuli ΤΜΝ circumferentia bis sumpta, ad circuli ΤΜΝ circumferentiam bis sumptam. Quam autem rationem habent, quas diximus, circumferentiæ, hanc habet ΧΑ ad ΑΤ. Hoc enim demonstratum est. Minorem igitur rationem habet ΑΣ ad ΑΡ, quam ΧΑ ad ΤΑ. Quod fieri non potest. Non est igitur ΖΑ major quam dupla cir-

Ἔστω γὰρ ἁ μὲν ΑΒΓΘ ἕλιξ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἁ δὲ ΘΕΤ ἐν τᾷ δευτέρᾳ· καὶ ὁ μὲν ΘΚΗ κύκλος ὁ πρῶτος, ὁ δὲ ΤΜΝ ὁ δεύτερος. Ἔστω δέ τις γραμμὰ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ Τ, ἁ ΤΖ· ἁ δὲ ΖΑ ποτ᾽ ὀρθὰς ἄχθω τᾷ ΤΑ. Συμπεσεῖται δὲ[h] τὰ αὐτὰ τᾷ ΤΖ, διὰ τὸ δεδεῖχθαι τὰν γωνίαν ὀξεῖαν οὖσαν τὰν ὑπὸ[i] τᾶν ΑΤΖ. Δεικτέον ὅτι ἁ ΖΑ εὐθεῖα διπλασία ἐστὶ τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας.

Εἰ γὰρ μή ἐστι διπλασία, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία, ἢ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μείζων ἢ διπλασία· καὶ λελάφθω τις εὐθεῖα ἁ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας μείζων ἢ διπλασία. Ἔστι δή τις κύκλος ὁ ΤΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γεγραμμένα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου, ἁ ΤΝ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΤΝ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ᾽ αὐτὰν ἀγμέναν. Δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΣ, ποτὶ τὰν ΤΝ ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Τεμεῖ δὴ ἁ ΑΣ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἐναλλὰξ, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΑ, ὃν ἁ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἁ δὲ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν· ἔστι γὰρ ἁ μὲν ΤΡ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς ΤΡ περιφερείας, ἁ δὲ ΑΛ εὐθεῖα μείζων ἢ διπλασία τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει[k] ἁ ΡΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ὅλα οὖν ἁ ΣΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια μετὰ τᾶς ΤΜΝ κύκλου περιφερείας δὶς εἰλημμένας, ποτὶ τὰν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν δὶς εἰλημμέναν. Ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΤ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΑΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΤΑ· Ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων

[h] τᾷ αὐτᾷ [i] Sic MS. [k] ἁ ΡΣ

ἐςὶν ἡ διπλάσια ἁ ΖΑ εὐθεῖα τᾶς τᾶ ΤΜΝ κύκλω περιφερείας. Ὁμοίως ᾗ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάττων ἡ διπλασία. Δῆλον οὖν, ὅτι διπλασία ἐςί.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ αἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ποτ' ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, πολλαπλασία ἐςὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.

cumferentiæ circuli ΤΜΝ. Pariter autem demonstrabitur neque minor esse quam dupla. Constat igitur duplam esse.

Eodem modo demonstrandum est, si helicem quolibet orbe descriptam recta aliqua contigerit in ipsius termino; quæque ab helicis principio ducitur ad rectos angulos ei, quæ est principium orbis, contingenti occurrat; hanc multiplicem esse circumferentiæ circuli ab orbium numero denominati secundum eumdem numerum.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Αἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, ἀπὸ δὲ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσᾳ κύκλος γραφῇ· ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς [l] ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθείσᾳ συμπεσεῖται αὐτᾷ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς τε συμπτώσιας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς τομᾶς, καθ' ὃ τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομένας τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.

Ἔςω ἕλιξ ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐπιψαυέτω τις αὐτᾶς εὐθεῖα ἁ ΔΕΖ κατὰ τὸ Δ· ἀπὸ δὲ τοῦ Δ ποτὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζεύχθω ἁ ΑΔ. Καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω, ὁ ΔΜΝ· τεμνέτω δ' οὗτος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸ Κ· ἄχθω δὲ ἁ ΖΑ ποτὶ τὰν ΑΔ ὀρθά. Ὅτι μὲν οὖν αὐτὰ συμπίπτει, δῆλον· ὅτι δὲ καὶ ἴσα ἐςὶν ἁ ΖΑ εὐθεῖα τᾷ ΚΜΝΔ περιφερείᾳ, δεικτέον.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐςὶν ἢ ἐλάσσων. [m] Ἔςω εἰ δυνατόν, πρότερον μείζων. Λελάφθω δέ τις ἁ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ ΚΜΝΔ περιφερείας μείζων. Πάλιν δὴ κύκλος ἐςὶν ὁ ΚΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΔΝ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμισεία τᾶς ΔΝ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν. Δυνατὸν οὖν ἐςὶν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΕ ποτὶ τὰν ΝΔ ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν ΕΡ ποτὶ τὰν ΔΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν. Ἕξει οὖν καὶ ἁ ΕΡ ποτὶ τὰν ΑΡ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἁ δὲ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ [n] τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν· ἐπεὶ ἁ

PROP. XX. Theor.

Si helicem primo orbe descriptam recta linea contigerit, non in ipsius termino; et a contactu ad principium helicis recta jungatur; et centro quidem principio helicis, intervallo autem recta juncta, circulus describatur; itemque a principio helicis recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ a contactu ad principium helicis juncta est: hæc cum contingente concurret; quæque ejus pars inter contingentem, et principium helicis interjicitur, æqualis erit descripti circuli circumferentiæ, quæ interjicitur inter contactum, et sectionis punctum, in quo descriptus circulus principium orbis secat; circumferentia ab eo puncto, quod in orbis principio est, versus præcedentia sumpta.

Sit helix ΑΒΓΔ primo orbe descripta; eamque contingat in puncto Δ recta aliqua ΔΕΖ: et jungatur a puncto Δ ad principium helicis ΑΔ. Describatur porro centro quidem puncto Α, intervallo autem ΑΔ circulus ΔΜΝ, qui secet principium orbis in puncto Κ: ducaturque ΖΑ ad rectos angulos ipsi ΑΔ. Quod quidem ΖΑ cum contingente concurrat, manifestum est: quod vero sit etiam æqualis circumferentiæ ΚΜΝΔ, hoc oportet demonstrare.

Si enim non est æqualis aut major est, aut minor. Sit primo, si fieri potest, major: sumaturque recta aliqua ΛΑ minor quidem quam ΖΑ, major vero quam circumferentia ΚΜΝΔ. Rursus circulus est ΚΜΝ, et recta in circulo minor quam diameter, ΔΝ: ratioque, quam habet ΔΑ ad ΑΛ, ea major est, quam habet dimidia rectæ ΔΝ ad eam, quæ a puncto Α ad ipsam ΔΝ normalis ducitur. Fieri igitur potest, ut a puncto Α ad ΝΔ productam ejiciatur recta ΑΕ; ita ut ΕΡ ad ΔΡ eamdem rationem habeat, quam ΔΑ ad ΑΛ. Hoc enim fieri posse demonstratum est. Habebit igitur etiam ΕΡ ad ΑΡ rationem eamdem, quam ΔΡ ad ΑΛ. Habet autem ΔΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΔΡ ad circumferentiam ΚΜΔ;

[l] In MS. τᾶ deest.
[n] τὰν ΚΜΝ

[m] Ἔςω εἰ δυνατόν, πρότερον μείζων· λελάφθω δέ τις ἁ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, in MS. de-

quoniam recta ΔP minor est quam circumferentia ΔP, recta vero ΛA major quam circumferentia KMΔ. Habet igitur EP ad PA minorem rationem, quam circumferentia ΔP ad circumferentiam KMΔ. Quare etiam AE ad AP minorem habet rationem, quam circumferentia KMP ad circumferentiam KMΔ. Quam autem rationem habet circumferentia KMP ad circumferentiam KMΔ, hanc habet XA ad AΔ. Minorem igitur rationem habet EA ad AP, quam AX ad ΔA. Quod fieri non potest. Non est igitur major ZA quam circumferentia KMΔ. Pariter autem ac supra demonstrabitur neque esse minor. Est igitur æqualis.

Eodem quoque modo demonstrabitur, si helicen secundo orbe descriptam recta contigerit, non in ipsius termino; et alia eadem construantur: quæ recta inter contingentem, et principium helicis interjicitur, hanc æqualem esse toti descripti circuli circumferentiæ, et amplius illi, quæ interjicitur inter ea, quæ diximus, puncta; circumferentia ipsa similiter sumpta. Et si helicen quolibet orbe descriptam recta aliqua contigerit, non in ipsius termino; et alia eadem construantur: quæ recta inter ea, quæ diximus, puncta interjicitur, hanc multiplicem esse circumferentiæ descripti circuli secundum numerum uno minorem quam a quo orbes denominantur, et amplius æqualem circumferentiæ, quæ inter ea, quæ diximus, puncta interjicitur, similiter sumptæ.

μὲν ΔP ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΔP περιφερείας, ἁ δὲ ΛA μείζων τᾶς KMΔ περιφερείας. Ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ἁ EP εὐθεῖα ποτὶ PA, ἢ ἁ ΔP περιφέρεια ποτὶ τὰν KMΔ περιφέρειαν. Ὥς τε καὶ ἁ AE ποτὶ AP ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ KMP περιφέρεια ποτὶ KMΔ περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ KMP ποτὶ τὰν KMΔ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ XA περιφέρεια ποτὶ AΔ. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ EA ποτὶ AP, ἢ ἁ AX ποτὶ ΔA. Ὅπερ [a] ἐστὶν ἀδύνατον· Οὐκ ἄρα μείζων ἁ ZA τᾶς KMΔ περιφερείας. Ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἐστίν. Ἴσα ἄρα.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, καὶ αἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι· ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν συμπιπτούσας, ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς [b] τᾶς ἕλικος ἴσα ἐστὶν ὅλᾳ τᾷ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ, καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὡσαύτως τᾶς περιφερείας λαμβανομένας. Καὶ αἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας [c] περιφορᾷ ἕλικος ἐπιψαύῃ τὶς εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι· ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τίς ἐστι τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας, κατὰ τὸν * ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένας.

PROP. XXI. Theor.

Sumpto spatio, quod ab helice primo orbe descripta, rectaque prima earum, quæ in orbis principio sunt, comprehenditur, fieri potest, ut eidem plana figura circumscribatur, itemque alia inscribatur; ita ut circumscripta major sit quam inscripta spatio minore quolibet proposito.

Sit helix ABΓΔ primo orbe descripta. Et sit principium helicis punctum Θ: principium orbis, recta ΘA: primus circulus, ZHIA; cujus diametri AH, ZI sese invicem ad rectos an-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων [d] τομέων συγκείμενον ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

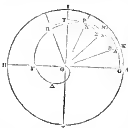
Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ABΓΔ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον· ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἁ ΘA· ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ὁ ZHIA· αἱ δὲ AH, ZI διάμετροι αὐτοῦ

[a] In MS. ἐστὶν deest. [b] τᾶς ἕλικος. Τὰ δὲ ἀλλὰ τὰ αὐτά, ἴσα ἐστὶν τᾷ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ [c] περιφορᾶς
[d] τὸ μὲν

* Fortasse deest, ἑνὶ

ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. Ἀεὶ δὴ τᾶς ὀρθᾶς γωνίας δίχα τεμνομένας, καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος, ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ τομέως ἔλασσον τοῦ προτεθέντος.[a] Καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. Διῃρήσθωσαν δὴ ὦν γωνίαι αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ περιεχομένᾳ ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΚ· καὶ αἱ ποιοῦσαι τὰς γωνίας εὐθεῖαι ἐκβεβλήσθωσαν ἔς τ' ἂν κατὰ τὰν ἕλικα ἀχθῶντι. Καθ' ὃ δὴ τέμνει σαμεῖον ἁ ΘΚ τὰν ἕλικα, ἔστω τὸ Λ· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ κύκλος γεγράφθω. Πεσεῖται[b] δὴ αὐτοῦ, ἁ μὲν εἰς τὰ προαγούμενα περιφέρεια ἐντὸς τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ εἰς τὰ ἑπόμενα ἐκτός. Γεγράφθω δὴ ἁ περιφέρεια,[c] ἔς τ' ἂν συμπέσῃ τᾷ ΘΑ κατὰ τὸ Ο, ἁ ΟΜ, καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΚ εὐθείᾳ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσᾳ κατὰ τὸ Μ. Πάλιν δὴ καὶ καθ' ὃ τέμνει τὰν ἕλικα[d] σαμεῖον ἁ ΘΜ, ἔστω τὸ Ν· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΝ κύκλος γεγράφθω, ἔς τ' ἂν ΘΚ συμπέσῃ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΜ ποτιπιπτούσᾳ ποτὶ τὰν ἕλικα. Ὁμοίως δὲ καὶ διὰ τῶν ἄλλων πάντων καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι, κύκλοι γεγράφθωσαν κέντρῳ τῷ Θ, ἔς τ' ἂν συμπέσῃ ἑκάστα ἁ περιφέρεια τᾷ τε προαγουμένᾳ εὐθείᾳ, καὶ τᾷ ἑπομένᾳ. Ἐσσεῖται δή τι περὶ τὸ λαφθὲν χωρίον περιγεγραμμένον σχῆμα ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστιν ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος χωρίου, δειχθήσεται. Ἔστι γὰρ ὁ μὲν ΘΑΟ τομεὺς ἴσος τῷ ΘΜΑ· ὁ δὲ ΘΝΠ τῷ ΘΝΡ· ὁ δὲ ΘΧΣ τῷ ΘΧΤ· ἐστὶ δὲ καὶ τῶν ἄλλων τομέων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ἴσος τῷ κοινὰν ἔχοντι πλευρὰν τομεῖ, τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τομέων. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τομεῖς πάντεσσιν ἴσοι ἐσσοῦνται. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ χωρίον σχήματι, χωρὶς τοῦ ΘΑΚ τομέως. Μόνος γὰρ οὗτος λέλειπται τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστι τῷ ΑΚΘ τομεῖ, ὅς ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ προτεθέντος.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα, οἷον εἴρηται, γράφειν ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πά-



gulos secent. Si igitur rectus angulus, quique rectum angulum continet sector, in duas æquas partes continue secetur, erit tandem, quod ex sectore relinquitur, minus quam propositum spatium. Jam sit is, qui oritur, sector ΑΘΚ minor quam propositum spatium: et dividantur anguli quatuor recti in angulos illi æquales, qui sub ΑΘ, ΘΚ continetur: rectæque, quæ angulos efficiunt, producantur, quousque in helicen incidant. Punctum autem, in quo ΘΚ helicen secat, sit Λ: et centro quidem puncto Θ, intervallo vero ΘΛ, circulus describatur. Atque hujus circumferentia, quæ quidem in præcedentibus est, intra helicen cadet; quæ vero in sequentibus, cadet extra. Itaque describatur circumferentia ΟΜ, ita ut rectæ ΘΑ occurrat in puncto Ο, eique, quæ post ΘΚ in helicen incidit, in puncto Μ. Rursus punctum, in quo ΘΜ helicen secat, sit Ν; et centro quidem puncto Θ intervallo vero ΘΝ, circulus describatur, quousque ejus circumferentia rectæ ΘΚ occurrat itemque illi, quæ post ΘΜ in helicen incidit. Pariter etiam per alia puncta, in quibus rectæ, quæ æquales angulos efficiunt, helicen secant, centro Θ, circuli describantur, quousque unaquæque circumferentia in rectam incidat tum præcedentem, tum sequentem. Erit jam sumpto spatio circumscripta figura ex similibus sectoribus composita, et alia item circumscripta. Quod autem circumscripta figura major sit quam inscripta spatio minore quolibet proposito, hoc pacto demonstrabitur. Est enim æqualis sector quidem ΘΛΟ sectori ΘΜΛ; sector vero ΘΝΠ, sectori ΘΝΡ; denique sector ΘΧΣ, sectori ΘΧΤ; et aliorum sectorum, qui in inscripta figura sunt, sectorum, qui sunt in figura circumscripta, æqualis quisque est ei, qui commune latus habuerit. Ex quibus constat omnes sectores omnibus sectoribus æquales esse. Æqualis est igitur figura spatio inscripta figuræ eidem spatio circumscriptæ, dempto sectore ΘΛΚ. Hic enim unus ex omnibus, qui in figura circumscripta sunt, relictus est. Constat igitur circumscriptam figuram majorem esse quam inscriptam sectore ΛΚΘ; qui quidem minor est proposito spatio.

Ex hoc manifestum est, fieri posse, ut dicto spatio figura, qualis dicta est, circumscribatur; ita ut circumscripta major sit quam spatium spatio minore quolibet proposito: rursus-

[a] In MS. desunt καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων τοῦ. [b] δ' αὐτοῦ [c] Sic MS. [d] σαμεῖον

que alia inscribatur; ita ut spatium majus sit quam inscripta spatio item minore quolibet proposito.

λιν ἐγγράφειν, ὥς τε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τῦ προτεθέντος χωρίω.

PROP. XXII. Theor.

Sumpto spatio, quod ab helice secundo orbe descripta, rectaque secunda earum, quæ in orbis principio sunt, comprehenditur, fieri potest, ut eidem plana figura circumscribatur, itemque alia inscribatur ex similibus sectoribus composita; ita ut circumscripta major sit quam inscripta spatio minore quolibet proposito.

Sit helix ΑΒΓΔΕ secundo orbe descripta. Et sit punctum Θ principium helicis: recta ΑΘ principium orbis: ΕΑ secunda earum, quæ in orbis principio sunt. Circulus autem ΑΖΗ sit secundus, ejusque diametri ΑΗ, ΖΙ sese invicem ad rectos angulos secent. Rursus igitur si rectus angulus, quique rectum angulum continet sector in duas æquas partes continuo secetur; erit tandem, quod relinquitur, minus quam propositum spatium. Jam sit is, qui oritur, sector ΘΚΑ minor quam spatium propositum. Itaque si dividantur recti anguli in angulos illi æquales, qui sub ΚΘΑ continetur, et alia eadem, quæ supra, construantur, circumscripta figura major erit quam inscripta spatio minore quam sector ΘΚΑ. Erit enim major excessu, quo sector ΘΚΑ excedit sectorem ΘΕΡ.

Constat igitur fieri posse, ut circumscripta figura major sit quam sumptum spatium spatio minore quolibet proposito: rursusque sumptum spatium majus sit quam figura inscripta spatio item minore quolibet proposito.

Eodem autem modo constat, sumpto spatio, quod sub helice quolibet orbe descripta, rectaque in orbis principio ab eodem numero denominata continetur, fieri posse, ut plana figura, qualis dicta est, circumscribatur; ita ut circumscripta figura major sit quam sumptum spatium spatio minore quolibet proposito: rursusque alia inscribatur, ita ut sumptum spatium majus sit quam figura inscripta spatio item minore quolibet proposito.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ τὸ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὥς τε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι [a] παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Καὶ ἔστω τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἁ δὲ ΑΘ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ἁ δὲ ΕΑ ἁ δευτέρα εὐθεῖα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς. Ὁ δὲ ΑΖΗ κύκλος ἔστω δεύτερος, καὶ αἱ ΑΗ, ΖΙ διάμετροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. Πάλιν οὖν * δίχα τεμνομένας τᾶς ὀρθᾶς γωνίας, καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος, ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος. Καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ ΘΚΑ τομεὺς, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. Διαιρεθείσαν δὴ τᾶν ὀρθᾶν γωνιᾶν εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ ὑπὸ τᾶν ΚΘΑ, καὶ τῶν ἄλλων κατασκευασθέντων κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, ἐσσεῖται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος μεῖζον ἐλάσσονι, ἢ ὁ τομεὺς ὁ ΘΚΑ. Μεῖζον γὰρ ἐσσεῖται τᾷ ὑπεροχᾷ ᾇ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ τομεὺς τοῦ ΘΕΡ.

Δῆλον οὖν ὅτι δυνατόν ἐστι, καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος [b] σχήματος παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου φανερὸν, διότι δυνατὸν λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα, οἷον εἴρηται, ἐπίπεδον ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥς τε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

[a] παντὸς [b] σχήματος ἐλάσσονι παντὸς

* Deest fortasse ἀεὶ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Λαβόντω τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστι ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ [a] τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀγομέναν, δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, πέρατα δὲ αὐτᾶς τὰ Α, Ε. Ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Θ· καὶ ἐπιζευχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ. Γεγράφθω δὴ κύκλος, κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ· καὶ συμπιπτέτω τᾷ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. Ἀεὶ δὴ τᾶς γωνίας τᾶς ποτὶ τὸ Θ καὶ τοῦ τομέως τοῦ ΘΑΖ δίχα τεμνομένων, ἔσται τὸ καταλειπόμενον τοῦ προτεθέντος ἔλασσον. Ἔστω ἐλάσσων ὁ τομεὺς ὁ ΘΑΚ προτεθέντος. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον γεγράφθωσαν [b] κύκλοι διὰ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας, ποιοῦσαι ποτὶ τὸ Θ· ὥς τε τὰν περιφέρειαν ἑκάσταν συμπίπτειν τᾷ τε προαγουμένᾳ καὶ τᾷ ἑπομένᾳ. Ἐσσεῖται δὴ τι περὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν περιγεγραμμένον σχῆμα ἐπίπεδον, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. Καὶ τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος χωρίου. Ἐλάσσων γάρ ἐστι ὁ ΘΑΚ τομεύς.

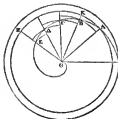
Ἐκ τούτου φανερόν ἐστι, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον ἐπίπεδον, οἷον εἴρηται, περιγράψαι, ὡς τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIII. Theor.

Sumpto spatio, quod comprehenditur ab helice, quæ minor sit, quam quæ uno orbe describitur, quæque terminum non habeat helicis principium, rectisque, ab helicis termino ductis, fieri potest, ut eidem spatio plana figura circumscribatur, itemque alia inscribatur; ita ut circumscripta figura major sit quam inscripta spatio minore quolibet proposito.

Sit helix ΑΒΓΔΕ, cujus termini puncta Α, Ε, principium punctum Θ: junganturque ΑΘ, ΘΕ. Describatur autem circulus centro quidem puncto Θ, intervallo vero recta ΘΑ; eique occurrat recta ΘΕ in puncto Ζ. Si igitur angulus, qui ad punctum Θ constituitur, et sector ΘΑΖ in duas æquas partes continuo secetur; erit tandem, quod relinquitur, minus quam propositum spatium. Sit sector ΘΑΚ minor quam spatium propositum: describanturque pariter ac supra circuli per ea puncta, in quibus rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, helicen secant; ita ut unaquæque circumferentia in rectum incidat tum præcedentem, tum sequentem. Jam spatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectisque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur, circumscripta erit figura plana ex similibus sectoribus composita, et alia item inscripta. Circumscripta autem major est quam inscripta spatio minore proposito. Hoc enim minor est sector ΘΑΚ.

Ex hoc manifestum est, fieri posse, ut dicto spatio plana figura, qualis dicta est, circumscribatur; ita ut circumscripta figura major sit quam spatium spatio minore quolibet proposito: rursusque inscribatur, ita ut dictum spatium majus sit quam figura inscripta spatio item minore quolibet proposito.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕΘ, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἁ δὲ ΘΑ εὐθεῖα πρώτα ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς· ὁ δὲ ΑΚΖΗΙ κύκλος

PROP. XXIV. Theor.

Spatium, quod ab helice primo orbe descripta, rectaque prima earum, quæ in orbis principio sunt, comprehenditur, tertia pars est primi circuli.

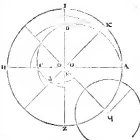
Sit helix ΑΒΓΔΕΘ primo orbe descripta. Et sit punctum Θ principium helicis: recta ΘΑ prima earum, quæ in orbis principio sunt: et circulus ΑΚΖΗΙ primus, cujus tertia pars sit

[a] τῶν περάτων [b] καθ' ἃ τέμνουσι

circulus, in quo eſt ψ. Oportet demonſtrare ſpatium, quod diximus, æquale eſſe circulo ψ.

Si enim non eſt æquale, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, minus. Fieri autem poteſt, ut ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, plana figura circumſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore, quam quo circulus ψ id, quod diximus ſpatium excedit. Itaque circumſcribatur: ſectorumque, ex quibus id, quod diximus, ſpatium componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΑΚ, minimus vero ſector ΘΕΟ. Conſtat igitur circumſcriptam figuram minorem eſſe, quam circulum. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ; quæ cum minima eſt, tum etiam æqualis exceſſui. Præterea aliæ quædam ſunt lineæ a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes numero quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æqualis maximæ: deſcriptique ſunt ab omnibus ſimiles ſectores, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum etiam ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, minores ſunt quam tripli ſectorum, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus. Hoc enim demonſtratum eſt. Qui autem ſectores ab æqualibus maximæ deſcribuntur, hi æquales ſunt circulo ΑΖΗΙ; quique deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, hi ſunt æquales figuræ circumſcriptæ. Circulus igitur ΖΗΙΚ minor eſt quam triplus figuræ circumſcriptæ; idemque triplus circuli ψ. Minor eſt igitur circulus ψ quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non eſt igitur ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, minus quam circulus ψ.

Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, majus. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, figura inſcribatur; ita ut id, quod diximus, ſpatium majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo id, quod diximus, ſpatium circulum ψ excedit. Itaque circumſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura



πρῶτος, ᵇὁ τρίτον μέρος ἔςω ᶜἐν ᾧ ψ, κύκλος. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐςὶ τὸ προειρημένον χωρίον ᵈτῷ ψ κύκλῳ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἤτοι μεῖζόν ἐςι, ἢ ἔλασσον. Ἔςω πρότερον, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Δυνατὸν δή ἐςι περὶ τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τῶ χωρίω ἐλάσσονι τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ᵉὁ ψ κύκλος τῶ εἰρημένω χωρίω. Περιγεγράφθω δὴ καὶ ἔςω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ εἰρημένον σχῆμα, μέγιςος μὲν ᶠὁ ΘΑΚ, ἐλάχιςος δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον ὧν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐςι τῶ κύκλω. Ἐκβεβλήσθωσαν ᵍ αἱ εὐθεῖαι αἱ ποτὶ τὸ Θ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ἐς τ᾽ ἂν ποτὶ τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν πεσῶντι. Ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, ὧν ἐςι μείζων μὲν ἁ ΘΑ, ἐλάσσων δὲ ἁ ΘΕ· καὶ ἐλαχίςα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ κύκλω ποτιπίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάςα ἴσα τᾷ μεγίςᾳ· καὶ ἀναγέγραπται ᵍἀπὸ πασῶν ὅμοιοι τομέες, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίςᾳ. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίςᾳ, ἐλάσσονές ἐντι ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Εἰσὶ δὲ ʰοἱ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίςᾳ ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ· οἱ δὲ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἴσοι τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Ἐλάσσων ἄρα ὁ ΑΖΗΙΚ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένω σχήματος ἢ ⁱτριπλασίων, τοῦ δὲ ψ κύκλω τριπλασίων. Ἐλάσσων ἄρα ὁ ψ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένω σχήματος. Οὔκ ἐςι δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα ἐςὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ, ἔλασσον τοῦ ψ κύκλω.

Οὐδὲ τοίνυν μεῖζον. Ἔςω γὰρ, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἔςι δὴ πάλιν δυνατὸν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα· ὥς τε τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ψ κύκλω. Ἐγγεγράφθω δή· καὶ ἔςω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται

ᵇ ὅτω πασῶν ᶜ ἐν ᾧ Ε ᵈ τῷ Ε ᵉ ὁ Ε ᶠ ὁ ΘΑΚ, ἔλασσον ἐςὶ τῶ Ε κύκλω. Ἐκβεβλήσθωσαν ᵍ ἀπὸ ʰ οἱ μὲν τομέες ⁱ τριπλασίω

τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΡΞ, ἐλάσσων δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον ὦν, τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τῶ ϙ κύκλω. Ἐκϐεϐλήσθωσαν δὴ αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τὸ Θ, ἐς τ' ἂν ποτὶ τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν πεσῶντι. Πάλιν ὦν ἐντὶ τινὲς γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπέπτωσαι,[k] ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, καί ἐστιν ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὴ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τῶ Θ ποτὶ τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ· καὶ ἀναγεγράφονται ἀπὸ πασᾶν ὅμοιοι τομέες, ἀπό τε τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ. Καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν [l]ὑπερεχουσᾶν, οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, μείζονές ἐντι ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐντὶ δὲ οἱ μὲν τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ, οἱ δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, ἴσοι τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. Μείζων ἄρα ὁ ΑΖΗΙ κύκλος, ἢ τριπλασίων τῶ ἐγγεγραμμένω σχήματος, τῶ δὲ ϙ κύκλω τριπλασίων. Μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϙ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένω σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων. Οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ μεῖζον τὸ χωρίον, τὸ ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας, τῶ ϙ κύκλω. Ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ περιλαφθέντι ὑπὸ τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας.

componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΡΞ, minimus vero ſector ΘΕΟ. Conſtat igitur inſcriptam figuram minorem eſſe quam circulum ϙ. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiant, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Rurſus igitur quædam ſunt lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ; quæ cum minima eſt, tum etiam æqualis exceſſui. Præterea aliæ quædam ſunt lineæ a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes, numero quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æqualis maximæ: deſcriptique ſunt ab omnibus ſimiles ſectores, tum ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque, tum etiam ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, majores ſunt quam tripli ſectorum, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a maxima. Hoc enim demonſtratum eſt. Qui autem ſectores ab æqualibus maximæ deſcribuntur, hi æquales ſunt circulo ΑΖΗΙ; quique deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a minima, hi ſunt æquales figuræ inſcriptæ. Circulus igitur ΑΖΗΙ major eſt quam triplus figuræ inſcriptæ; idemque triplus circuli ϙ. Major eſt igitur circulus ϙ quam figura inſcripta. Non eſt autem major, ſed minor. Non eſt igitur majus ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, quam circulus ϙ. Æqualis eſt igitur circulus ϙ ſpatio, quod ab helice, rectaque ΑΘ comprehenditur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κέ.

Χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβ΄. ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα· τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β΄ κύκλω, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρω τοῦ α΄ κύκλω, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνω τῶ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τῶ κέντρω τῶ β΄ κύκλω τᾶς ἐκ τοῦ κέντρω τοῦ α΄ κύκλω, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρω τῶ β΄ κύκλω.

PROP. XXV. Theor.

Spatium, quod ab helice ſecundo orbe deſcripta, rectaque ſecunda earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, eam rationem habet ad ſecundum circulum, quam habent ſeptem ad duodecim, quæ eadem eſt atque illa, quam habent hæc utraque; ſpatium, quod ſub ea, quæ ex centro ſecundi circuli, eaque, quæ ex centro primi, continetur; et tertia pars quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo ea, quæ ex centro ſecundi circuli, excedit eam, quæ ex centro primi; babent, inquam ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro ſecundi circuli.

[k] ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, καί ἐστιν ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλω περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, ex MS. [l] ὑπερεχουσᾶν

Sit helix ΑΒΓΔΕ secundo orbe descripta: et sit punctum Θ principium helicis: recta ΘΕ earum, quæ in orbis principio sunt, prima: recta vero ΑΕ earum, quæ sunt item in orbis principio, secunda. Circulus autem ΑΖΗΙ sit secundus, ejusque diametri ΑΗ, ΙΖ sese invicem ad rectos angulos secent. Oportet demonstrare spatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur, eam rationem habere ad circulum ΑΖΗΙ, quam habent septem ad duodecim.

Sit circulus aliquis ϛ, cujus ea, quæ ex centro, æqualis sit potestate spatio, quod sub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab ΑΕ describitur. Habebit igitur circulus ϛ ad circulum ΑΗΖΙ eam rationem, quam septem ad duodecim; eo quod ea, quæ ex ipsius centro, ad eam, quæ ex centro circuli ΑΖΗΙ potestate rationem habet eamdem. Jam demonstrabitur circulus ϛ æqualis esse spatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur. Si enim non est æqualis aut major est, aut minor. Sit primo, si fieri potest, major. Fieri autem potest, ut spatio plana figura circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut circumscripta figura major sit quam spatium spatio minore, quam quo circulus ϛ idem spatium excedit. Itaque circumscribatur: sectorumque, ex quibus circumscripta figura componitur, maximus quidem sit sector ΘΑΚ, minimus vero sector ΘΟΑ. Constat igitur circumscriptam figuram minorem esse quam circulum. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quousque in secundi circuli circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter sese invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima est ΘΑ, minima vero ΘΕ. Præterea aliæ sunt lineæ a puncto Θ in circuli ΑΖΗΙ circumferentiam incidentes, multitudine quidem una minores, quam illæ, magnitudine vero inter se invicem, maximæque æquales: descriptique sunt similes sectores tum ab æqualibus maximæ, tum ab æqualiter sese invicem excedentibus, præterquam ab ea, quæ minima est. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ describuntur, ad sectores, qui describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempto eo, qui describitur a minima, minorem

[m] Ἔστω ἕλιξ, ἐφ᾽ ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἁ δὲ ΘΕ εὐθεῖα ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἁ πρώτα· ἁ δὲ ΑΕ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἁ δευτέρα. Ὁ δὲ κύκλος ὁ ΑΖΗΙ ὁ δεύτερος ἔστω, καὶ αἱ ΑΗ, ΙΖ διάμετροι ποτ᾽ ὀρθὰς ἀλλάλαις. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας ποτὶ τὸν ΑΖΗΙ κύκλον λόγον ἔχει, ὃν τὰ ἑπτὰ ποτὶ ιβ'.

Ἔστω δή τις κύκλος ὁ ϛ, ἁ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ϛ κύκλου δυνάμει ἴσα τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ περιεχομένῳ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου. Ἕξει δὴ ὁ ϛ κύκλος ποτὶ τὸν ΑΗΖΙ, ὡς ἑπτὰ ποτὶ ιβ'· διότι καὶ ἁ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΖΗΙ κύκλου τοῦτον ἔχει δυνάμει τὸν λόγον. Δειχθήσεται ὧν ἴσος ὁ ϛ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας. Εἰ γὰρ μὴ, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἔστω δὴ πρότερον εἰ δυνατὸν, μείζων. Δυνατὸν δή ἐστι περὶ τὸ χωρίον [n] γεγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ ϛ κύκλος τοῦ χωρίου. Περιγεγράφθω· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ τομεὺς, ἐλάχιστος δὲ [o] ὁ ΘΟΛ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλαττόν ἐστι τοῦ κύκλου. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι ποτὶ τὸ Θ ἴσας γωνίας ἐς τ᾽ ἂν ποτὶ τὰν τοῦ δευτέρου κύκλου περιφέρειαν πέσωντι. Ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα [p] ποτιπεπτωκυῖαι, ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ, ἐπὶ τὰν τοῦ ΑΖΗΙ κύκλου περιφέρειαν ποτιπεπτωκυῖαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες ἑαυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τε ἴσαι καὶ τᾷ μεγίστᾳ· καὶ ἀναγεγράφονται [q] ὅμοιοι τομέες ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετρά-

[m] Ἔστω ἕλιξ, ἐφ᾽ ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ex MS. [n] περιγράψαι [o] ὁ ΘΟΔ [p] ποτιπίπτοντι [q] ὅμοιοι τομέες ὑπερεχουσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας οὐκ ἀναγέγραπται. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ &c.

γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐντὶ δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις καὶ τᾷ μεγίστᾳ, ἴσος ὁ ΑΖΗΙ κύκλος· τοῖς δὲ τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας, ἴσον τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ κύκλος ΑΗΖΙ ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ ποτὶ τὰ συναμφότερα· τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΑΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸν ϛ κύκλον. Ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν ϛ κύκλον. Ὥς τε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ϛ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ ϛ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας.

Οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Πάλιν οὖν δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας, [a] μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ ϛ κύκλου. Ἐγγεγράφθω οὖν· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΚΡ τομεὺς, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ ϛ κύκλου. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ποιοῦσαι ἴσας γωνίας ποτὶ τὸ Θ, ἕς τ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. Πάλιν οὖν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι· ὧν μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσους ἑαυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ·

[a] μεῖζον μὲν

rationem habent, quam quadratum, quod a maxima ΘA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod sub AΘ, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab AE. Hoc enim demonstratum est. Est autem sectoribus, qui ab æqualibus inter se invicem, maximæque describuntur, æqualis circulus AZHI: iis vero, qui describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempto eo, qui describitur a minima, æqualis est figura circumscripta. Minorem igitur rationem habet circulus AZHI ad figuram circumscriptam, quam quadratum, quod ab AΘ describitur, ad hæc utraque; spatium, quod sub AΘ, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab AE. Quam autem rationem habet quadratum, quod a ΘA describitur, ad spatium, quod sub ΘA, AE continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab AE, hanc habet circulus AZHI ad circulum ϛ. Minorem igitur rationem habet circulus AZHI ad figuram circumscriptam, quam ad circulum ϛ. Quare minor est circulus ϛ, quam figura circumscripta. Non est autem minor, sed major. Non est igitur major circulus, quam spatium, quod ab helice ABΓΔE, rectaque AE comprehenditur.

Neque vero est minor. Sit enim, si fieri potest, minor. Rursus fieri potest, ut spatio, quod ab helice, rectaque AE comprehenditur, plana figura inscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut spatium, quod ab helice ABΓΔE, rectaque AE comprehenditur, majus sit quam inscripta figura spatio minore, quam quo circulum ϛ idem spatium excedit. Itaque inscribatur: sectorumque, ex quibus inscripta figura componitur, maximus quidem sit sector ΘKP, minimus vero sector ΘEO. Constat igitur inscriptam figuram majorem esse quam circulum ϛ. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quousque in circuli circumferentiam incidant. Rursus igitur quædam sunt lineæ æqualiter sese invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima est ΘA, minima vero ΘE. Præterea aliæ sunt lineæ, a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes, multitudine quidem una minores, quam illæ, magnitudine vero inter se invicem, maximæque æ-

quales: descriptique sunt similes sectores tum ab æqualiter sese invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ. Sectores igitur, quæ ab æqualibus maximæ describuntur, ad sectores, qui describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempto eo, qui describitur a maxima, majorem rationem habent, quam quadratum, quod a ΘA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod sub AΘ, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab EA. Est autem sectoribus, qui describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempto eo, qui describitur a maxima, æqualis figura inscripta; cæteris vero sectoribus æqualis est circulus. Majorem igitur rationem habet circulus AZHI ad figuram inscriptam, quam quadratum, quod a ΘA describitur, ad spatium, quod sub ΘA, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab AE; hoc est circulus AZHI ad circulum ϛ. Major est igitur circulus ϛ, quam figura inscripta. Quod fieri non potest: erat enim minor. Neque igitur minor est circulus ϛ quam spatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque AE comprehenditur. Quare est æqualis.

Eodem modo demonstrabitur etiam spatium, quod ab helice rectaque ab eodem, a quo orbes, numero denominata comprehenditur, ad circulum ab eodem, a quo orbes, numero denominatum, eam rationem habere, quam hæc utraque; spatium, quod continetur sub ea, quæ ex centro circuli ab eodem, a quo orbes, numero denominati, eaque, quæ ex centro alterius circuli denominati a numero uno minore, quam a quo orbes; et tertia pars quadrati, quod ab excessu describitur, quo ea, quæ ex centro majoris, ad quadratum, quod describitur ab ea, quæ ex centro majoris circuli.

PROP. XXVI. Theor.

Spatium, quod comprehenditur ab helice, quæ uno orbe describitur, quæque terminum non habeat helicis principium, rectaque ab ejus terminis ad helicis principium ductis, ad sectorem, qui habeat eam, quæ ex centro, æqualem majori earum, quæ a terminis ad helicis principium ductæ sunt, circumferentiam vero eam, quæ interjicitur inter eas, quas diximus, rectas ad easdem helicis partes; eam habet rationem, quam hæc utraque; spatium, quod continetur sub rectis, quæ a terminis ad helicis principium ductæ sunt, et tertia pars quadrati, quod describitur ab excessu, quo rectarum, quas diximus major minorem excedit, ad quadratum, quod describitur a majore earum, quæ a terminis ad helicis principium ductæ sunt.

Sit helix ΑΒΓΔΕ, minor quam quæ uno orbe describitur; ejusque termini sint puncta A, E.

καὶ ἀναγεγράφαται ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ὅμοιαι τομέες, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ. Οἱ ἄρα τομέες, οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, ποτὶ τὰς τομέας τὰς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε περιεχόμενον ὑπό τε τᾶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΑ τετραγώνου. Ἔστι δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, ἴσον τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ, τοῖς δὲ ἑτέροις ὁ κύκλος. Μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου· τουτέστιν ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸν ϛ κύκλον. Μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϛ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον· ἦν γὰρ ἐλάσσων. Οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ ϛ κύκλος τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας. Ὥς τε ἴσος.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, καὶ διότι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένας, ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ποτὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγόμενον ταῖς περιφοραῖς, λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τῷ μὲν ἑνὶ ἐλάσσονα τᾶν περιφορᾶν λεγομένου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων [r] τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛʹ.

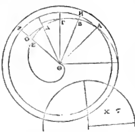
Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἃ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, τὰν δὲ περιφέρειαν ἃ [u] ἐστι μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἕλικι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας· πέρατα δὲ αὐτᾶς ἔστω

[s] τοῦ κατα μεν [r] τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων ex MS. [u] ἐστὶ τὸ μεταξύ.

τὰ Α, Ε. Ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ Θ Α, κύκλος γεγράφθω, καὶ συμπιπτέτω τᾷ περιφερείᾳ αὐτοῦ ἁ Θ Ε κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς Α Β Γ Δ Ε ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν Α Θ, Θ Ε, ποτὶ τὸν τομέα τὸν Α Θ Ζ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, [u] ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Α Θ, Θ Ε, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Ε Ζ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Α.

Ἔστω δὴ κύκλος, ἐν ᾧ Χ ϛ, τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσαν δυνάμει τῷ τε ὑπὸ τᾶν Α Θ, Θ Ε, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς Ε Ζ, ποτὶ δὲ τὸ κέντρον αὐτοῦ γωνία ἴσα [x] τᾷ ποτὶ τὸ Θ. Ὁ δὴ τομεὺς ὁ ϛ Χ ποτὶ τὸν τομέα τὸν Θ Α Ζ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν Α Θ, Θ Ε, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Ε Ζ τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Α τετράγωνον. Αἱ γὰρ ἐκ τῶν κέντρων τοῦτον ἔχοντι τὸν λόγον δυνάμει ποτ' ἀλλάλας. Δειχθήσεται δὴ ὁ Χ ϛ τομεὺς ἴσος ὢν τῷ χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Α Β Γ Δ Ε ἕλικος, καὶ τᾶν Α Θ, Θ Ε εὐθειᾶν. Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων, ἢ ἐλάσσων ἐστί. Ἔστω γὰρ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. Δυνατὸν οὖν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ εἰρημένου χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ ϛ Χ τομεὺς τοῦ εἰρημένου χωρίου. Περιγεγράφθω δή· καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μείζων μὲν ὁ Θ Α Η, ἐλάσσων δὲ ὁ Θ Ο Δ. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα [y] ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ Χ ϛ τομέως. Διήχθωσαν δὴ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τὸ Θ ἐς τὴν ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ Θ Α Ζ τομέως πεσῶντι. Ἐντὶ δή τινες εὐθεῖαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι· ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ Θ Α, ἐλαχίστα δὲ ἁ Θ Ε. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ [z] ἐλάσσονες τουτῶν, τῷ [a] δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ Α Θ Ζ τομέως περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, χωρὶς τᾶς Θ Ζ· καὶ ἀναγεγράφονται ὅμοιοι τομεῖς ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς Θ Ε οὐκ ἀναγέγραπται. Τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, ποτὶ



Sit autem principium helicis punctum Θ: et centro quidem Θ, intervallo vero Θ A circulus describatur, cujus circumferentiæ Θ E in puncto Z occurrat. Oportet demonstrare spatium, quod ab helice A B Γ Δ E, rectisque A Θ, Θ E comprehenditur, ad sectorem A Θ Z eam habere rationem, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub A Θ, Θ E continetur, et tertia pars quadrati, quod ab E Z describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ A.

Sit circulus, in quo X ϛ, æqualem habens potestate eam, quæ ex centro, spatio, quod sub A Θ, Θ E continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab E Z describitur; constituaturque ad ejus centrum angulus ei æqualis, qui ad punctum Θ constituitur. Sector igitur ϛ X ad sectorem Θ A Z eamdem habet rationem, quam habent spatium, quod sub A Θ, Θ E continetur, et tertia pars quadrati, quod ab E Z describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ A. Quæ enim ex eorum centris, eamdem inter se invicem potestate rationem habent. Jam demonstrabitur sector Z ϛ æqualis esse spatio, quod ab helice A B Γ Δ E, rectisque A Θ, Θ E comprehenditur. Si enim non est æqualis, aut major est, aut minor. Sit primo, si fieri potest, major. Fieri igitur potest, ut spatio, quod diximus, plana figura circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut circumscripta figura major sit, quam spatium, quod diximus, spatio minore, quam quo sector id, quod diximus, spatium excedit. Itaque circumscribatur: sectorumque, ex quibus circumscripta figura componitur, major quidem sit sector Θ A H, minor vero sector Θ O Δ. Constat igitur circumscriptam figuram minorem esse quam sectorem X ϛ. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quousque in sectoris Θ A Z circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter sese invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima est Θ A, minima vero Θ E. Præterea aliæ sunt lineæ, numero quidem unâ minores, quam illæ, magnitudine vero inter se invicem maximæque æquales, quæ a puncto Θ in helicen incidunt, dempta linea Θ Z: descriptique sunt ab omnibus similes sectores, tum ab æqualibus inter se invicem maximæque, tum ab æqualiter sese invicem excedentibus: ab ipsa vero Θ E nullus sector est descriptus. Sectores igitur, qui ab æqualibus inter se invicem maxi-

[u] ὃ ἔχει συναμφότερα   [x] τῷ πρὸς τὸ Θ   [y] Δυνατόν ἐστι   [z] ἐλάσσων   [a] δὲ ex MS.

mæque describuntur, ad sectores, qui describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempto eo qui describitur a minima, minorem rationem habent quam quadratum, quod a Θ A describitur, ad hæc utraque; spatium, quod sub A Θ, Θ E continetur, et tertia pars quadrati, quod describitur ab E Z. Est autem sectoribus, qui ab æqualibus inter se invicem maximæque describuntur, æqualis sector Θ A Z; iis vero, qui describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, æqualis est figura circumscripta. Minorem igitur rationem habet sector Θ A Z ad figuram circumscriptam, quam quadratum, quod a Θ A describitur, ad hæc utraque; spatium, quod sub Θ A, Θ E continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur a Z E. Quam autem rationem habet quadratum, quod a Θ A describitur ad hæc, quæ diximus, spatia, hanc habet sector Θ A Z ad sectorem X ς. Quare minor est sector X ς quam figura circumscripta. Non est autem minor, sed major. Non erit igitur sector X ς major quam spatium, quod ab helice A B Γ Δ E, rectisque A Θ, Θ E comprehenditur.

Neque vero erit minor. Sit enim, si fieri potest, minor; et alia eadem construantur. Rursus fieri potest, ut spatio plana figura inscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut spatium, quod diximus, majus sit quam inscripta figura spatio minore, quam quo sectorem X idem spatium excedit. Itaque inscribatur: sectorumque, ex quibus inscripta figura componitur, major quidem sit sector Θ B H, minor vero sector O Θ E. Constat igitur inscriptam figuram majorem esse quam sectorem X. Rursus autem quædam sunt lineæ æqualiter sese invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima est Θ A, minima vero Θ E. Præterea aliæ sunt lineæ a puncto Θ in sectoris Θ A Z circumferentiam incidentes, dempta linea Θ A, multitudine quidem unâ minores, quam illæ, magnitudine vero inter se invicem, maximæque æquales: descriptique sunt ab unaquaque similes sectores; a maxima vero æqualiter sese invicem excedentium nullus sector est descriptus. Sectores igitur, qui ab æqualibus inter se invicem, maximæque describuntur, ad sectores, qui describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempto eo, quod describitur a maxima, majorem rationem habent, quam quadratum, quod a Θ A describitur, ad spatium, quod sub Θ A, Θ E

τῶς τομέας τὼς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας τομέως, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς Θ A ποτὶ τὰ συναμφότερα, τάτε ὑπὸ τᾶν A Θ, Θ E, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς E Z τετραγώνω. Ἔστι δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, ἴσος ὁ Θ A Z τομεύς· τοῖς δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα. Ἐλάσσονα ὦν λόγον ἔχει ὁ Θ A Z τομεὺς ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Θ A ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Θ A, Θ E, καὶ τὸ τρίτον μέρος [b] τῶ ἀπὸ τᾶς Z E. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς Θ A ποτὶ τὰ εἰρημένα, τοῦτον τὸν λόγον ἔχει ὁ Θ A Z τομεὺς ποτὶ τὸν X ς τομέα. Ὥς τε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ X ς τομεὺς τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶν δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα ἔσται ὁ X ς τομεὺς μείζων τοῦ περιεχομένου χωρίου, ὑπό τε τᾶς A B Γ Δ E ἕλικος, καὶ τᾶν A Θ, Θ E εὐθειᾶν.

Οὐδὲ τοίνυν ἐλάττων. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. Πάλιν δὴ δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τῶ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ X τομέως. Ἐγγεγράφθω ὦν· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μείζων μὲν [c] ὁ Θ B H, ἐλάσσων δὲ ὁ O Θ E. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τῶ X τομέως. Πάλιν ὦν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι· ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ Θ A, ἐλαχίστα δὲ ἁ Θ E. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τῶ Θ ποτὶ τὰν τῶ Θ A Z τομέως περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, χωρὶς τᾶς Θ A, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες [d] τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει, ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσαι· καὶ ἀναγεγράφονται ἀπὸ τᾶς ἑκάστας ὅμοιοι τομεῖς· ἀπὸ δὲ τᾶς μεγίστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, οὐκ ἀναγέγραπται. Οἱ τομέες ὦν οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὼς τομέας, τὼς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Θ A ποτὶ τὸ ὑπὸ [e] τᾶν Θ A, Θ E, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ

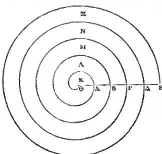
[b] τὸ ἀπὸ τᾶς [c] ὁ Θ B Γ ἐλάσσων δὲ ὁ Θ E [d] τῷ ἴσῳ [e] τᾶν Θ A, A E

τᾶς ΕΖ. [f] Ὡς τε καὶ ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ποτὶ τὸν Χ τομέα· ὥς τε μείζων ὁ Χ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένω σχήματος. Οὐκ ἐςὶ δὲ, ἀλλὰ ἐλάσσων. Οὐκ [g] ἄρα ἐςὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Χ τομεὺς τῶ περιεχομένω χωρίω, ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν. Ἴσος ἄρα.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ.

Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τᾶν ἑλίκων καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ, τὸ μὲν γ' τοῦ β' διπλάσιόν ἐςι, τὸ δὲ δ' τριπλάσιον, τὸ δὲ ε' τετραπλάσιον· καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον κατὰ τὰς ἑξῆς ἀριθμὼς πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρω χωρίω· τὸ δὲ α' χωρίον ἕκτον μέρος ἐςὶ τοῦ δευτέρω.

Ἔςω ἁ προκειμένα ἕλιξ ἔντε τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐν τᾷ δευτέρᾳ, καὶ ἐν ταῖς ἑπομέναις ὁποταισοῦν. Ἔςω ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον, ἁ δὲ ΘΕ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς. Τῶν δὲ χωρίων ἔςω τὸ μὲν Κ τὸ α'· τὸ δὲ Λ τὸ β'· τὸ δὲ Μ τὸ γ'· τὸ δὲ Ν τὸ δ'· τὸ δὲ Ξ τὸ ε'. Δεικτέον ὅτι τὸ μὲν Κ χωρίον ϛ' μέρος ἐςὶ τῶ ἑπομένω· τὸ δὲ Μ διπλάσιον τοῦ Λ· τὸ δὲ Ν τριπλάσιον τῶ Λ· καὶ τῶν ἑξῆς ἀεὶ τὸ ἑπόμενον πολλαπλάσιον τοῦ Λ, κατὰ τὼς ἑξῆς ἀριθμώς.



Ὅτι μὲν οὖν τὸ Κ ϛ' μέρος ἐςὶ τῶ Λ, [h] ὧδε δεδείκνυται. [i] Ἐπειδὴ τὸ ΚΛ χωρίον ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον δέδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβ'· ὁ δὲ β' κύκλος ποτὶ τὸν α' κύκλον, ὡς ιβ' ποτὶ τὰ τρία· δῆλον [k] γάρ ἐςιν· ὁ δὲ α' κύκλος ποτὶ τὸ Κ χωρίον ἔχει ὡς γ' [l] ποτὶ α'· ἕκτον ἄρα ἐςὶ τὸ Κ χωρίον [m] τοῦ Λ. Πάλιν δὲ καὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον ποτὶ τὸν γ' κύκλον δέδεικται ὅτι τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον, τό τε ὑπὸ ΓΘΒ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΓΒ τετραγώνω, ποτὶ τὸ ἀπὸ ΓΘ τετράγωνον. Ὁ δὲ γ' κύκλος ἔχει ποτὶ τὸν β' κύκλον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΒ. Ὁ δὲ β' κύκλος ἔχει ποτὶ τὸ ΚΛ χωρίον, ὃν τὸ ἀπὸ ΒΘ τετράγωνον πο-

continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab EZ. Quare etiam sector ΘAZ ad figuram inscriptam majorem habet rationem, quam ad sectorem X; ideoque major est sector X quam figura inscripta. Non est autem major, sed minor. Neque igitur minor est sector X quam spatium, quod ab helice ABΓΔE, rectisque AΘ, ΘE comprehenditur. Æqualis est igitur.

PROP. XXVII. Theor.

Spatiorum, quæ ab helicibus, rectisque, quæ in orbe sunt, comprehenduntur, tertium quidem secundi duplum est; quartum vero triplum; quintum denique quadruplum: atque ita porro, quod sequitur, spatium secundum numeros, qui hos consequuntur, multiplex est secundi spatii; primum autem spatium sexta pars est spatii secundi.

Sit proposita helix tum primo orbe descripta, tum secundo, tum cæteris quotlibet: et principium quidem helicis sit punctum Θ, principium vero orbis recta ΘE. Spatiorum autem primum sit K; secundum Λ; tertium M: quartum N; quintum Ξ. Oportet demonstrare spatium K sextum esse partem ejus, quod sequitur: spatiique Λ spatium quidem M esse duplum; spatium vero N esse triplum: atque ita porro, quod sequitur, spatium multiplex esse ipsius Λ secundum numeros, qui hos consequuntur.

At vero spatium K sextam esse partem spatii Λ hoc pacto demonstrabitur. Quoniam spatium KΛ ad secundum circulum eam rationem habere demonstratum est, quam habent septem ad duodecim: secundus autem circulus eam habet ad primum, quam duodecim ad tria: hoc enim patet: et adhuc primus circulus habet eam ad spatium K, quam tria ad unum: ideo spatium K sexta pars est spatii Λ. Rursus spatium KΛM ad tertium circulum eam rationem habere demonstratum est, quam habent hæc utraque: spatium, quod sub ΓΘB continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΓB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ. Tertius autem circulus eam habet ad secundum, quam quadratum, quod a ΓΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB. Et secundus circulus habet eam ad spatium KΛ, quam quadratum, quod a BΘ describitur, ad hæc utraque spatium, quod sub

[f] ἴσω [g] ἄρα ex MS. [h] ὡς [i] ἐπεὶ [k] γὰρ ὅτι [l] ϛ' ἄρα [m] τῶ Α

Β Θ, Θ Α continetur, et tertiam partem quadrati, quod ab Α Β describitur. Igitur etiam spatium Κ Λ Μ ad spatium Κ Λ eam habet rationem, quam spatium, quod sub Γ Θ, Θ Β continetur, et tertia pars quadrati, quod a Γ Β describitur, ad spatium, quod continetur sub Β Θ, Θ Λ, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab Α Β. Hæc autem spatia eam habent rationem inter se invicem, quam unde viginti ad septem. Quare etiam spatium Κ Λ Μ ad spatium Λ Κ eam rationem habet, quam undeviginti ad septem. Ipsum igitur spatium ad spatium Κ Λ eam rationem habet, quam duodecim ad septem. Habet autem spatium Κ Λ ad spatium Λ eam rationem, quam septem ad sex. Constat igitur spatium Μ spatii Λ esse duplum. Quæ autem sequuntur spatia eam rationem habere, quam numeri, qui sese invicem consequuntur, hoc pacto demonstrabitur. Spatium enim Κ Λ Μ Ν ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipsa est Θ Ε eam habet rationem, quam habent hæc utraque: spatium, quod sub Ε Θ, Θ Δ continetur, et tertia pars quadrati, quod a Δ Ε describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ Ε. Circulus autem, cujus ea, quæ ex centro, ipsa est Θ Ε, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipsa est Θ Δ, eam habet rationem, quam quadratum, quod a Θ Ε describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ Δ: et circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsa est Θ Δ, ad spatium Κ Λ Μ Ν, eam habet rationem, quam quadratum, quod a Θ Δ describitur, ad hæc utraque: spatium, quod sub Θ Δ, Θ Γ continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur a Δ Γ. Igitur etiam spatium Κ Λ Μ Ν Ξ ad spatium Κ Λ Μ Ν eam habet rationem, quam spatium, quod sub Θ Ε, Θ Δ continetur, et tertia pars quadrati, quod a Δ Ε describitur, ad spatium, quod continetur sub Δ Θ, Θ Γ et tertiam partem quadrati, quod describitur a Δ Γ. Et dividendo, spatium Ξ ad spatium Κ Λ Μ Ν eam habet rationem, quam excessus, quo spatium, quod sub Ε Θ, Θ Δ continetur, una cum tertia parte quadrati, quod ab Ε Δ describitur, excedit spatium, quod continetur sub Θ Δ, Δ Γ, una cum tertia parte quadrati, quod describitur a Δ Γ, ad spatium, quod continetur sub Θ Δ, Θ Γ, et tertiam partem quadrati, quod describitur a Δ Γ. Utraque autem ea spatia excedunt hæc utraque eo, quo spatium, quod sub Ε Θ, Θ Δ continetur, excedit spatium, quod continetur sub Δ Θ Γ; hoc est spatio, quod continetur sub Δ Θ, Γ Ε. Spatium igitur Ξ ad spatium Κ Λ Μ Ν eam habet rationem, quam spatium, quod sub Θ Δ, Γ Ε continetur, ad spatium, quod continetur sub Δ Θ, Θ Γ, et tertiam partem quadrati, quod describitur a Γ Δ. Eadem ratione demonstrabitur etiam spatium Ν ad spatium Κ Λ Μ eam rationem habere, quam spatium quod sub Θ Γ, Β Δ continetur, ad hæc utraque: spatium, quod conti-

τὸ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Β Θ, Θ Α, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς Α Β τετραγώνω· καὶ τὸ Κ Λ Μ ἄρα ποτὶ τὸ Κ Λ λόγον ἔχει ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Γ Θ, Θ Β, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς Γ Β ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Β Θ, Θ Λ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Α Β. Ταῦτα δὲ ἔχει λόγον ποτὶ ἄλλαλα, ὃν ιθ′ ποτὶ τὰ ζ. Ὡς τὸ καὶ τὸ Κ Λ Μ χωρίον ποτὶ τὸ Λ Κ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ιθ′ ποτὶ τὰ ζ. Αὐτὸ ἐν τὸ Μ ποτὶ τὸ Κ Λ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ιβ′ ποτὶ [a] τὸ ζ. Τὸ δὲ Κ Λ ποτὶ τὸ Λ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ζ ποτὶ τὰ ϛ′. Δῆλον ὦν ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ Μ τοῦ Λ. Ὅτι δὲ τὰ ἑπόμενα τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχει, δειχθήσεται. Τὸ γὰρ Κ Λ Μ Ν Ξ, ποτὶ τὸν κύκλον [b] ὅ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ Θ Ε, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τᾶν Ε Θ, Θ Δ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς Δ Ε τετραγώνω, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Ε τετράγωνον. Ὁ δὲ κύκλος [c] ὅ ἐστιν ἐκ τῶ κέντρω ἁ Θ Ε, ποτὶ τὸν κύκλον ὅ ἐστιν ἐκ τῶ κέντρω ἁ Θ Δ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Ε τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Δ τετράγωνον. Ὁ δὲ κύκλος ὅ ἐστιν ἀπὸ τῶ κέντρω ἁ Δ Θ, ποτὶ τὸ Κ Λ Μ Ν χωρίον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Δ τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Θ Δ, Θ Γ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Δ Γ τετραγώνω. Καὶ τὸ Κ Λ Μ Ν Ξ ἄρα, ποτὶ τὸ Κ Λ Μ Ν λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Θ Ε, Θ Δ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς Δ Ε, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Δ Θ, Θ Γ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς Δ Γ. Διελόντι, καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Κ Λ Μ Ν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπεροχά, τοῦ τε ὑπὸ Ε Θ, Θ Δ μετὰ τοῦ τρίτω μέρεος τῶ ἀπὸ τᾶς Ε Δ, καὶ τῶ ὑπὸ Δ Θ, Θ Γ, μετὰ τοῦ τρίτω μέρεος, τοῦ ἀπὸ τᾶς Δ Γ ποτί τε τὸ ὑπὸ τᾶν Δ Θ, Θ Γ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Δ Γ. Ὑπερέχει δὲ τὰ συναμφότερα τῶν συναμφοτέρων, ᾧ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ε Θ, Θ Δ, τοῦ ὑπὸ τᾶν Δ Θ, Θ Γ. Ὑπερέχει δὲ τῷ ὑπὸ τᾶν Δ Θ, Γ Ε. Τὸ Ξ ἄρα ποτὶ τὸ Κ Λ Μ Ν λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Δ Θ, Ε Γ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Δ Θ, Θ Γ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Γ Δ τετραγώνω. Διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ Κ Λ Μ χωρίον, λόγον ἔχον τοῦτον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Θ Γ, Β Δ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ Γ Θ Β, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ Γ Β τετραγώ-

[a] τὰ Ζ [b] ὅτως [c] ὅτως ἐστὶν

νυ. Τὸ Ν ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ καὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ. Καὶ ἀνάπαλιν. Ταῦτα δὲ ἴσα ἐντὶ τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου· τὸ δὲ ΚΛΜΝ ποτὶ τὸ Ν, ὃν τὰ συναμφότερα, τότε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ· ἔχει ἄρα καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ, ποτὶ τὸ ὑπὸ [q] τᾶν ΘΓ, ΔΒ. Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ· ἐπεὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΓΕ, ΒΔ. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ Μ τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἁ ΘΓ ποτὶ τὰν ΘΒ· καὶ τὸ Μ ποτὶ τὸ Λ, ὃν ἁ ΒΘ ποτὶ τὰν ΛΘ. Αἱ δὲ ΕΘ, ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, ΛΘ εὐθεῖαι, τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχοντι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κη'.

Αἴκα ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθῶντι, μὴ τὰ πέρατα, ἀπὸ δὲ τῶν λαφθέντων σαμείων ἐπιζευχθῶντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήμασι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος κύκλοι γραφέωντι· τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν τᾶς μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς ἕλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν, ὃν ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, μετὰ δύο [r] τριτημοριῶν τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, μετὰ ἑνὸς τριτημορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔ [s] μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ λελάφθω ἐπ' αὐτᾶς δύο σαμεῖα τὰ Α, Γ, ὡς τε τὸ Θ σαμεῖον ἀρχὰν εἶμεν τᾶς ἕλι-

[q] τᾶν ΘΔΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓΔΒ· τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΓΕ [r] τριτημορίων [s] μία περιφορᾷ

netur sub ΓΘΒ, et tertiam partem quadrati, quod describitur a ΓΒ. Spatium igitur N ad spatium KAMN eam habet rationem, quam spatium, quod sub ΘΓ, ΒΔ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΘΓ, ΘΒ, et tertiam partem quadrati, quod describitur a ΓΒ, et amplius spatium, quod continetur sub ΘΓ, ΒΔ. Et convertendo. Hæc autem spatia æqualia sunt spatio, quod sub ΔΘ, ΘΓ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod a ΓΔ describitur. Quoniam igitur spatium Ξ ad spatium KAMN eam habet rationem, quam spatium, quod sub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub ΔΘΓ, et tertiam partem quadrati, quod describitur a ΓΔ: et spatium KAMN ad spatium N habet eam, quam spatium, quod sub ΔΘΓ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΓΔ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΘΓ, ΔΒ: ideo spatium Ξ ad spatium N eam habet rationem, quam spatium, quod sub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΘΓ, ΔΒ. Spatium autem quod sub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΘΓ, ΔΒ, eam habet rationem, quam ΘΔ ad ΘΓ; quoniam ΓΕ, ΒΔ æquales sibi invicem sunt. Manifestum est igitur etiam spatium Ξ ad spatium N eam habere rationem, quam ΘΔ ad ΘΓ.

Pariter autem demonstrabitur etiam spatium N ad spatium M eam habere rationem, quam ΘΓ ad ΘΒ: et spatium M ad spatium A, quam ΒΘ ad AΘ. Rectæ autem ΕΘ, ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, AΘ eam rationem habent, quam numeri, qui sese invicem consequuntur.

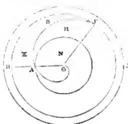
PROP. XXVIII. Theor.

Si in helice quolibet orbe descripta duo puncta sumantur, quæ non sint ipsius termini, ducanturque a punctis, quæ modo sumpsimus, rectæ ad principium helicis; describanturque circuli centro quidem principio helicis, intervallis vero rectis ad principium helicis ductis: spatium, quod comprehenditur tum a majore circumferentia, quæ inter rectas interjicitur, tum ab helice, quæ interjicitur inter easdem rectas, rectaque producta; eam rationem habebit ad spatium, quod comprehenditur tum a minore circumferentia, tum ab eadem belice, rectaque terminos earum jungente, quam habet ea, quæ ex centro minoris circuli, cum duabus tertiis partibus excessus, quo ea, quæ ex centro majoris circuli, excedit eam, quæ ex centro minoris, ad eam, quæ ex centro minoris, una cum tertia ejusdem excessus parte.

Sit helix ΑΒΓΔ uno orbe descripta, et sumantur in ea duo puncta A, Γ; sitque punctum Θ principium helicis. Ducantur autem rectæ a

punctis A, Γ ad punctum Θ: et centro quidem puncto Θ, intervallis vero rectis Θ A, Θ Γ circuli describantur. Oportet demonstrare spatium Ξ ad spatium Π eamdem rationem habere, quam habet utraque recta; Θ A, et duæ tertiæ partes rectæ H A, ad rectam utramque; Θ A, et tertiam partem ipsius H A.

Spatium enim N Π ad sectorem H Γ Θ eam rationem habere demonstratum est, quam habet spatium, quod sub H Θ, A Θ continetur, et tertia pars quadrati, quod ab A H describitur, ad quadratum, quod describitur ab H Θ. Spatium igitur Ξ ad spatium N Π eam habet rationem, quam spatium, quod sub Θ A H continetur, una cum duabus tertiis partibus quadrati, quod a H A describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub A Θ H, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab H A. Et quoniam spatium N Π ad sectorem N Π Ξ eam habet rationem, quam habent hæc utraque: spatium, quod sub Θ A, Θ H continetur, et tertia pars quadrati, quod ab H A describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ H; sector autem N Π Ξ ad sectorem N eam habet, quam quadratum, quod a Θ H describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ A: habebit etiam spatium N Π ad sectorem N eamdem rationem, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub Θ A, Θ H continetur, et tertia pars quadrati, quod ab H A describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ A. Spatium igitur N Π ad spatium Π eam rationem habet, quam hæc utraque; spatium, quod sub H Θ A continetur, et tertia pars quadrati, quod ab H A describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub H A, Θ A, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab H A. Quoniam igitur spatium Ξ ad spatium N Π eam habet rationem, quam hæc utraque; spatium, quod sub Θ A H continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab H A describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub H Θ A, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab H A: spatium autem N Π ad spatium Π habet eam, quam hæc utraque; spatium, quod sub H Θ A continetur, et tertia pars quadrati, quod ab H A describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub H A Θ, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab H A: habebit etiam spatium Ξ ad spatium Π eamdem rationem, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub Θ A, H A continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab H A describitur, ad hæc utraque; spatium,



κος. Καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζεύχθωσαν εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήμασι δὲ ταῖς Θ Α, Θ Γ, κύκλοι γεγράφθωσαν. Δεικτέον ὅτι τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Π τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἁ Θ Α, καὶ δύο τριταμόρια τᾶς Η Α ποτὶ συναμφότερον [t] τάν τε Θ Α, καὶ ἓν τριταμόριον τᾶς Η Α.

Τὸ γὰρ χωρίον τὸ Ν Π ποτὶ τὸν Η Γ Θ τομέα δέδεικται τοῦτον [u] ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τό τε ὑπὸ τᾶν Η Θ, Α Θ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Α Η τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Η Θ τετράγωνον. Αὐτὸ ἄρα τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν Π τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν Θ Α Η μετὰ δύο τριταμοριῶν τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α τετραγώνου, ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Α Θ Η, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α. Καὶ ἐπεὶ τὸ Ν Π χωρίον ποτὶ τὸν Ν Π Ξ τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Θ Α, Θ Η, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Η τετράγωνον, [w] ὁ δὲ Ν Π Ξ τομεὺς ποτὶ τὸν Ν τομέα ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Η ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Α· ἕξει καὶ τὸ Ν Π χωρίον ποτὶ τὸν Ν [x] τομέα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ Θ Α, Θ Η, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α, ποτὶ τὸ ἀπὸ Θ Α. [y] Τὸ ἄρα Ν Π χωρίον ποτὶ τὸ Π λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Η Θ Α, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ [z] ἀπὸ τᾶς Η Α, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [a] τᾶν Η Α, Θ Α, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α τετραγώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Ν Π τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ Θ Α Η, καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α τετραγώνου, ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Η Θ Α, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α· τὸ δὲ Ν Π χωρίον ποτὶ τὸ Π τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Η Θ Α, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α τετραγώνου, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Η Α Θ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α τετραγώνου· ἕξει καὶ τὸ Ξ [b] χωρίον ποτὶ τὸ Π τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Θ Α, Η Α, καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Θ Α, Η Α, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α. Τὰ δὲ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [c] τᾶν Θ Α,

[t] τούτεστι Η Θ, καὶ ἓν τριταμόριον τᾶς Μ Α [u] ἔχειν [w] ὁ δὲ Ν Η Ξ [x] In MS. τομέα deest. [y] τὸ ἄρα Ν Π πρὸς τὸ Π Λ [z] ἀπὸ τᾶς Μ Α συναμφότερον [a] τᾶν Η Α, Θ Ε [b] In MS. χωρίον deest. [c] τᾶν Θ Η, Η Α

Η Α, ϗ δύο τριταμόρια τῶ ἀπὸ τᾶς Η Α, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [d] τᾶν Θ Α, Η Α ϗ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς Η Α τετραγώνω, τῶτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, [e] ἅτε Θ Α ϗ δύο τριταμόρια τᾶς Η Α, ποτὶ συναμφοτέραν, [f] τάν Θ Α, ϗ τὸ τρίτον μέρος τᾶς Η Α. Δῆλον ὦν ὅτι ϗ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Ν χωρίον τῶτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα, [g] ἅτε Θ Α, καὶ δύο τριταμόρια τᾶς Η Α, ποτὶ συναμφότερον, [h] τὰν Θ Α, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς Η Α.

quod continetur fub Θ A, H A, et tertiam partem quadrati, quod defcribitur ab H A. Utraque autem hæc; fpatium, quod fub Θ A, H A continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab H A defcribitur, ad hæc utraque; fpatium, quod continetur fub Θ A, H A, et tertiam partem quadrati, quod defcribitur ab H A, eam habent rationem, quam habet utraque; recta Θ A et duæ tertiæ partes rectæ H A, ad rectam utramque; Θ A, et tertiam partem ipfius H A. Manifeftum eft igitur etiam fpatium Ξ ad fpatium N eam habere rationem, quam utraque; recta Θ A et duæ tertiæ partes rectæ H A, ad rectam utramque; Θ A, et tertiam partem ipfius H A.

[d] τᾶς Θ Η Α   [e] ἅτι Θ Η   [f] τὰν Θ Η   [g] ἅτε Θ Η   [h] τὰν Θ Η

IN MS. SCHOLIUM ITA SE HABET.

"Ινα δὲ ϗ τῶν ἀριθμῶν, ἀκολούθως τῇ λέξει σαφηνισθῇ τὸ θεώρημα, ὑποκείσθω τὰ αὐτὰ ϗ οἱ (ἀριθμοὶ) ιε ὑπογεγράφθωσαν ὡς ὑπόκειται σὺν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς εἶναι, ϗ πρόδηλον εὑρεῖν τὰ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχόντων μετὰ τῶν ἀπὸ Ι Κ Λ Μ Ν Ξ Ο ϗ τῦ ἀπὸ τῆς α' Α Χ Λ Β. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν Ω Ι Σ. δῆλον ὦν τὸ λεγόμενον. Αὐτὸν ἐπιδεῖξαι βούλεται ὅτι τὰ δὶς ὑπὸ πάντα μετὰ τῶν ἀπὸ Ι Κ Λ Μ Ν Ξ Ο τῦ ἀπὸ τῆς Β, ϗ πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν, ἴσον ἐςὶ τοῖς πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν ϗ ἔςιν μὲν αὐτὸ τῷ ὑποκειμένων τῶν ἀριθμῶν πρόχειρον. ὁ δέ γε Ἀρχιμήδης, γραμμικῶς αὐτὸ βουλόμενος δεῖξαι, μετάγει τὸν λόγον ϗ φησίν. ἐπεὶ δύο μὲν τὰ ὑπὸ τῶν Β Ι περιεχόμενα ἴσα τῷ ὑπὸ τῆς διπλασίας τῆς Β ϗ τῆς Θ ϗ τὰ ἑξῆς. φανερὰ δὲ ταῦτα ἀναγεγράφαντί σοι τὰ χωρία. δῆλον δὲ ὅτι ϗ οἱ (ἀριθμοὶ) ιε ἀπαντήσουσιν, ὡς γὰρ ἐπὶ τῦ δὶς ὑπὸ Β Ι ἐςί. ὁ μὲν Β Ι Δ. ἡ δὲ Ι Β. ὥς τε ϗ τὸ ὑπ' αὐτῶν γίνεται τε'. ϗ ἴςι ὁ Β Ι Δ. ὁ ἄρα διπλῦ Κ Η ἐπὶ τὸν Β, διὰ τὸ ἴσον εἶναι τῦ Ι. τῆς Θ γάρ. ὁμοίως δὲ ἡ τετραπλῦ τῆς Γ Ν ϛ Γ Χ Μ Ν. ἡ δὲ ἑξαπλῦ τῆς Δ Γ Χ Ξ. ὁ δὲ ὀκταπλῦ τῆς Ε Γ Χ Ξ Δ ϗ ἐφεξῆς ὑπόκειται, ὥς ἡ τε ἐκ πασῶν τῆς τε διπλῆς ϗ τετραπλῆς ϗ ἑξαπλῆς ϗ τῶν λοιπῶν Θ. τῦ δὲ γράμματι Γ Χ Τ Λ Σ. εἶτα πάλιν. τὰ ὦν Σ Μ Ν πάντα περιληφθέντα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ, ϗ τας ἴσας. πάσαις ταῖς Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ ἐστοῦται ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, ϗ τᾶς ἴσας πάσαις, ταῖς Α ϗ τὰ τριπλασία τῆς Β καὶ ἑξῆς' ἐπεὶ γὰρ λέγων τὸ δὶς ὑπὸ τᾶς Β καὶ τετραπλῶς τῆς Γ, ϗ ἑξῆς ἐπάγει ἐν αὐτοῖς τῷ τε ὑπὸ τῆς Θ ϗ τῆς ἴσης πάσαις τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν, ὅθεν ὕστερον, ὁ ὄντι τῦ διπλῦ τῆς Β, ἐπάγει καὶ ἅπαξ, ὡς γίνεσθαι τριπλῶν, καὶ τῦ τετραπλῦ τῆς Γ, ἐπάγει καὶ πέμπτον, καὶ ἑξῆς ὁμοίως, γχ ὦν ὡς εἴρηται ἡ διπλῦ τῆς Β. καὶ τετραπλῦ τῆς Γ καὶ ἑξῆς τῶν λοιπῶν Τ Λ Σ. καὶ ἔςι ὁ Θ Β τὸ ὑπόδηλον ὅτι Χ Ο Β. ὁ δὲ ἴσοι πάσαις ταῖς τῷ ἴσῳ ἀλλήλαις ὑπερεχουσῶν Γ Χ Ο Β Α ἐπὶ τὸν Β Γ Χ Ρ Μ Δ, μετὰ τῶν Χ Ο Β Γ Χ Ω Ι Σ. ὁ δὲ τριπλῦ τῦ Β Γ Χ Μ Β. καὶ ἑξῆς ὡς ὑπόκειται. ἔςι ὦν ὁ συγκείμενον ἐκ τῆς Α καὶ τῆς τριπλῆς τῆς Β, καὶ πενταπλῆς. καὶ τῶν ἑξῆς Γ Η τὸν δὺο Γ Χ Ω Ι ϛ ὥσπερ ἐςὶ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ.

α	β	ι	γ	κ	δ	λ	ε	μ	ζ	ν	η	ξ	θ	ο
Μ ιε'	Μ ιδ'	Μ ζ	Μ ιβ.	Μ θ	Μ ι.	Μ ϛ'	Μ α'	Μ ϛ	Μ ϛ'.	Μ ι'	Μ δ'	Μ ιβ	Μ	Μ ιδ'
αΜ σνε'	αΜ ρμϛ'.	αΜ Δ'.	αΜ ϛΜ δ'	αΜ ιϛ'	αΜ ϛ''	αΜ λϛ'	αΜ ξδ'	αΜ ξδ'	αΜ λϛ'	αΜ ϛ''	αΜ ιϛ'	αΜ ϛμδ'	αΜ Δ	αΜ ρμϛ'

Δὶς ν Μ ρϛ' — δὶς ν Μ ηϛ' — Δὶς ν Μ ριχ' — Δὶς ν Μ ρχα' — Δὶς ν Μ ρχ' — Δὶς ν Μ ηϛ' — Δὶς ν Μ γϛ'

ὁ διπλῦ τῆς β' ὁ τετραπλῦ τῆς γ' ὁ ἑξαπλῦ τῆς δ' ὁ ὀκταπλῦ τῆς ε' ὁ δεκαπλῦ τῆς ζ' ὁ δωδεκαπλῦ τῆς η', ὁ τεσσαρεσκαιδεκαπλῦ τῆς θ'

Μ κα' — Μ Μα' — Μ ξ — Μ ξδ' — Μ ξ — Μ Μα' — Μ κα'

θ ἐκ πασῶν συνάγεται Τ Λ Σ ἐςὶ τὰ δὺο μετὰ τῦ ὑπὸ Θ Κ τῆς ἴσης πάσαις τῶν ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν

ἴσως ρμδ' ι' (forte γίνεται) Μ ωϛ'

ὁ γ' τῆς β', Μ, ὁ ε' τῆς γ' Μ ὁ ζ' τῆς δ' Μ ὁ θ τῆς ε' Μ ὁ ια' τῆς ζ' ὁ ἰγ' τῆς η' ὁ ιε τῆς θ

μβ' — ξ — π' — ϙβ' — Μ ξε' — Μ οβ' — Μ κ'

θ ὁ ἐκ πασῶν συγκειμένων τριπλῶν τε ϗ πενταπλῶν ϗ τῶν λοιπῶν Μ ῦ Ν ἐπὶ τὰ δὺο (forte γίνεται) ωϛ'.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ
ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE CONOIDIBUS
ET SPHÆROIDIBUS.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

ΑΠΟΣΤΕΛΛΩ τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξιας, ὧν οὐκ εἶχες ἐν τοῖς πρότερον ἀπεςαλμένοις, καὶ ἄλλων ὕςερον ποτὶ ἐξευρημένων· ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχειρήσας ἐπισκέπτεσθαι, δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι, τὰς εὑρεσίας αὐτῶν [a] ἠπόρησα· διόπερ οὐδὲ συνεξεδόθεν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. Ὕςερον δὲ ἐπιμελέςερον ποτ' αὐτοῖς γενόμενος, ἐξεῦρον τὰ ἀπορηθέντα. Ἦν δὴ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρημάτων περὶ τῷ ὀρθογωνίω κωνοειδέος προβεβλημένα· τὰ δὲ νῦν ἐστὶ ποτ' ἐξευρημένα περί τε ἀμβλυγωνίω κωνοειδέος, καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ μὲν παραμάκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω. Περὶ μὲν ὦν τῷ ὀρθογωνίω κωνοειδέος, [b] ὑπέκειντο τάδε.

Αἴκα ὀρθογωνίω κώνω τομὰ, μενέσας τᾶς διαμέτρω, περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τῷ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς, ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι· καὶ ἄξονα μὲν αὐτῷ [c] τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον καλεῖσθαι· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς τῷ κωνοειδέος ἐπιφανείας. Καὶ αἴκα τῷ ὀρθογωνίω κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν [d] ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τῷ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τῷ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τῷ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τῷ κωνοει-

[a] ἀπίςευσα [b] Sic MS. [c] τὰν ΜΑ μὲν ἄκραν [d] ἀποτμῇ τὶ τμᾶμα

ARCHIMEDES DOSITHEO SALUTEM.

MITTO tibi conſcriptas in hoc libro reliquorum theorematum demonſtrationes, quas inter priores jam miſſas non habuiſti; aliorumque item, quæ poſtea inventa ſunt: quæ quidem cum antea ſæpe aggreſſus eſſem perſcrutari, multumque difficultatis habere viderentur, diu animo perpendi: atque hoc in cauſa fuit, cur hæc ipſa, quæ propoſita erant, una cum aliis edita non ſint. Cum enim ſubinde animum diligentius intendiſſem, ea de quibus dubitaveram, tandem inveni. Quæ autem reliqua erant ex prioribus theorematibus, ea ad rectangulam conoiden pertinebant: quæ vero nunc inventa ſunt, ea pertinent ad conoiden obtuſiangulam, figuraſque ſphæroideas; quarum aliquas quidem longas, aliquas vero latas voco. Itaque de rectangula conoide hæc poſita erant.

Si rectanguli coni ſectio, manente diametro, circumacta eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; quæ a rectanguli coni ſectione figura comprehenditur, hanc rectangulam conoiden vocari: et axem quidem ipſius manentem diametrum; verticem vero punctum, in quo axis conoidis ſuperficiem contingit. Et ſi rectangulam conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum aliquod ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſim quidem vocari planum, quod a conoidis ſectione in eo, quod ſecat, plano comprehenditur; verticem vero punctum, in quo planum alterum conoiden contingit; axem denique rectam, quæ abſcinditur in ſegmento ab ea, quæ a vertice ſegmenti ducta fuerit conoidis axi parallela. Hæc autem contemplanda

3 T

proponebantur. Cur si rectangulæ conoidis segmenta plano secentur ad axem recto, segmentum, quod sectum est, sesquialterum sit coni, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem. Et cur si duo rectangulæ conoidis segmenta planis secentur utcunque actis; segmenta, quæ secta sunt, duplam suarum axium inter se invicem rationem habeant. At de obtusiangula conoide hæc ponebamus. Si in eodem plano sint obtusianguli coni sectio, ejusque diameter, lineæque, quæ obtusianguli coni sectioni proximæ sunt; planum autem, in quo sunt lineæ, quas diximus, manente diametro, circumactum eodem restituatur, unde moveri cœpit; manifestum esse fore ut lineæ, quæ obtusianguli coni sectioni proximæ sunt, conum isoscelem comprehendant; cujus vertex erit punctum, in quo lineæ proximæ concurrunt; axis vero manens diameter. Ac figuram quidem, quæ ab obtusianguli coni sectione comprehenditur, obtusiangulam conoiden vocari; axem vero ipsius manentem diametrum; verticem denique punctum, in quo axis conoidis superficiem contingit. Ad hæc conum, qui a lineis, quæ obtusianguli coni sectioni proximæ sunt, comprehenditur, continentem conoiden vocari: quæ autem recta inter verticem conoidis, et verticem coni conoiden continentis interjicitur, hanc vocari appositam ad axem. Et si obtusiangulam conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis segmentum secet; segmenti, quod sectum est, basim quidem vocari planum, quod a conoidis sectione in eo, quod secat, plano comprehenditur; verticem vero punctum, in quo planum conoiden contingit; axem denique rectam, quæ abscinditur in segmento ab ea, quæ ducta fuerit per verticem conoidis, et verticem coni conoiden continentis: quæ autem inter vertices, quos diximus, recta interjicitur, hanc vocari appositam ad axem. Omnes conoides rectangulæ similes utique sunt: obtusiangularum vero conoidum eæ vocentur similes, quarum et coni continentes similes sunt. Hæc autem contemplanda proponuntur. Cur si obtusiangulæ conoidis segmenta plano secentur ad axem recto; segmentum, quod sectum est, ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum axi segmenti, tum triplæ rectæ appositæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi segmenti, tum duplæ rectæ ad axem appositæ. Et cur si obtusiangulæ

δέος· ἄξονα δὲ τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κωνοειδέος. Προεβάλλοντο δὲ τάδε θεωρῆσαι. Διατί αἴκα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμάματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Καὶ διατὶ αἴκα ἀπὸ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμάματα διπλάσιον λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων. Περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑποτιθέμεθα μὲν τάδε. Αἴκα ἐν ἐπιπέδῳ ἐόντι ἀμβλυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ [e] ἁ διάμετρος αὐτᾶς, καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου [f] κώνου τομᾶς· μενούσας δὲ τᾶς διαμέτρου, περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ εἰρημέναι γραμμαὶ, ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, αἱ μὲν ἔγγιστα εὐθεῖαι τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, δῆλον ὡς κῶνον ἰσοσκελῆ περιλαψοῦνται, οὗ [g] κορυφὰ ἐσσεῖται τὸ σαμεῖον καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι· ἄξων δὲ [h] ἁ μεμενακοῦσα διάμετρος. Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς σχῆμα περιλαφθὲν, ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι· ἄξονα δὲ αὐτοῦ [i] τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κωνοειδέος. Τὸν δὲ κῶνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι· τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν τᾶς τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι. Καὶ αἴκα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς, ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος· ἄξονα [k] δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές· καὶ τὰν, μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν κορυφᾶν, εὐθεῖαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι. Τὰ μὲν οὖν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα, ὅμοια ἐντί· τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὅμοια καλέσθω, ὧν καὶ οἱ κῶνοι οἱ περιέχοντες τὰ κωνοειδέα ὅμοιοι ἐόντι. Προβάλλεται δὲ τάδε θεωρῆσαι. Διατὶ αἴκα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος [l] ἀποτμαθῇ τμάματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, [m] ὃν ἁ συναμφοτέρα, ἴσα τῷ ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ [n] τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ [o] τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. Καὶ διατὶ, αἴκα τοῦ

[e] ἁ ex MS. [f] κώνω ex MS. [g] Sic MS. [h] ἁ --- μὲν ἄωνοα [i] τα --- μὲν ἄωνοαι [k] δὲ ex MS.
[l] Sic MS. [m] In MS. ἐν deest. [n] τὰς ποτὶ ἴσας [o] τὰς ποτὶ ἴσας

ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὃ γίγνεται ἀπότμαμα κώνου, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφότερα, ἴσα τῷ ἄξονι τῷ τμάματος, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ [p] τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. Περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑπετιθέμεθα τάδε. Αἴκα ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, μενούσας τᾶς μείζονος διαμέτρου, περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς παραμάκες σφαιροειδὲς καλεῖσθαι. Εἰ δὲ, τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου μενούσας, περιενεχθεῖσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ [q] περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς καλεῖσθαι. Ἑκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλεῖσθαι [r] τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον· [s] κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ σφαιροειδέος· κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ μέσον τοῦ ἄξονος· καὶ διάμετρον τὰν διὰ τοῦ κέντρου ποτ' ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι. Καὶ αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερῶν ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύοντι μὴ τέμνοντα· παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαύοντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῇ τέμνον τὸ σφαιροειδὲς, τῶν γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ ἐπιψαύοντι τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα· ἄξονας δὲ τὰς ἐναπολαφθείσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ τᾶς εὐθείας τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνυούσας. Ὅτι δὲ τὰ ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἅπτονται σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ· καὶ ὅτι ἁ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορεύεται, [t] δειξοῦμες. Ὅμοια δὲ καλεῖσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν καὶ οἱ ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι. Τμάματα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὅμοια καλεῖσθαι, αἴκα ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἔωντι, καὶ τάς τε βάσεις ὁμοίας ἔχοντι καὶ οἱ ἄξονες αὐτῶν ἤτοι ὀρθοὶ ἐόντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν βασίων, ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους διαμέτρους τῶν βασίων, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον [u] ποτ' ἀλλάλους ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βασίων. Προβάλλεται δὲ περὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θεωρῆσαι. Διότι αἴκα τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων, ἑκάτερον διπλάσιον ἐσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Αἴκα δὲ ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δὲ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸν

conoidis fegmentum plano fecetur ad axem non recto; fegmentum, quod fectum eft, ad figuram, quæ eamdem ac fegmentum bafim habeat, eamdemque axem; quæ quidem figura fit fegmentum coni; eam habeat rationem, quam recta utrique æqualis, tum axi fegmenti, tum triplæ rectæ appofitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi fegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appofitæ. Hæc demum de fphæroideis figuris ponebamus. Si acutianguli coni fectio, manente majore diametro, circumacta eodem reftituatur, unde moveri, cœpit; quæ ab acutianguli coni fectione figura defcribitur, hanc longam fphæroiden vocari. Quod fi, minore diametro manente, circumacta acutianguli coni fectio eodem reftituatur, unde moveri cœpit; quæ figura defcribitur ab acutianguli coni fectione, hanc vocari fphæroiden latam. Ac utriufque fphæroidis axem quidem vocari manentem diametrum; verticem vero punctum, in quo axis fphæroidis fuperficiem contingit; centrum denique punctum axis medium; et diametrum rectam, quæ per centrum ipfi axi ad rectos angulos ducitur. Et fi fphæroidum utramvis parallela plana contingant, quæ ipfas non fecent; planumque aliud, quod planis contingentibus parallelum agitur, fphæroiden fecet; fegmentorum, quæ oriuntur, bafim quidem vocari planum, quod a fphæroidis fectione in eo, quod fecat, plano comprehenditur; vertices vero puncta, in quibus parallela plana fphæroiden contingunt; axes denique rectas, quæ abfcinduntur in fegmentis a recta, quæ eorum vertices jungit. At vero plana fphæroiden contingentia ejus fuperficiem in uno tantum puncto contingere; rectamque contactus jungentem per fphæroidis centrum tranfire, infra demonftrabitur. Sphæroidum autem eas fimiles vocari, quarum axes eamdem ad fuas diametros rationem habent. At fegmenta fphæroidum, conoidumque ea vocari fimilia, quæ ablata a fimilibus figuris bafes fimiles habent; quarumque axes, five rectæ fint ad plana bafium, five æquales cum refpondentibus bafium diametris angulos efficiant, eamdem ad refpondentes bafium diametros habent rationem. Hæc autem de fphæroidibus contemplanda proponuntur. Cur fi aliqua fphæroidum fecetur plano per centrum acto, et ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, fegmentorum utrumque duplum fit coni, qui eamdem ac fegmentum bafim habeat, eumdemque axem. At fi plano fecetur recto quidem ad axem, non autem per centrum acto; eorum, quæ oriuntur, fegmentorum, ma-

[p] τας ποτὶ ἴσας   [q] περιλαφθὲν   [r] τὰν μένουσαν ἄξονα   [s] Sic MS.   [t] δείξομες   [u] ποτ' ἀλλάλους

jus quidem ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axi sphæroidis, tum axi minoris segmenti habet ad axem minoris segmenti: minus vero segmentum ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, et axem eumdem, eam habeat rationem, quam recta æqualis utrique, tum dimidiæ axi sphæroidis, tum axi majoris segmenti, habet ad axem majoris segmenti. Et cur si sphæroidum aliqua secetur plano per centrum acto, et non ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, segmentorum utrumque duplum sit figuræ, quæ eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem. Est autem hæc figura segmentum coni. At si plano secetur neque per centrum acto, neque ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, segmentorum, majus quidem ad figuram, quæ eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ segmentorum vertices jungit, tum axi minoris segmenti, habet ad axem minoris segmenti: minus vero segmentum ad figuram, quæ eamdem ac segmentum basim habeat, et axem eumdem, eam habeat rationem, quam recta æqualis utrique, tum dimidiæ ejus, quæ segmentorum vertices jungit, tum axi majoris segmenti, habet ad axem majoris segmenti. Hæc autem figura in his quoque coni segmentum est. Jam demonstratis iis, quæ diximus, theorematibus, plurima cum theoremata, tum problemata per ea ipsa inveniuntur; cujusmodi est hoc. Similes sphæroides, et similia sphæroidum, conoidumque segmenta triplam suarum axium inter se invicem rationem habent. Itemque hoc; sphæroidum æqualium quadrata, quæ a diametris describuntur, earumque axes reciprocantur. Et quorum sphæroidum quadrata, quæ a diametris describuntur, axesque reciprocantur, hæ sunt æquales. Problema autem est hujusmodi. A dato segmento, sive sphæroidis, sive conoidis, segmentum plano secare, quod plano alteri dato parallelum agatur; ita ut segmentum, quod sectum est, dato sive cono, sive cylindro, sive sphæræ æquale sit. Igitur postquam præmisero theoremata, et problemata, quæ ad hæc demonstranda sunt necessaria, mox tibi, quæ proposita sunt, conscribam. Vale.

Si conus plano secetur cum omnibus ejus lateribus concurrente; sectio vel erit circulus, vel coni acutianguli sectio. Itaque si sectio circulus fuerit, constat segmentum, quod a cono ad easdem verticis partes abscinditur, conum fore.

κῶνον [w] τὸν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος. Καὶ διατὶ αἴκα τῶν σφαιροειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γενομένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Γίγνεται δὲ τὸ σχῆμα [x] ἀπότμαμα κώνου. Αἴκα δὲ μήτε διὰ τοῦ κέντρου, μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ αὐτᾶς τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος. Γίνεται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ σχῆμα [y] ἀπότμαμα κώνου. Ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων, διὰ τούτων εὑρίσκονται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τόδε. Ὅτι τὰ ὅμοια σφαιροειδέα, καὶ τὰ ὅμοια τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων. Καὶ δὴ ὅτι, τῶν ἰσοσφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ [z] ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσι. Καὶ αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσι, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιροειδέα. Πρόβλημα δὲ οἷον καὶ τόδε· Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σφαιροειδέος τμάματος, ἢ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, ὥστε εἶμεν τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ, ἢ κυλίνδρῳ, ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ. Προγράψαντες οὖν τά τε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρείαν ἔχοντα εἰς τὰς ἀποδείξιας αὐτῶν, μετὰ ταῦτα γραψοῦμέν σοι [a] τὰ προβλήματα. Εὐτύχει.

Αἴκα κῶνος ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἤτοι κύκλος, ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ μὲν οὖν κύκλος ἁ τομὰ, δῆλον ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμᾶμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ, κῶνος ἐσσεῖται.[b] Αἴκα δὲ ἁ

[w] τὸν ταὶ αὐτὰν [x] ἀπὸ τμάματος κώνου εἰ δὲ [y] ἀπὸ τμάματος κώνου [z] ἀπὸ ex MS. [a] τὰ προβλήματα
[b] εἰ δὲ K ἁ τομὰ

τομὰ γένηται ὀξυγωνίω κώνω τομά, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τῶ κώνω σχῆμα [a] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τῶ κώνω κορυφᾷ ἀπότμαμα κώνω καλείσθω. Τῶ δὲ ἀποτμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς· κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τῶ κώνω κορυφά· ἄξων δὲ ἁ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τῶ κώνω ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς [d] ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα. Καὶ αἴκα κύλινδρος [e] δυσὶν ἐπιπέδοισιν παραλλήλοις τμαθῇ συμπιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τῶ κυλίνδρω πλευραῖς, αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ἤτοι κύκλοι, ἢ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἴσαι καὶ ὁμοίαι ἀλλάλαις. Εἰ μὲν οὖν καὶ αἱ τομαὶ κύκλοι γένωνται, δῆλον ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τῶ κυλίνδρω σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων κύλινδρος ἐσσεῖται. Εἰ δὲ καὶ αἱ τομαὶ γίνωνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τῶ κυλίνδρω σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τόμος κυλίνδρω καλείσθω. Τῶ δὲ τόμω βάσις μὲν καλείσθω τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν· ἄξων δὲ ἁ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν. Ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ἐπὶ τᾶς αὐτᾶς εὐθείας τῷ ἄξονι τῶ κυλίνδρω.

Sin autem fuerit coni acutianguli sectio, quæ figura ad easdem verticis partes a cono abscinditur, segmentum coni vocetur. Cujus segmenti basis quidem vocetur planum, quod ab acutianguli coni sectione comprehenditur; vertex vero punctum, quod et coni vertex est; axis denique recta linea, quæ a vertice coni ad centrum sectionis coni acutianguli ducitur. Et si cylindrus duobus parallelis planis secetur cum omnibus cylindri lateribus concurrentibus; sectiones vel erunt circuli, vel acutiangulorum conorum sectiones æquales, sibique invicem similes. Itaque si sectiones circuli fuerint, constat figuram, quæ interjecta inter parallela plana a cylindro abscinditur, cylindrum fore. Sin autem fuerint conorum acutiangulorum sectiones, quæ figura interjecta inter parallela plana a cylindro abscinditur, segmentum cylindri vocetur. Cujus segmenti basis quidem vocetur utrumvis planorum, quæ ab acutianguli coni sectionibus comprehenduntur; axis vero recta linea, quæ sectionum conorum acutiangulorum centra conjungit. Hæc autem erit in eadem recta, in qua est axis cylindri.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Αἴκα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ᾖ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντα τὰ [f] μεγέθεα, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ διπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τοῦ μεγίστω, μείζονα ἢ διπλάσια.

Ἁ δὲ ἀπόδειξις τούτω φανερά.

PROP. I. Theor.

Si fuerint magnitudines quotcunque æqualiter sese invicem excedentes, quarum excessus sit æqualis minimæ; et aliæ item magnitudines multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ; omnes magnitudines, quarum unaquæque maximæ est æqualis, omnium quidem magnitudinum æqualiter sese invicem excedentium minores erunt quam duplæ; reliquarum vero, dempta maxima, majores quam duplæ.

Hujus autem demonstratio manifesta est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Αἴκα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τα ὁμοίως τεταγμένα· λέγηται δὲ τὰ τε πρῶτα μεγέθεα ποτὶ τ' ἄλλα μεγέθεα, ἢ πάντα, ἤ τινα αὐτῶν ἐν λόγοις [g] ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ' ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα, ποτὶ πάντα ἃ λέγονται, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα ποτὶ πάντα ἃ λέγονται.

Ἔστω τινὰ μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ, κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. Καὶ ἐχέτω τὸ μὲν Α ποτὶ τὸ Β τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Η ποτὶ τὸ Θ· τὸ δὲ Β ποτὶ τὸ Γ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Ι· καὶ τὰ

PROP. II. Theor.

Si magnitudines quotcunque ad alias magnitudines multitudine æquales similiter ordinatæ binæ ad binas eamdem rationem habuerint: comparentur autem priores magnitudines, sive omnes, sive earum aliquæ, cum quibusdam aliis quibuscunque rationibus; comparenturque etiam posteriores magnitudines cum aliis quibusdam respondentibus sibi iisdem rationibus: omnes priores magnitudines ad eas omnes, cum quibus comparantur, eamdem habebunt rationem, quam habent omnes posteriores magnitudines ad eas omnes, cum quibus itidem comparantur.

Sint quædam magnitudines Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, quæ ad alias magnitudines Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ multitudine æquales binæ ad binas eamdem rationem habeant. Atque habeat Α quidem ad Β eamdem rationem, quam Η ad Θ: Β vero ad Γ eamdem, quam Θ ad Ι: et deinceps aliæ eodem

[a] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τῶ κώνω κορυφᾷ αὐτοῖς ἐσσεῖται. Εἰ δὲ Κ ἁ τομὰ γένηται ὀξυγωνίω κώνω τομά τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τῶ κώνω κορυφᾷ ἀπότμαμα κώνω καλείσθω [d] ἐπιζευχθείσης [e] δυσὶ [f] μεγέθεα [g] Sic MS.

modo. Comparentur autem magnitudines quidem A, B, Γ, Δ, E, Z cum quibusdam aliis N, Ξ, O, Π, P, Σ quibuscunque rationibus: magnitudines vero H, Θ, I, K, Λ, M cum aliis quibusdam T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω respondentibus sibi iisdem rationibus: ita ut quam rationem habet A ad N, hanc habeat H ad T: et quam habet B ad Ξ, hanc habeat Θ ad Υ: et deinceps aliæ eodem modo. Oportet demonstrare magnitudines omnes A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ eamdem habere rationem, quam omnes magnitudines H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω.

Quoniam enim N quidem ad A eamdem rationem habet, quam T ad H; A vero ad B eamdem, quam H ad Θ; B denique ad Ξ eamdem, quam Θ ad Υ; eamdem habebit rationem N ad Ξ, quam T ad Υ: pariterque etiam Ξ ad O eamdem, quæ Υ ad Φ: et deinceps aliæ eodem modo. Habent autem omnes quidem A, B, Γ, Δ, E, Z ad A eamdem rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad H; A vero ad N eamdem, quam H ad T; N denique ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ rationem habet eamdem, quam T ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Constat igitur omnes A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ eamdem habere rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Illud præterea manifestum est, et si magnitudinum A, B, Γ, Δ, E, Z ipsæ quidem A, B, Γ, Δ, E comparentur cum N, Ξ, O, Π, P; ipsa vero Z cum nulla comparetur: et adhuc si magnitudinum H, Θ, I, K, Λ, M ipsæ quidem H, Θ, I, K, Λ comparentur cum T, Υ, Φ, X, Ψ sibi respondentibus; ipsa vero M cum nulla comparetur: omnes pariter A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P eamdem habere rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ.

PROP. III. Theor.

Si fuerint lineæ quotcunque sibi invicem æquales; et unicuique earum applicetur spatium aliquod excedens specie quadrata; latera vero excessum æqualiter sese invicem excedant, sitque excessus æqualis minimo; præterea alia fuerint spatia multitudine quidem iis ipsis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maxi-

ἄλλα ὁμοίως τούτοις. Λεγέσθω δὲ τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E, Z μεγέθεα, ποτὶ τὰ ἄλλα μεγέθεα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ, ἐν λόγοις ὁποιοισῦν· τὰ δὲ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ τ' ἄλλα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· ὃν μὲν ἔχει λόγον τὸ A ποτὶ τὸ N, τὸ H ἐχέτω ποτὶ τὸ T· ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ B ποτὶ τὸ Ξ, τὸ Θ ἐχέτω ποτὶ τὸ Υ· καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως τούτοις. Δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν N ποτὶ τὸ A τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ T ποτὶ τὸ H, τὸ δὲ A ποτὶ τὸ B ὃν τὸ H ποτὶ τὸ Θ, τὸ δὲ B ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Υ, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὸ N ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ T ποτὶ τὸ Υ· διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ O, ὃν τὸ Υ ποτὶ τὸ Φ· καὶ τούτοις τὰ ἄλλα ὁμοίως. Ἔχοντι δὴ τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E, Z πάντα ποτὶ τὸ A τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ H, Θ, I, K, Λ, M πάντα ποτὶ τὸ H· τὸ δὲ A ποτὶ τὸ N, ὃν τὸ H ποτὶ τὸ T· τὸ δὲ N ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν λόγον ὃν τὸ T ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Δῆλον ὦν, ὅτι πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αἴκα τῶν τε A, B, Γ, Δ, E, Z μεγέθεων, τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E λέγωντι ποτὶ τὰ N, Ξ, O, Π, P, τὸ δὲ Z [h] μηδέποθεν λέγηται· καὶ τῶν H, Θ, I, K, Λ, M μεγέθεων, τὰ μὲν H, Θ, I, K, Λ λέγωντι ποτὶ τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, τὰ ὅμοια ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ M [i] μηδέποθεν λέγηται· ὁμοίως πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z, ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ′.

Αἴκα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλάλαις ἔωντι ὁπόσαι ὦν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπέσῃ τὶ χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ καὶ αἱ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, [k] καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ· ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ

[h] μηδέποθι [i] μηδέποθι

[k] In MS. deest. [l] ἴσαι

μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἴσα συναμφοτέραις, ταῖς τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ μιᾷ τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷτε τρίτῳ μέρει τᾶς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρᾶς, καὶ τῷ ἡμισέῳ μιᾶς τᾶν [m] ἰσᾶν ἐουσᾶν· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία, ἄνευ τοῦ μεγίστου, μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἔστω γὰρ ἴσαι εὐθεῖαι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει [n] ἐφ' ἃν τὰ Α, καὶ παραπεπτωκέτω παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· ἔστων δὲ ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἔστω ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ. Καὶ μεγίστα μὲν ἔστω ἁ Β, ἐλαχίστα δὲ ἁ [m] Η. Ἢ δὲ

mo; ſpatia hæc omnia ad illa quidem omnia minorem rationem habebunt, quam recta utrique æqualis, tum lateri maximi exceſſus, tum uni linearum æqualium, habet ad rectam æqualem utrique, tum tertiæ parti lateris maximi exceſſus, tum dimidiæ unius linearum æqualium: ad reliqua vero ſpatia, dempto maximo, rationem habebunt majorem eadem illa ratione.

Sint enim lineæ quotcunque æquales, in quibus Α, et unicuique earum applicetur ſpatium excedens ſpecie quadrata: latera vero exceſſuum ſint Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η æqualiter ſeſe invicem excedentia; ſitque exceſſus æqualis minimo. Ac maximum quidem ſit Β, minimum vero Η. Præterea alia ſint ſpa-

Β	Γ	Δ	Ε	Ζ	Η
Α	Α	Α	Α	Α	Α

Ι	Ι	Ι	Ι	Ι	Ι
Θ	Θ	Θ	Θ	Θ	Θ
Κ	Κ	Κ	Κ	Κ	Κ
Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ

καὶ ἄλλα χωρία, ἐφ' ὧν ἑκάστα τᾶν Θ Ι Κ Λ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον ἔστω τῷ μεγίστῳ τῷ παρὰ τὰν Α Β παρακειμένῳ. Ἔστω δὲ ἁ μὲν Θ Ι γραμμὰ ἴσα τᾷ Α· ἁ δὲ Κ Λ ἴσα τᾷ Β· [o] καὶ τᾶν μὲν Θ Ι γραμμᾶν ἑκάστα [p] ἔστω διπλασία τᾶς Ι, τᾶν δὲ Κ Λ ἑκάστα τριπλασία τᾶς Κ. Δεικτέον ὅτι τὰ χωρία πάντα, ἐν οἷς τὰ Θ Ι Κ Λ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία τὰ Α Β, Α Γ, Α Δ, Α Ε, Α Ζ, Α Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ Θ Ι Κ Λ εὐθεῖα ποτὶ τὰν Ι Κ· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ, ἄνευ τοῦ μεγίστου τοῦ Α Β, μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἔστι γὰρ τινὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Α, τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ· ἐπεὶ τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι, καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ Ι τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· σύμπαντα οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ Ι, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ Α, ἐλάσσονα ἐντὶ, ἢ διπλασίονα, τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζονα ἢ διπλασίονα. Αὐτὰ οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Ι, πάντων μὲν τῶν ἐν οἷς τὰ Α ἐλάσσονα ἐντὶ, τῶν δὲ λοιπῶν ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα. Πάλιν ἐντὶ γραμμαί τινες αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, [q] καὶ

tia, in quibus unaquæque Θ Ι Κ Λ, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo, quod ipſi Α Β applicatur. Sit autem linea Θ Ι æqualis ipſi Α; et linea Κ Λ æqualis ipſi Β: ac linearum quidem Θ Ι unaquæque dupla ſit ipſius Ι; linearum vero Κ Λ unaquæque tripla ipſius Κ. Oportet demonſtrare, ſpatia omnia, in quibus Θ Ι Κ Λ, ad omnia quidem alia ſpatia Α Β, Α Γ, Α Δ, Α Ε, Α Ζ, Α Η minorem rationem habere, quam lineam Θ Ι Κ Λ ad lineam Ι Κ: ad reliqua vero ſpatia, dempto maximo, rationem habere majorem eadem illa ratione.

Sunt enim quædam ſpatia, in quibus Α, æqualiter ſeſe invicem excedentia; et exceſſus æqualis eſt minimo; quoniam tum ſpatia, quæ applicantur, tum eorum latitudines æqualiter ſeſe invicem excedunt; præterea alia ſunt ſpatia, in quibus Θ Ι, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo; omnia igitur ſpatia, in quibus Θ Ι, ſpatiorum quidem omnium, in quibus Α, minora ſunt quam dupla; reliquorum vero, dempto maximo, majora quam dupla. Quo circa ſpatia, in quibus Ι, omnibus quidem ſpatiis, in quibus Α, minora ſunt; reliquis vero, dempto maximo, majora. Rurſus quædam ſunt lineæ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η æqualiter ſeſe invicem exceden-

[m] Sic MS. [n] ⁊ [o] καὶ τῶν μὲν Θ Ι γραμμῶν [p] In MS. deest ἔσω [q] καὶ ἁ ὑπεροχαὶ ἴσαι τᾷ ἐλαχίστῃ

tes; et excessus æqualis est minimæ: et aliæ item lineæ in quibus K A, multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ. Quæ igitur quadrata ab omnibus æqualibus maximæ describuntur, omnium quidem quadratorum, quæ describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, minora sunt quam tripla: reliquorum vero, dempto eo, quod describitur a maxima, majora quam tripla. Hoc enim demonstratum est in iis, quæ de helicibus edita sunt. Quocirca spatia, in quibus K, omnibus quidem spatiis, in quibus B, Γ, Δ, E, Z, H, minora sunt; spatiis vero, in quibus Γ, Δ, E, Z, H, majora. Quare omnia etiam spatia, in quibus I K, spatiis quidem omnibus, in quibus A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, minora sunt; spatiis vero, in quibus A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, majora. Constat igitur omnia spatia, in quibus Θ I, K A, ad spatia quidem, in quibus A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, minorem rationem habere, quam lineam Θ A ad lineam I K; ad reliqua vero, dempto eo, in quo A B, rationem habere majorem eadem illa ratione.

Si rectæ ab eodem puncto ductæ quamlibet coni sectionem contigerint; rectæ vero aliæ in coni sectione fuerint contingentibus parallelæ, et sese invicem secantes; spatia, quæ sub earum segmentis continentur, eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam quadrata, quæ a contingentibus describuntur. Quod autem spatium sub alterius rectæ segmentis continetur, id respondebit quadrato, quod describitur a contingente rectæ eidem parallela. Hoc autem in conicis elementis demonstratum est.

ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ· καὶ ἄλλαι γραμμαὶ ἐφ' ἂν τὰ K A, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει [r] ἑκάστα ἴσαι τᾷ μεγίστᾳ. Τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν ἴσων ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, πάντων μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονα ἐντὶ ἢ τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς περὶ [s] τᾶν ἑλικᾶν ἐκδιδομένοις. Τὰ οὖν χωρία, ἐν οἷς τὸ K, πάντων μὲν [t] τῶν χωρίων, ἐν οἷς B, Γ, Δ, E, Z, H ἐλάσσονά ἐστιν· αὐτῶν δὲ τῶν ἐν οἷς τὰ Γ, Δ, E, Z, H, μείζονα. [u] Ὥς τε καὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ I K, πάντων μὲν τῶν ἐν οἷς A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H ἐλάσσονά ἐστι· τῶν δὲ ἐν οἷς A Γ, A Δ, A E, A Z, A H μείζονα. Δῆλον οὖν ὅτι πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ I, K A, ποτὶ μὲν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ Θ A ποτὶ τὰν I K· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τοῦ ἐν ᾧ τὰ A B [u] μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Αἴκα κώνου τομᾶς ὁποιασοῦν εὐθεῖαι ἐπιψαύοντι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἀγμέναι, καὶ τέμνουσαι ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἐπιψαυουσᾶν. Ὁμόλογον δὲ [w] ἐσσεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γραμμᾶς τμαμάτων τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας παραλλήλου αὐτᾷ. Ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

PROP. IV. Theor.

Si ab eadem rectanguli coni sectione duo quæcunque segmenta secentur, quæ diametros æquales habeant; æqualia erunt cum ipsa segmenta, tum triangula iisdem inscripta, quæ eamdem ac segmenta basim habeant, eamdemque altitudinem. Diametrum autem voco cujuscunque segmenti rectam lineam, quæ rectas omnes basi ipsius parallelas in duas æquas partes secet.

Sit rectanguli coni sectio A B Γ, a qua duo segmenta secentur A Δ E, Θ B Γ. Ac segmenti quidem A Δ E diameter sit Δ Z; segmenti vero Θ B Γ, B H; et sint Δ Z, B H sibi invicem æquales. Oportet demonstrare æqualia esse cum segmenta A Δ E, Θ B Γ, tum triangula iisdem eo, quo diximus, modo inscripta.

Et primo quidem, quæ alterum segmentum secat, Θ Γ ad rectos angulos sit rectanguli coni sectionis diametro. Sumatur autem ea, secundum quam possunt, quæ a sectione ducuntur, dupla ejus, quæ ad axem usque pertingit; nimirum in qua est punctum M; et a puncto A

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Αἴκα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ὁποσαοῦν, ἴσας ἔχοντα τὰς διαμέτρους· αὐτά τε τὰ τμάματα ἴσα ἐσσοῦνται, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα [w] εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Διάμετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν δίχα τέμνουσαν τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγμένας.

Ἔστω ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ A B Γ, καὶ ἀποτετμάσθω ἀπ' αὐτᾶς δύο τμάματα, τό τε A Δ E, καὶ τὸ Θ B Γ. Ἔστω δὲ τοῦ μὲν A Δ E τμάματος διάμετρος ἁ Δ Z, τοῦ δὲ Θ B Γ, ἁ B H· [x] καὶ ἔστων ἴσαι αἱ Δ Z, B H. Δεικτέον ὅτι τὰ τμάματα ἴσα [y] ἐντὶ τὰ A Δ E, Θ B Γ, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπον ἐν αὐτοῖς.

Ἔστω δὴ πρῶτον ἀποτέμνουσα τὸ ἕτερον τμᾶμα [z] ἁ Θ Γ ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Λελάφθω δὲ [a] παρ' ἂν δύνανται αἱ ἀπὸ τᾶς τομᾶς, ἁ διπλασία τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος καὶ ἔστω ἐφ' ᾇ τὸ M· ἀπὸ δὲ τοῦ A κάθετος ἄχθω ἐπὶ

[r] ἔσονται ἴσαι [s] τῶν ἑλίκων [t] μείζω [u] ἐσσεῖται [w] εἰς ἴσονται [x] καὶ ἔσονται ἐν τι τῷ [y] ἐν τι τῷ
[z] ἁ Β Γ [a] παραλλάνται

τὰν ΔΖ ἁ ΑΚ. Ἐπεὶ οὖν διάμετρός ἐστι ἁ ΔΖ τοῦ τμάματος, ἅτε ΑΕ δίχα τέμνεται κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἁ ΔΖ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστι τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· οὕτω γὰρ δίχα τέμνει πάσας τὰς παρὰ τὰν ΑΕ ἀγομένας. Ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΚ, τοῦτον ἐχέτω ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ. Αἱ δὴ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΔΖ [b] ἀγόμεναι παρὰ τὰν ΑΕ δύνανται τὰ παρὰ τὰν ἴσαν τᾷ Ν παραπίπτοντα πλάτος ἔχοντα, ἃς αὗται ἀπολαμβάνοντι ἀπὸ τᾶς ΔΖ ποτὶ τὸ Δ πέρας. Δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς Κωνικοῖς. Δύναται οὖν καὶ ἁ ΑΖ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς Ν, καὶ τᾶς ΔΖ. Δύναται δὲ καὶ ἁ ΘΗ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Μ, καὶ ὑπὸ τᾶς ΒΗ· ἐπεὶ κάθετός ἐστιν ἁ ΘΗ ἐπὶ τὰν διάμετρον. Ἔχει καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ· ἐπεὶ ἴσαι ὑπέκειντο αἱ ΔΖ, ΒΗ. Ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ τετράγωνον καὶ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΚ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃ ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ. Ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘΗ, ΑΚ. Ἐντὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ ΒΗ, ΔΖ. Ὥς τε ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΗ, ΒΗ περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΔΖ. Ἴσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ΘΗΒ τρίγωνον τῷ ΔΑΖ τριγώνῳ· ὥς τε καὶ τὰ διπλάσια. Ἔστι δὲ τοῦ μὲν ΑΔΕ τριγώνου ἐπίτριτον [c] τὸ ΑΔΕ τμᾶμα· τοῦ δὲ ΘΒΓ τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ΘΒΓ τμᾶμα. Δῆλον οὖν ὅτι τὰ τμάματά ἐστιν ἴσα, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτά. Εἰ δὴ μηδετέρα τᾶν τὰ τμάματα ἀποτεμνουσᾶν ποτ' ὀρθὰς [d] ἐστὶ τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἀπολαφθείσας ἀπὸ τᾶς διαμέτρου τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἴσας τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ἑνὸς τμάματος, καὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἀπολαφθείσας ποτ' ὀρθὰς ἀχθείσας τᾷ διαμέτρῳ, τὸ γενόμενον τμᾶμα ἑκατέρῳ τῶν τμαμάτων ἴσον ἐσσεῖται. Δῆλον οὖν [e] ἐστι τὸ προτεθέν.

ad ΔZ normalis ducatur AK. Quoniam igitur ΔZ segmenti diameter eſt, ſecatur AE in duas æquas partes in puncto Z, eademque ΔZ rectanguli coni ſectionis diametro eſt parallela: hoc enim pacto rectas omnes ipſi AE parallelas in duas æquas partes ſecat. Quam igitur rationem habet quadratum, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AK, hanc habeat N ad M. Itaque, quæ a ſectione ducuntur ad ΔZ ipſi AE parallelæ, poſſunt ſpatia, quæ rectæ ipſi N æquali applicantur, latitudinem habentia rectas illas, quas ipſi a ΔZ ad terminum Δ abſcindunt. Hoc enim in Conicis Elementis demonſtratum eſt. Poteſt igitur AZ ſpatium ei æquale, quod ſub N, et ΔZ continetur. Poteſt autem etiam ΘH ſpatium æquale ei, quod continetur ſub M, et BH; quoniam ΘH ad diametrum normalis eſt. Igitur quadratum, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘH, eamdem rationem habet, quam N ad M; quoniam ΔZ, BH ſibi invicem æquales poſitæ ſunt. Habet autem quadratum, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AK eamdem rationem, quam N ad M. Æquales ſunt igitur ΘH, AK. Sunt autem æquales etiam BH, ΔZ. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΘH, BH continetur, ſpatio, quod continetur ſub AK, ΔZ. Igitur etiam triangulum ΘHB æquale eſt triangulo ΔAZ; atque ideo etiam eorum dupla æqualia ſunt. Eſt autem trianguli quidem AΔE ſeſquitertium ſegmentum AΔE; trianguli vero ΘBΓ ſeſquitertium ſegmentum ΘBΓ. Conſtat igitur cum ſegmenta, tum triangula iiſdem inſcripta æqualia eſſe. Quod ſi neutra rectarum, quæ ſegmenta ſecant, rectanguli coni ſectionis diametro ad rectos angulos fuerit; abſciſſa a rectanguli coni ſectionis diametro recta ſegmenti unius diametro æquali; ductaque ab ejus termino ad rectos angulos ipſi diametro recta alia; quod oritur ſegmentum utrique ſegmentorum æquale erit. Conſtat igitur, quod propoſitum fuerat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τᾷ μείζονι διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, τὸν

PROP. V. Theor.

Quodlibet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad circulum, qui diametrum habeat majori acutianguli coni ſectionis diametro æqualem, eamdem habet rationem,

[b] ἀγομέναι [c] τὸ ΑΔΕ τμᾶμα· τοῦ δὲ ΘΒΓ τριγώνου, ἐπίτριτον· in MS. deſunt. [d] ἐν τῷ τάμνει τᾶς τοῦ [e] ὅτι

quam diameter ejusdem minor ad majorem; hoc est ad circuli diametrum.

Sit enim acutianguli coni sectio ΑΒΓΔ, cujus major quidem diameter ΑΓ, minor vero ΒΔ: et sit circulus circa diametrum ΑΓ descriptus. Oportet demonstrare, spatium, quod ab acutianguli coni sectione comprehenditur, ad circulum eamdem habere rationem, quam ΒΔ ad ΓΑ; hoc est ad ΕΖ.

Itaque quam rationem habet ΒΔ ad ΕΖ, hanc habeat circulus Ψ ad circulum ΑΕΓΖ. Dico circulum Ψ acutianguli coni sectioni æqualem esse. Si enim æqualis non est circulus Ψ spatio, quod ab acutianguli coni sectione comprehenditur, sit primo, si fieri potest, major. Fieri igitur potest, ut circulo Ψ inscribatur polygonum pariangulum, quod majus sit spatio ΑΒΓΔ. Intelligatur inscriptum jam esse: circuloque ΑΕΓΖ inscribatur rectilineum ei simile, quod circulo Ψ inscriptum est: ductisque ab ejusdem angulis normalibus ad diametrum ΑΓ, puncta ea, in quibus normales acutianguli coni sectionem secant, rectis jungantur. Erit utique quoddam rectilineum acutianguli coni sectioni inscriptum; idque ad rectilineum inscriptum circulo ΑΕΓΖ eamdem rationem habebit, quam ΒΔ ad ΕΖ. Quoniam enim normales ΕΘ, ΚΛ in eamdem rationem ad puncta Μ, Β secantur, constat trapezium ΛΕ ad aliud ΘΜ eamdem habere rationem, quam ΘΕ ad ΒΘ. Eodem pacto alia etiam trapezia, quæ in circulo sunt, ad alia trapezia, quæ sunt in acutianguli coni sectione; singula singulis eamdem habent rationem, quam ΕΘ ad ΒΘ. Habent autem etiam triangula, quæ ad puncta Α, Γ in circulo sunt, ad ea, quæ sunt in acutianguli coni sectione, rationem eamdem. Igitur totum etiam rectilineum circulo inscriptum ad totum rectilineum inscriptum acutianguli coni sectioni eamdem rationem habebit, quam ΕΖ ad ΒΔ. Habet autem idem rectilineum etiam ad rectilineum circulo Ψ inscriptum eamdem rationem, quoniam etiam ipsi circuli eamdem inter se invicem habebant. Æquale igitur est rectilineum circulo Ψ inscriptum rectilineo inscripto acutianguli coni sectioni: quod fieri non potest. Majus enim erat toto spatio, quod ab acutianguli coni sectione comprehenditur. At vero sit, si fieri potest, minor. Rursus igitur fieri potest, ut acutianguli coni sectioni inscribatur polygonum parilaterum, quod majus sit circulo Ψ.

αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἐλάσσων διάμετρος αὐτᾶς ποτὶ τὰν μείζω, [f] τουτ' ἐστὶ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου διάμετρον.

Ἔστω γὰρ ὀξυγωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἇς τὰ ΑΒΓΔ, διάμετροι δὲ αὐτᾶς ἁ μὲν μείζων ἔστω ἐφ' ἇς τὰ ΑΓ, ἁ δὲ ἐλάσσων ἐφ' ἇς τὰ ΒΔ· ἔστω κύκλος περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ποτὶ τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΓΑ, τουτέστι τὰν ΕΖ.

Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ, τοῦτον ἐχέτω ὁ κύκλος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ κύκλος τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος ὁ Ψ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζων. Δυνατὸν δή ἐστιν εἰς τὸν Ψ κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ἀρτιόγωνον μεῖζον τοῦ ΑΒΓΔ χωρίου. Νοείσθω δὴ ἐγγεγραμμένον· ἐγγεγράφθω δὴ καὶ εἰς τὸν ΑΕΓΖ κύκλον εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτοῦ κάθετοι ἄχθωσαν ἐπὶ τὰν ΑΓ διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ [g] σαμεῖα, καθ' ἃ τέμνονται αἱ κάθετοι ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εὐθεῖαι ἐπιζεύχθωσαν. Ἐσσεῖται δή τι [h] εὐθύγραμμον ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένον καὶ ἕξει τὸ αὐτὸ ποτὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ. Ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΘ, ΚΛ κάθετοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον [l] τέτμηνται κατὰ τὰ Μ, Β, δῆλον ὅτι τὸ ΛΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΘΜ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΘΕ ποτὶ τὰν ΒΘ. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν ἐν τῷ κύκλῳ ποθ' ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΘ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ἔχοντι δὲ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ποτὶ τοῖς Α, Γ τὰ ἐν τῷ κύκλῳ, ποτὶ τὰ ἐν τᾷ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ, τοῦτον τὸν λόγον. Ἕξει οὖν καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ποτὶ ὅλον τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. Ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύγραμμον καὶ ποτὶ τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦτον τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτον ἔχοντι τὸν λόγον. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. Μεῖζον γὰρ ἦν ὅλου τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου [k] κώνου τομᾶς. Ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. Πάλιν δὴ δυνατὸν εἰς τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐγγράψαι πολύγωνον ἀρτιόπλευρον, μεῖζον τοῦ Ψ

[f] In MS. τουτ' ἐστὶ desunt. [g] σαμεῖα [h] In MS. εὐθύγραμμον deest. [l] τέτμηται [k] κώνου ex MS.

κύκλου. Ἐγγεγράφθω οὖν· καὶ ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτοῦ κάθετοι ἀχθεῖσαι ἐπὶ τὰν ΑΓ, ἐκβεβλήσθωσαν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν. Πάλιν οὖν ἐσσεῖταί τι ἐν τῷ ΑΕ κύκλῳ εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἕξει ποτὶ τὸ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. Ἐγγραφέντος δὴ καὶ εἰς τὸν Ψ κύκλον ὁμοίου αὐτῷ, δειχθήσεται τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐὸν τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἔστιν οὖν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Ψ κύκλος τοῦ χωρίου, τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ εἰρημένον χωρίον ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.

Itaque inscribatur: quæque ab ejusdem angulis ad ΑΓ normales ducuntur, ad circuli usque circumferentiam producantur. Rursus erit quoddam rectilineum circulo ΑΕ inscriptum, quod ad rectilineum inscriptum acutianguli coni sectioni eamdem rationem habebit, quam ΕΖ ad ΒΔ. Itaque inscripto circulo etiam Ψ eidem simili rectilineo, demonstrabitur, quod circulo Ψ inscriptum est, id ei æquale esse, quod inscriptum est acutianguli coni sectioni: quod fieri non potest. Neque igitur minor est circulus Ψ spatio, quod ab acutianguli coni sectione comprehenditur. Constat igitur id, quod diximus, spatium ad circulum ΑΕΓΖ eamdem habere rationem quam ΒΔ ad ΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Πᾶν χωρίον, περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ποτὶ πάντα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τοῦ κύκλου διαμέτρου τετράγωνον.

[l]Ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, [m]ἐν ᾧ τὸ Χ· διάμετροι δὲ ἔστωσαν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς αἱ ΑΓ, ΒΔ, μείζων δὲ ἁ ΑΓ. Καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ τὸ Ψ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΕΖ. Δεικτέον ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετράγωνον.

Περιγεγράφθω δὴ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Τὸ δὴ Χ χωρίον ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἁ ΑΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον. Δέδεικται γὰρ ἔχον ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΑΓ. Ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἁ ΑΓ, ποτὶ τὸν κύκλον οὗ διάμετρος ἁ ΕΖ, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετράγωνον.

PROP. VI. Theor.

Quodlibet spatium, quod ab acutianguli coni sectione comprehenditur, ad quemlibet circulum eamdem habet rationem, quam spatium, quod sub diametris acutianguli coni sectionis continetur, ad quadratum, quod a circuli diametro describitur.

Quod enim spatium ab acutianguli coni sectione comprehenditur, hoc illud sit, in quo punctum Χ: ac ipsius acutianguli coni sectionis diametri sint ΑΓ, ΒΔ, quarum major ΑΓ. Circulus autem sit is, in quo punctum Ψ: ejusque diameter ΕΖ. Oportet demonstrare spatium Χ ad circulum Ψ eamdem habere rationem, quam spatium, quod sub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΖ describitur.

Circumscribatur circulus diametro ΑΓ. Spatium igitur Χ ad circulum, cujus diameter ΑΓ, eamdem habet rationem, quam spatium, quod sub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΑΓ describitur. Demonstratum est enim eamdem habere, quam ΒΔ ad ΑΓ. Habet autem etiam circulus, cujus diameter ΑΓ, ad circulum, cujus diameter ΕΖ, eamdem rationem, quam quadratum, quod ab ΑΓ describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΕΖ. Constat igitur spatium Χ ad circulum Ψ eamdem habere rationem, quam spatium, quod sub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΖ describitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

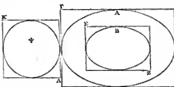
Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον [n]ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν ποτ' ἄλλαλα.

PROP. VII. Theor.

Spatia, quæ ab acutianguli coni sectionibus comprehenduntur, eamdem inter se invicem habent rationem, quam spatia, quæ sub acutianguli coni sectionum diametris continentur.

[l] ἔστω γάρ τι [m] ἐν τῷ Χ· διάμετροι δὲ ἔστωσαν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς· in MS. desunt. [n] ποτὶ τὰ ἄλλαλα.

Quæ ſpatia ab acutianguli coni ſectionibus comprehenduntur, hæc ea ſint, in quibus puncta A, B. Ac ſpatium quidem ΓΔ illud ſit, quod ſub diametris ejus acutianguli coni ſectionis continetur, quæ ſpatium A comprehendit: ſpatium vero EZ ſit illud, quod continetur ſub diametris ſectionis alterius. Oportet demonſtrare ſpatium A ad ſpatium B eamdem habere rationem, quam ΓΔ ad EZ.



Sumatur circulus quidem, in quo punctum Ψ: quadratumque, quod ab ejuſdem diametro deſcribitur, ſit KΛ. Habet autem ſpatium A ad circulum Ψ eamdem rationem, quam ΓΔ ad KΛ: circulus vero Ψ ad ſpatium B eamdem, quam KΛ ad EZ. Conſtat igitur ſpatium A ad ſpatium B eamdem habere rationem, quam ΓΔ ad EZ.

Ex hoc vero manifeſtum eſt, quæ ſpatia a ſimilibus acutiangulorum conorum ſectionibus comprehenduntur, ea inter ſe invicem eamdem rationem habere, quam habent poteſtate inter ſe invicem reſpondentes ſectionum diametri.

Ἔςω περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίυ [a] κώνυ τομᾶν, ἐν οἷς τὰ A, B. Ἔςω δὲ ϰ̀ τὸ μὲν ΓΔ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομᾶς τᾶς περιεχόσας τὸ A χωρίον· τὸ δὲ EZ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς ἑτέρας τομᾶς. Δεικτέον ὅτι τὸ A χωρίον ποτὶ τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΓΔ ποτὶ τὸ EZ.

Λελάφθω δὴ κύκλος τὶς, ἐν ᾧ τὸ Ψ· ἀπὸ δὲ τᾶς διαμέτρυ αὐτοῦ τετράγωνον ἔςω τὸ KΛ. Ἔχει δὲ τὸ μὲν A χωρίον, ποτὶ τὸ Ψ κύκλον τὸ αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ΓΔ ποτὶ τὸ KΛ· ὁ δὲ Ψ κύκλος ποτὶ τὸ B χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ KΛ ποτὶ τὸ EZ. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸ A χωρίον ποτὶ τὸ B τὸ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΓΔ ποτὶ τὸ EZ.

Ἐκ τύτυ δὲ φανερὸν, ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ [b] ὁμοιᾶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τᾶν τομᾶν.

PROP. VIII. Prob.

Data acutianguli coni ſectione, et recta linea, quæ recta ad id, in quo ipſa eſt, planum ab ejus centro excitata ſit; fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens rectæ ejus, quæ excitata fuit, terminum, in cujus ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

Detur aliqua acutianguli coni ſectio, et recta linea, quæ recta ad id, in quo ipſa eſt, planum ab ejus centro excitata ſit. Agatur autem per rectam, quæ excitata fuit, et minorem diametrum aliquod planum*: in quo quidem minor acutianguli coni ſectionis diameter ſit AB; centrum vero punctum Δ; ea denique, quæ ab ejus centro recta excitata fuit, ΓΔ, cujus terminus punctum Γ. Intelligatur autem ipſa acutianguli coni ſectio deſcripta eſſe circa diametrum AB in plano ad ΓΔ recto. Oportet utique conum invenire verticem habentem punctum Γ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio.

Ducatur a puncto Γ ad puncta A, B recta linea, eademque producatur: ducaturque ab A AZ; ita ut ſpatium, quod ſub AE, EZ continetur, ad quadratum, quod ab EΓ deſcribitur eamdem habeat rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ὀξυγωνίυ κώνυ τομᾶς δοθείσας, ϰ̀ γραμμᾶς ἀπὸ τῦ κέντρυ τᾶς τῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομᾶς [c] ἀνεςακύσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐςιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομά· δυνατόν ἐςι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεςακύσας εὐθείας, [d] οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομά.

Δεδόσθω τὶς ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρυ αὐτᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἀνεςακῦσα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐςὶν ἁ τῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομά. Διὰ δὲ τᾶς ἀνεςακύσας εὐθείας, καὶ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρυ ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω· καὶ ἔςω ἐν αὐτῷ ἁ μὲν ἐλάσσων διάμετρος ἁ AB· τὸ δὲ κέντρον τᾶς τῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομᾶς τὸ Δ· ἁ δὲ ἀπὸ τῦ κέντρυ ἀνεςακῦσα ὀρθὰ ἁ ΓΔ, πέρας δὲ αὐτᾶς τὸ Γ. Ἁ δὲ τῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB γεγραμμένα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν ΓΔ. Δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομά.

Ἀπὸ δὴ τῦ Γ ἐπὶ τὰ A, B εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων· ϰ̀ ἀπὸ τοῦ A διάχθω ἁ AZ, ὥς τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AE, EZ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς EΓ, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας μείζονος διαμέτρυ,

* Sic MS. [b] ὁμοίας ὀξυγωνίων κώνων τομας (αὐτὶ) τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τὰν τομάν [c] ἀνεςαμένας ὀρθᾶς [d] ὥστε

ποτὶ τὸ ἀπὸ ΔΓ τετράγωνον. Δυνατὸν δὲ ἐστι, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ τετράγωνον. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΑΖ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΓΑ, ΑΖ· ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἔστω, κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον. Ἐν δὲ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου δειχθήσεται ἐοῦσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ μὴ ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἀναγκαῖον εἶμεν τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Νοείσθω δέ τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ καθετὸς ἄχθω ἁ ΘΚ ἐπὶ τὰν ΑΒ. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΓΑΖ. Ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Κ εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, συμπιπτέτω δὴ αὐτὰ τᾷ ΑΖ κατὰ τὸ Λ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΖΑ, ἁ ΛΜ, ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν ΑΖ. Τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐπὶ τᾶς περιφερείας αὐτοῦ· ἄχθω δὲ καὶ παρὰ τὰν ΑΒ, διὰ μὲν τοῦ Λ, ἁ ΞΟ· διὰ δὲ τοῦ Ε, ἁ ΠΡ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν ΕΑ, ΕΖ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ τετράγωνον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΕΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΕΠ, ΕΡ [a] καὶ ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ· τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΕ, ΕΡ, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ. Ἔστι δὲ ὡς μὲν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΠ, ΕΡ, οὕτω τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛΞ, ΛΟ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΛ, ΛΟ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΛ, ΛΟ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ ποτὶ

[a] καὶ τὸ

ad quadratum, quod describitur a ΔΓ. Hoc autem fieri potest; quoniam ratio hæc major est ea, quam habet spatium, quod sub ΑΔ, ΔΒ continetur, ad quadratum quod a ΔΓ describitur. Excitetur autem ab ΑΖ planum ad id planum, in quo sunt ΓΑ, ΑΖ, rectum: describaturque hoc in plano circulus circa diametrum ΑΖ; et ab eo circulo conus verticem habens punctum Γ. Demonstrabitur in coni hujus superficie esse acutianguli coni sectio. Si enim non est in coni superficie necesse est punctum aliquod esse in acutianguli coni sectione, quod in coni superficie non sit. Itaque intelligatur sumptum esse punctum aliquod Θ in acutianguli coni sectione, quod non sit in coni superficie: et a puncto Θ ducatur ΘΚ ad ΑΒ normalis. Hæc recta utique erit ad planum, in quo sunt ΓΑΖ. Ducatur autem a puncto Γ ad Κ recta linea, eaque producatur ita ut incidat in ΑΖ in puncto Λ: deinde vero a puncto Λ ipsi ΑΖ ad rectos angulos ducatur ΛΜ; utique in circulo, qui circa ΑΖ descriptus est. Intelligatur autem punctum Μ sublime esse in ejusdem circumferentia: ducaturque ipsi ΑΒ parallela, per punctum quidem Λ, ΞΟ; per punctum vero Ε, ΠΡ. Quoniam igitur spatium quidem, quod sub ΕΑ, ΕΖ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΓ describitur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔΓ: quadratum vero, quod ab ΕΓ describitur, ad spatium, quod sub ΕΠ, ΕΡ continetur, habet eamdem, quam quadratum, quod describitur a ΔΓ, ad spatium, quod continetur sub ΑΔ, ΔΒ; ideo spatium, quod sub ΑΕ, ΕΖ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΠΕ, ΕΡ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri describitur, ad spatium, quod continetur sub ΑΔ, ΔΒ. Se habet autem, ut spatium quidem, quod sub ΑΕ, ΕΖ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΕΠ, ΕΡ, ita spatium, quod sub ΑΛ, ΛΖ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΛΞ, ΛΟ: ut quadratum vero, quod a dimidia majoris diametri describitur, ad spatium, quod sub ΑΔ, ΔΒ continetur, ita quadratum, quod describitur a ΘΚ, ad spatium, quod continetur sub ΑΚ, ΚΒ. Spatium igitur, quod sub ΑΛ, ΛΖ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΞΛ, ΛΟ, eamdem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘΚ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΑΚ, ΚΒ. Habet autem etiam spatium, quod sub ΞΛ, ΛΟ, continetur, ad quadratum, quod a ΓΛ describitur, eamdem rationem, quam spatium, quod continetur sub ΑΚ, ΚΒ, ad quadratum, quod

describitur a ΓΚ. Habet igitur etiam spatium, quod sub ΑΛ, ΑΖ continetur, ad quadratum, quod describitur a ΓΑ, rationem eamdem, quam quadratum, quod a ΘΚ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΚΓ. Spatio autem, quod sub ΑΛ, ΑΖ continetur, æquale est quadratum, quod a ΑΜ describitur: ducta est enim in semicirculo, qui circa ΑΖ descriptus est, normalis ΑΜ. Habet igitur quadratum, quod a ΑΜ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΑΓ eamdem rationem, quam quadratum, quod a ΘΚ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΚΓ. Quare in recta linea sunt puncta Γ, Θ, Μ. Est autem ΓΜ in superficie coni. Constat igitur etiam punctum Θ esse in coni superficie. Positum autem fuerat non esse. Nullum est igitur punctum in acutianguli coni sectione, quod in coni, quem diximus, superficie non sit. Tota igitur acutianguli coni sectio est in ejusdem coni superficie.

PROP. IX. Prob.

Data acutianguli coni sectione, et recta linea, quæ non recta ab ejus centro in eo plano excitata sit, quod rectum ad id, in quo ipsa est, planum per diametrum alteram agitur; fieri potest, ut conus inveniatur terminum habens rectæ ejus, quæ excitata fuit, terminum, in cujus superficie sit data acutianguli coni sectio.

Sit diameter acutianguli coni sectionis ΒΑ; centrum vero punctum Δ; et recta, quæ a centro, ut dictum est, excitata fuit, ΔΓ. Intelligatur autem acutianguli coni sectio descripta esse circa diametrum ΑΒ in plano ad id planum, in quo sunt ΑΒ, ΓΔ, recto. Oportet utique conum invenire verticem habentem punctum Γ, in cujus superficie sit acutianguli coni sectio.

Itaque rectæ ΑΓ, ΓΒ æquales non sunt; quoniam ΓΔ recta non est ad id planum, in quo est acutianguli coni sectio. Sit igitur recta ΕΓ æqualis ipsi ΓΒ: et recta Ν æqualis sit dimidiæ alterius diametri, quæ ipsi ΑΒ conjuncta est; ducaturque per punctum Δ ΖΗ ipsi ΕΒ parallela. Excitetur autem ab ΕΒ planum ad id planum, in quo sunt ΑΓ, ΓΒ rectum: describaturque hoc in plano circa diametrum ΕΒ circulus, aut ellipsis. Et quidem si

τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΚ τετράγωνον. Ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΑΖ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΑ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΓ. Τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΑΖ περιεχομένῳ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΜ τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ [l] τῷ περὶ τὰν ΑΖ καθετὸς ἄχθη ἁ ΑΜ. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΜ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΓ. Ὥς τε ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τὰ Γ, Θ, Μ σαμεῖα. Ἁ δὲ ΓΜ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται τοῦ κώνου. Ἐπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Οὐκ ἄρα ἐστὶ σαμεῖον οὐδὲν ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ προειρημένου κώνου. Ὅλα οὖν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ αὐτοῦ κώνου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν, κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ ΒΑ, κέντρον δὲ τὸ Δ· καὶ ἁ ΔΓ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα, ὡς εἴρηται. Ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΒ ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ. Δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

[u] Οὐ δὲ ἐντὶ ἴσαι αἱ ΑΓ, ΓΒ, ἐπεὶ ἁ ΓΔ οὐκ ἐστὶν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Ἔστω οὖν ἴσα ἁ ΕΓ τᾷ ΓΒ· ἁ δὲ Ν εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἅ ἐστι συζυγὴς τᾷ ΑΒ· καὶ διὰ τοῦ Δ ἄχθω ἁ ΖΗ παρὰ τὰν ΕΒ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΕΒ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΓ, ΓΒ· καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΕΒ κύκλος, ἢ ἔλλειψις. Εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ

[l] τῷ περὶ τὰν

[u] ὅτω δὲ

τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Ν, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΗ, κύκλος. Εἰ δὲ μή ἐστιν ἴσον, ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ εκαίσθω, ὥς τε τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρυ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΒ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς Ν τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΗ. Κῶνος λελάφθω κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον, ὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ὁ κύκλος, ἢ ἁ τῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΕΒ. Δυνατὸν δέ ἐστι τῦτο· ἐπεὶ ἀπὸ τῦ Γ ἐπὶ μέσαν τὰν ΕΒ * ἀχθεῖσα ὀρθὰ ἐντὶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΕΒ. Ἐν ταύτᾳ δὴ ª τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἁ τῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΒ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομᾶς, ὃ ὐκ ἔσται ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τῦ κώνυ. Νοείσθω τὸ σαμεῖον λελαμμένον τὸ Θ, ὅ ὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τῦ κώνυ, κ̓ ἀπὸ τῦ Θ καθετὸς ἄχθω ἁ ΚΘ ἐπὶ τὰν ΑΒ· ἁ δὲ ΓΚ ἐπιζευχθεῖσα, ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω τᾷ ΕΒ ᵇ κατὰ τὸ Λ. Διὰ δὲ τῦ Λ ἄχθω τὶς ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰν ΕΒ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΕΒ, ἁ ΛΜ. Τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τῦ κώνυ· ἄχθω δὲ καὶ διὰ τῦ Λ παρὰ τὰν ΑΒ ἁ ΠΡ. Ἔστι δὴ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς Ν τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΗ, ὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΛ, ΛΒ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΗ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ, ὕτως τὸ ὑπὸ ΕΛ, ΛΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛΡ. Ἐσσεῖται ὖν ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς Ν τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον, ὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛΡ. Ἔχει δὲ ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς Ν τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ, ὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ· ἐπεὶ ἐν τᾷ αὐτᾷ ὀξυγωνίυ κώνυ τομᾷ καθετοὶ ἐντὶ ἀγμέναι ἐπὶ διάμετρον τὰν ΑΒ. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛΡ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛΡ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΓ. Τὸν αὐτὸν ὖν λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΓ τετράγωνον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΓ. Ὥς τε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ Γ, Θ, Μ σαμεῖα. Ἁ δὲ ΓΜ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τῦ κώνυ. Δῆλον ὖν ὅτι κ̓ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τῦ κώνυ. Ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Φανερὸν ὖν ἐστιν ὃ ἔδει δεῖξαι.

quadratum, quod a N describitur, æquale est spatio, quod sub ΖΔ, ΔΗ continetur, describatur circulus. Sin minus, acutianguli coni sectio ejusmodi, ut quadratum, quod ab altera diametro describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΕΒ, eamdem habeat rationem, quam quadratum, quod a N describitur, ad spatium, quod continetur sub ΖΔ, ΔΗ. Sumatur deinde conus verticem habens punctum Γ, in cujus superficie sit circulus, aut acutianguli coni sectio circa diametrum ΕΒ descripta. Hoc autem fieri potest; quoniam quæ a puncto Γ ad mediam ΕΒ ducitur, recta est ad planum, quod ab ΕΒ excitatur. Atque in hac superficie est etiam acutianguli coni sectio, quæ circa diametrum ΑΒ describitur. Si enim non est, punctum erit in ea aliquod, quod in coni superficie non erit. Itaque intelligatur sumptum esse punctum aliquod Θ, quod in coni superficie non sit: et a puncto Θ ducatur ΚΘ ad ΑΒ normalis: ducatur autem etiam ΓΚ, eaque producatur, ita ut incidat in ΕΒ in puncto Λ: et per punctum Λ ducatur recta quædam ΛΜ in plano, quod rectum ab ΕΒ excitetur, ad rectos angulos ipsi ΕΒ. Intelligatur autem punctum Μ sublime esse in superficie coni: ducaturque per punctum Λ ΠΡ ipsi ΑΒ parallela. Ut igitur quadratum, quod a N describitur, ad spatium, quod sub ΖΔ, ΔΗ continetur, ita se habet quadratum, quod describitur a ΛΜ, ad spatium, quod continetur sub ΕΛ, ΛΒ: ut spatium vero, quod sub ΖΔ, ΔΗ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΑΔ ΔΒ, ita se habet spatium, quod sub ΕΛ, ΛΒ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΠΛ, ΛΡ. Igitur ut quadratum, quod a N describitur, ad spatium, quod sub ΑΔ, ΔΒ continetur, ita se habebit quadratum, quod describitur a ΛΜ, ad spatium quod continetur sub ΠΛ, ΛΡ. Ut autem quadratum, quod a N describitur, ad spatium, quod sub ΑΔ, ΔΒ continetur, ita se habet quadratum, quod describitur a ΘΚ, ad spatium, quod continetur sub ΑΚ, ΚΒ; quoniam in eadem acutianguli coni sectione normales ductæ sunt ad diametrum ΑΒ. Eamdem igitur rationem habet quadratum quod a ΛΜ describitur, ad spatium, quod sub ΠΛ, ΛΡ continetur, quam quadratum, quod describitur a ΘΚ, ad spatium, quod continetur sub ΑΚ, ΚΒ. Habet autem etiam spatium, quod sub ΠΛ, ΛΡ continetur, ad quadratum, quod a ΛΓ describitur, eamdem rationem, quam spatium, quod continetur sub ΑΚ, ΚΒ, ad quadratum, quod describitur a ΚΓ. Habet igitur quadratum, quod a ΛΜ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΛΓ rationem eamdem, quam quadratum, quod a ΘΚ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΚΓ. Quare in recta linea sunt puncta Γ, Θ, Μ. Est autem ΓΜ in superficie coni. Constat igitur etiam punctum Θ esse in coni superficie. Positum autem fuerat non esse. Manifestum est igitur, quod oportebat demonstrare.

* Sic MS. ª τᾷ ᵇ κατὰ τὸ Λ

PROP. X. Prob.

Data acutianguli coni sectione, et recta linea, quæ non recta ab ejus centro in eo plano excitata sit, quod rectum ad id, in quo ipsa est, planum per diametrum alteram agitur; fieri potest, ut cylindrus inveniatur axem habens, qui rectæ illi, quæ excitata fuit, in directo jaceat, in cujus superficie sit data acutianguli coni sectio.

Sit altera datæ acutianguli coni sectionis diameter B A; centrum vero punctum Δ; et recta, quæ a centro, ut dictum est, excitata fuit, Γ Δ. Intelligatur autem acutianguli coni sectio descripta esse circa diametrum A B in plano ad id planum, in quo sunt A B, Γ Δ, recto. Oportet utique cylindrum invenire axem habentem, qui ipsi Γ Δ in directo jaceat, in cujus superficie sit data acutianguli coni sectio.

Itaque a punctis A, B ducantur A Z, B H ipsi Γ Δ parallelæ. Atque altera acutianguli coni sectionis diameter aut æqualis est intervallo ipsarum A Z, B H, aut major, aut minor. Sit primo æqualis rectæ Z H; quæ quidem ad rectos angulos sit ipsi Γ Δ. Excitetur autem a Z H planum ad Γ Δ rectum: hocque in plano circulus sit circa diametrum Z H descriptus; et ab eo circulo cylindrus axem habens Γ Δ. Jam in cylindri hujus superficie est acutianguli coni sectio. Si enim non est, punctum erit in ea aliquod, quod in cylindri superficie non erit. Itaque intelligatur sumptum esse punctum aliquod Θ in acutianguli coni sectione, quod in cylindri superficie non sit: ducaturque a puncto Θ, Θ K ad A B normalis. Hæc recta utique erit ad planum, in quo sunt A B, Γ Δ. Ducatur autem a puncto K ipsi Γ Δ parallela K Λ; et a puncto Λ excitetur Λ M ad rectos angulos ipsi Z H; utique in circulo, qui circa Z H descriptus est. Intelligatur autem punctum M sublime esse in circumferentia semicirculi, qui circa diametrum Z H est descriptus. Eamdem igitur habet rationem quadratum, quod a normali Θ K describitur, ad spatium, quod sub A K, K B continetur: et quadratum, quod describitur a Z Γ, ad spatium, quod continetur sub A Δ B; quoniam Z H alteri diametro æqualis est. Habet autem etiam spatium, quod sub Z Λ, Λ H continetur, ad spatium, quod continetur sub A K, K B, eamdem rationem, quam quadratum, quod a Z Γ describitur, ad quadratum, quod describitur ab A Δ ellipseos. Æquale est igitur spatium, quod sub Z Λ, Λ H continetur, quadrato quod a Θ K describitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ἀνεστακούσᾳ γραμμᾷ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Ἔστω τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἑτέρα διάμετρος ἁ Β Α· κέντρον δὲ τὸ Δ· ἁ δὲ Γ Δ γραμμὰ ἔστω ἀνεστακοῦσα ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς εἴρηται. Ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν Α Β, ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ Α Β, Γ Δ. Δεῖ δὴ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας [a] τᾷ Γ Δ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Ἀπὸ δὴ τῶν Α, Β σαμείων [a] ἄχθων παρὰ τὰν Γ Δ αἱ Α Ζ, Β Η. Ἁ δὲ ἑτέρα διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἤτοι ἴσα ἐντὶ τῷ διαστήματι τᾶν Α Ζ, Β Η, ἢ μείζων, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω δὴ πρότερον ἴσα τᾷ Ζ Η· ἁ δὲ Ζ Η ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ Γ Δ. Ἀπὸ δὲ τᾶς Ζ Η, ἀνεστακέτω ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὰν Γ Δ· καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν Ζ Η· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν Γ Δ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου [b] τούτου ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖται τὶ σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. Νοείσθω δή τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν Α Β ἁ Θ Κ. Ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ Α Β, Γ Δ. Ἀπὸ δὲ τοῦ Κ ἄχθω παρὰ τὰν Γ Δ ἁ Κ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἀνεστακέτω ἁ Λ Μ ποτ' ὀρθὰς [c] τᾷ Ζ Η, ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν Ζ Η. Τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ περιφερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ διάμετρον τὰν Ζ Η. Τὸν αὐτὸν δὴ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Κ καθέτου, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Α Κ, Κ Β περιεχόμενον· καὶ τὸ ἀπὸ Ζ Γ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Α Δ Β περιεχόμενον, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ Ζ Η τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Λ, Λ Η περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ Α Κ, Κ Β περιεχόμενον λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Ζ Γ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ Α Δ τᾶς ἐλλείψιος. Ἴσον οὖν ἐντὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Λ, Λ Η περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τᾶς Θ Κ τετραγώνῳ. Ἔστι δὲ ἴσον καὶ τῷ

[a] τᾶ Γ Δ [a] ἄχθωσαν [b] ποτίπω [c] ταῖς

ἀπὸ ΛΜ. Ἶσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘΚ, ΜΛ καθετοί[d] παράλληλοι οὖν ἐντὶ αἱ ΛΚ, ΜΘ. Ὥς τε καὶ αἱ ΔΓ, ΜΘ παράλληλοι ἐσσεῦνται. Καὶ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐςὶ τοῦ κυλίνδρου ἁ ΘΜ, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Μ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐόντος ἄκται[d] παρὰ τὸν ἄξονα. Δῆλον οὖν ἔτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐςὶν αὐτοῦ. Ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Φανερὸν οὖν ἐςιν ὃ ἔδει δεῖξαι.

Δῆλον δὴ, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων τὰν ἔλλειψιν ὀρθὸς ἐσσεῖται, αἴκα [e] ἡ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τᾶν ἀπὸ τᾶν [f] περατῶν τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, [g] ἀγμέναν παρὰ τὰν ἀνεςακοῦσαν εὐθεῖαν.

Ἔςω πάλιν ἑτέρα διάμετρος μείζων τᾶς ΖΗ· καὶ ἴσα ἔςω ἁ ΠΖ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΠΖ ἐπίπεδον ἀνεςακέτω ὀρθὸν [h] ποτὶ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔςω περὶ διάμετρον τὰν ΠΖ· ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔςω ἄξονα ἔχων τὰν ΔΡ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου, διὰ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται ὖσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Ἀλλ᾽ ἔςω ἐλάσσων ἁ ἑτέρα διάμετρος τᾶς ΖΗ· ᾧ δὴ μεῖζον δύναται ἁ ΖΓ τᾶς ἡμισείας [i] τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἔςω τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΞ τετράγωνον. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἀνεςακέτω γραμμὰ ἴσα τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἁ ΞΝ· τὸ δὲ Ν νοείσθω μετέωρον. Ἁ οὖν ΓΝ ἴσα ἐντὶ τᾷ ΓΖ. Ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΖΗ, ΓΝ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ· ἥξει δὴ οὗτος διὰ τοῦ Ν, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου κύλινδρος ἔςω ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐςὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ γὰρ μή ἐςιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπ᾽ αὐτᾶς, ὃ οὐκ ἐςὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. Λελάφθω δή τι σαμεῖον ἐπ᾽ αὐτᾶς τὸ Θ· καὶ ἁ ΘΚ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΒ· καὶ ἀπὸ τοῦ Κ παρὰ τὰν ΓΔ ἔςω ἁ ΚΛ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ᾽ ὀρθὰς [k] τᾷ ΖΗ, ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ, ἁ ΛΜ.[l] Νοείσθω δὲ τὸ Μ ἐπὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ

Est autem æquale etiam illi, quod describitur a ΛΜ. Æquales sunt igitur normales, ΘΚ, ΜΛ; ideoque ΛΚ, ΜΘ sunt parallelæ. Quare parallelæ etiam sunt ipsæ ΔΓ, ΜΘ. Est igitur ΘΜ in superficie cylindri; quoniam a puncto Μ, quod in superficie est, ducta fuit axi parallela. Constat igitur etiam punctum Θ esse in ejusdem superficie. Positum autem fuerat non esse. Manifestum est igitur, quod oportebat demonstrare.

Illud quoque constat, cylindrum, qui ellipsim comprehendit, rectum fore, si altera diameter æqualis fuerit intervallo rectarum, quæ ab alterius diametri terminis rectæ illi, quæ excitata fuit, parallelæ ducuntur.

Sit rursus altera diameter major qnam ΖΗ: æqualisque sit ΠΖ alteri diametro. Excitetur autem a ΠΖ planum ad id planum, in quo sunt ΑΒ, ΓΔ, rectum hocque in plano circulus sit circa diametrum ΠΖ descriptus; et ab eo circuln cylindrus axem habens ΔΡ. Demonstrabitur eadem ratinne in superficie cylindri hujus esse acutianguli coni sectio.

At vero minor sit altera diameter quam ΖΗ: et quo plus potest ΖΓ, quam dimidia alterius diametri, hoc sit quadratum, quod a ΓΞ describitur. Excitetur autem a puncto Ξ recta linea ΞΝ æqualis dimidiæ alterius diametri, eademque recta ad id planum, in quo sunt ΑΒ, ΓΔ: et intelligatur punctum Ν sublime esse. Æqualis est igitur ΓΝ ipsi ΓΖ. Describatur deinde in plano, in quo sunt ΖΗ, ΓΝ, circa diametrum ΖΗ circulus; qui quidem etiam per punctum Ν transibit; atque ab hoc circulo cylindrus axem habens ΓΔ. Jam in cylindri hujus superficie est acutianguli coni sectio. Si enim non est, punctum erit in ea aliquod, quod in cylindri superficie non erit. Itaque sumatur in ea punctum aliquod Θ: ducaturque ab eo ΘΚ normalis ad ΑΒ; itemque a puncto Κ ΚΛ parallela ipsi ΓΔ: et a puncto Λ ΛΜ normalis ad ΖΗ; utique in semieirculn, qui circa diametrum ΖΗ descriptus est. Intelligatur autem punctum Μ in femicirculo esse,

[d] Sic MS. [e] ἁ ἑτέρα [f] περάτων [g] Sic MS. [h] ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ [i] Sic MS. [k] ταῖς

qui descriptus est circa Z H, a quo normalis ducatur MO ad KΛ productam. Hæc recta utique erit ad planum, in quo sunt AB, ΓΔ, quoniam KΛ ad rectos angulos est ipsi ZH. Igitur ut quadratum, quod a MO describitur, ad quadratum, quod describitur a MΛ, ita se habet quadratum, quod a ΞN describitur, ad quadratum, quod describitur a NΓ: ut vero quadratum, quod a MΛ describitur, ad spatium, quod sub ΛK, KB continetur, ita se habet quadratum, quod a ΓN describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΛΔ. Nam quadratum quidem, quod a MΛ describitur, æquale est spatio, quod sub ΛZ, ΛH continetur; quadratum vero, quod a ΓN describitur, æquale est quadrato, quod describitur a ΓZ. Igitur ut quadratum, quod a MO describitur, ad spatium, quod sub ΛK, KB continetur, ita se habet quadratum, quod a NΞ describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΛΔ. Se habet autem etiam quadratum, quod a KΘ describitur, ad spatium, quod sub ΛK, KB continetur, ut quadratum, quod a ΞN describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΛΔ; quoniam ΞN dimidiæ alterius diametri æqualis est. Constat igitur æquales esse normales MO, ΘK; ideoque etiam KO, ΘM. Quoniam vero MΘ parallela est axi cylindri, punctumque M in ejusdem superficie est, necesse est ipsam etiam MΘ in ejusdem esse superficie. Igitur etiam punctum Θ in ejusdem superficie est. Non erat autem. Constat igitur acutianguli Coni Sectionem necessario esse in cylindri superficie.

περὶ τὰν ZH· καὶ ἀπὸ τοῦ M καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν KΛ ἐκβληθεῖσαν, ἁ MO. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ AB, ΓΔ, ἐπεὶ ποτ' ὀρθάς ἐντὶ ἁ KΛ τᾷ ZH. Ἔστιν δὴ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς MO ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς MΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΞN ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς NΓ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς MΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛK, KB, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓN ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΔ. Ἐπεὶ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς MΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΛZ, ΛH περιεχομένῳ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΓN τῷ ἀπὸ τᾶς ΓZ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς MO τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛK, KB, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς NΞ ποτὶ ἀπὸ τᾶς ΛΔ. Ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛK, KB, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς ΞN ποτὶ ἀπὸ τᾶς ΛΔ, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΞN τᾷ ἡμισέᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου. Δῆλον ὦν ὅτι ἴσαι ἐντὶ αἱ MO, ΘK καθετοί· ὥστε ἴσαι αἱ KO, ΘM. Ἐπεὶ δὲ ἁ MΘ παρὰ τὸν ἄξονα ἐντὶ τοῦ κυλίνδρου, καὶ τὸ M σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖον καὶ τὰν MΘ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου. Φανερὸν ὦν ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ αὐτοῦ. Οὐκ ἦν δέ. Δῆλον ὦν ὅτι ἀναγκαῖόν ἐστι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου.

PROP. XI. Theor.

Quemlibet conum ad conum rationem habere, quæ componitur ex ratione tum basium, tum altitudinum, ab iis, qui ante nos fuerunt, demonstratum est. Demonstratur autem eodem modo, etiam quodlibet segmentum coni ad coni segmentum rationem habere, quæ ex ratione tum basium tum altitudinum componitur. Quinetiam, quodlibet segmentum cylindri triplum esse segmenti coni, qui eamdem ac segmentum illud basim habeat, eamdemque altitudinem, eodem modo demonstratur, quo cylindrus coni esse triplus, qui eamdem ac cylindrus basim habeat, et altitudinem eamdem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιαʹ.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βάσιων λόγου, καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων, ἀποδέδεικται ὑπὸ τῶν πρότερον. Ἁ αὐτὰ δὲ ἀπόδειξις ἐντὶ καὶ διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνου ποτὶ ἀπότμαμα κώνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ τε τοῦ τῶν βάσιων λόγου, καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων. Καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τόμῳ, καὶ ὕψος ἴσον, ἁ αὐτὰ ἀπόδειξις, ἅπερ καὶ ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ, καὶ ὕψος ἴσον.

PROP. XII. Theor.

Si rectangula conois plano secetur acto sive per axem, sive secundum axem, sectio erit rectanguli coni sectio eadem atque illa, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ipsius erit communis sectio planorum; tum ejus, quod figuram secat, tum ejus, quod rectum ad id, quod secat, planum per axem agitur. Quod si plano secetur ad axem recto, sectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si obtusiangula conois plano secetur acto sive per axem, sive secundum

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβʹ.

Αἴκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου τομὰ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον. Εἰ δὲ τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἴκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμα-

δὴ διὰ τῶ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἢ διὰ τᾶς κορυφᾶς τῶ κώνω τῶ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίω κώνω τομά. Εἰ μὲν διὰ τοῦ ἄξονος αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα· εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτᾷ· εἰ δὲ καὶ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνω τῶ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, οὐχ ὁμοία. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τῶ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τῶ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Αἴκα τμαθῇ ὀρθῷ τῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τῶ ἄξονος. Αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερῶν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίω κώνω τομά· εἰ μὲν καὶ διὰ τῶ ἄξονος, αὐτὰ ἁ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα· εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτᾷ. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τῶ ἀχθέντος διὰ τῶ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ δὲ καὶ τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἴκα τῶν εἰρημένων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος μὴ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἐόντων καθετοὶ ἀγόμεναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἐντὸς πεσοῦνται τᾶς τοῦ σχήματος τομᾶς. Τούτων δὲ πάντων φανερόν ἐστι αἱ ἀποδείξιες.

axem, sive denique per verticem coni conoiden continentis, sectio erit obtusianguli coni sectio. Et si quidem per axem, eadem erit atque illa, quæ figuram comprehendit: si vero secundum axem, eidem similis: si denique per verticem coni conoiden continentis, non similis. Diameter autem sectionis erit communis sectio planorum; tum ejus, quod figuram secat, tum ejus, quod rectum ad id, quod secat, planum per axem agitur. Quod si plano secetur ad axem recto, sectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si sphæroideon figurarum utralibet plano secetur acto sive per axem, sive secundum axem, sectio erit acutianguli coni sectio: et si quidem per axem, eadem illa, quæ figuram comprehendit; si vern secundum axem, eidem similis. Diameter autem sectionis erit communis sectio planorum; tum ejus, quod figuram secat, tum ejus, quod rectum ad id, quod secat, planum per axem agitur. Quod si plano secetur ad axem recto, sectio erit circulus centrum habens uiique in axe. Si quælibet figurarum, quas diximus, plano secetur per axem acto; quæ a punctis, quæ in superficie figuræ non autem in ipsa sectione sunt, normales ducuntur, intra figuræ sectionem cadent. Horum autem omnium demonstrationes manifestæ sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Αἴκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ μήτε διὰ τῶ ἄξονος, μήτε παρὰ τὸν ἄξονα, μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίω κώνω τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ, ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τῶ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

Τετμάσθω γὰρ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ, διὰ τῶ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἔστω τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ [1] ἁ ΑΒΓ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ ἔστω τοῦ κωνοειδέος, καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι ἁ τομὰ τῶ κωνοειδέος, ἁ ἀπὸ τῶ ἐπιπέδου κατὰ τὰν ΑΓ, ὀξυγωνίου ἐστὶ κώνου τομά. Καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ μείζων ἐστὶν ἁ ΑΓ· ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐστὶ τᾷ ΑΛ, τᾶς μὲν ΓΛ παρὰ τὰν ΒΔ ἐούσας, τᾶς δὲ ΑΛ καθέτου ἐπὶ τὰν ΓΛ.

Νοείσθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τῶ Κ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν ΓΑ, ἁ ΚΘ. Ἐσσεῖται δὴ ἁ ΚΘ καθετὸς ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΑΓΒ ὀρθογωνίου κώνου τομά· διότι καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον.

PROP. XIII. Theor.

Si rectangula conois plano secetur neque per axem acto, neque secundum axem, neque ad rectos angulos axi, sectio erit acutianguli coni sectio; cujus quidem major diameter erit recta, quæ abscinditur in conoide a sectione planorum; tum ejus, quod figuram secat, tum ejus, quod rectum ad id, quod secat, planum per axem agitur: minor vero diameter æqualis erit intervallo rectarum, quæ a terminis majoris diametri axi parallelæ ducuntur.

Secetur enim rectangula conois plano, ut dictum est: eademque secta per axem plano alio ad id, quod secat, planum recto, sit cnnoidis quidem sectio linea ΑΒΓ; plani vero, quod secat, recta ΓΑ. Ac sit conoidis axis, idemque sectinnis diameter ΒΔ. Oportet demonstrare, conoidis sectionem, quæ fit a plano secundum ΑΓ acto, acutianguli coni sectionem esse. Ac majorem quidem ipsius diametrum esse rectam ΑΓ; minorem vero æqualem rectæ ΑΛ; ducta scilicet ΓΛ ipsi ΒΔ parallela, et ΑΛ ad ΓΛ normali.

Intelligatur sumptum in sectione esse punctum aliquod Κ; ducaturque a puncto Κ ad ΓΑ normalis ΚΘ. Erit igitur ΚΘ recta ad id planum, in quo rectanguli coni sectio est ΑΓΒ; quoniam etiam planum, quod secat, ad idem

[1] ἁ ΒΓ

planum rectum est. Ducatur autem per punctum Θ recta EZ æquales cum BΔ angulos efficiens; et per rectas EZ, KΘ agatur planum. Hoc rectum utique erit ad BΔ: et secabitur conois plano ad axem recto. Quare sectio circulus erit, cujus centrum punctum Δ: ideoque KΘ spatium poterit ei æquale, quod sub ZΘ, ΘE continetur. Qui enim super EZ constituetur semicirculus est: normalisque cum sit KΘ media proportionalis est, spatiumque potest, quod continetur sub EΘ, ΘZ. Ducantur rursus contingentes coni sectionem, MN quidem ipsi AΓ parallela, contingat autem in puncto N; BT vero parallela ipsi EZ. Quod igitur spatium sub AΘ, ΘΓ continetur, ad spatium, quod continetur sub EΘ, ΘZ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a NT describitur, ad quadratum, quod describitur a BT. Hoc enim demonstratum est. Æqualis est autem ipsi NT, TM; quoniam etiam BP ipsi BM æqualis est. Igitur etiam spatium, quod sub AΘ, ΘΓ continetur, ad quadratum, quod a KΘ describitur, rationem habet eamdem, quam quadratum, quod a TM describitur, ad quadratum, quod describitur a TB. Quare etiam quadratum, quod a normali ΘK describitur, ad spatium, quod sub AΘ, ΘΓ continetur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a BT describitur, ad quadratum, quod describitur a TM. Quoniam igitur triangula ΓAΛ, TMB similia sunt, quadratum quod a normali ΘK describitur, ad rectangulum, quod sub AΘ, ΘΓ continetur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab AΛ describitur, ad quadratum, quod describitur ab AΓ. Pariter demonstrabuntur, et quadrata, quæ ab aliis normalibus a sectione ad AΓ ductis describuntur, ad spatia, quæ sub segmentis ipsius AΓ continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod ab AΛ describitur, ad quadratum, quod describitur ab AΓ. Constat igitur sectionem esse acutianguli coni sectionem: ac majorem quidem ipsius diametrum esse AΓ, minorem vero æqualem ipsi AΛ.

PROP. XIV. Theor.

Si obtusianguli conois plano secetur concurrente tum omnibus lateribus coni conoiden continentis, non autem acto ad rectos angulos axi, sectio erit acutianguli coni sectio. Cujus quidem major diameter erit recta, quæ abscinditur in

[m] ταὶ EZ, KΘ εὐθεῖαι MS. ἐπιπέδῳ deest. [n] Sic MS. [o] τᾷ TM

Διὰ δὲ τοῦ Θ ἄχθω ἁ EZ ὀρθὰς ποιοῦσα γωνίας ποτὶ τὰν BΔ· καὶ διὰ [m] τᾶν EZ, KΘ εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω. Ἐσσεῖται δὲ τοῦτο ὀρθὸν ποτὶ τὰν BΔ· τετμήσεται δὲ τὸ κωνοειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα. Ὥς τε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Δ. Ἁ ἄρα KΘ ἴσον δυνασεῖται τῷ ὑπὸ ZΘ, ΘE. Ἡμικύκλιον γάρ ἐστι τὸ ἐπὶ τᾶς EZ· καὶ ἁ KΘ καθετὸς οὖσα μέσα γίνεται [n] ἀνάλογον τῷ ὑπὸ τᾶν EΘ, ΘZ περιεχομένῳ. Ἄχθω δὲ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ μὲν MN παρὰ τὰν AΓ, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ N· ἁ δὲ BT παρὰ τὰν EZ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν EΘ, ΘZ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς NT, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς BT. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Τᾷ δὲ NT ἴσα ἐντὶ ἁ TM· διότι καὶ ἁ BP [o] τᾷ BM. Ἔχει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς TM ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς TB. Ὥς τε καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK καθετοῦ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς BT τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς TM. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐντὶ [p] τὰ ΓAΛ, TMB τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK καθετοῦ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς AΓ. Ὁμοίως δειχθήσονται καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν καθετᾶν τετράγωνα, τᾶν ἀγομέναν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν AΓ, ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς AΓ τμαμάτων, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς AΓ. Δῆλον οὖν ὅτι ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετροι δὲ αὐτᾶς εἰσίν, ἁ μὲν μείζων ἁ AΓ, ἁ δὲ ἐλάσσων ἴσα τᾷ AΛ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Αἴκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς [q] ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κω-

[p] τὰ ΓAΛ, TΛB τρίγωνα ὅμοια δειχθήσονται [q] In

νοειδῦ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τῶ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τῶ ἀχθέντος διὰ τῶ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

Τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτῶ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίω κώνω τομὰ, τῶ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπιπέδω ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ τῶ κωνοειδέος, καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ. Νοείσθω δὴ τι ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον σαμεῖον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τῶ Κ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΓ ἁ ΚΘ. Ἐσσεῖται δὴ αὕτα ὀρθὰ [t] ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ ἁ ΑΒΓ κώνω τομά. Διὰ δὲ τῶ Θ ἄχθω ἁ ΕΖ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ· καὶ διὰ [u] τᾶν ΕΖ, ΚΘ εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἄχθω τέμνον τὸ κωνοειδές. Τετμάσεται δὴ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· ὥς τε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτῶ τὸ Δ. Ἁ ἄρα καθετὸς ἁ ΚΘ ἴσον δυνασεῖται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΖ. Ἄχθω δὴ πάλιν ἁ μὲν ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τῶ κώνω τομᾶς κατὰ τὸ Ν, ἁ δὲ ΒΤ παρὰ τὰν ΕΖ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ ΕΘ, ΘΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὥς τε τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ καθετῶ τετράγωνον ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὁμοίως ὦν [x] διαχθησοῦντι καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν [y] καθετᾶν τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν ΑΓ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ, ἃ αἱ καθετοὶ ποιοῦντι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Καί ἐστιν ἐλάσσων ἁ ΒΤ τᾶς ΤΝ· διότι καὶ ἁ ΜΤ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΤΝ, καὶ γὰρ ἁ ΜΒ ἐλάσσων τᾶς ΒΡ. Τοῦτο γάρ ἐστιν ἐν ταῖς τῶ ἀμβλυγωνίω κώνω τομαῖς [z] συμπίπτοντι. Δῆλον ὦν ὅτι ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίω κώνω τομά· καὶ διάμετρος αὐτᾶς μείζων ἁ ΑΓ. Ὁμοίως καθετῶ οὔσης τᾶς ΝΡ ἐν τᾷ τῶ ἀμβλυγωνίω κώνω τομᾷ, διάμετρος ταύτας μείζων ἐστὶν ἁ ΓΑ.

conoide a sectione planorum, tum ejus, quod figuram secat, tum ejus, quod rectum ad id, quod secat, planum per axem agitur.

Secetur enim obtusiangula conois plano, ut dictum est: eademque secta per axem plano alio ad id, quod secat, planum recto, sit conoidis quidem sectio obtusianguli coni sectio ΑΒΓ; plani vero quod figuram secat, recta ΑΓ. Ac sit conoidis axis, idemque sectionis diameter, ΒΔ. Intelligatur sumptum in sectione esse punctum aliquod Κ; ducaturque a puncto Κ ad ΑΓ normalis ΚΘ. Hæc recta utique erit ad id planum, in quo obtusianguli coni sectio est ΑΒΓ. Ducatur autem per punctum Θ recta ΕΖ ad rectos angulos ipsi ΒΔ; et per rectas ΕΖ, ΚΘ planum agatur secans conoiden; quæ quidem plano secabitur ad axem recto. Quare sectio circulus erit, cujus centrum punctum Δ: ideoque normalis ΚΘ spatium poterit ei æquale, quod sub ΕΘ, ΘΖ continetur. Ducantur rursus contingentes coni sectionem, ΜΝ quidem, quæ in puncto Ν contingit, ipsi ΑΓ parallela; ΒΤ vero parallela ipsi ΕΖ. Quod igitur spatium sub ΕΘ, ΘΖ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΑΘ, ΘΓ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΤΝ. Quare quadratum, quod a normali ΘΚ describitur, ad spatium, quod sub ΑΘ, ΘΓ continetur, rationem habet eamdem, quam quadratum, quod a ΒΤ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΤΝ. Pariter demonstrabuntur et alia quadrata, quæ ab aliis normalibus a sectione ad ΑΓ ductis describuntur, ad spatia, quæ sub segmentis ipsius ΑΓ, quæ normales efficiunt, continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΤΝ. Est autem minor ΒΤ quam ΤΝ; quoniam ipsa etiam ΜΤ minor est quam ΤΝ, cum ΜΒ minor sit quam ΒΡ. Hoc enim in obtusianguli coni sectionibus contingit. Constat igitur sectionem esse acutianguli coni sectionem; majoremque ipsius diametrum ΑΓ. Similiter si sit ΝΡ normalis in acutianguli sectione coni, diameter ipsius major est ΓΑ.

[t] ποτὶ τῷ ἐπιπέδῳ [u] τὰν ΕΖ, ΚΘ εὐθεῖαν [x] διαχθήσοντι [y] καθέτων [z] σύμπτωμα

4 A

PROP. XV. Theor.

Si longa sphærois plano secetur, ad axem non recto, sectio erit acutianguli coni sectio. Cujus quidem major diameter erit recta, quæ abscinditur in sphæroide a sectione planorum; tum ejus, quod figuram secat, tum ejus, quod rectum ad id, quod secat, planum per axem agitur.

Et si quidem secetur sive per axem, sive secundum axem, manifesta res est. Itaque secetur plano alio: eademque secta per axem plano ad id, quod secat, planum recto, sit sphæroidis quidem sectio acutianguli coni sectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod ipsam secat, recta ΓΑ. Ac sit sphæroidis axis, idemque acutianguli coni sectionis diameter, ΒΔ: centrum punctum Χ: minorque diameter ΠΡ. Ducatur autem ΒΤ ad rectos angulos ipsi ΒΔ: et ΗΝ ipsi ΑΓ parallela, eademque contingens acutianguli coni sectionem in puncto Ν: ducaturque etiam ΜΑ per punctum Χ, parallela ipsi ΑΓ. Pariter ac supra demonstrabuntur quadrata, quæ a normalibus a sectione ad ΑΓ ductis describuntur, ad spatia, quæ sub segmentis ipsius ΑΓ continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΤΝ. Itaque sectionem quidem esse acutianguli coni sectionem, et diametrum ipsius esse ΑΓ, manifestum est: at vero majorem esse, hoc oportet demonstrare. Quod enim spatium sub ΠΧ, ΧΡ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΜΧ, ΧΛ eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ describitur ad quadratum, quod describitur a ΝΤ; quoniam ΠΡ, ΜΛ contingentibus parallelæ sunt. Minus est autem spatium, quod sub ΠΧ, ΧΡ continetur spatio, quod continetur sub ΜΧ, ΧΛ; quoniam etiam ΧΠ ipsa ΧΛ minor est. Minus est igitur quadratum, quod a ΒΤ describitur quadrato, quod describitur a ΤΝ. Quare et quæ a normalibus a sectione ad ΑΓ ductis quadrata describuntur minora sunt spatiis, quæ sub segmentis ipsius ΑΓ continentur. Constat igitur ipsam ΓΑ majorem esse diametrum.

Si lata sphærois plano secetur, alia quidem eadem erunt: diametrorum vero ea erit minor, quæ in sphæroide abscinditur.

Porro ex his illud in figuris omnibus manifestum est, si parallelis planis secentur, eorum sectiones similes fore. Quæ enim a normalibus qua-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Αἴκα καὶ τὸ παραμᾶκες σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ [x] σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

Εἰ μὲν οὖν κατμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, δῆλον. Τετμάσθω δὴ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ· τμαθέντος δὴ αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον, τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ τέμνοντος αὐτὸ ἐπιπέδου, ἁ ΓΑ εὐθεῖα· Ἄξων δὴ ἔστω τοῦ σφαιροειδέος, καὶ διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ ΒΔ· κέντρον δὲ τὸ Χ· καὶ ἐλάσσων διάμετρος ἔστω ἁ ΠΡ. Ἄχθω δὴ ἁ μὲν ΒΤ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ· ἁ δὲ ΗΝ παρὰ τὰν ΑΓ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Ν· ἄχθω δὴ καὶ ἁ ΜΛ διὰ τοῦ Χ παρὰ τὰν ΑΓ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησεῦντι τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ τᾶν καθετᾶν τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ [y] ἀγομέναν, ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς ΑΓ τμαμάτων, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὅτι μὲν οὖν ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ ΓΑ, δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. Τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ ΜΧ, ΧΛ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΤ· ἐπεὶ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἐντὶ αἱ ΠΡ, ΜΛ. Ἔλασσον δέ ἐστι τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον τοῦ ὑπὸ τᾶν ΜΧ, ΧΛ· ἐπεὶ καὶ ἁ ΧΠ τᾶς ΧΛ. Ἔλασσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὥς τε καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν καθετᾶν τετράγωνα τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν ἐλάσσονα ἐντὶ τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ περιεχομένων. Δῆλον οὖν ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος ἁ ΓΑ.

Αἴκα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται· τᾶν δὴ διαμέτρων ἐλάσσων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

Ἐξ αὐτῶν δὲ φανερὸν ἐν πᾶσι τοῖς [z] σχημάτεσσιν, ὅτι αἴκα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῇ, αἱ αὐτῶν τομαὶ ὅμοιαι ἐσσεῦνται. Τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ

[x] Sic MS. [y] ἀγωμέναν [z] σχήμασι

τᾶν καθετᾶν ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὼς αὐτὼς λόγως ἑξοῦντι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛʹ.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ, ἀπὸ παντὸς ὁτεῦν σαμείω τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τῶ κωνοειδέος τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ᾽ ἅ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτῶ, ἐκτὸς πεσοῦνται τῶ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδω διά τε τῶ ἄξονος καὶ τοῦ σαμείω, ἀφ᾽ οὗ ἁ παράλλαλος ἄγεται τῷ ἄξονι, τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίω κώνω τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ὁ ἄξων τῶ κωνοειδέος. Ἐν δὲ τᾷ τῶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείω τῶ ἐπὶ τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν παρὰ τὴν διάμετρον εὐθειᾶν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ᾽ ἅ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτᾶς, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ τὰ[a] θάτερα, ἐντός. Δῆλον ὦν τὸ προτεθέν.

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείω τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτῶ τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρά τινα γραμμὰν, ἅ ἐστιν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα διὰ τᾶς κορυφᾶς τῶ κώνω τῶ περιέχοντος[b] τὸ κωνοειδὲς, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ᾽ ἅ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτῶ, ἐκτὸς πεσοῦνται τῶ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδω διά τε τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένας διὰ τᾶς κορυφᾶς τῶ κώνω τῶ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, καὶ διὰ τῶ σαμείω, ἀφ᾽ οὗ ἄγεται ἁ ἐς αὐτὰ, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίω κώνω τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνω ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα. Ἐν δὲ τᾷ τῶ ἀμβλυγωνίω κώνω τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείω τοῦ ἐπὶ[c] τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὰν οὕτως ἀγμέναν γραμμὰν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ᾽ ἅ ἐστιν αὐτᾶς τὰ κυρτὰ, ἐκτὸς πίπτοντι· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

Αἴκα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφάπτηται, μὴ τέμνον τὸ κωνοειδὲς, καθ᾽ ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον· καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τῶ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

Ἐφαπτέσθω γὰρ εἰ δυνατὸν κατὰ πλείονα σαμεῖα. Λαφθέντων δὲ δύο σαμείων, καθ᾽ ἃ ἅπτεται, τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον τῶ κωνοειδέος, καὶ ἀφ᾽ ἑκατέρου παρὰ τὸν ἄξονα[d] εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν· ἀπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἐπίπεδον ἐκβληθὲν, ἤτοι διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσεῖται ἀγμένον. Ὥς τε τὰν τομὰν ποιήσει κώνου τομὰν, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσεῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. Ἐπεὶ οὖν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. Ἁ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ὥς τε καὶ τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. Ἔστι δὲ ἁ εὐθεῖα

[a] θάτερα [b] τῷ κωνοειδεῖ [c] τὰς τομὰς τὰς ἀγμένας [d] εὐθειᾶν

drata deſcribuntur, hæc ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis continentur, eamdem rationem habebunt.

PROP. XVI. Theor.

In rectangula conoide, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ejuſdem ſuperficie ſunt, axi parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus conoidis convexa ſunt, extra conoiden cadent, quæ vero ad contrarias, intra.

Ducto enim plano per axem, et per id punctum, a quo, quæ axi parallela eſt, ducitur; ſectio erit rectanguli coni ſectio: ejuſque diameter erit axis conoidis. At in rectanguli coni ſectione, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ſectione ſunt diametro parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus ſectionis convexa ſunt, extra ſectionem cadunt, quæ vero ad contrarias, intra. Conſtat igitur, quod propoſitum erat.

In obtuſiangula conoide, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ejuſdem ſuperficie ſunt, ducuntur parallelæ cuidam rectæ, quæ a vertice coni conoiden continentis in conoide ipſa ducta eſt; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus conoidis convexa ſunt, extra conoiden cadent, quæ vero ad contrarias, intra.

Ducto enim plano per rectam, quæ per verticem coni conoiden continentis in conoide ducta eſt, et per id punctum, a quo ea ducitur, quæ rectæ huic parallela eſt, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio: ejuſque diameter erit recta, quæ a vertice coni in conoide ducitur. At in obtuſianguli coni ſectione, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ſectione ſunt, rectæ cuidam, ut modo diximus, ductæ parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus ſectionis convexa ſunt, extra ſectionem cadunt, quæ vero ad contrarias, intra.

Si conoideas figuras planum contingat, quod ipſas non ſecet, in uno tantum puncto continget; et planum, quod per contactum, axemque agitur, rectum erit ad planum contingens.

Contingat enim, ſi fieri poteſt, in pluribus punctis. Sumptis autem punctis duobus, in quibus planum conoiden contingit, ductiſque ab utroque rectis axi parallelis, ſi per has planum agatur, actum utique erit ſive per axem, ſive ſecundum axem. Quare ſectionem faciet coni ſectionem; et puncta in ipſa coni ſectione erunt. Quoniam igitur in ſuperficie ſunt, etiam in plano ſunt. Quæ igitur recta inter puncta interjicitur, hæc intra coni ſectionem erit; ideoque etiam intra conoidis ſuperficiem. Eſt autem eadem recta etiam in plano contingente; quoniam

et puncta in eo sunt. Igitur contingentis plani pars aliqua intra conoiden erit. Quod fieri non potest. Positum enim fuerat non secare. In uno igitur tantum puncto continget. Ipsum autem planum, quod per contactum axemque agitur, rectum fore ad planum contingens, si quidem in conoidis vertice contigerit, manifestum est. Actis enim per axem duobus planis, conoidis sectiones coni sectiones erunt, diametrum habentes ipsum axem. Quæ autem rectæ contingentis plani sectiones in diametri termino contingunt, hæ cum diametro ipsa rectos angulos efficiunt. Duæ igitur rectæ erunt in contingente plano ad rectos angulos axi. Planum igitur rectum erit ad axem; ideoque etiam ad planum, quod per axem agitur. At vero planum non contingat conoiden in vertice: planumque agatur per contactum et axem. Ac sit conoidis quidem sectio coni sectio A B Γ: et conoidis axis, eademque sectionis diameter, B Δ: contingentis vero plani sectio sit recta E Θ Z coni sectionem in puncto Θ contingens. Ducatur autem a puncto Θ ad B Δ normalis Θ K: et excitetur planum ad axem rectum. Hoc utique sectionem faciet circulum, cujus centrum punctum K. Atque plani hujus, et contingentis alterius sectio recta erit circulum contingens, quæ ideo rectos cum Θ K angulos efficiet. Quare recta erit ad id planum, in quo sunt K Θ, B Δ. Constat igitur planum contingens rectum ad idem planum esse; quoniam et, quæ in eo sunt, rectæ lineæ.

αὐτὰ ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ· διότι καὶ τὰ σαμεῖα. Τῶ ἄρα ἐπιψαύοντος ἐπιπέδω ἐσσεῖταί τι ἐντὸς τῶ κωνοειδέος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ὑπέκειτο γὰρ, μὴ τέμνειν. Καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅψεται σαμεῖον. Ὅτι δὲ καὶ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τῶ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον, εἰ κατὰ τὰν κορυφὰν τῶ κωνοειδέος ἐφάπτηται, δῆλον. Ἀχθέντων γὰρ διὰ τοῦ ἄξονος δύο ἐπιπέδων, τῶ κωνοειδέος αἱ τομαὶ ἐσσεῦνται κώνων τομαὶ, διάμετρον ἔχουσαι τὸν ἄξονα. Τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδω αἱ εὐθεῖαι ἐπιψαύονται τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρω, ὀρθὰς ποιεῦντι γωνίας ποτὶ τὰν διάμετρον. Ἐσσοῦνται οὖν ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Ὀρθὸν οὖν ἐσσεῖται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον ὥς τε καὶ ποτὶ τὸ διὰ τῶ ἄξονος. Ἀλλὰ ἔστω μὴ κατὰ τὰν κορυφὰν τῶ κωνοειδέος ἐπιψαῦον τὸ ἐπίπεδον· ἄχθω δὴ ἐπίπεδον διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τῶ ἄξονος. Καὶ τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ A B Γ κώνου τομά· ἄξων δὲ ἔστω καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ B Δ· τῶ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδω τομὰ ἔστω ἁ E Θ Z εὐθεῖα τᾶς τῶ κώνου τομᾶς ἁπτομένα κατὰ τὸ Θ. Ἀπὸ δὲ τῶ Θ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν B Δ ἁ Θ K· καὶ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ἐπὶ τὸν ἄξονα. Ποιήσει δὴ τοῦτο τὰν τομὰν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ K. Ἁ δὲ τομὰ τούτω τῶ ἐπιπέδω καὶ τοῦ ἐπιψαύοντος ἐσσεῖται ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου· ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν Θ K. Ὥς τε ὀρθὰ ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ K Θ, B Δ. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον· ἐπεὶ καὶ αἱ ἐν αὐτῷ εὐθεῖαι.

PROP. XVII. Theor.

Si sphæroideon figurarum utramlibet planum contingat, quod ipsas non secet, in uno tantum puncto continget: et planum, quod per contactum, axemque agitur, rectum erit ad planum contingens.

Contingat enim in pluribus punctis. Sumptis autem punctis duobus, in quibus planum sphæroiden contingit, ductisque ab utroque rectis axi parallelis, si per has planum agatur, sectio erit acutianguli coni sectio: et puncta in ipsa coni sectione erunt. Quæ igitur recta inter puncta interjicitur, hæc intra coni sectionem erit; ideoque etiam intra sphæroidis superficiem. Est autem eadem recta etiam in plano contingente; quoniam et puncta in eo sunt. Igitur contingentis plani pars aliqua intra sphæroiden erit. Non est autem. Positum enim fuerat non secare. Constat igitur in uno tantum puncto contingere. Ipsum autem planum, quod per con-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ'.

Αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπίπεδον ἅπτηται, μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον ἅψηται σαμεῖον· καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

Ἁπτέσθω γὰρ κατὰ πλείονα σαμεῖα. Λαφθέντων δὴ τῶν σαμείων καθ' ἃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τῶ σφαιροειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρω αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν, καὶ διὰ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπιπέδω ἐκβληθέντος, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίω κώνου τομά· καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσεῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. Ἁ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ὥς τε καὶ τᾶς τῶ σφαιροειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. Ἔστι δὲ ἁ εὐθεῖα ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ· διότι καὶ τὰ σαμεῖα. Τῶ οὖν ἐπιψαύοντος ἐπιπέδω ἐσσεῖταί τι ἐντὸς τοῦ σφαιροειδέος. Οὐκ ἔστι δέ. Ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. Δῆλον οὖν ὅτι καθ' ἓν σαμεῖον μόνον ἅψεται. Ὅτι δὴ τὸ διὰ τᾶς

ἀφᾶς, καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων δείξομες.

Αἴκα τῶν κωνοειδέων, ἢ σφαιροειδέων σχημάτων ὁποιωοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ τᾶς γινομένας τομᾶς ἐπιψαύουσά τις [e] ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τᾶς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν ποτὶ τὸ τέμνον, ἐπιψαύσει τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σαμεῖον, καθ' ὃ καὶ ἁ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

Οὐ γὰρ ἅψεται κατ' ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ· εἰ δὲ μὴ ἁ ἀπὸ τοῦ σαμείου καθετὸς ἀγομένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσεῖται ἐκτὸς τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. [f] Ἐπὶ γὰρ τὰν ἐπιψαύουσαν πεσεῖται, ἐπεὶ ὀρθὰ ποτ' ἄλλαλα ἐοντι ἐπίπεδα. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ὅτι ἐντὸς πεσεῖται.

PROPOSITIO XVII. THEOR.

Si conoideon, aut sphæroideon figurarum utralibet plano per axem secetur, ducaturque recta aliqua sectionem, quæ oritur, contiogens; et excitetur per contingentem planum ad id, quod secat, planum rectum; continget hoc figuram io eodem puncto, in quo et recta illa coni sectionem contingit.

Non enim contiuget in alio puncto ejusdem superficiem: alioquin quæ ab eo puncto ad id, quod secat, planum normalis ducitur, extra coni sectionem cadet. Cadet enim in contingentem, quoniam plana recta sibi invicem sunt. Quod fieri non potest. Demonstrata enim est cadere intra.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Αἴκα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύοντι, ἁ τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορεύσεται.

Ὅτι μὲν οὖν κατ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα ἐοντι, δῆλον. Ἀλλ' ἔστω μὴ ποτ' ὀρθάς. Τὸ δὴ ἐπίπεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τᾶς ἀφᾶς τᾶς ἑτέρας ὀρθὸν ἐσσεῖται [g] ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον· ὥς τε καὶ ποτὶ τὸ παράλληλον αὐτῷ. Ἀναγκαῖον ἄρα τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον, τὸ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ἑκατέραν ἀφᾶν ἀγμένον. Εἰ δὲ μὴ, ἐσσοῦνται δύο ἐπίπεδα ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ἀγμένα, οὐκ ἐούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον. Ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ εἶμεν ὀρθὸς ποτὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. Ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἐσσοῦνται ἐπιπέδῳ ὅτε ἄξων καὶ αἱ ἀφαὶ καὶ τετμακὸς ἐσσεῖται τὸ σφαιροειδὲς διὰ τοῦ ἄξονος. Ἁ οὖν τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· αἱ δὲ τῶν ἐπιψαυόντων ἐπιπέδων τομαὶ παράλληλοι ἐσσοῦνται, αἱ ἐπιψαύσοντι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰς ἀφὰς τῶν ἐπιπέδων. Αἱ δὲ δύο εὐθεῖαι ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιψαύοντι παράλληλοι ἐοῦσαι, τότε κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου [h] τομᾶς, καὶ αἱ ἀφαὶ ἐπ' εὐθείαν ἐοντι.

PROP. XVIII. THEOR.

Si sphæroideon figurarum aliquam duo parallela plana contingant; quæ recta contactus jungit per sphæroidis centrum transibit.

Et si quidem plana axi ad rectos angulos fuerint, manifesta res est. Sin minus, planum, quod per axem, et contactum alterum agitur, rectum erit ad id, quod secat, planum; ideoque etiam ad planum eidem parallelum. Necesse igitur est idem esse planum, quod per axem, et utrumque contactum agitur: alioquio duo erunt plana recta ad idem planum per eamdem rectam lineam acta, quæ ad id planum recta non fit. Positus est enim axis rectus ad parallela plana non esse. In eodem igitur plano erunt contactus, et axis: sectaque erit sphærois per axem. Itaque sectio erit acutianguli coni sectio: planorumque cootingentium sectiones, quæ in ipsis planorum contactibus acutianguli coni sectionem contingunt, erunt parallelæ. Si autem rectæ sibi iovicem parallelæ acutianguli coni sectionem contingant; acutianguli coni sectionis centrum, et contactus in directo jaceat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

Αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερωοῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα [i] ἀχθῇ ἐπιψαύοντα· ἀχθῇ δέ τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ τὰ ἐπιψαύοντα· αἱ διὰ τᾶς γενομένας τομᾶς [k] ἀγόμεναι, παρὰ τὰν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

Ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα· καὶ λελάφθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς γενομένας τομᾶς· καὶ διὰ τοῦ γενομένου σαμείου, καὶ τᾶς εὐθείας [l] τᾶς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσας ἐπίπεδον ἄχθω. [m] Τέμνει δὴ τοῦτο τὸ σφαιροει-

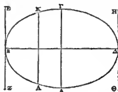
PROP. XIX. THEOR.

Si sphæroideon figurarum utramlibet duo parallela plana cootingant: agatur autem per sphæroidis centrum planum aliquod contiogentibus planis parallelum; quæ rectæ per sectionem, quæ oritur, ei, quæ contactus jungit, parallelæ ducuntur, extra sphæroiden cadent.

Ponantur quæ dicta sunt; sumaturque punctum aliquod in ea, quæ oritur sectione; et per id punctum, rectamque, quæ contactus jungit, agatur planum. Hoc utique sphæroiden, et pa-

[e] ἄχθη [f] Sic MS. [g] Sic MS. [h] Sic MS. [i] ἄχθη [k] ἀγόμεναι εὐθεῖαι παρὰ τὰν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύσας
[l] In MS. τᾶς deest. [m] τέμνει

rallela plana secat. Itaque sit sphæroidis sectio acutianguli coni sectio ΑΒΓΔ: planorumque contingentium sectiones rectæ ΕΖ, ΗΘ: quod sumptum est punctum, Α: denique quæ contactus jungit, ΒΔ. Hæc utique per centrum transibit. Sectio autem plani contingentibus planis paralleli sit ΓΑ. Atque hæc etiam per centrum transibit; quoniam et ipsum, in quo est, planum. Quoniam igitur sectio ΑΒΓΔ aut circulus est, aut acutianguli coni sectio; eamque duæ rectæ contingunt ΕΖ, ΗΘ; ductaque per centrum est ΑΓ iisdem parallela; constat, quæ a punctis Α, Γ ipsi ΒΔ parallelæ ducuntur, has contingere sectionem, atque extra sphæroiden cadere. Quod si planum contingentibus planis parallelum actum per centrum non sit, cujusmodi est ΚΛ; constat fore, ut rectarum, quæ a sectione ducuntur, quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus est minus segmentum, extra sphæroiden cadent; quæ vero ad contrarias, intra.

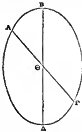


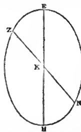
δες, καὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. Ἔστω οὖν ἁ μὲν τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά· αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ἐπιψαυόντων τομαὶ, αἱ ΕΖ, ΗΘ εὐθεῖαι· τὸ δὴ λαφθὲν σαμεῖον, τὸ Α· ἁ δὲ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα ἔστω, ἁ ΒΔ. Πεσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου. Ἁ δὲ τοῦ παραλλήλου ἐπιπέδου τοῖς ἐπιψαυόντεσσιν ἐπιπέδοις τομὰ, ἁ ΓΑ. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου ἀγεμένα[n], ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ἁ ΑΒΓΔ, ἤτοι κύκλος, ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ ἐπιψαύοντι[o] αὐτᾶς αἱ δύο εὐθεῖαι αἱ ΕΖ, ΗΘ· διὰ δὲ[p] τοῦ κέντρου παράλληλος αὐταῖς ἄκται ἁ ΑΓ· δῆλον ὡς αἱ ἀπὸ τῶν Α, Γ ἀγόμεναι σαμείων παρὰ τὰν ΒΔ ἐπιψαύοντι τᾶς τομᾶς καὶ ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος. Εἰ δὲ καὶ τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἐπιψαυόντεσσιν ἐπιπέδοις, μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἀγμένον ᾖ, ὡς τὸ ΚΛ· δῆλον ὡς τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς τᾶν γενομέναν εὐθειᾶν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γενόμεναι τῷ τε ἐλάσσονι τμάματι, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

PROP. XX. Theor.

Quælibet sphæroidea figura secta plano per centrum acto, secatur in duas æquas partes ab hoc plano tum ipsa, tum ipsius superficies.

Secetur enim sphærois plano per centrum acto: secabiturque sive per axem; et ad angulos sive rectos, sive etiam non rectos axi. Et si quidem secetur sive per axem, sive ad rectos angulos axi; constat tum ipsam, tum ipsius superficiem in duas æquas partes secari. Manifestum est enim partem ipsius alteram cum altera; et superficiem partis alterius cum alterius superficie convenire. Sed neque secetur per axem, neque ad rectos angulos axi. Itaque secta per axem sphæroide plano ad id, quod secat, planum recto, ipsius quidem figuræ sectio sit acutianguli coni sectio ΑΒΓΔ; cujus diameter, idemque sphæroidis axis, recta ΒΔ; centrum punctum Θ; plani vero, quod per centrum sphæroiden secat, sectio sit recta ΑΓ. Sumatur præterea alia sphærois huic æqualis, et similis: eademque secta plano per axem acto, sectio sit acutianguli coni sectio ΕΖΗΝ; ejusque diameter, idemque sphæroidis axis, ΕΗ; et centrum punctum Κ. Ducatur autem per





ΠΡΟΤΑΣΙΣ κʹ.

Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου, καὶ αὐτὸ, καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

Τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου, ἤτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ ἄξονος ἐσσεῖται τετμαμένον, ἢ ποτ' ὀρθὰς, ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. [q]Εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται, ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, δῆλον ὡς δίχα τέμνεται τὸ αὐτὸ, καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ. Φανερὸν γὰρ ὅτι ἐφαρμόζει τὸ ἕτερον μέρος αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἁ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου μέρεος ἐπὶ τὰν ἑτέρου. Ἀλλ' ἔστω μὴ διὰ τοῦ ἄξονος τετμαμένον, μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Τμαθέντος δὴ τοῦ σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτοῦ μὲν τοῦ σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἔστω, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, ἁ ΒΔ· καὶ κέντρον τὸ Θ· τοῦ δ' ἐπιπέδου τοῦ τετμακότος διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος, ἔστω τομὰ ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Λελάφθω δή τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς ἴσον καὶ ὅμοιον τούτῳ καὶ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ, τομὰ ἔστω ἁ ΕΖΗΝ ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ ΕΗ· καὶ κέντρον τὸ Κ.

[n] ἀγμένα [o] Sic MS. [p] τῶ κέντρω ὄντων [q] Εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται, ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι in MS. desunt.

Καὶ διὰ τοῦ Κ ἄχθω ἁ ΖΝ γωνίαν ποιοῦσα τὰν Κ ἴσαν τᾷ Θ· ἀπὸ δὲ τᾶς ΖΝ ἐπίπεδον ἴσω ἀνεστακὸς ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΕΖΗΝ τομά. Ἐντὶ δὴ τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΝ ἴσαι καὶ ὅμοιαι ἀλλάλαις. Ἐφαρμόζοντι οὖν ἐπ' ἀλλάλας τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ, καὶ τᾶς ΖΝ ἐπὶ τὰν ΑΓ. Ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΝΖ τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφότερα ἐντί. Ἐφαρμόζει οὖν καὶ τὸ τμᾶμα τὸ ὑπὸ ἐπιπέδου ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ, ἀπὸ τοῦ σφαιροειδέος τὰ αὐτὰ τῷ Ε, τὸ ἐπὶ τᾶς τῷ ἑτέρῳ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β. Καὶ λοιπὸν τμᾶμα ἐπὶ τὸ λοιπόν· καὶ αἱ ἐπιφάνειαι τῶν τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. Πάλιν δὲ καὶ τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ οὕτως, ὥς τε τὸ μὲν Ε κατὰ τὸ Δ κεῖσθαι· τὸ δὲ Η κατὰ τὸ Β· τὰν δὲ μεταξὺ τῶν Ν, Ζ σαμείων [r] γραμμὰν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν Α, Γ σαμείων· δῆλον ὡς αἵ τε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἐφαρμόζοντι ἐπ' ἀλλάλας· καὶ τὸ μὲν Ζ ἐπὶ τὸ Γ πεσεῖται, τὸ δὲ Ν ἐπὶ τὸ Α. Ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΝΖ ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· καὶ τῶν τμαμάτων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ, τὸ μὲν [s] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Η ἐφαρμόζει τῷ τμάματι, τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ [t] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· τὸ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ [u] τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ [w] τῷ Δ. Ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ τμᾶμα ἑκατέρῳ τῶν τμαμάτων ἐφαρμόζει, δῆλον ὅτι ἴσα ἐντὶ τὰ τμάματα· διὰ τ' αὐτὰ δὲ καὶ αἱ ἐπιφάνειαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Τμάματος δοθέντος [x] ἀποτεμῶν τῶν κωνοειδέων ἀποτεμνομένων ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τῶν σφαιροειδέων ἀποτεμῶν, μὴ μείζονος ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, ὁμοίως ἀποτεμνομένων· δυνατόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

Δεδόσθω τμᾶμα, οἷόν ἐστι τὸ ΑΒΓ· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος [y] τμάματος, τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ κώνου τομά· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ [z] ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα, ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος, καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς, ἁ ΒΔ. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ἐπὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐστί, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΓΑ. Ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων [a] τὸν ΒΔ. Πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος· ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδές, ἢ σφαι-

centrum K ZN efficiens angulum K angulo Θ æqualem: exciteturque a ZN planum ad id planum, in quo ſectio eſt EZHN, rectum. Duæ igitur ſunt acutiangulorum conorum ſectiones ABΓΔ, EZHN æquales, ſibique invicem ſimiles. Itaque poſita EH ſuper BΔ, et ZN ſuper AΓ, ſibi invicem conveniunt. Convenit autem etiam planum actum per NZ plano acto per AΓ; quoniam utrumque ab eadem recta in eodem plano excitatur. Convenit igitur etiam ſegmentum, quod a plano acto per NZ ad eas partes, in quibus eſt punctum E, a ſphæroide ſecatur, cum altero ſegmento, quod ſecatur ab altera ſphæroide a plano acto per AΓ ad eas partes, in quibus eſt punctum B. Reliquum item ſegmentum cum reliquo ſegmento; et ſuperficies ſegmentorum cum ſuperficiebus conveniunt. Rurſus poſita EH ſuper BΔ, ita ut punctum quidem E ponatur ſuper Δ; punctum vero H ſuper B; recta denique, quæ inter puncta N, Z interjicitur ſuper rectam, quæ interjicitur inter puncta A, Γ; conſtat fore, ut acutiangulorum conorum ſectiones ſibi invicem conveniant; cadatque punctum quidem Z ſuper Γ, punctum vero N ſuper A. Pariter etiam planum actum per NZ convenit cum plano acto per AΓ: ſegmentorumque, quæ a plano acto per NZ ſecantur, quod quidem ad eaſdem partes eſt, ad quas punctum H, cum ſegmento convenit, quod a plano acto per AΓ ad eaſdem partes, ad quas punctum B, ſecatur; quod vero eſt ad eaſdem partes, ad quas punctum E convenit cum ſegmento, quod ſecatur ad eaſdem partes, ad quas eſt punctum Δ. Quoniam igitur idem ſegmentum cum utroque ſegmento convenit, conſtat ſegmenta æqualia eſſe; eademque ratione etiam ipſorum ſuperficies.

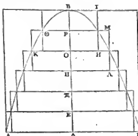
PROP. XXI. Theor.

Dato ſegmento cujuſlibet conoidis ſecto plano ad axem recto, vel ſegmento cujuſlibet ſphæroidis ſimiliter ſecto, quod tamen dimidia ſphæroide majus non ſit; fieri poteſt, ut eidem ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore ſolida qualibet propoſita.

Detur ſegmentum, quale eſt ABΓ: eodemque ſecto plano per ſegmenti axem acto, ſectio quidem ejus ſit coni ſectio ABΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta AΓ. Ac ſit ſegmenti axis, idemque ſectionis diameter, BΔ. Quoniam igitur ponitur planum, quod ſecat, rectum eſſe ad axem, ſectio circulus erit, cujus diameter ΓA. Excitetur ab hoc circulo cylindrus axem habens BΔ. Cadet utique hujus ſuperficies extra ſegmentum; quoniam ſive conoi-

[r] γραμμῶν [s] Sic MS. [t] Sic MS. [u] τὸ [w] τὸ [x] Sic MS. [y] τμάματος; τομᾶς. Ἔσω [z] ἀποτετμηκότος [a] τὸ

dis, five fphæroidis fegmentum eft non majus fphæroide dimidia. Itaque fi hic cylindrus in duas æquas partes continuo fecetur plano ad axem recto, quod relinquitur minus aliquando erit propofita folida magnitudine. Sit id, quod relinquitur, cylindrus bafim habens circulum, qui circa diametrum ΑΓ defcribitur, et axem ΕΔ, minor propofita folida magnitudine. Dividatur autem ΒΔ in partes uni ΕΔ æquales in punctis Ρ, Ο, Π, Ξ: ducanturque a divifionibus rectæ ipfi ΑΓ parallelæ ad coni ufque fectionem: et ab his plana excitentur recta ad ΒΔ. Itaque fectiones circuli erunt centra habentes in ΒΔ. Defcribantur autem ab unoquoque circulorum duo cylindri, quorum uterque axem habeat ipfi ΕΔ æqualem; alter quidem ad eafdem cylindri partes, ad quas punctum Δ, alter vero ad eafdem, ad quas punctum Β. Erit utique fegmento figura quædam folida infcripta ex iis cylindris compofita, qui ad eas partes, in quibus eft punctum Δ, defcripti funt: aliaque item circumfcripta compofita ex iis cylindris, qui defcripti funt ad eas, in quibus eft punctum Β. Reliquum eft, demonftremus circumfcriptum excedere infcriptam magnitudine minore folida propofita. Itaque cylindrorum, qui in infcripta figura funt, æqualis unufquifque eft cylindro, qui ab eodem circulo defcriptus eft ad eafdem partes puncti Β: nimirum cylindrus quidem ΘΗ cylindro ΘΙ; cylindrus vero ΚΛ cylindro ΚΜ: aliique eodem modo. Cylindri autem omnes cylindris omnibus æquales funt. Conftat igitur circumfcriptam figuram excedere infcriptam cylindro, qui bafim quidem habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ defcribitur, axem vero ΕΔ. Hic autem minor eft propofita folida magnitudine.



ροειδὲς μὴ μεῖζον τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Τοῦ δὴ κυλίνδρου τούτου ἀεὶ δίχα τεμνομένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἐσσεῖται ποτὶ τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Ἔστω δὲ τὸ καταλελειμμένον ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρος [b] ἔχων βάσιν τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὸν ΕΔ, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Διαιρήσθω δὴ ἁ ΒΔ ἐς τὰς ἴσας τᾷ ΕΔ κατὰ τὰ Ρ, Ο, Π, Ξ· καὶ ἀπὸ τᾶν [c] διαιρέσεων ἄχθων εὐθεῖαι παρὰ τὰν ΑΓ, ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν· ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτω ὀρθὰ ποτὶ τὰν ΒΔ. Ἐσσοῦνται δὴ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἔχοντες ἐπὶ τὰς ΒΔ. Ἐφ' ἑκάστου δὴ τῶν κύκλων δύο κύλινδροι ἀναγεγράφθων, ἑκάτερος ἔχων ἄξονα ἴσον τῷ ΕΔ, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ κυλίνδρου, ἐφ' ἃ ἐστι τὸ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐφ' ἃ ἐστι τὸ Β. Ἐσσεῖται δή τι ἐν τῷ τμάματι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἃ ἐστι τὸ Δ· καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, καὶ συγκείμενον ἐκ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων ἐφ' ἃ τὸ Β ἐστί. [d] Λοιπὸν δὲ δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Ἕκαστος δὴ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐστὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀναγραφομένῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· ὡς ὁ μὲν ΘΗ τῷ ΘΙ, ὁ δὲ ΚΛ τῷ ΚΜ· καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως. Καὶ πάντες δὴ οἱ κύλινδροι πᾶσιν ἴσοι ἐστίν. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ, τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ. Οὗτος δὲ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

PROP. XXII. Paob.

Dato fegmento cujuflibet conoidis fecto plano ad axem non recto, vel fegmento cujuflibet fphæroidis fimiliter fecto, quod tamen dimidia fphæroide majus non fit; fieri poteft, ut eidem folida figura infcribatur, itemque alia circumfcribatur ex cylindri fegmentis æqualem altitudinem habentibus compofita; ita ut circumfcripta figura excedat infcriptam magnitudine minore folida qualibet propofita.

Detur fegmentum, quale dictum eft. Secta autem figura per axem plano alio ad id pla-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Τμάματος δοθέντος ἑποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος [e] ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, [f] ὁμοίως ἀποτετμαμένου· δυνατόν ἐστιν εἰς αὐτὸ σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος [g] ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, [h] ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ [i] ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

Διδόσθω τμᾶμα, οἷον εἴρηται. Τμαθέντος δὴ τοῦ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ,

[b] ὁ ἔχων [c] Sic MS. [d] λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι
[h] Sic MS. [i] ἐγγραφομένου

[e] ἡμισυειδέος [f] Sic MS. [g] In MS. ἴσον deeft.

ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ δοθὲν τμᾶμα, τῶ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ κώνω τομά· τῶ δὲ ἐπιπέδω τοῦ [k] ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Ἐπεὶ ὦν ὑπόκειται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ εἶμεν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίω κώνω τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ΑΓ. Ἔστω παράλληλος τᾷ ΓΑ ἁ ΦΤ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνω τομᾶς, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ Β, καὶ ἀπὸ τᾶς ΦΤ ἀνεστακέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαύσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ Β· καὶ εἰ μὲν ἐστὶ τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίω κωνοειδέος, ἀπὸ τοῦ Β ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα ἁ ΒΔ· εἰ δὲ ἀμβλυγωνίω ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τῶ κώνω τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸ Β ἐκβεβλήσθω, ἁ ΒΔ· εἰ δὲ σφαιροειδέος, ἀπὸ τῶ κέντρω ἐπὶ τὸ Β [l] ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ. Δῆλον δὲ ὅτι τέμνει ἁ ΒΔ δίχα [m] τὰν ΑΓ. [n] Ἔστιν ὦν τὸ μὲν Β κορυφὰ τοῦ τμάματος· ἁ δὲ ΒΔ εὐθεῖα, ἄξων. Ἔστι δή τις ὀξυγωνίω κώνω τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· καὶ γραμμὰ ἁ ΒΔ ἀπὸ τοῦ κέντρω ἀνεστακοῦσα ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρω ἐόντος τοῦ ἐπιπέδω. Δυνατὸν ὦν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτῶ ἐκτὸς τῶ τμάματος· ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδέος ἢ σφαιροειδέος τμᾶμα, καὶ οὐ μεῖζόν ἐστιν ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Ἐσσεῖται δέ τις κυλίνδρω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομάν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. Τοῦ μὲν τόμω δίχα τεμνομένω ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰν ΑΓ, ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Ἔστω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομὰν [o] τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Διῃρήσθω δὴ ἁ ΔΒ ἐς τὰς ἴσας [p] τᾷ ΔΕ· καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρέσιων ἄχθων [q] εὐθεῖαι παρὰ τὰν ΑΓ, ἔστε ποτὶ τὰν τῶ κώνω τομάν· ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτων παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπι-

num, quod datum fegmentum fecat, recto, figuræ quidem fectio fit coni fectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod fegmentum fecat, recta ΓΑ. Quoniam igitur ponitur planum, quod fegmentum fecat, rectum ad axem non effe, fectio erit acutianguli coni fectio, cujus diameter ΑΓ. Contingat ΦΤ ipfi ΓΑ parallela coni fectionem in puncto Β: exciteturque planum a ΦΤ plano per ΑΓ acto parallelum. Continget hoc figuram in puncto Β. Et fi quidem fegmentum rectangulæ conoidis eft, a puncto Β axi parallela ducatur ΒΔ: fi vero obtufiangulæ conoidis, ducta recta, a vertice coni conoiden continentis ad punctum Β, producatur, eaque fit ΒΔ: fi denique fphæroidis, ducta recta a centro ad punctum Β in fegmento abfcindatur, eaque item fit ΒΔ. Conftat jam ΒΔ ipfam ΑΓ in duas æquas partes fecare: ideoque punctum quidem Β fegmenti vertex eft; recta vero ΒΔ ejus axis. Itaque acutianguli coni fectio quædam eft circa diametrum ΑΓ defcripta; rectaque linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata eft, quod rectum ad id in quo ipfa eft, planum per diametrum alteram agitur. Fieri igitur poteft, ut cylindrus inveniatur axem habens ΒΔ, in cujus fuperficie fit acutianguli coni fectio circa diametrum ΑΓ defcripta. Cadet utique hujus fuperficies extra fegmentum; quoniam five conoidis five fphæroidis fegmentum eft non majus fphæroide dimidia: atque erit fegmentum quoddam cylindri bafim quidem habens acutianguli coni fectionem, quæ circa diametrum ΑΓ defcribitur, axem vero ΒΔ. Itaque fi hoc fegmentum in duas æquas partes fecetur planis parallelis plano per ΑΓ acto, quod relinquitur minus erit propofita folida magnitudine. Sit fegmentum bafim quidem habens acutianguli coni fectionem, quæ circa diametrum ΑΓ defcribitur, axem vero ΕΔ, minus propofita folida magnitudine. Dividatur autem ΔΒ in partes uni ΔΕ æquales: ducanturque a divifionibus rectæ ipfi ΑΓ parallelæ ad coni ufque fectionem: et ab his plana excitentur parallela plano acto per ΑΓ. Hæc fecabunt fegmenti fuperficiem: eruntque acutianguli coni fectiones ei fimiles, quæ circa diametrum ΑΓ defcripta eft; quoniam plana parallela fibi invicem funt. Defcribantur autem ab unaquaque acutianguli coni fectione duo cylindri fegmenta; alterum

[k] ἀποτετμακότοι [l] Sic MS. [m] τῶν [n] ἴσαι [o] τὰν ex MS. [p] τᾶ [q] εὐθεῖα

quidem ad eaſdem acutianguli coni ſectionis partes, ad quas punctum Δ; alterum vero ad partes eaſdem, ad quas punctum B; quæ axem habeant ipſi ΔE æqualem. Erunt utique figuræ quædam ſolidæ; altera quidem ſegmento inſcripta; altera vero circumſcripta ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita. Reliquum eſt, ut demonſtremus, circumſcriptam figuram excedere inſcriptam magnitudine minore ſolida propoſita. Demonſtrabitur autem pariter ac in ſuperiore propoſitione, circumſcriptam figuram excedere inſcriptam ſegmento, quod baſim quidem habet acutianguli coni ſectionem, quæ circa diametrum AΓ deſcribitur, axem vero EΔ. Hoc autem minus eſt propoſita ſolida magnitudine.

Hiſce præmiſſis, demonſtrabimus quæ de figuris propoſita ſunt.

PROP. XXIII. Theor.

Quodlibet ſegmentum rectangulæ conoidis ſectæ plano ad axem recto ſeſquialterum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque axem.

Sit enim ſegmentum rectangulæ conoidis ſectum plano ad axem recto: eodemque ſecto per axem plano alio, ſit ſuperficiei quidem ſectio acutianguli coni ſectio ABΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΓA: et ſit axis ſegmenti recta BΔ. Sit item conus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, cujus vertex eſt punctum B. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis hujus coni eſſe ſeſquialterum.

Ponatur enim conus Ψ ſeſquialter eſſe coni, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et axis BΔ. Sit autem etiam cylindrus baſim quidem habens circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, axem vero BΔ. Erit utique conus Ψ dimidium totius cylindri; quoniam ejuſdem coni ſeſquialter eſt. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Ac cylindrorum, ex quibus circumſcripta figura componitur, maximus quidem ſit is, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et axem EΔ; minimus vero, qui baſim habet circulom, qui deſcribitur circa diametrum ΣT, et axem BΘ. Cylindrorum autem,

πέδῳ. Τέμνοντι δὴ ταῦτα [t] τὰν ἐπιφάνειαν τῶ τμάματος, κ̕ ἐσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τμαὶ ὅμοιαι τᾷ περὶ ταν ΑΓ διάμετρον· ἐπεὶ παράλληλα ἐντὶ τὰ ἐπίπεδα. Ἐφ' ἑκάστας δὴ τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τμᾶς ἀναγεγράφθων κυλίνδρω [u] τομοὶ δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς τῷ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, ἄξονα ἔχοντες ἴσον τῷ ΔΕ. Ἐσοῦνται δὴ τινα σχήματα στερεὰ τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρω τομῶν ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενα. Λοιπὸν δέ ἐστιν δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένω ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Δειχθήσεται δε ὁμοίως τῷ προτέρῳ, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένω ὑπερέχει τῷ τόμῳ, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομὰν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ. Οὗτος δέ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεῶ μεγέθεος.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύομες τὰ προβεβλημένα τῶν σχημάτων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίω κωνοειδέος [x] ἀποτετμαμένω ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνω τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, κ̕ ἄξονα.

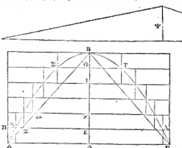
Ἔστω γὰρ τμᾶμα ὀρθογωνίω κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα· κ̕ τμαθέντος αὐτῶ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος, τᾶς μὲν ἐπιφανείας τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίω κώνω τομά· τῶ δὲ ἐπιπέδω τῶ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα, ἁ ΓΑ εὐθεῖα· ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος ἁ ΒΔ. Ἔστω δὲ κ̕ κῶνος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, κ̕ ἄξονα τὸν αὐτὸν, οὗ κορυφὰ τὸ Β. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐστι τῶ κώνω τούτω.

Ἐκκείσθω γὰρ κῶνος ὁ Ψ ἡμιόλιος ὢν τῶ κώνω, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ. Ἔστω δὲ κ̕ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. Ἐσσεῖται οὖν ὁ Ψ κῶνος ἥμισυς ὅλω τῶ κυλίνδρω· ἐπείπερ ἡμιόλιός ἐστιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ αὐτῶ κώνω. Λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος ἴσον ἐστὶ τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον ἐντὶ ἢ ἔλασσον. Ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατὸν, [y] μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ σχῆμα στερεὸν εἰς τὸ τμᾶμα, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥς τε τὸ [z] περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ πηλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνω. Καὶ ἔστω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ· ἐλάχιστος δὲ, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣΤ ἄξονα δὲ [a] τὰν ΒΘ. Τῶν δὲ κυλίνδρων ἐξ

[t] τᾶν ἐπιφανειᾶν [u] τόμοι [x] ἀποτετμαμένω

[y] Sic MS. [z] Sic MS. [a] τὰν ΕΓ

ὧν σύγκειται τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω, ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΑ· ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ· ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣΤ, ἄξονα δὲ τὰν ΘΙ. Ἐκβεβλήσθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρω, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ.



Ἐσσεῖται δὴ ὅλος κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους, τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸ τμῆμα ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ[y] ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ τμῆμα τοῦ κώνου, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι[z] μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Ὁ δὴ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἔχων ἄξονα[a] τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ. Ὁμοίως[b] δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν ΕΖ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχων λόγον, ὃν ἁ ΠΕ, τουτέστιν ἁ ΔΑ, ποτὶ τὰν ΖΩ. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων, ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν, ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσεως αὐτᾶς ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ εὐθειᾶν. Καὶ πάντες οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διαμέτρον τὰν ΑΓ, ἄξων δὲ ἐστιν ἁ ΔΒ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι, αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἱ ἐν ταῖς βάσεσι εἰσὶ τῶν εἰρημένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπολελαμμένας ἀπὸ τᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ. Αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τᾶς ΑΔ μείζονές ἐντι ἢ διπλάσιαι. Ὥς τε καὶ οἱ κύλινδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ὁ ἄξων ὁ ΔΒ μείζονες ἐντὶ, ἢ διπλάσιοι τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ἄρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ὁ ἄξων ἁ ΔΒ, μείζων ἐστὶ ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Τοῦ δὲ Ψ κώνου[c] ἦν διπλασίων. Ἔλασσον ἄρα

ex quibus inscripta figura componitur, maximus quidem sit is, qui basim habet circulum, qui circa diametrum ΚΑ describitur, et axem ΔΕ; minimus vero, qui basim habet circulum, qui describitur circa diametrum ΣΤ, et axem ΘΙ. Porro cylindrorum omnium plana producantur ad superficiem usque cylindri basim habentis circulum, qui circa diametrum ΑΓ describitur, axemque ΒΔ. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumscripta figura sunt, magnitudine vero æquales unusquisque eorum maximo. Et quoniam circumscripta segmento figura inscriptam minus excedit, quam segmentum conum, constat figuram segmento inscriptam cono Ψ majorem esse. Jam primus cylindrus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ΔΕ, ad cylindrum eorum primum, qui sunt in inscripta figura, axem habentem ΔΕ, eamdem habet rationem, quam ΔΑ ad ΚΕ potestate. Hæc autem eadem est atque illa, quam habet ΒΔ ad ΒΕ, et quam ΔΑ ad ΕΞ. Pariter demonstrabitur etiam secundus cylindrus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ΕΖ, ad cylindrum eorum secundum, qui sunt in inscripta figura, eamdem habere rationem, quam ΠΕ, hoc est ΔΑ, ad ΖΩ. Aliorum item cylindrorum unusquisque, qui in toto cylindro sunt, ad unumquemque cylindrum eorum, qui sunt in inscripta figura, eumdem axem habentium, eamdem habebit rationem, quam dimidia diametri basis ad eam ipsius partem, quæ inter rectas ΑΒ, ΒΔ ab eadem abscinditur. Itaque omnes cylindri, qui in eo cylindro sunt, cujus quidem basis est circulus, qui circa diametrum ΑΓ describitur, axis vero recta ΒΔ, ad omnes cylindros, qui sunt in inscripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnes rectæ, quæ ducuntur e circulorum centris, qui sunt in basibus circulorum, quos diximus, ad omnes rectas, quæ abscinduntur a recta illa, quæ inter ΑΒ, ΒΔ interjicitur. Rectæ autem, quas diximus, rectarum quas item diximus, dempta ΑΔ, majores sunt quam duplæ. Quare omnes etiam cylindri, qui in toto cylindro sunt, cujus axis ΔΒ, majores sunt quam dupli inscriptæ figuræ. Totus igitur cylindrus, cujus axis ΒΔ, major est quam duplus figuræ inscriptæ. Coni autem

[y] περιγεγραμμένῳ [z] Sic MS. [a] τὰς ΑΒ [b] Sic MS. [c] ἢ διπλασίω

Ψ erat duplus. Minor eſt igitur inſcripta figura cono Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt major eſſe. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Pariter autem neque eſt minus. Rurſus enim eidem figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur; ita ut altera alteram excedat magnitudine minore, quam qua conus Ψ conoidis ſegmentum excedit: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento; atque inſcripta minus a circumſcripta deficit, quam ſegmentum a cono, conſtat figuram circumſcriptam cono Ψ minorem eſſe. Rurſus primus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in circumſcripta figura, eumdem axem habentem EΔ, eam habet rationem, quam quadratum, quod ab AΔ deſcribitur, ad ſemetipſum. Cylindrus autem ſecundus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens EZ, ad cylindrum eorum ſecundum, qui ſunt in circumſcripta figura, axem habentem EZ, eamdem habet rationem, quam ΔA ad KE poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet BΔ ad BE, et quam ΔA ad EΞ. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi ΔE æqualem, ad unumquemque cylindrum eorum, qui ſunt in circumſcripta figura, eumdem axem habentium, eam habebit rationem, quam dimidia baſis ad eam ipſius partem, quæ inter rectas AB, BΔ ab eadem abſcinditur. Itaque omnes cylindri,* qui in toto cylindro ſunt, cujus eſt axis BΔ, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnes rectæ ad omnes rectas. Omnes autem rectæ, quæ e centris circulorum ducuntur, qui ſunt cylindrorum baſes, rectarum omnium, quæ ab ipſis abſcinduntur, una cum AΔ, minores ſunt quam duplæ. Conſtat igitur omnes etiam cylindros, qui in toto cylindro ſunt, minores eſſe quam duplos cylindrorum, qui ſunt in circumſcripta figura. Cylindrus igitur, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et axem BΔ, minor eſt quam duplus figuræ circumſcriptæ. Non eſt autem minor, ſed major quam duplus. Duplus eſt enim coni Ψ. Circumſcripta vero figura cono Ψ minor eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur minus conoidis ſegmentum cono Ψ. Demonſtratum autem eſt neque eſſe majus. Seſquialterum eſt igitur coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem.

τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνε. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον. Οὐκ ἄρα ἐςὶ μεῖζον τὸ κωνοειδὲς τοῦ Ψ κώνε. Ὁμοίως δὲ ὐδὲ ἔλασσον. Πάλιν γὰρ ἐγγεγράφθω τὸ σχῆμα, καὶ περιγεγράφθω, ὥς τε ὑπερέχειν ἕκαςον ἑκάςε ἐλάσσονι ἢ [d] πηλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ κωνοειδέος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐςι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ τὸ ἐγγραφὲν τοῦ περιγραφέντος ἐλάσσονι λείπεται, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνε, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐςι τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ Ψ κώνε. Πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔE, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τᾷ EΔ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ αὐτό. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν EZ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν EZ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔA ποτὶ τὰν KE δυνάμει. Οὗτος δέ ἐςιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει ἁ BΔ ποτὶ τὰν BE, καὶ [e] τῷ ὃν ἔχει ἁ ΔA ποτὶ τὰν EΞ. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαςος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔE, ποτὶ ἕκαςον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν, ἕξει τοῦτον λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν AB, BΔ εὐθειᾶν. Καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἄξων ἐςὶν ἁ BΔ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας. Αἱ δὲ εὐθεῖαι πᾶσαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, [f] οἱ βάσιές ἐντὶ τῶν κυλίνδρων, τᾶν εὐθειᾶν πασᾶν τᾶν ἀπολελαμμέναν [g] ἀπ' αὐτᾶν σὺν τᾷ AΔ ἐλάσσονές ἐντὶ, ἢ διπλάσιαι. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ οἱ κύλινδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἐλάσσονές ἐντὶ ἢ διπλάσιοι τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων [h] τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν AΓ, ἄξονα δὲ τὰν BΔ, ἐλάσσων ἐςὶν ἢ διπλασίων τοῦ περιγεγραμμένε σχήματος. Οὐκ ἐςὶ δὲ, ἀλλὰ μείζων ἢ διπλάσιος. Τοῦ γὰρ Ψ κώνε [i] διπλάσιόν ἐςι. Τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνε. Οὐκ ἄρα ἐςὶν ὐδὲ ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνε. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι ὐτε μεῖζον· ἡμιόλιον ἄρα ἐςὶ τοῦ κώνε, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROP. XXIV. Theor.

Quinetiam ſi a rectangula conoide ſegmentum ſecetur plano ad axem non recto, pariter ſeſquialterum erit ſegmenti coni, quod

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίε κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἔςαι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ

[d] πάλιν κώνε [e] Sic MS. [f] αἱ [g] ἀπ' αὐτᾶν σὺν τᾷ [h] τὸν κύλινδρον [i] διπλάσιον

κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἔστω τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ἀποτετμαμένον ὡς εἴρηται· καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ σχῆμα, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἁ ΦΥ ἐπιψαυέτω τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Β· καὶ ἁ ΒΔ ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα. Τεμεῖ δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. Ἐπιψαύσει δὲ τοῦτο τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β· καὶ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ, οὐ ποτ' ὀρθὰς [k] ἐὸν τῷ ἄξονι τετμήκει τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ ΑΓ. Ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου [1] κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΓΑ, καὶ γραμμᾶς τᾶς ΒΔ, ἅ ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακοῖσα, ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ἀνεστακότι ἀπὸ διαμέτρου περὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Δυνατὸν δὲ ἐστι καὶ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐσσεῖται. Ἐσσεῖται δὴ τόμος κυλίνδρου τις, βάσιν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ· καὶ ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ἡμιόλιόν ἐστι τούτου τοῦ κώνου.

Ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος ἡμιόλιος τοῦ ἀποτμάματος τούτου. Ἐσσεῖται δὴ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, διπλάσιος τοῦ Ψ κώνου. Οὗτος γὰρ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, τὸ εἰρημένον, τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τόμου τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἀναγκαῖον δέ ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν, ἢ ἐλασ-

[k] ἐόντι τῷ

eamdem ac segmentum basim habet, et axem eumdem.

Sit segmentum rectangulæ conoidis, sectum ut dictum est: eodemque secto per axem plano alio ad id planum, quod figuram secat, recto; figuræ quidem sectio sit acutianguli coni sectio ΑΒΓ; plani vero, quod segmentum secat, recta ΑΓ. Ducatur autem ΦΥ ipsi ΑΓ parallela, quæ acutianguli coni sectionem in puncto Β contingat: et parallela axi ducatur ΒΔ. Hæc utique ipsam ΑΓ in duas æquas partes secabit. Excitetur porro planum a ΦΥ plano per ΑΔ acto parallelum: quod quidem continget conoiden in puncto Β: eritque segmenti vertex punctum Β, et axis ΒΔ. Quoniam igitur planum per ΑΓ actum, cum rectum ad axem non esset, conoiden secuit, sectio erit acutianguli coni sectio, cujus major diameter ΑΓ. Itaque cum acutianguli coni sectio sit circa diametrum ΑΓ descripta; et recta linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata est, quod rectum ad id, in quo ipsa est, planum per diametrum agitur; fieri potest, ut cylindrus inveniatur axem habens, qui ipsi ΒΔ in directo jaceat, in cujus superficie sit acutianguli coni sectio. Fieri itidem potest, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus superficie eadem acutianguli coni sectio sit. Atque erit segmentum aliquod cylindri basim habens acutianguli coni sectionem quæ circa diametrum ΑΓ describitur, et axem ΒΔ: et coni item segmentum eamdem ac segmentum cylindri, et conoidis basim habens, eumdemque axem. Oportet demonstrare segmentum conoidis hujus coni esse sesquialterum.

Sit conus Ψ segmenti illius sesquialter. Erit utique segmentum cylindri, quod eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, duplum coni Ψ. Hic enim sesquialter est segmenti coni, quod eamdem ac segmentum conoidis basim habet, eumdemque axem: hoc vero, quod diximus, coni segmentum tertia pars est segmenti cylindri, quod eamdem ac segmentum conoidis basim habet, et axem eumdem. Necesse autem est segmentum conoidis cono Ψ æquale esse. Si enim æquale non est, aut majus

[1] κώνου ex MS.

eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Atque ſegmentorum plana pertingent ad ſuperficiem uſque ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem. Rurſus primum ſegmentum eorum, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad ſegmentum eorum primum, quæ ſunt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E. Quæ enim ſegmenta æqualem habent altitudinem, hæc eamdem quam baſes inter ſe invicem rationem habent. Horum autem ſegmentorum baſes, quoniam ſimiles acutiangulorum conorum ſectiones ſunt, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam reſpondentes ipſarum diametri poteſtate. At dimidiæ reſpondentium diametrorum ſunt ipſæ A Δ, K E: et quam poteſtate rationem habet A Δ ad K E, hanc habet longitudine B Δ ad B E; quoniam B Δ quidem diametro parallela eſt; A Δ, K E vero parallelæ ſunt ei, quæ in puncto B ſectionem contingit; et adhuc quam rationem habet B Δ ad B E, hanc habet A Δ ad E Ξ. Igitur primum ſegmentum eorum, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, ad ſegmentum eorum primum, quæ ſunt in inſcripta figura, eamdem habebit rationem, quam A Δ ad E Ξ. Aliorum item ſegmentorum unumquodque, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, axem habentium ipſi E Δ æqualem, ad unumquodque ſegmentum eorum, quæ ſunt in inſcripta figura, eamdem axem habentium, eamdem habet rationem, quam dimidia diametri baſium ad eam ipſius partem, quæ inter rectas A B, B Δ ab eadem abſcinditur. Demonſtrabitur autem pariter ac ſupra inſcripta figura major eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem, majus eſſe quam duplum figuræ inſcriptæ. Quare majus etiam erit quam duplum coni Ψ. Non autem majus, ſed duplum eſt. Non eſt igitur ſegmentum conoidis majus cono Ψ. Eadem ratione demonſtrabitur neque eſſe minus. Conſtat igitur æquale eſſe. Segmentum igitur conoidis ſeſquialterum eſt ſegmenti coni, quod eamdem ac ſegmentum baſim habet, et axem eumdem.

σοι. Ἔϛω δὴ πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δή τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα ϛερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τμαμάτων ὕψος [m] ἴσον ἐχόντων συγκείμενα· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τῶ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Καὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν τμαμάτων ἐσσεῖται ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E. Οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλως ταῖς βάσεσιν. Αἱ δὲ βάσεις αὐτῶν, ἐπεὶ ὅμοιαι ἐντὶ ὀξυγωνίου κώνου τομαί, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ ὁμόλογοι διάμετροι αὐτᾶν δυνάμει. Ἡμίσεαι δὴ ἐντὶ τῶν ὁμολόγων διαμέτρων, αἱ A Δ, K E· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ A Δ ποτὶ τὰν K E δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B E [n] μάκει· ἐπεὶ ἁ μὲν B Δ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, αἱ δὲ A Δ, K E παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἐπιψαύουσαν· ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B E, τοῦτον ἔχει ἁ A Δ ποτὶ τὰν E Ξ. Ἕξει οὖν ὁ πρῶτος τόμος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ A Δ ποτὶ τὰν E Ξ. Καὶ τῶν ἄλλων τομῶν ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ἄξονα ἴσον ἐχόντων τᾷ Δ E, ποτὶ ἕκαστον τῶν τομῶν τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἄξονα ἐχόντων, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τῶν [o] βάσιων αὐτῶ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν A B, B Δ. Δειχθήσεται οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· ὁ δὲ τῶ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, μείζων ἐὼν ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὥς τε καὶ τοῦ Ψ κώνου μείζων ἐσσεῖται ἢ διπλασίων. Οὐκ ἐστὶ δὲ, ἀλλὰ διπλασίων. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἔλασσόν ἐστι. Δῆλον οὖν ὅτι ἴσον. Ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROP. XXV. Theor.

Si duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur, altero quidem ad axem recto, altero vero non recto, ſintque ſegmentorum axes æquales; ſegmenta ipſa æqualia erunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κε'.

[p] Αἴκα ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτματέωντι [q] ἐπιπέδοις, τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῷ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν τμαμάτων ἄξονες ἴσοι· ἴσα ἐσσοῦνται τὰ τμάματα.

[m] ἴσον ἔχον τῷ συγκείμενα [n] μάκει [o] βάσιων αὐτῶν [p] Εἴκα τοῦ [q] ἐπιπέδοις

Ἀποτετμάσθω γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς εἴρηται. Τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τοῦ μὲν κωνοειδέος ἔστω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ΒΔ· τῶν δὲ ἐπιπέδων αἱ ΑΖ, ΕΓ εὐθεῖαι· τοῦ μὲν ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ ΕΓ· τοῦ δὲ μὴ ὀρθοῦ, ἁ ΖΑ. Ἄξονες δὲ ἔστω τῶν τμαμάτων αἱ ΒΘ, ΚΛ ἴσαι ἀλλάλαις· κορυφαὶ δὲ τὰ Β, Λ. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμᾶμα κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τῷ τμάματι τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Λ.

Ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἐντὶ ἀφῃρημένα, τό τε ΑΛΖ, καὶ τὸ ΕΒΓ· καὶ ἐντὶ αὐτῶν διάμετροι ἴσαι αἱ ΚΛ, ΘΒ, ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ ΑΛΚ τῷ ΕΘΒ. Δέδεικται γὰρ ὅτι τὸ ΑΛΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. Ἄχθω δὴ ἁ ΛΧ καθετὸς ἐπὶ τὰν ΚΛ ἐκβληθεῖσαν. Καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ ΒΘ, ΚΛ, ἴσαι καὶ αἱ ΕΘ, ΛΧ. Ἔστω δὴ ἐν τῷ τμάματι, οὗ κορυφὰ τὸ Β, κῶνος ἐγγεγραμμένος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐν δὲ τῷ τμάματι, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἄχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ Λ καθετὸς ἐπὶ τὰν ΔΖ ἁ ΛΜ. Ἐσσεῖται[a] δὴ αὐτὰ ὕψος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, καὶ ὁ κῶνος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα ἔκ τε τοῦ τῶν βάσιων λόγου, καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων. Τὸν συγκείμενον οὖν ἔχοντι λόγον, ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, τᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ, ποτὶ τὸν κύκλον, τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΓ· καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν αὐτὸν κύκλον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ. Ἔχει καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ποτὶ τὸν κῶνον, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΚΛ ποτὶ τὰν ΕΘ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει[a] ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ἁ μὲν γὰρ ΚΛ ἡμίσεια ἐντὶ τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμά-

[a] ἃ αὐτὰ

[a] ἁ ΓΑ

Secentur enim duo rectangulæ conoidis ſegmenta, ut dictum eſt: ſectaque conoide plano per axem, planoque ad axem recto; conoïdis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio ΑΒΓ, cujus diameter ΒΔ: ſectiones autem planorum rectæ ΑΖ, ΕΓ; alterius quidem ad axem recti, ΕΓ; alterius vero non recti, ΖΑ. Ac ſegmentorum axes ſint ΒΘ, ΚΛ ſibi invicem æquales, eorumque vertices puncta Β, Λ. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis, cujus vertex eſt punctum Β, æquale eſſe ſegmento conoidis, cujus vertex eſt punctum Λ.

Quoniam enim ab eadem rectanguli coni ſectione duo ſegmenta ablata ſunt, alterum ΑΛΖ, alterum ΕΒΓ; eorumque diametri ΚΛ, ΘΒ æquales ſibi invicem ſunt; æquale eſt triangulum ΑΛΚ triangulo ΕΘΒ. Demonſtratum enim eſt triangulum ΑΛΖ triangulo ΕΒΓ æquale eſſe. Ducatur ΛΧ ad ΚΛ productam normalis. Et quoniam æquales ſunt ΒΘ, ΚΛ, æquales ſunt etiam ipſæ ΕΘ, ΛΧ. Itaque ſegmento, cujus vertex eſt punctum Β, inſcriptus ſit conus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: ſegmento autem, cujus vertex eſt punctum Λ, coni ſegmentum inſcriptum ſit eamdem ac ſegmentum baſim habens, et axem eamdem. Ducaturque a puncto Λ ad ΔΖ normalis ΛΜ. Hæc utique altitudo erit ſegmenti coni, cujus vertex eſt punctum Λ. At vero ſegmentum coni, cujus vertex punctum Λ, et conus, cujus vertex eſt punctum Β, eam inter ſe invicem rationem habent, quæ ex ratione cum baſium, tum altitudinum componitur. Habent igitur rationem, quæ componitur tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, quæ circa diametrum ΑΖ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΕΓ; tum ex ea quam ΛΜ habet ad ΒΘ. Habet autem ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad eumdem circulum eamdem rationem, quam ſpatium, quod ſub ſectionis diametris continetur, ad quadratum, quod ab ΕΓ deſcribitur. Habet igitur ſegmentum coni, cujus vertex eſt punctum Λ, ad conum, cujus vertex eſt punctum Β, rationem, quæ componitur tum ex ea, quam habet ΚΛ ad ΕΘ, tum ex ea, quam ΛΜ habet ad ΒΘ. Nam ΚΛ dimidia eſt diametri baſis

fegmenti coni, cujus vertex eft punctum A: et EΘ dimidia diametri bafis coni: ipfæ vero AM, BΘ eorum funt altitudines. Habet autem AM ad BΘ eamdem rationem, quam ad KΛ; quoniam BΘ ipfi KΛ æqualis eft; habetque AM ad KΛ eamdem, quam XA ad AK. At vero fegmentum coni ad conum rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet KA ad AX; æqualis eft enim AX ipfi EΘ; tum ex ea, quam AM habet ad BΘ. Rationum autem, quas diximus, quæ eft ipfius AK ad AX, eadem eft atque illa, quæ ipfius AK ad AM. Segmentum igitur coni ad conum eam rationem habet, quam AK ad AM, et quam AM ad BΘ. Æqualis eft autem BΘ ipfi KΛ. Manifeftum eft igitur fegmentum coni, cujus vertex eft punctum A, æquale effe cono, cujus vertex eft punctum B. Ex quo conftat ipfa quoque fegmenta æqualia effe; fi quidem horum alterum coni, alterum huic æqualis coni fegmenti fefquialterum eft.

ματος τῶ κώνω, ὦ κορυφὰ τὸ A· ἁ δὲ EΘ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρω τᾶς βάσιος τῶ κώνω· [t]αἱ δὲ AM, BΘ ὕψεα ἐντὶ αὐτῶν. Ἔχει δὲ [u]ἁ AM ποτὶ τὰν BΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ ποτὶ τὰν KΛ· ἐπεὶ ἁ BΘ ἴσα ἐςὶ τᾷ KΛ· ἔχει δὲ καὶ [w]ἁ AM ποτὶ τὰν KΛ, ὃν ἁ XA ποτὶ τὰν AK· ἔχει καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου ποτὶ τὸν κῶνον τὸν συγκείμενον λόγον ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ἁ AK ποτὶ [x]τὰν AX· ἴσα γάρ ἐςιν ἁ AX τᾷ EΘ· καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει [y]ἁ AM ποτὶ τὰν BΘ. Ὁ δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων λόγος ὁ τᾶς AK ποτὶ AX ὁ αὐτός ἐςι τῷ [z]τᾶς AK ποτὶ AM. Τὸ ἄρα ἀπότμαμα ποτὶ τὸν κῶνον λόγον ἔχει, ὃν [a]ἁ AK ποτὶ τὰν AM καὶ ὃν ἔχει [b]ἁ AM ποτὶ τὰν BΘ. Ἴσα δὲ ἁ BΘ τᾷ KΛ. Δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, ὦ κορυφὰ τὸ A, τῷ κώνῳ, ὦ κορυφὰ τὸ B. Φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα ἐντί· ὅτερον αὐτῶν ἐπεὶ τὸ μὲν ἡμιόλιόν ἐςι τῶ κώνω, τὸ δὲ ἕτερον ἡμιόλιον τῶ ἀποτμάματος τῶ κώνω ἴσων ἐόντων.

PROP. XXVI. Theor.

Si duo rectangulæ conoidis fegmenta planis fecentur utcumque actis; fegmenta eamdem inter fe invicem habebunt rationem, quam quadrata, quæ ab ipforum axibus defcribuntur.

Secentur enim utcunque duo rectangulæ conoidis fegmenta: et alterius quidem axi æqualis fit K; alterius vero, æqualis Λ. Oportet demonftrare fegmenta hæc eamdem inter fe invicem habere rationem, quam quadrata, quæ ab ipfis K, Λ defcribuntur.

Itaque fecta conoide plano per fegmenti axem acto, fectio ejus fit rectanguli coni fectio ABΓ, cujus axis BΔ: fumaturque BΔ ipfi K æqualis: et agatur per punctum Δ planum ad axem rectum. Ac fegmentum conoidis, quod bafim quidem habet circulum, qui circa diametrum AΓ defcribitur, axem vero BΔ, æquale eft fegmento, quod æqualem ipfi K axem habet. Si quidem igitur K ipfi etiam Λ æqualis eft, conftat fegmenta æqualia fibi invicem fore. Utrumque enim uni eidemque æquale eft: et quæ a K, Λ defcribuntur quadrata æqualia funt. Quare fegmenta eamdem inter fe invicem habebunt rationem, quam quadrata, quæ ab ipforum axibus defcribuntur. Si vero Λ æqualis non eft ipfi K, æqualis jam fit ipfi BΘ: et agatur per punctum Θ planum ad axem rectum. Ac fegmentum, quod bafim quidem habet circulum, qui circa

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ'.

Αἴκα δὲ ὀρθογωνίω κωνοειδέος δύο τμάματα, ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν [c]ἀγμένοις, τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

Ἀποτετμάσθω γὰρ τοῦ ὀρθογωνίω κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς ἔτυχεν· ἔςω δὲ τῷ μὲν τοῦ ἑτέρω τμάματος ἄξονι ἴσα ἁ K· τῷ δὲ τοῦ ἑτέρου ἴσα ἁ Λ. Δεικτέον ὅτι τὰ τμάματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τᾶν K, Λ τετραγώνοις.

Τμαθέντος δὴ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τῶ τμάματος, ἔςω τομὰ ἁ ABΓ ὀρθογωνίω κώνω τομά· ἄξων δὲ ἁ BΔ· καὶ ἀπολελάφθω ἁ BΔ τᾷ K ἴσα· καὶ δια τῶ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν AΓ, ἄξονα δὲ τὰν BΔ, ἴσον ἐντὶ τῷ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι ἴσον τᾷ K. Εἰ μὲν οὖν καὶ ἁ K ἴσα ἐςὶ [d]τᾷ Λ, φανερὸν ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα [e]ἐσοῦνται ἀλλάλοις. Ἑκάτερον γὰρ [f]αὐτῶν καὶ τῷ αὐτῷ· καὶ τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ [g]τῶν K, Λ ἴσα· ὥς τε τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τὰ τμάματα τοῖς τετραγώνοις, τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων. Εἰ δὲ μὴ ἴσα ἐςὶν ἁ Λ τᾷ K, ἔςω ἁ Λ ἴσα τᾷ BΘ· καὶ διὰ τῶ Θ ἐπίπεδον ἄχθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τὸ βάσιν ἔχον τὸν

[t] αἱ δὲ AN ταὶ AK [u] ἁ NA [w] ἁ NA [x] τὰν AΓ [y] ἁ AN [z] τῆς AN ποτὶ AK [a] ἁ AN ποτὶ [b] ἁ AN [c] Sic MS. [d] τῷ Δ φανερὸν ὦν [e] ἰσοῦται [f] αὐτῶν ἴσον τῷ αὐτῷ [g] τὰν KA

κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΖ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΘ, ἴσον ἐςὶ τῷ τμάματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τῷ Λ. Ἐγγεγράφθωσαν δύο κῶνοι [h] βάσεις μὲν ἔχοντες τὼς κύκλως τὼς περὶ διαμέτρως τὰς ΑΓ, ΕΖ, κορυφὰν δὲ τὸ Β σαμεῖον. Ὁ δὲ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκτε τῶ ὃν ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, καὶ ἐκ τῶ ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, τῦτον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει. Ὁ ἄρα κῶνος, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ, τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΘΒ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ. Οὗτος δὲ ἐςιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΒ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς [i] ΘΒ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ἄξονα ἔχων τὰν ΒΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΘΒ, τῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΔΒ, ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΘΒ. Ἑκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐςι. Καί ἐςι τῷ μὲν τμάματι, τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΒΔ, ἴσον τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ· τῷ δὲ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΘΒ, ἴσον τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσαν τᾷ Λ· καὶ τᾷ μὲν ΒΔ ἴσα ἁ Κ, τᾷ δὲ ΘΒ ἴσα ἁ Λ. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, ὃν τὸ τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τᾶς Κ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ [k] ἀπὸ τᾶς Λ.

diametrum EZ describitur, axem vero BΘ, æquale est segmento, quod æqualem ipsi Λ axem habet. Describantur duo coni bases quidem habentes circulos qui circa diametros AΓ, EZ describuntur, verticem vero punctum B. Itaque conus, qui axem habet BΔ, ad conum, qui axem habet BΘ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet AΔ ad ΘE potestate, tum ex ea, quam BΔ habet ad BΘ longitudine. Quam vero rationem habet ΔA ad ΘE potestate, hanc habet longitudine BΔ ad BΘ. Conus igitur, qui axem habet BΔ, ad conum, qui axem habet BΘ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet BΔ ad ΘB; tum ex ea, quam BΔ habet ad BΘ. Hæc autem eadem est atque illa, quam habet quadratum, quod a ΔB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB. Quam vero rationem habet conus, qui axem habet BΔ, ad conum, qui axem habet ΘB, hanc habet segmentum conoidis, quod axem habet ΔB, ad segmentum, quod axem habet ΘB. Utrumque enim sesquialterum est. Ac segmento quidem, quod axem habet BΔ, æquale est segmentum conoidis, quod æqualem ipsi K axem habet: segmento vero, quod axem habet ΘB, segmentum conoidis æquale est, quod axem habet ipsi Λ æqualem: et ipsi quidem BΔ æqualis est K; ipsi vero ΘB æqualis Λ. Constat igitur segmentum conoidis, quod æqualem ipsi K axem habet, ad conoidis segmentum, quod axem habet ipsi Λ æqualem, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a K describitur, ad quadratum, quod describitur a Λ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ΄.

[l] Πᾶν τμᾶμα ἀμβλυγωνίω κωνοειδέος, ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον, τῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεύσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τῶ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεύσας τῷ ἄξονι.

Ἔστω τι τμᾶμα ἀμβλυγωνίω κωνοειδέος ἀποτέμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· καὶ τμαθέντος αὐτῶ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τῶ ἄξονος, ἁ τομὰ ἔστω αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίω κώνω τομά· τῶ δὲ ἐπιπέδω τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα [m] εὐθεῖα ἁ ΑΓ. Ἄξων δὲ ἔστω τῶ τμάματος [n] ἁ ΒΔ· ἁ δὲ ποτεῦσα τῷ ἄξονι ἔστω ἁ ΒΘ, καὶ τᾷ ΒΘ ἴσα ἁ ΖΘ, καὶ ἁ ΖΗ. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΖΔ.

Ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ

PROP. XXVII. Theor.

Quodlibet obtusianguIæ conoidis segmentum sectum plano ad axem recto, ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum axi segmenti, tum triplæ rectæ appositæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi segmenti, tum duplæ rectæ ad axem appositæ.

Sit segmentum aliquod obtusianguli conoidis sectum plano ad axem recto: eodemque secto per axem plano alio, sit ipsius quidem conoidis sectio obtusianguli coni sectio ABΓ; plani vero, quod segmentum secat, recta AΓ. Ac sit axis segmenti BΔ: et recta ad axem apposita BΘ; eidemque æqualis ZΘ, et ZH. Oportet demonstrare, segmentum ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam habere rationem, quam HΔ ad ZΔ.

Itaque sit cylindrus eamdem ac segmentum basim habens, eumdemque axem, cujus latera

[h] βάσιας [i] ΕΒ [k] ἀπὸ τᾶς Α [l] Ἔαν [m] εὐθεῖα ἄξων [n] ἁ ΒΑΔ

fint ΦΑ, ΓΥ. Sit item conus aliquis Ψ; isque ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habet, axemque ΒΔ, eam habeat rationem, quam ΗΔ ad ΔΖ. Dico segmentum conoidis cono Ψ æquale esse. Si enim æquale non est, aut majus est, aut minus. Sit primo, si fieri potest, majus. Itaque segmento solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua segmentum conoidis excedit conum Ψ. Porro cylindrorum omnium plana producantur ad superficiem usque cylindri basim habentis circulum, qui circa diametrum ΑΓ describitur, et axem ΒΔ. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumscripta figura sunt, magnitudine vero æquales unusquisque eorum maximo. Et quoniam circumscripta figura inscriptam minus excedit, quam segmentum conum Ψ; majorque est circumscripta figura eodem segmento; constat figuram inscriptam cono Ψ majorem esse. Sit igitur ΒΡ tertia pars ipsius ΒΔ. Atque erit ΗΔ ipsius ΘΡ tripla. Et quoniam cylindrus basim habens circulum, qui circa diametrum ΑΓ describitur, et axem ΒΔ, ad conum eamdem basim, eumdemque axem habentem, eam habet rationem, quam ΗΔ ad ΘΡ: habet autem etiam conus, quem diximus, ad conum Ψ eam rationem, quam ΖΔ ad ΗΔ: habebit, rationibus dissimiliter ordinatis, cylindrus, quem diximus, ad conum Ψ eam rationem, quam ΖΔ ad ΘΡ. Positæ modo sint lineæ, in quibus Ξ, multitudine quidem æquales segmentis, quæ sunt in recta ΒΔ, magnitudine vero æquales unaquæque rectæ ΖΒ: et unicuique earum applicetur spatium excedens specie quadrata, quorum quidem maximum æquale sit spatio, quod sub ΖΔΒ continetur; minimum vero spatio, quod continetur sub ΖΟΒ. Latera autem excessuum æqualiter sese invicem excedunt; quoniam quæ ipsis in recta ΒΔ æquales sunt, æqualiter sese invicem excedunt.

ἴσωσιν αἱ ΦΑ, ΓΥ. Ἔστω δὴ καὶ κῶνός τις ἐν ᾧ τὸ Ψ, καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὰν ΒΔ, τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ. Φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἴσον ἦμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἴγε μὴ ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον, ἢ ἔλασσόν ἐστι. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. Ἐσσεῖται δὴ ὅλος ὁ κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους, τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου, [a] ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα [p] τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ, ἁ ΒΡ. Ἐσσεῖται οὖν ἁ ΗΔ τριπλασία τᾶς ΘΡ. Καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΘΡ· ἔχει δὲ καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΗΔ· ἕξει [q] ἄρα ἀνομοίως τῶν λόγων [r] τεταγμένων, τὸν αὐτὸν λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ [s] τὰν ΘΡ. Ἔστω δὲ αἱ γραμμαὶ κείμεναι [t] ἐφ' ἂν τὰ Ξ, τῷ μὲν πλήθει [u] ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι τοῖς ἐν τᾷ ΒΔ εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ ΖΒ· καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπεπλωκέτω χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ τὸ μὲν μέγιστον [w] ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΔΒ· τὸ δὲ ἐλάχιστον ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΟΒ. Αἱ δὴ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντι· καὶ γὰρ αἱ ἴσαι αὐταῖς αἱ ἐπὶ τᾶς ΒΔ εὐθείας, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντι. Καὶ ἔστω ἁ μὲν τοῦ με-

[a] In MS. ἢ deest. [p] In MS. τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, desunt. [q] οὖν ἀμετρίᾳ [r] τεταραγμένων [s] τὰν ΘΟ· ἔστωσαν [t] ἐφ' αὐτα [u] ἴσα τοῖς [w] ἔστω ἐν τῷ ΖΒΔ τὸ δὲ ἐλάχιστον ἐν τῷ ὑπὸ

γίστου ὑπερβλήματος πλευρά, ἐφ' ἇς τὸ Μ, ἴσα τᾷ ΒΔ· ἁ δὲ τοῦ ἐλαχίστου ἴσα [x] τᾷ ΒΟ. Ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΔΒ. Ὁ δὴ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. Οὗτος δὲ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ [y] τᾶν ΖΔΒ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον [z] ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ. Ἐν πάσᾳ γὰρ τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτο συμβαίνει. Ἁ γὰρ [b] διπλασία τᾶς ποτιούσας, τουτέστι τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου, πλαγία ἐστὶ τοῦ εἴδεος πλευρά. Καί ἐστι τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ περιεχομένῳ ἴσον [c] τὸ ΞΜ χωρίον· τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ [d] ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΝ. Ἁ γὰρ Ξ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΒ, ἁ δὲ Ν τᾷ ΒΕ, ἁ δὲ Μ τᾷ ΒΔ. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον [e] τᾶν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΝ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ Ω [f] χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ [g] τὰν ΝΞ παραπεπλωκότων ὑπερβάλλον τῷ τετραγώνῳ. Ἔστι δή τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαστος ἄξονα ἔχει ἴσον τᾷ ΔΕ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τούτοις τῷ πλήθει, κατὰ δύο μεγέθεα τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἵ τε κύλινδροι ἴσοι ἐντὶ ἀλλάλοις, καὶ τὰ Ω χωρία ἴσα ἀλλάλοις. Λέγονται δὲ τῶν κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δ' ἔσχατος [h] οὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Ω ποτ' ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπλωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, τὰ δὲ ὁμόλογα ἐν τοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. Δέδεικται δέ, [i] ὅτι πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζω λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ ΜΞ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ. Ὥς τε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ· ὃν ὅλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη

Et sit maximi quidem excessus latus, in quo M, ipsi ΒΔ æquale: minimi vero, æquale ipsi ΒΟ. Præterea alia sint spatia, in quibus Ω, multitudine quidem iis ipsis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo, quod sub ΖΔΒ continetur. Itaque cylindrus basim habens circulum, qui circa diametrum ΑΓ describitur, et axem ΔΕ, ad cylindrum basim habentem circulum, qui describitur circa diametrum ΚΛ, et axem ΔΕ, eamdem habet rationem, quam ΔΑ ad ΚΕ potestate. Hæc autem eadem est atque illa, quam habet spatium, quod sub ΖΔΒ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΖΕ, ΒΕ. Quod quidem in omni obtusianguli coni sectione contingit. Quæ enim dupla est rectæ ad axem appositæ, hoc est ejus, quæ ex centro, hæc transversum est figuræ latus. Ac spatio quidem, quod sub ΖΔ, ΒΔ continetur, æquale est spatium ΞΜ: spatio vero, quod continetur sub ΖΕ, ΒΕ, æquale spatium ΞΝ. Æqualis est enim tum Ξ ipsi ΖΒ, tum Ν ipsi ΒΕ, tum Μ ipsi ΒΔ. Cylindrus igitur basim habens circulum, qui circa diametrum ΑΓ describitur, et axem ΔΕ, ad cylindrum basim habentem circulum, qui describitur circa diametrum ΚΛ, et axem ΔΕ, eamdem habet rationem, quam spatium Ω ad spatium ΞΝ. Pariter autem demonstrabitur et aliorum cylindrorum unusquisque, qui in toto cylindro sunt, axem habens ipsi ΔΕ æqualem, ad cylindrum, qui est in inscripta figura, eumdem axem habentem, eamdem habere rationem, quam habet spatium Ω ad spatium sibi respondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata sunt, excedens specie quadrata. Itaque quædam sunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro sunt, quorum unusquisque æqualem ipsi ΔΕ axem habet; aliæque item magnitudines, nempe spatia, in quibus Ω, multitudine iis ipsis æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes; quoniam tum cylindri, tum spatia Ω æqualia sibi invicem sunt. Horum autem cylindrorum aliqui comparantur cum cylindris aliis, qui sunt in inscripta figura; postremus vero cum nullo comparatur: et adhuc spatiorum, in quibus Ω, aliqua comparantur cum spatiis aliis, quæ lineæ Ξ applicata sunt, excedentia specie quadrata, respondentibus sibi iisdem rationibus; postremum vero cum nullo comparatur. Constat igitur etiam omnes cylindros, qui in toto cylindro sunt, ad omnes cylindros, qui sunt in inscripta figura, eamdem habere rationem, quam omnia spatia Ω ad ea omnia, quæ applicata sunt, dempto maximo. Demonstrata autem sunt omnia spatia Ω ad ea omnia, quæ applicata sunt, dempto maximo, majorem habere rationem, quam ΜΞ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius Ξ, tum tertiæ Μ ipsius parti. Quare etiam totus cylindrus ad inscriptam figuram majorem habet rationem, quam ΖΔ ad ΘΡ: quam

[x] τᾷ ΒΙ [y] τᾶν ΖΔ, ΒΔ [z] ὑπὸ τᾶν [b] διπλασίων [c] τὸ χωρίον [d] In MS. ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΝ. Ἁ γὰρ desunt. [e] Sic MS. [f] χωρίου pro χωρὶς ex MS. [g] τᾶν περὶ τὰν [h] οὐδέποθεν [i] In MS. ὅτι deest.

quidem rationem totus cylindrus ad coonum Ψ habere demonstratus est. Majorem igitur habet rationem totus cylindrus ad inscriptam figuram, quam ad conum Ψ: ideoque major est conus Ψ figura inscripta. Quod fieri non potest. Demonstrata enim est inscripta figura major esse cono Ψ. Non est igitur majus conoidis segmentum cono Ψ. Neque vero est minus. Sit enim, si fieri potest, minus. Itaque rursus segmento solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua conus segmentum excedit: eademque alia, quæ supra, construantur. Quoniam igitur inscripta figura minor est segmento, et circumscripta inscriptam minus excedit, quam conus Ψ segmentum, constat circumscriptam figuram cono Ψ minorem esse. Rursus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens Δ E, ad cylindrum eorum primum, qui sunt in figura circumscripta, axem habentem Δ E, eam habet rationem, quam spatium Ω ad spatium Ξ M. Utrumque enim æquale est. Aliorum item cylindrorum unusquisque, qui in toto cylindro sunt, axem habentium ipsi Δ E æqualem, ad cylindrum, qui secundum ipsum est in circumscripta figura, eumdemque habet axem, eam habebit rationem, quam spatium Ω ad spatium sibi respondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata sunt, una cum excessu; eo quod circumscriptorum unusquisque, dempto maximo, unicuique inscriptorum, una cum maximo, æqualis est. Habebit igitur etiam totus cylindrus ad circumscriptam figuram eam rationem, quam omnia spatia Ω ad ea, quæ applicata sunt, una cum exessibus. Rursus autem demonstrata sunt omnia spatia Ω ad alia omnia minorem habere rationem, quam Ξ M ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius Ξ, tum tertiæ M ipsius parti. Quare etiam totus cylindrus ad circumscriptam figuram minorem rationem habebit, quam Z Δ ad Θ P. Sed ut Z Δ ad Θ P, ita se habet totus cylindrus ad conum Ψ. Minorem igitur rationem habet idem cylindrus ad circumscriptam figuram, quam ad conum Ψ: ideoque major est circumscripta figura cono Ψ. Quod fieri non potest. Demonstrata enim est circumscripta figura minor esse cono Ψ. Non est igitur minus conoidis segmentum cono Ψ. Quoniam autem neque majus est, neque minus, demonstratum utique est, quod proponebatur.

ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Μείζονα ὧν ἔχει λόγον ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὥς τε μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν ὧν ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκειμένον· ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμάματος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω. Ἐπεὶ ὧν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὅτι κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ Ξ M. Ἴσον γὰρ ἑκάτερον. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ Δ E, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ᾽ αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραβλημάτων σὺν τῷ ὑπερβλήματι· διὰ τὸ ἕκαστον τῶν περιγεγραμμένων, χωρὶς τοῦ μεγίστου, ἴσον εἶμεν ἑκάστῳ τῶν ἐγγεγραμμένων σὺν τῷ μεγίστῳ. Ἕξει ὧν καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς [k] ὑπερβλημάτεσσι. Δέδεικται δὲ πάλιν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα ἐλάσσω λόγον ἔχοντα τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ξ M ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε ἡμίσεϊ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς M. Ὥς τε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἕξει, ἢ ἁ Z Δ ποτὶ τὰν Θ P. Ἀλλ᾽ ὡς ἁ Z Δ ποτὶ τὰν Θ P, ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ὧν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ Ψ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἔλαττον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον, οὔτε ἔλασσόν ἐστι, δέδεικται ὧν τὸ προτεθέν.

PROP. XXVIII. Theor.

Quinetiam si obtusianguIæ conoidis segmentum plano secetur ad axem non recto; ad segmentum coni, qui eamdem ac segmentum basim habeat eumdemque axem, eam habebit ratio-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κη'.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον

[k] περιβλημάτεσσι

ἔχει τὸν λόγον, [l] ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ [m] τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς [n] ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέροις, τῷ τε ἄξονι, καὶ [o] τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

Ἔστω γὰρ τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ ἐπιπέδῳ τοῦ σχήματος ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δ᾽ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἁ ΓΑ εὐθεῖα· κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, τὸ Θ σαμεῖον. Καὶ ἄχθω διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ ΦΥ, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευχθεῖσα, ἐκβεβλήσθω. Τέμνει δὴ τὰ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ· καὶ ἐσσεῖται κορυφὰ μὲν τοῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ· ἁ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἁ ΒΘ. Τᾷ δὲ ΒΘ ἴσα ἔστω ἅτε ΘΖ, καὶ ἁ ΖΗ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω τὸ παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαύσει δὲ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β. [p] Καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐκ ἐὸν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα τετμάκει τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ ΓΑ. [q] Ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, καὶ τᾶς ΒΔ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου [r] ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν, τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ᾽ εὐθείας [s] τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος οὖν ἐσσεῖταί τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἁ δὲ ἑτέρα βάσις αὐτοῦ ἐσσεῖται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦΥ. Πάλιν δὲ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι, κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος οὖν ἐσσεῖταί τι ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ, καὶ τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ.

nem, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ.

Sit enim obtuſiangulæ conoidis ſegmentum ſectum plano ut dictum eſt: ſectaque figura per axem plano aliu ad id planum, quod ſegmentum ſecat, recto; ſit figuræ qnidem ſectio obtuſianguli coni ſectio ΑΒΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΓΑ; vertex denique coni conoiden continentis ſit punctum Θ. Ducatur autem per punctum Β ΦΥ ipſi ΑΓ parallela, eademque coni ſectionem in puncto Β contingens: quæque a puncto Θ ad Β recta linea jungitur, producatur. Hæc utique ipſam ΑΓ in duas æquas partes ſecabit: eritque vertex quidem ſegmenti punctum Β: axis vero, ΒΔ: denique appoſita ad axem, ΒΘ. Sit autem ipſi ΒΘ æqualis ΘΖ, et ΖΗ: exciteturque a ΦΥ planum aliquod plano per ΑΓ acto parallelum; quod quidem conoiden in puncto Β continget. Et quoniam planum per ΑΓ actum, cum rectum ad axem non eſſet, conoiden ſecuit; ſectio erit acutianguli coni ſectio, cujus major diameter ΓΑ. Itaque cum acutianguli coni ſectio ſit circa diametrum ΑΓ deſcripta, et recta linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata eſt, quod rectum ad id, in quo ipſa eſt, planum per diametrum agitur; fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur, axem habens, qui ipſi ΒΔ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta. Hoc igitur invento erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habens, eumdemque axem; cujus altera baſis erit planum actum per ΦΥ. Rurſus autem fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum ΑΓ. Atque hoc invento erit ſegmentum aliquod coni eamdem ac ſegmentum cylindri, et conoidis baſim habens, et axem eumdem. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis ad ſegmentum coni, quod diximus, eam habere rationem, quam ΗΔ ad ΔΖ.

[l] ὃν αἱ συναμφότεραι

[m] τὰ τριπλάσια

[n] ποτὶ ὅνας

[r] ἄλλα ὀξυγωνίου κώνου τομά

[s] Sic MS.

[o] τὰν ΒΔ

[o] τὰ διπλάσια

[p] καὶ ἐσσεῖται τὸ ἐπίπεδον

[q] ἔστω.

Quam enim rationem habet H Δ ad Δ Z, hanc habeat conus Ψ ad ſegmentum coni. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim ſegmentum conoidis cono Ψ æquale non eſt, ſit illud, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento conoidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindrorum ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumſcripta figura, quæ ſegmento major eſt, inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum Ψ, conſtat figuram inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Ducantur plana ſegmentorum omnium, quæ figuræ inſcripta ſunt ad ſuperficiem uſque ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem: ſitque BP tertia pars ipſius B Δ: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Rurſus itaque primum ſegmentum eorum, quæ in toto coni ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad primum ſegmentum, quod eſt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eam habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E. Quæ enim ſegmenta æqualem habent altitudinem, hæc eamdem quam ipſorum baſes inter ſe invicem rationem habent. Baſes autem, cum ſimiles acutiangulorum conorum ſectiones ſint, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam habent poteſtate inter ſe invicem reſpondentes ipſarum diametri. Quam autem rationem habet quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E, hanc habet ſpatium, quod ſub Z Δ B continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E B; quoniam Z Δ ducta eſt per punctum Θ, in quo lineæ proximæ concurrunt: et ipſæ A Δ, K E parallelæ ſunt ei, quæ in puncto B contingit. Ac ſpatium quidem, quod ſub Z Δ B continetur, æquale eſt ſpatio Ω; quod vero continetur ſub Z E B, æquale eſt ſpatio Ξ N. Igitur primum ſegmentum eorum, quæ in toto ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad primum ſegmentum, quod eſt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eamdem habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium Ξ N. Aliorum item ſegmentorum unumquodque, quæ in toto ſegmento ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad ſegmentum, quod ſecundum ipſum eſt in inſcripta figura, axemque habet æqualem ipſi Δ E, eam habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpecie quadrata. Rurſus igitur quædam ſunt magnitudines, nempe ſegmenta, quæ in toto ſegmento ſunt, aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, in quibus Ω, multitudine ſegmentis æqualia, eamdemque binæ ad binas rationem ha-

[a] Ὃν γῦν ἔχει λόγον ἁ H Δ ποτὶ τὰν Δ Z, τῦτον ἐχέτω ὁ Ψ κῶνος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου. Φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ ἂν μή ἐστιν ἴσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τῷ κώνῳ τῷ Ψ, εἰ μέν ἐστι δυνατὸν, ἔστω μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τῶ κωνοειδέος τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τμαμάτων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τῶ Ψ κώνου. Ἐπεὶ ὦν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου [b] σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τῶ Ψ κώνου. Διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ σχήματι πάντων ἐστι ποτὶ ἐπιφάνειαν τῶ τόμου, τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καὶ ἄτε B P τρίτον μέρος ἔστω τᾶς B Δ· καὶ τ' ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E. Οἱ γὰρ τόμοι, [c] οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλως, ὅνπερ αἱ βάσιες αὐτῶν. Αἱ δὲ βάσιες αὐτῶν, ἐπεὶ ὅμοιαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' [d] ἀλλάλας, ὃν αἱ ὁμόλογοι διάμετροι αὐτῶν δυνάμει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E, τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν Z Δ B περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z E B· ἐπεί ἐστιν ἁ μὲν Z Δ ἀγμένα διὰ τοῦ Θ, καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι· αἱ δὲ A Δ, K E παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἐπιψαύουσαν. Ἔστι δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν Z Δ B περιεχόμενον ἴσον τῷ Ω χωρίῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν Z E B τῷ Ξ N. Ἔχει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ Ξ N. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ Δ E, ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα ἴσον τᾷ Δ E, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότων, ὑπερβαλλόντων εἴδει τετραγώνῳ. Πάλιν ὦν ἐντὶ τινὰ μεγέθεα, οἱ τόμοι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς τόμοις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα αὐτοῖς. Λέγονται δὲ οἱ τόμοι, [e] ποτ' ἄλλως τόμως τῶς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήμα-

[a] ἐν γὰρ [b] μέματος [c] οἱ ἴσον ὕψος [d] Sic MS. [e] ποτ' ἀλλάλας

τι, ὁ δὲ ἔσχατος τόμος οὐδὲ ποθὲν λέγεται· τὰ δὲ Ω χωρία ποτ᾽ ἄλλα χωρία παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα, ὑπερβάλλοντα εἴδεσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα [a] ἐν τοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντας τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου. Πάντα δὲ τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ ΜΞ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ. Μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὅλος ὁ τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΞΜ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ [a] τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ· ὥς τε καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. Μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ [b] μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἐστὶν ἄρα μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμᾶμα σχήματος στερεοῦ, καὶ ἄλλου περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρου [c] τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκειμένου, ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· πάλιν ὁμοίως δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐστὶν οὖν οὐδ᾽ ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

bentes. Hæc autem fegmenta comparantur cum fegmentis aliis, quæ funt in infcripta figura, poftremum vero cum nullo comparatur; et adhuc fpatia Ω comparantur cum fpatiis aliis, quæ lineæ Ξ applicata funt, excedentia fpeciebus quadratis, refpondentibus fibi iifdem rationibus; poftremum vero cum nullo comparatur. Conftat igitur etiam omnia fegmenta ad alia omnia eamdem habere rationem, quam omnia fpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata funt, dempto maximo. Omnia autem fpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata funt, dempto maximo, majorem habent rationem, quam ΜΞ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipfius Ξ, tum tertiæ Μ ipfius parti. Quare totum fegmentum ad infcriptam figuram majorem rationem habet, quam ΞΜ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipfius Ξ, tum tertiæ Μ ipfius parti; ideoque etiam majorem, quam ΖΔ ad ΘΡ. Majorem igitur habet rationem totum fegmentum ad infcriptam figuram, quam ad conum Ψ: quod fieri non poteft. Demonftrata enim eft infcripta figura major effe cono Ψ. Non eft igitur majus conoidis fegmentum cono Ψ. Quod fi fegmentum conoidis cono Ψ eft minus, infcripta eidem fegmento folida figura, itemque alia circumfcripta ex cylindri fegmentis eamdem altitudinem habentibus compofita; ita ut circumfcripta figura excedat infcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ fegmentum excedit; rurfus eodem modo demonftrabitur circumfcripta figura minor effe cono Ψ; et fegmentum cylindri eamdem ac fegmentum conoidis bafim habens, eumdemque axem, ad circumfcriptam figuram minorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteft. Neque igitur minus eft conoidis fegmentum cono Ψ. Conftat igitur, quod proponebatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κθʹ.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος, ἐπιπέδῳ τμαθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἔστω σφαιροειδὲς [d] σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμημένον διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ, τοῦ μὲν διὰ τοῦ ἄξονος, τοῦ μὲν [e] σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ ΒΔ· κέντρον δὲ τὸ Θ. [f] Διοίσει δὲ οὐδὲν, εἴτε ἁ μείζων ἐστὶ διάμετρος ἁ ΒΔ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εἴτε ἐλάσσων. Τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα τομὰ ἔστω ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ, καὶ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν ΒΔ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπόκειται διὰ τοῦ κέντρου

PROP. XXIX. Theor.

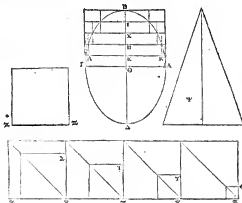
Cujuflibet fphæroideæ figuræ, fectæ per centrum plano ad axem recto, dimidium duplum eft coni, qui eamdem ac fegmentum bafim habeat, eumdemque axem.

Sit fphæroidea figura fecta per centrum plano ad axem recto: eademque fecta per axem plano alio; fit figuræ quidem fectio acutianguli coni fectio ΑΒΓΔ; cujus diameter, eademque axis fphæroidis ΒΔ; et centrum punctum Θ: nihil autem refert, utrum ΒΔ major fit diameter fectionis coni acutianguli, aut minor. Plani vero, quod figuram fecat, fectio fit recta ΓΑ. Hæc utique per centrum tranfibit, rectofque cum ΒΔ angulos efficiet; quoniam planum ponitur

[a] ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις [a] τᾶς Ξ Ξ [b] μείζω [c] Sic MS. [d] τμᾶμα [e] τμάματος [f] διοίσει δὲ οὐδ. εἴτε

per centrum agi, atque esse ad axem rectum. Oportet demonstrare dimidium sphæroidis segmentum, quod basim quidem habet circulum, qui circa diametrum A Γ describitur, verticem vero punctum B, duplum esse coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem.

τετάχθαι, καὶ ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. Δεικτέον ὅτι τὸ ἁμίσεον τῶ σφαιροειδέος τμᾶμα, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν A Γ, κορυφὰν δὲ τὸ B σαμεῖον, διπλάσιόν ἐστι τῶ κώνω τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.



Sit enim conus aliquis Ψ duplus coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, hoc est Θ B. Dico dimidium sphæroidis cono Ψ æquale esse. Si enim dimidium sphæroidis cono Ψ æquale non est, sit primo, si fieri potest, majus. Itaque dimidio sphæroidis segmento solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua dimidium sphæroidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumscripta figura, quæ dimidio sphæroidis major est, inscriptam minus excedit, quam dimidium sphæroidis conum Ψ; constat figuram dimidiæ sphæroidis segmento inscriptam cono Ψ majorem esse. Itaque sit cylindrus basim quidem habens circulum, qui circa diametrum A Γ describitur, axem vero B Θ. Et quoniam hic cylindrus triplus est coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem; conus vero Ψ ejusdem coni est duplus; constat cylindrum coni Ψ esse sesquialterum. Producantur plana cylindrorum omnium, ex quibus inscripta figura componitur, ad superficiem usque cylindri, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in cir-

Ἔστω γὰρ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ, διπλασίων τοῦ κώνω, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, [g] τουτέστι ἁ Θ B. Φαμὶ δὴ τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τὸ ἁμίσεον τῶ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω, ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνω. Ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἁμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, [h] ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἁμίσεον τῶ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου· δῆλον οὖν ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι τῶ ἁμίσεος τοῦ σφαιροειδέος μεῖζόν ἐστι τῶ Ψ κώνω. Ἔστω δὴ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν A Γ, ἄξονα δὲ τὰν B Θ. Ἐπεὶ οὖν οὗτος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνω τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὁ δὲ Ψ κῶνος διπλάσιός ἐστι τοῦ αὐτῶ κώνω, δῆλον ὡς ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τοῦ Ψ κώνω. Ἐκβεβλήσθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρούμενος εἰς

[g] Sic MS. [h] ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ γεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἁμίσεον in MS. desunt.

κυλίνδρως, τῷ μὲν πλήθει ἴσως τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσως τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. [i]Ἔστω δὴ ὦν γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἂν τὰ Ξ, τῷ πλήθει ἴσαι τοῖς [k]τμάμασι τᾶς ΒΘ εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἴσα ἑκάστα τᾷ ΒΘ· καὶ ἀπ' ἑκάστας τετράγωνον ἀναγεγράφθω. Ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τῶ ἐσχάτω τετραγώνω γνώμων, πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΙ. Ἐσσεῖται δὲ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΙ, ΙΔ. Ἀπὸ δὲ τῶ παρ' αὐτῷ τετραγώνω γνώμων ἀφαιρήσθω, πλάτος ἔχων διπλάσιον τᾶς ΒΙ. Ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΧ, ΧΔ. Καὶ ἀεὶ ἀπὸ τοῦ ἑπομένω τετραγώνω γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος μὲν ἔχων ἑνὶ τμάματι, μεῖζον τῶ πλάτεος τοῦ πρὸ αὐτῶ ἀφαιρημένω γνώμονος. Ἐσσεῖται δὴ ἕκαστος αὐτῶν ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν τᾶς ΒΔ τμαμάτων, ὧν τὸ ἕτερον τμᾶμα ἴσον ἐστὶ τῷ πλάτει τοῦ γνώμονος. Ἐσσεῖται δὴ καὶ ἀπὸ τοῦ τετραγώνου τοῦ δευτέρου τὸ λοιπὸν τετράγωνον, τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ ΘΕ. Ὁ δὴ κύλινδρος ὁ πρᾶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρᾶτον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν [l]ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ὥστε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ περιεχόμενον. Ἔχει ὦν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρᾶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τῶ δευτέρω τετραγώνω ἀφαιρημένον. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ ΘΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ ποτὶ τὸν γνώμονα, τὸν ἀπὸ τοῦ ἑπομένω αὐτῷ τετραγώνω [m]ἀφαιρημένον. Ἐντὶ δὴ τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν Ξ, Ξ ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλίνδροις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα. Λέγονται δὲ οἱ κύλινδροι ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι· ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων [n]ἀφαιρημένους, ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Πάντες ὦν οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους κυλίνδρους, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας, τοὺς [o]ἀφαιρημένους ἀπ' αὐτῶν. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας, τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ' αὐτῶν. Τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν

cumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Poſita modo ſint lineæ, in quibus Ξ, multitudine quidem æquales ſegmentis rectæ ΒΘ, magnitudine vero æquales unaquæque eidem ΒΘ: et ab onaquaque earum deſcribatur quadratum. Auferatur autem a poſtremo quadrato gnomon, latitudinem habeos ſegmentum ΒΙ. Æqualis hic erit ſpatio, quod ſub ΒΙ, ΙΔ continetur. At vero a quadrato illi proximo gnomon auferatur latitudinem habens ipſius ΒΙ duplam. Atque hic æqualis erit ſpatio, quod contioetur ſub ΒΧ, ΧΔ. Auferatur deinceps continuo a quadrato, quod proxime ſequitur, gnomon latitudinem habens ſegmento uno majorem latitudine gnomonis, qui proxime ablatus eſt. Erit utique eorum unuſquiſque æqualis ſpatio, quod ſub ſegmentis ipſius ΒΔ continetur; quorum ſegmentorum alterum latitudini gnomonis æquale eſt. Quod autem quadratum a ſecundo quadrato relinquitur, id latus habebit æquale ipſi ΘΕ. Jam cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΘΕ, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, ΘΕ eundem axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΕ: quare et quam ſpatium, quod ſub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ. Habet igitur cylindrus ad cylindrum eamdem rationem, quam primum quadratum ad gnomonem, qui a ſecundo quadrato ablatus eſt. Pariter aliorum etiam cylindrorum unuſquiſque axem habentium ipſi ΘΕ æqualem, ad cylindrum, qui eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eam habet rationem, quam reſpondens ipſi quadratum ad gnomonem, qui a quadrato, quod proxime ſequitur, ablatus eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt; aliæque item magnitudines, nempe quadrata, quæ a lineis Ξ, Ξ deſcribuntur, multitudine cylindris æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes. Comparantur autem cylindri cum aliis magnitudinibus, hoc eſt cum cylindris, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus autem cum nullo comparatur: et adhuc quadrata comparantur cum aliis magnitudioibus, hoc eſt cum gnomonibus, qui a quadratis auferuntur, reſpondentibus, ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Igitur omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad alios omnes cylindros, eamdem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones, qui ab ipſis ablati ſunt. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad inſcriptam figuram eamdem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones, qui ab ipſis ablati ſunt. Hæc autem quadrata gnomonum omnium,

[i] ἔστωσαν οὖν [k] τμάμασι τοῖς τᾶς [l] ἔχοντι [m] ἀφῃρημένον [n] ἀφῃρημένους [o] ἀφῃρημένας

qui ab ipsis ablati sunt, majora sunt quam sesquialtera. Positæ enim sunt quædam lineæ ΞΡ, ΞΣ, ΞΤ, ΞΥ, ΞΦ æqualiter sese invicem excedentes, quarum minima excessui æqualis est. Præterea aliæ sunt lineæ, in quibus duo Ξ, Ξ multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ. Quæ igitur quadrata ab iis omnibus describuntur, quarum unaquæque maximæ æqualis est, quadratorum quidem omnium, quæ describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, minora sunt quam tripla: reliquorum vero, dempto eo, quod describitur a maxima, majora quam tripla. Hoc enim in iis, quæ de helicibus edita sunt, demonstratum est. Quoniam autem quadrata omnia, minora sunt, quam tripla aliorum quadratorum, quæ ab ipsis ablata fuerunt; constat spatiorum, quæ reliqua sunt, majora esse, quam sesquialtera. Gnomonum igitur majora sunt, quam sesquialtera. Quare etiam cylindrus, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, major est, quam sesquialter figuræ inscriptæ: quod fieri non potest. Est enim sesquialter coni Ψ: inscripta vero figura cono Ψ major esse demonstrata est. Non est igitur majus dimidium sphæroidis cono Ψ. Neque vero est minus. Sit enim, si fieri potest, minus. Itaque rursus dimidio sphæroidis solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ dimidium sphæroidis excedit; eademque alia, quæ supra, construantur. Quoniam igitur inscripta figura minor est segmento, constat etiam circumscriptam cono Ψ minorem esse. Itaque rursus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ΘΕ, ad cylindrum eorum primum, qui sunt in circumscripta figura, ΘΕ axem habentem, eamdem habet rationem, quam primum quadratum ad semetipsum. Secundus autem cylindrus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ΕΠ, ad secundum cylindrum, qui est in circumscripta figura, ΕΠ axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum secundum cum ad gnomonem, qui ab ipso ablatus est. Aliorum item cylindrorum unusquisque, qui in toto cylindro sunt, axem habentium ipsi ΘΕ æqualem, ad cylindrum, qui secundum ipsum est in circumscripta figura, eumdemque habet axem, eam habet rationem, quam respondens ipsi quadratum ad gnomonem, qui ab ipso ablatus est. Igitur omnes etiam cylindri, qui in toto cylindro sunt, ad omnes cylindros, qui sunt in circumscripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad spatium æquale tum primo quadrato, tum gnomonibus, qui a reliquis quadratis ablati sunt. Quadrata autem omnia minora sunt

γνωμόνων τῶν ἀφαιρημένων ἀπ' αὐτῶν, μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. Ἐντὶ γάρ τινες γραμμαὶ κείμεναι [p] αἱ ΞΡ, ΞΣ, ΞΤ, ΞΥ, ΞΦ, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ [q] ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ, ἐφ' ἆν τὰ δύο Ξ, Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ. Τὰ [r] οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν, ἃ ἐστιν ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, πάντων μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονά ἐντι ἢ [s] τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, μείζονα ἢ τριπλάσιον. Τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς περὶ τᾶν [t] ἑλίκων ἐκδεδομένοις δέδεικται. Ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐντι, ἢ [u] τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἃ ἐστὶ ἀφαιρημένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. Τῶν οὖν γνωμόνων μείζονα ἢ ἡμιόλια. Ὥς τε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, μείζων ἐστὶν [w] ἢ ἡμιόλιος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. Τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Οὐδὲ μὴν ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ [x] ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγεγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἁμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν ΘΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτ' αὐτό. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΠ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΠ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ δεύτερον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ ΘΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, ἐν τοῦτον ἔχει λόγον, ὁμοίως τεταγμένου αὐτῷ τετραγώνου ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους, τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετραγώνῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσσι, τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τετραγώνων ἀφαιρημένοις. Καὶ τὰ τετράγωνα πάντα ἐλάσσονά ἐντι,

[p] αἱ ΞΡ, ΞΣ, ΞΤ, ΞΥ, ΞΨ, ΞΩ, τῷ σα [q] Sic MS. [w] ἡμίσεως [x] ἁμισεθεν

[r] Sic MS. [s] τριπλάσια [t] ἑλίκων [u] διαδε-

ἢ ἡμιόλια ΰ ἴσω τῷ τε πρώτῳ τετραγώνῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρημένοις· διότι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, [y] χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς μεγίσας τετραγώνω, μείζονά ἐντι ἢ τριπλάσια. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐςι τῶ περιγεγραμμένω σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Τῶ γὰρ Ψ κώνω ἡμιόλιός ἐςι· τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνω. Οὐκ ἄρα ἐςὶν ἔλασσον, [a] τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῶ Ψ κώνω. Ἐπεὶ ὦτε μεῖζόν ἐςιν, ὦτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐςί.

quam sesquialtera spatii æqualis tum primo quadrato, tum gnomonibus qui a reliquis quadratis ablati sunt; quoniam quadratorum, quæ describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempto eo, quod describitur a maxima, majora sunt, quam tripla. Cylindrus igitur, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, minor est, quam sesquialter figuræ circumscriptæ. Quod fieri non potest. Est enim sesquialter coni Ψ: circumscripta vero figura cono Ψ minor esse demonstrata est. Non est igitur minus dimidium sphæroidis cono Ψ. Et quoniam neque majus est, neque minus, æquale utique est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λ'.

Καὶ τοίνυν αἴκα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τῶ κέντρου τμαθῇ, ὁμοίως τὸ ἀμίσεον τῶ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσσεῖται τῶ ἀποτμάματος τῶ κώνω, τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Τετμάσθω [b] γὰρ σχῆμα σφαιροειδὲς· τμαθέντος δὲ αὐτῶ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔςω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ Θ· τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδω τὸ σχῆμα ἔςω ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ ἀγομένα· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τῶ κέντρω τετάχθαι. Ἐσσεῖται οὖν τις ὀξυγωνίω κώνω τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτέμνον ὑπέκειτο [c] ὥστ' ὀρθὰς εἶμεν τῷ ἄξονι ἀγμένον. [d] Ἄχθω δὴ τινες αἱ ΚΛ, ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ· ἀπὸ δὲ τᾶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδα ἀνεςακέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαύοντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ [e] τὰ Β, Δ ἐπιζευχθεῖσα, πεσεῖται διὰ τοῦ Θ· καὶ ἐσσοῦνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ Β, Δ σαμεῖα, ἄξονες δὲ αἱ ΒΘ, ΘΔ. Δυνατὸν δὲ ἐςιν εὑρεῖν κύλινδρον, ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΘ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος δὲ ἐσσεῖταί τις κυλίνδρω τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τοῦ ἀμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Πάλιν δὴ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐςι, κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, ἁ ἀπὸ διαμέτρω τᾶς ΑΓ. Εὑρεθέντος δὲ ἐσσεῖται τὶ ἀπότμαμα κώνω τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Λέγω δὴ, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος ἀμίσεον διπλάσιόν ἐςι τοῦ κώνω τούτω. Ἔςω δὴ ὁ Ψ κῶνος διπλάσιος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνω. Εἰ οὖν μή ἐςιν ἴσον τὸ ἀμίσεον τῶ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔςω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. [f] Ἐγγεγράφθω δὴ τι εἰς τὸ ἀμίσεον τῶ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο [g] περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρω τόμων, ὕψος ἴσον ἐχόν-

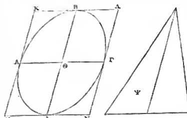
PROP. XXX. Theor.

Quinetiam si sphæroidea figura secetur per centrum plano ad axem non recto; pariter dimidium sphæroidis duplum erit segmenti coni, qui eamdem ac segmentum basim habeat, et axem eumdem.

Secetur enim sphæroidea figura: eademque secta per axem plano alio ad id, quod secat, planum recto; sit figuræ quidem sectio acutianguli coni sectio ΑΒΓΔ; cujus centrum punctum Θ; plani vero, quod figuram secuit, recta ΑΓ. Hæc utique per Θ transibit; quoniam planum positum est per centrum agi. Atque erit acutianguli coni sectio quædam circa diametrum ΑΓ descripta; quoniam positum est planum, quod secat, rectum ad axem non esse. Ducantur rectæ quædam ΚΛ, ΜΝ ipsi ΑΓ parallelæ, quæ acutianguli coni sectionem in punctis Β, Δ contingant: et ab ipsis ΚΛ, ΜΝ plana excitentur plano, quod per ΑΓ actum est, parallela. Hæc utique sphæroiden in punctis Β, Δ contingent; quæque ipsa Β, Δ jungit recta linea per Θ transibit: atque erunt segmentorum quidem vertices puncta Β, Δ; axes vero rectæ ΒΘ, ΘΔ. Itaque fieri potest, ut cylindrus inveniatur axem habens ΒΘ, in cujus superficie sit acutianguli coni sectio circa diametrum ΑΓ descripta. Hoc igitur invento erit segmentum aliquod cylindri eamdem ac dimidium sphæroidis basim habens, eumdemque axem. Rursus autem fieri potest, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus superficie sit acutianguli coni sectio descripta circa diametrum ΑΓ. Atque hoc invento erit segmentum aliquod coni eamdem ac segmentum sphæroidis basim habens, et axem eumdem. Dico dimidium sphæroidis hujus coni esse duplum. Sit jam conus Ψ duplus segmenti hujusce coni. Et si quidem dimidium sphæroidis cono Ψ æquale non est, sit primo, si fieri potest, majus. Itaque dimidio sphæroidis solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindri segmentis æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura ex-

[y] Sic MS. [a] τὸ ἡμίσεος [b] γὰρ τμῆμα [c] ὥστε [d] ἄχθωσαν [e] τὰ [f] ἐνέγραφα [g] περιγέγραφα

cedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua dimidium ſphæroidis conum Ψ excedit. Demonſtrabitur pariter, ac ſupra, figura dimidio ſphæroidis inſcripta major eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, ipſius quidem coni Ψ eſſe ſeſquialterum, figuræ autem dimidio ſphæroidis inſcriptæ majus quam ſeſquialterum. Quod fieri non poteſt. Non eſt igitur majus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Sin autem eſt minus, dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ dimidium ſphæroidis excedit. Rurſus pariter, ac ſupra, demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem ipſius quidem coni Ψ eſſe ſeſquialterum; circumſcriptæ vero figuræ minus, quam ſeſquialterum. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus eſt dimidium ſphæroidis cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.



ταν συγκείμενον ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνω. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ [a] ἀμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζον ἐὸν τοῦ [b] Ψ κώνω· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρω ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦ μὲν Ψ κώνω ἡμιόλιος ἐὼν τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένω σχήματος [i] ἐν ἀμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος. Ὅπερ ἀδύνατον. [k] Οὐκ ἔσται οὖν μεῖζον τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνω. Εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστιν, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον ὥς τε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ [l] ἀμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Πάλιν οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνω· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρω, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦ μὲν Ψ κώνω ἡμιόλιος ἐὼν τοῦ δὲ περιγεγραμμένω σχήματος ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιος. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον [m] τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνω. Ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζόν ἐστιν, οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἐστί. Φανερὸν οὖν ἐστιν ὃ ἔδει δεῖξαι.

PROP. XXXI. Theor.

Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ, ſectæ non per centrum plano ad axem recto, minus ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axi ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti.

Sit enim ſegmentum aliquod ſphæroideæ figuræ ſectum non per centrum plano ad axem recto: eodemque ſecto per axem plano alio; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓ, cujus diameter, eademque axis ſphæroidis, ΒΖ; et centrum Θ; plani vero, quod ſegmentum ſecat ſectio ſit recta ΑΓ. Hæc utique rectos cum ΒΖ angulos efficiet; quoniam poſitum eſt planum eſſe ad axem rectum. Sit autem ſegmentum illud, quod ſectum eſt, cujus vertex eſt

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λα΄.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἔλαττον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα τάτε ἀμίσεια τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ὁ ἄξων τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

Ἔστω γάρ τι τμᾶμα σφαιροειδέος [n] σχήματος, ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, μὴ διὰ τοῦ κέντρου· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς, καὶ ἄξων σφαιροειδέος ἔστω ἁ ΒΖ, κέντρον δὲ τὸ Θ· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα, τομὰ ἔστω ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Ποιήσει δ' αὐτὰ ὀρθὰς γωνίας ποτὶ τὰν ΒΖ· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν ὑπέκειτο ποτὶ τὸν ἄξονα ὑπέκειτο. Ἔστω δὴ τὸ τμᾶμα τὸ ἀποτετμα-

[a] ἡμίσεῦ [b] Ψ κώνῳ ἡμιόλιος ἐών τοῦ δὲ [i] ἐν ἡμίσεος [k] οὐκ ἄρα οὖν τὸ [l] ἡμίσεος [m] τοῦ ἡμίσεος
[n] τμήματος

μένῳ, ἇς κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἔλασσον ἢ ἁμίσεος τῶ σφαιροειδέος σχήματος, καὶ τᾷ ΒΘ ἴσα * ἔςω ἁ ΖΗ. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα, ἇς κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ.

Ἔςω γὰρ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἐλάσσονι τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἔςω δὲ καὶ κῶνος ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Φαμὶ δὴ τὸν Ψ κῶνον ἴσον εἶμεν τῷ τμάματι τῷ κορυφὰν ἔχοντι τὸ Β σαμεῖον. Εἰ γὰρ μή ἐςιν ἴσος, ἔςω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. p Ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα ςερεὸν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τῶ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μεῖζόν ἐςι τὸ τῶ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ ὦν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τῶ τμάματος, ἔλασσον ὑπερέχει τῶ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμᾶμα τῶ κώνου· δῆλον ὅτι μεῖζόν ἐςι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τῶ Ψ κώνου. Ἔςω δὴ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ ἁ ΒΡ. Ἐπεὶ ὦν ἁ μὲν ΒΗ τριπλάσιά ἐςιν τᾶς q ΒΘ, καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσια ἔςαι καὶ ἁ ΔΗ τᾶς ΘΡ. Ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν ΒΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΘΡ. Ὁ δὲ κῶνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ. Ἕξει ὦν ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων ὁ κύλινδρος, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. r Ἔςωσαν δὴ γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ὧν τὰ ΞΝ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι τοῖς ἐν τᾷ ΒΔ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάςα ἴσα τᾷ ΖΔ. Ἔςω δὲ καὶ τᾶν ΞΟ ἑκάςα ἴσα τᾷ ΒΔ. Τᾶν ὦν ΝΟ ἑκάςα διπλάσια ἐσσεῖται τᾶς ΘΔ. Παραπεπλωκέτω δὴ παρ' ἑκάςαν αὐτᾶν χωρίον τι, πλάτος ἔχον ἴσον τᾷ ΒΔ, ὥς τε εἶμεν ἕκαςον τῶν ἐχόντων s τᾶς διαμέτρω τετράγωνον. Ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τῶ πρώτω γνώμονος πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ

punctum B, minus quam dimidium sphæroideæ figuræ; æqualisque sit ZH ipsi BΘ. Oportet demonstrare, segmentum, cujus vertex est punctum B, ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam ΔH ad ΔZ.

Sit cylindrus eamdem ac minus segmentum basim habens, eumdemque axem: et sit item conus Ψ, qui ad conum eamdem basim habentem eam habeat rationem, quam ΔH ad ΔZ. Dico conum Ψ segmento, cujus vertex est punctum B, æqualem esse. Si enim æqualis non est, sit primo, si fieri potest, minor. Itaque segmento solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua segmentum sphæroidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumscripta figura, quæ segmento major est, inscriptam minus excedit, quam segmentum conum; constat inscriptam figuram cono Ψ majorem esse. Sit autem BP tertia pars ipsius BΔ. Et quoniam tripla est cum BH ipsius BΘ, tum BΔ ipsius BP; tripla erit etiam ΔH ipsius ΘP. Itaque cylindrus eamdem ac segmentum basim habens, et axem BΔ, ad conum eamdem basim, eumdemque axem habentem, eamdem habet rationem, quam ΔH ad ΘP. Habet autem conus, quem diximus, ad conum Ψ eamdem rationem, quam ΔZ ad ΔH. Habebit igitur, rationibus dissimiliter ordinatis, cylindrus eamdem ac segmentum basim habens, eumdemque axem, ad conum Ψ eamdem rationem, quam ΔZ ad ΘP. Positæ modo sint lineæ, in quibus ΞN, multitudine quidem æquales segmentis, quæ sunt in recta BΔ, magnitudine vero æquales unaquæque ipsi ZΔ. Ac linearum ΞO æqualis unaquæque sit ipsi BΔ. Erit igitur reliquarum NO unaquæque dupla ipsius ΘΔ. Applicetur unicuique ipsarum spatium aliquod latitudinem habens ipsi BΔ æqualem; ita ut quadratum in unoquoque sit circa suam diametrum descrip-

* ἐςω τᾶ ΑΖΗ
r ἔςωσαν ex MS.
p ἀνέγραψα
s τὰς διαμέτρως
q In MS. ΒΘ, καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσιαι ἐντὶ καὶ ἁ ΔΗ τᾶς ΘΡ desunt.

tum. Auferatur autem ab horum primo gnomon latitudinem habens æqualem ipſi BE: itemque a ſecundo gnomon latitudinem habens æqualem ipſi BX: eodemque modo ab unoquoque, quod ſequitur, ſpatio gnomon latitudinem habens ſegmento uno minorem latitudine gnomois, qui proxime ablatus eſt. Erit utique gnomon, qui a primo ſpatio ablatus eſt, æqualia ſpatio, quod ſub BE, EZ continetur: et reliquum erit ſpatium, quod ipſi NO applicatum eſt, excedens ſpecie quadrata, atque habens latua exceſſus ipſi ΔE æquale. Gnomon vero, qui a ſecundo ſpatio ablatus eſt, æqualis erit ſpatio, quod ſub ZX, XB continetur: et reliquum erit ſpatium, quod ipſi NO applicatum eſt, eacedens ſpecie quadrata. Et reliqua eodem modo. Hia ita ſe habentibus producantur plana cylindrorum omnium, ex quibus inſcripta ſegmento figura componitur, ad ſuperficiem uſque cylindri, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet eumdemque axem. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æqualea cylindria, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Jam cylindrus primus eorum, qui in toto cyliodro ſunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, ΔE aaem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΔΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KE. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub BΔ, ΔZ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub BE, EZ. Habet igitur cylindrus ad cylindrum eamdem rationem, quam primum ſpatium ad gnomonem, qui ab eodem ablatua eſt. Pariter aliorum etiam cylindrorum, unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habena ipſi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eamdem habebit rationem, quam ſpatium ipſi reſpondena ad gnomonem, qui ab eodem ablatus eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt; aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, quæ ipſi ΞN applicata ſuot, latitudinemque habent ipſi BΔ æqualem, multitudine cylindris æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes. Comparantur autem cylindri, cum aliia cylindris, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus autem cum nullo comparatur: et adhuc ſpatia comparantur cum aliis ſpatiis, hoc eſt cum gnomonibus, qui ab iiſdem auferuntur, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnes cylindros, ad omnes alios cylindros eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia ad omnes gnomones. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad figuram ſegmento inſcriptam, eamdem habebit rationem, quam omnia ſpatia ad omnea gnomones. Et quoniam quædam lineæ æquales

ΒΕ· ἀπὸ δὲ τῶ δευτέρω, πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΧ. Καὶ ἀφ' ἑκάςω, τ̃ αὐτὸν τρόπον, ὡς ἀπὸ τοῦ ἑπομένω χωρίω γνώμων ἀφαιρήσθω, πλάτος ἔχων ἑνὶ τμάματι ἔλασσον τῶ πλάτεος τ̃ πρὸ αὐτῶ γνώμονος ἀφαιρημένω. Ἐσσεῖται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τ̃ πρώτω χωρίω γνώμων ἀφαιρημένος, ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΖ· καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπεπλωκὸς παρὰ [1] τὰν ΝΟ, ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, τὰν τῶ ὑπερβλήματος πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ ΔΕ. Ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δευτέρω χωρίω γνώμων ἀφαιρημένος, ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΖΧ, ΧΒ· καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ τὰν ΝΟ παραπεπλωκὸς, ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ. Καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις. Ἐξῶντι δὲ ὧδε ἐκβεβλήσθω τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τό τε ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τῶ κυλίνδρω, τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τ̃ αὐτόν. Ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρως τῷ μὲν πλήθει ἴσως τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσως τῷ μεγίςῳ αὐτῶν. Ὁ δὴ πρῶτος ὁ κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ. Οὗτος δὲ ἐςιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΔ, ΔΖ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΖ. Ἔχει ὦν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἕκαστος ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τ̃ ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Ἐντὶ ὦν μεγέθειά τινα οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεια, χωρία παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπλωκότα, πλάτος ἔχοντα τὰν ἴσαν τᾷ ΒΔ, τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. Λέγονται δὲ οἵ τε κύλινδροι ποτ' ἄλλως κυλίνδρως, τὼς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος [a] οὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τὰ χωρία ποτ' ἄλλα χωρία, τὼς ἀπ' αὐτῶν ἀφαιρημένως, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον χωρίον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Δῆλον ὦν ὅτι καὶ πάντες οἱ κύλινδροι, ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρως, τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία, ποτὶ πάντας τὼς γνώμονας. Ὁ ἄρα κύλινδρος, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς

[1] τάν Θ

[a] οὐδὲ ποθὲν

γνώμονας. Καὶ ἐπεὶ ἐντὶ τινὲς γραμμαὶ ἴσαι κείμεναι ἐφ' ἃν τὰ ΝΟ, ἢ παρὰ ἑκάσταν παραπεπτωκότι τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα ἐστὶ τᾷ ἐλαχίστᾳ· καὶ ἄλλα ἐντὶ χωρία παρὰ τὰν ΞΟ παραπεπτωκότα, πλάτος δὲ ἔχοντα ἴσον τᾷ ΒΔ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· δῆλον ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσω λόγον ἔχοντι, τῶ ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞΟ. Φανερὸν οὖν ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τὼς γνώμονας μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, [w] τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ δυοῖς τριταμορίοις [x] τᾶς ΞΟ. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι,[y] καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, [z] τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. Ἐστι δὲ τᾷ μὲν ΞΝ ἴσα ἁ ΔΖ· [a] τᾷ δὲ ἡμισείᾳ τᾶς ΝΟ, ἁ ΔΘ· [b] τῷ δὲ τρίτῳ δύο μόρια τᾶς ΞΟ, ἁ ΔΡ. Ὅλος ἄρα ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἐδείχθη ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Μείζονα οὖν ἕξει λόγον ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μεῖζόν ἐστιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον, τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἔσχατον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων, πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ, ποτ' αὐτό. Ἑκάτερα γὰρ ἴσα ἐστίν. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἔχων ἴσαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἐόντα τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ [c] πεπτωκό-

positæ sunt, in quibus NO, quarum unicuique spatium applicatum est excedens specie quadrata; latera autem excessuum æqualiter sese invicem excedunt; et excessus æqualis est illarum minimæ: præterea alia sunt spatia, quæ ipsi ΞO applicata sunt, latitudinemque habent ipsi BΔ æqualem, multitudine quidem illis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque illorum maximo; constat omnia spatia, quorum unumquodque maximo æquale est, ad omnia alia spatia minorem rationem habere, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius NO, tum tertiæ parti ipsius ΞO. Constat igitur eadem spatia ad omnea gnomones majorem rationem habere, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius NO, tum duabus tertiis partibus ipsius ΞO. Cylindrus igitur, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, ad figuram segmento inscriptam, majorem rationem habet, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius NO, tum duabus tertiis partibus ipsius ΞO. Æqualis est autem ΔZ quidem ipsi ΞN; ΔΘ vero dimidiæ ipsius NO; denique ΔP duabus tertiis partibus ipsius ΞO. Igitur totus cylindrus ad figuram segmento inscriptam, majorem rationem habet, quam ΔZ ad ΘP. Quam autem rationem habet ΔZ ad ΘP, hanc habere demonstratus est idem cylindrus ad conum Ψ. Majorem igitur habebit rationem cylindrus ad inscriptam figuram, quam ad conum Ψ. Quod fieri non potest. Demonstrata enim est inscripta figura major esse cono Ψ. Non est igitur majus sphæroidis segmentum cono Ψ. At vero sit, si fieri potest, minus. Itaque rursus segmento solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ segmentum excedit: eademque alia, quæ supra, construantur. Quoniam igitur inscripta figura minor est segmento, et circumscripta inscriptam minus excedit, quam conus Ψ segmentum; constat circumscriptam figuram cono Ψ minorem esse. Rursus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui sunt in circumscripta figura, eumdem axem habentem, eam habet rationem, quam postremum spatium eorum, quæ ipsi ΞN applicata sunt, latitudinemque habent ipsi BΔ æqualem, ad semetipsum. Utraque enim æqualia sunt. Secundus autem cylindrus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ipsi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui secundum ipsum est in circumscripta figura, eamdem habet rationem, quam primum spatium eorum, quæ ipsi ΞN applicata sunt, latitu-

[w] τῷ τε ἡμισείᾳ [x] τῷ ΞΟ [y] In MS. καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι desunt.
[z] ταῖν ἡμίσειαι [a] τᾷ δὲ ἡμισείᾳ [b] τὰ [c] περιπεπτωκότων

dinemque habent ipſi ΒΔ æqualem, ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi ΔΕ æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eamdem habet rationem, quam ſpatium ipſi reſpondens eorum, quæ ipſi ΞΝ applicata ſunt, ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt ante illud, quod poſtremum dicitur. Igitur eadem ratione, qua ſupra, omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnia ſpatia, quæ ipſi ΞΝ applicata ſunt, ad ſpatium æquale tum poſtremo ſpatio, tum gnomonibus, qui ab aliis ablati ſunt. Et quoniam demonſtratum eſt omnia ſpatia, quæ ipſi ΞΝ applicata ſunt, ad omnia ſpatia, quæ applicata ſunt ipſi ΝΟ, excedentia ſpecie quadrata, dempto maximo, majorem habere rationem, quam ΞΝ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius ΝΟ, tum tertiæ parti ipſius ΞΟ; conſtat ſpatia eadem ad reliqua, quæ æqualia ſunt tum poſtremo ſpatio, tum gnomonibus, qui a reliquis ablati ſunt, minorem rationem habere, quam ΞΝ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius ΝΟ, tum duabus tertiis partibus ipſius ΞΟ. Conſtat igitur etiam cylindrum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam ΖΔ ad ΘΡ. Quam autem rationem habet ΔΖ ad ΘΡ, hanc habet cylindrus, quem diximus, ad conum Ψ. Minorem igitur rationem habet idem cylindrus ad circumſcriptam figuram, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ. Non eſt igitur minus ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt.

PROP. XXXII. Theor.

Quinetiam ſi ſphæroidea figura ſecetur non per centrum plano ad axem non recto, minus ejuſdem ſegmentum ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habebit rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum, quæ oriuntur, vertices jungit, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti.

Secetur enim ſphæroidea aliqua figura, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod figuram ſecat, recta ΓΑ. Ducantur autem ipſi ΑΓ parallelæ ΠΡ, ΣΤ, quæ

των, πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ, ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτῶ. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμόλογον χωρίον αὐτῷ τῶν παρὰ τὰν ΞΝ [a] παραπεπλωκότων, ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτῶ ἀφαιρημένον [b] πρὸ τῶ λεγομένω τῶ ἐσχάτω. Καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρως τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπλωκότα, ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ χωρίῳ, καὶ τοῖς γνώμοσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν ἄλλων, διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. Ἐπεὶ ὦν δέδεικται, ὅτι πάντα τὰ χωρία, τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα, ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΝΟ παραπεπλωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, χωρὶς τοῦ μεγίστω, μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞΟ· δῆλον ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ τὰ λοιπὰ, ἅ ἐντι ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ, καὶ τοῖς γνώμοσι, τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρημένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ δυσὶ τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. Δῆλον ὦν, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνω. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τὸ τῶ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνω. Ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον, οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λβ'.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς, μὴ δὲ διὰ τοῦ κέντρω, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνω τὸ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἑξεῖ τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι, ἴσα [c] τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

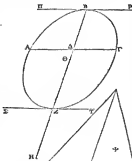
Τετμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδὲς, ὡς εἴρηται· καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα, ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Καὶ παρὰ τὰν ΑΓ [d] ἄχθω αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ

[a] πεπτωκότα [b] πρὸ τοῦ λέγομαι τοῦ ἐσχάτου, καὶ παντὸς [c] τάν [d] ἄχθωσαν

κώνε τομᾶς κατὰ τὰ B, Z· καὶ ἀνεϛακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ, Ἐπιψαυσοῦντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος [b] κατὰ τὰ B, Z· καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων ἐπιζευχθεῖσαι, καὶ ἔϛω ἁ BZ. Πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου. Καὶ ἔϛω κέντρον τῶ σφαιροειδέος, καὶ τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς, τὸ Θ. Ἐπεὶ ὦν ὑπέκειτο μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τετμᾶσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἁ τομά ἐϛιν ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ ΓΑ. Λελάφθω ὦν ὅτε κύλινδρος ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας τᾷ BΔ, ἐν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τᾶς ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ B σαμεῖον, ἐν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Ἐσσεῖται δὴ τόμος τις κυλίνδρω τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· [1] καὶ ἀπότμαμα κώνω τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τῶ σφαιροειδέος, ὗ κορυφὰ τὸ B, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τῶ κώνω, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Ἴσα δὲ ἔϛω ἁ ZH τᾷ ΘZ.

Λελάφθω δὴ τις κῶνος ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τῶ κώνω τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Εἰ ὦν μὴ ἐϛιν ἴσον τὸ τμᾶμα τῶ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔϛω πρᾶτον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα ϛερεὸν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τῶ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τμᾶμα τῶ σφαιροειδέος τῶ Ψ κώνω. Ὁμοίως δὴ τῷ προτέρῳ δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνω, καὶ ὁ τόμος τῶ κυλίνδρω ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸ Ψ κῶνον. Ὅ ἐϛιν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσσεῖται ὦν τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνω μεῖζον. Ἀλλ' ἔϛω, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Ἐγγεγραμμένον δὴ πάλιν ἔϛω εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα ϛερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρω τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τῶ ἐγγραφέντος

coni ſectionem in punctis B Z, contingant: excitenturque ab iiſdem plano acto per A Γ plano parallela. Hæc utique contingent ſphæroiden in punctis B, Z: eorumque vertices jungentur recta B Z; quæ quidem per centrum tranſibit. Sit autem centrum ſphæroidis, idemque acutianguli coni ſectionis, punctum Θ. Quoniam igitur ſphærois poſita eſt ſecta eſſe plano ad axem non recto, ſectio eſt acutianguli coni ſectio, cujus diameter A Γ. Itaque ſumatur cylindrus axem habens, quæ ipſi B Δ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum A Γ deſcripta: itemque conus verticem habens punctum B, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum A Γ. Atque erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: itemque ſegmentum coni eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, et axem eumdem. Oportet demonſtrare ſphæroidis ſegmentum, cujus vertex eſt punctum B, ad ſegmentum coni, eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, eam habere rationem, quam Δ H ad Δ Z. Sit autem Z H æqualis ipſi Θ Z.



Sumatur conus aliquis Ψ, qui ad ſegmentum coni eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habentis, eumdemque axem, eam habeat rationem, quam Δ H ad Δ Z. Et ſi æquale non eſt ſegmentum ſphæroidis cono Ψ, ſit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum ſphæroidis excedit conum Ψ. Pariter ac ſupra demonſtrabitur inſcripta figura major eſſe cono Ψ; et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad inſcriptam figuram majorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Non erit igitur majus ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. At vero ſit, ſi fieri poteſt, minus. Rurſus ſphæroidis ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam mag-

[b] κατὰ τὰ B Z

[1] In MS. ἀπότμαμα κώνω τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν in MS. deſunt.

nitudine minore, quam qua conus Ψ sphæroidis segmentum excedit. Rursus autem eadem ratione, ac supra, demonstrabitur circumscripta figura minor esse cono Ψ: et segmentum cylindri, quod eamdem ac sphæroidis segmentum basim habet, eumdemque axem, ad circumscriptam figuram minorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non potest. Neque igitur minus erit sphæroidis segmentum cono Ψ. Manifestum est igitur, quod oportebat demonstrare.

PROP. XXXIII. Theor.

Cujuslibet sphæroideæ figuræ sectæ, non per centrum, plano ad axem recto, majus segmentum ad conum qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axis sphæroidis, tum axi minoris segmenti, ad axem minoris segmenti.

Secetur sphæroidea aliqua figura, ut dictum est: eademque secta per axem plano alio ad id, quod secat, planum recto; sit figuræ quidem sectio acutianguli coni sectio ΑΒΓ, cujus diameter, eademque axis figuræ, ΒΔ; plani vero, quod secat, recta ΓΑ. Hæc utique ipsi ΒΔ ad rectos angulos erit. Sit autem segmentorum majus, cujus vertex est punctum Β: et centrum sphæroidis punctum Θ: apponaturque ΔΗ æqualis ipsi ΔΘ; itemque ΒΖ eidem æqualis. Oportet demonstrare, segmentum sphæroidis, cujus vertex est punctum Β, ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam ΕΗ ad ΕΔ.

Itaque secetur sphærois per centrum plano ad axem recto; et ab eo, qui oritur, circulo conus excitetur, verticem habens punctum Δ. Est igitur tota sphærois dupla segmenti, quod basim habet circulum, qui circa diametrum ΚΛ describitur, et verticem punctum Δ. Segmentum autem, quod diximus, duplum est coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem. Hæc enim demonstrata sunt. Tota igitur sphærois ejus, quem diximus, coni est quadrupla. At vero hic conus ad conum, qui basim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ describitur, et verticem punctum Δ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet

ὑπερέχοι ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τῶ τμάματος. Πάλιν δὲ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται τὸ [k] περιγεγραμμένον ἔλασσον τῶ Ψ κώνω καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρω, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα [l] λόγον ἔχων, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅ ἐστιν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου. Φανερὸν οὖν ὃ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λγʹ.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέραις [m] τᾷ τε ἡμισείᾳ τῶ ἄξονος τῶ σφαιροειδέος, καὶ τῷ τῶ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονι, ποτὶ τὸν τῶ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονα.

Τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τῶ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τῶ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σχήματος, ἁ ΒΔ· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ ΒΔ. Ἔστω δὲ μεῖζον τῶν τμαμάτων, οὗ κορυφὰ τὸ Β· καὶ κέντρον τῶ σφαιροειδέος τὸ Θ. Ποτικείσθω δὴ ἁ ΔΗ τᾷ ΔΘ ἴσα, [n] καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ ἴσα. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τῶ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, [o] ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

Τετμάσθω δὴ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τῶ κέντρω ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ γινομένου κύκλου κῶνος ἔστω, κορυφὰν ἔχων τὸ Δ σαμεῖον. Ἔστι δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς διπλάσιον τοῦ τμάματος, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον. Τὸ δὲ εἰρημένον τμᾶμα διπλάσιον τῶ κώνου τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δέδεικται γὰρ ταῦτα. Τὸ ὅλον οὖν σφαιροειδὲς τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ εἰρημένου. Ὁ δὴ κῶνος οὗτος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, [p] κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τῶ ὃν ἔχει

[k] περιγεγραμμένον σχῆμα [l] Sic MS. [m] ταῖς [n] καὶ ἁ ΒΖ [o] ὃν ἔχει ἁ ΕΗ [p] Sic MS.

ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΕΔ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΑ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΑ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ἕξει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ, ὃν ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΔΕ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΞΔ, ΘΒ, ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘΔ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΒ, ΕΔ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ἔχει οὖν ὁ μὲν κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΑ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν αὐτῷ, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ΖΕ, ΕΔ, τουτέστιν ἁ ΒΕ ποτὶ ΕΖ. Τὸ γὰρ ἔλασσον ἢ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, δείκνυται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τᾷτε ἡμισέᾳ τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος. Οὗτος δέ ἐστιν ὃν ἔχει ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος, ποτὶ τὸ τμᾶμα [q] τοῦ σφαιροειδέος ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΔΕ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ· τετραπλάσιον γὰρ ἑκάτερον. Ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμᾶμα, τὸ ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ· ἔχει καὶ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἔλασσον αὐτοῦ, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕΔ. Ὥς τε καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπερέ-

ΘΔ ad ΕΔ, tum ex ea, quam habet quadratum, quod a ΚΘ describitur, ad quadratum, quod describitur ab ΕΑ. Ratio autem, quam habet quadratum, quod describitur a ΚΘ, ad quadratum, quod describitur ab ΕΑ, eadem est atque illa, quam habet spatium, quod sub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΒΕ, ΒΔ. Jam vero quam rationem habet ΘΔ ad ΕΔ, hanc habeat ΞΔ ad ΘΔ. Habebit igitur spatium, quod sub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΒΘ, ΘΔ, eam rationem, quam ΔΘ ad ΔΕ. Quæ autem ratio componitur tum ex ea, quam habet spatium, quod sub ΞΔ, ΘΒ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΒΘΔ, tum ex ea, quam habet spatium, quod sub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΒΕ, ΕΔ, hæc eadem est atque illa, quam habet spatium, quod sub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΒΒ, ΕΔ. Conus igitur, qui basim habet circulum, qui circa diametrum ΚΑ describitur, et verticem punctum Δ, ad conum, qui basim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ describitur, et verticem punctum Δ, eamdem rationem habet, quam spatium, quod sub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad spatium, quod continetur, sub ΒΕ, ΕΔ. Conus autem, qui basim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ describitur, et verticem punctum Δ, ad segmentum sphæroidis, quod eamdem ac ipse basim habet, eumdemque axem, eam habet rationem, quam spatium, quod sub ΒΕ, ΕΔ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΖΕ, ΕΔ; hoc est, quam ΒΕ ad ΕΖ. Demonstratum enim est minus quam dimidium sphæroidis ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axis sphæroidis, tum axi majoris segmenti, ad axem majoris segmenti. Hæc autem ea est, quam habet ΖΕ ad ΒΕ. Conus igitur, qui in dimidio sphæroidis est, ad segmentum sphæroidis dimidio minus eamdem habet rationem, quam spatium, quod sub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΖΕ, ΔΕ. Et quoniam tota sphæroïs ad conum, qui in dimidio sphæroidis est, eam rationem habet, quam spatium, quod sub ΖΗ, ΞΔ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΒΘ, ΞΔ: utrumque enim quadruplum est. Conus autem, qui in dimidio sphæroidis est, ad segmentum sphæroidis dimidio minus eam habet rationem, quam spatium, quod sub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΖΕ, ΕΔ: tota etiam sphæroïs ad segmentum ipsius et minus eamdem rationem habuerit, quam spatium, quod sub ΖΗ, ΞΔ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΖΕΔ. Quare etiam majus sphæroidis segmentum ad minus eamdem rationem habet, quam excessus, quo spatium, quod sub

[q] τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμισυ

Z H, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Z E, Δ E, ad ſpatium, quod continetur ſub Z B Δ. Spatium autem, quod ſub Z H, Ξ Δ continetur, ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ, excedit ſpatio, quod continetur ſub Ξ Δ, E H, et ſpatio, quod continetur ſub Z E, Ξ E. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad minus, eamdem habet rationem, quam ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E H, ſpatioque, quod ſub Z E, Ξ E continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ. Minus autem ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ipſe baſim habet, eumdemque axem, eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Z E, E Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub B E, E Δ: habet enim eam, quam Z E ad B E. Et conus, qui in minore ſegmento eſt, ad conum, qui eſt in majore ſegmento, eum habet rationem, quam ſpatium, quod ſub B E, E Δ continetur, ad quadratum, quod a B E deſcribitur. Hi enim coni, cum eamdem baſim habeant, eamdem quam altitudines rationem habent. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui in ipſo ſegmento eſt, eam habet rationem, quam ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E H, ſpatioque, quod ſub Z E, Ξ E continetur, ad quadratum, quod a B E deſcribitur. Hæc autem ratio eadem eſt atque illa, quam habet E H ad E Δ. Spatium enim, quod ſub Ξ Δ, E H continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Ξ Δ, E Δ, eam rationem habet, quam E H ad E Δ: et ſpatium, quod ſub Z E, Ξ E continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, Θ E eam habet rationem, quam E H ad E Δ. Habet enim Ξ E ad Θ E eamdem rationem quam E H ad B Δ; quoniam proportionales ſunt Ξ Δ, Θ Δ, Δ E: æqualiſque eſt Θ Δ ipſi H Δ. Igitur ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub Ξ Δ, B H continetur, ſpatioque, quod continetur ſub Z B, Ξ E, ad ſpatium æquale utrique, ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E Δ continetur, ſpatioque, quod continetur ſub Z E, Θ E, eamdem habet rationem, quam E H ad E Δ. Quod autem quadratum a B E deſcribitur, id utrique æquale eſt, ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E Δ, continetur, ſpatioque, quod continetur ſub Z E, Θ E. Quadratum enim, quod a B Θ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E Δ continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a B E deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a B Θ, ſpatio æqualis eſt, quod continetur ſub Z E, Θ E; quoniam B Θ, B Z æquales ſibi invicem ſunt. Conſtat igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam E H ad E Δ.

χει ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Z H, Ξ Δ τοῦ ὑπὸ τᾶν Z E, B Δ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z B Δ. Ὑπερέχει δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν Z H, Z Δ, τοῦ ὑπὸ τᾶν Z E, E Δ, τῷ τε ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, E H περιεχομένῳ, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν Z E, Ξ E. Ἔχει ἄρα τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλαττον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, E H, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν Z E, Ξ E, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Z E, E Δ. Τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τούτῳ ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Z E, E Δ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν B E, E Δ· τοῦτον γὰρ ἔχει τὸν λόγον ὃν ἁ Z E ποτὶ τὰν B E. Ὁ δὲ κῶνος, ὁ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ μείζονι τμάματι, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν B E, E Δ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς B E τετράγωνον. Τὸν γὰρ τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν. [r]Ἔχει ἂν καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον [t]τοῦτον τὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, E H, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν Z E, Ξ E, ποτὶ τὸ τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τᾶς B E. Οὗτος δὲ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει ἁ B H ποτὶ τὰν E Δ. Τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, B H, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, E Δ, τοῦτον ἔχει λόγον, ὃν ἁ E H ποτὶ τὰν E Δ· καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z E, Ξ E περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z E, Θ E, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἁ E H ποτὶ τὰν E Δ. [u]Ἁ γὰρ Ξ E ποτὶ τὰν Θ E τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ B H ποτὶ τὰν E Δ, διὰ τὸ ἀνάλογον [w]εἶμεν τᾶς Ξ Δ, Θ Δ, Δ E· καὶ [x]τὰν Θ Δ ἴσαν τε εἶμεν τᾷ H Δ. Καὶ τὸ ἴσον οὖν ἀμφοτέροις τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, E H, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν Z E, Ξ E, ποτὶ τὸ ἴσον συναμφοτέροις, τῷ τε ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, E Δ, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν Z E, Θ E, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἁ B H ποτὶ τὰν B Δ. Τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς E B τετράγωνον ἴσον ἐστὶν ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, E Δ, καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z E, Θ E. Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τᾶς B Θ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, E Δ περιεχομένῳ· ᾇ δὲ ὑπεροχᾷ ᾇ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τᾶς B E τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς B Θ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν Z E, Θ E, ἐπεὶ ἴσαι ἁ B Θ, B Z. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ μεῖζον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ E H ποτὶ τὰν B Δ.

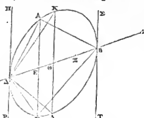
[r] τοῦ ἔχει τὸν λόγον ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Z E, E Δ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν B E Δ. Τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Θ Z ποτὶ τὰν B Z
[s] ἔχοντι [t] τοῦτον τὸν λόγον ὃν in MS. deſunt. [u] αἱ γάρ [w] τὸ εἶμεν [x] τὰς Θ Δ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λδ'.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς, μὴ δὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμᾶμα αὐτοῦ ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, [y] τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τᾷ ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος.

Τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ [z] ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ, ὀξυγωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἄχθωσαν αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Δ, Β· καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ [a] τὰν ΑΓ. Ἐπιψαυσοῦντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ Β, Δ. Ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφὰς ἐπιζευγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων ἁ ΒΔ. Πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ. Μεῖζον δὲ [b] ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β· ποτικείσθω δὴ ἁ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ, καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ μεῖζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

Τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου παραλλήλῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπιπέδῳ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἀπότμαμα κώνου, κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαμεῖον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον [c] ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ· καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἐν ᾧ ἐγγέγραπται, τὸν αὐτὸν [d] ἔχειν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. Ἕξει οὖν τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἐλασ-



PROP. XXXIV. Theor.

Quinetiam si sphæroidea figura secetur non per centrum plano ad axem non recto, majus ejusdem segmentum ad segmentum coni, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam habebit rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ segmentorum, quæ oriuntur, vertices jungit, tum axi minoris segmenti, ad axem minoris segmenti.

Secetur sphæroidea figura plano, ut dictum est; eademque secta per axem plano alio ad id, quod secat, planum recto; sit figuræ quidem sectio acutianguli coni sectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod figuram secat, recta ΓΑ. Ducantur autem ipsi ΑΓ parallelæ ΠΡ, ΣΤ, quæ acutianguli coni sectionem in punctis Δ, Β contingant: excitenturque ab iisdem plana acto per ΑΓ plano parallela. Hæc utique contingent sphæroiden in punctis Β, Δ; eruntque Β, Δ segmentorum vertices. Itaque ducatur ΒΔ segmentorum, quæ oriuntur, vertices jungens; quæ quidem per centrum transibit, quod sit punctum Θ. Majus autem dimidio sphæroidis segmentum illud sit, cujus vertex est punctum Β: apponaturque ΔΗ æqualis ipsi ΔΘ; itemque ΒΖ eidem æqualis. Oportet demonstrare, majus sphæroidis segmentum ad segmentum coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, eam habere rationem quam ΕΗ ad ΕΔ.

Secetur enim sphærois plano per centrum acto, eique quod per ΑΓ actum est parallelo: et inscribatur dimidio sphæroidis segmentum coni verticem habens punctum Δ: et quam rationem habet ΔΘ ad ΕΔ, hanc habeat ΞΔ ad ΘΔ. Demonstrabitur pariter, ac supra, segmentum coni, quod dimidio sphæroidis inscriptum est, ad segmentum coni, quod inscriptum est minori segmento eamdem habere rationem, quam spatium, quod sub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΒΕ, ΕΔ: et segmentum coni, quod minori segmento inscriptum est, ad id, cui inscriptum est, segmentum eamdem rationem habere, quam spatium, quod sub ΒΕ, ΕΔ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΖΕ, ΕΔ. Habebit igitur segmentum coni, quod dimidio

[y] τοῦτον ἔχει [z] ἐπιπέδῳ, ἀλλὰ διὰ τὸ [a] Sic MS. [b] Sic MS. [c] ἐχέτω [d] ἔχοντα

ſphæroidis inſcriptum eſt, ad minus ſphæroidis ſegmentum rationem eamdem, quam ſpatium, quod ſub Ξ Δ, B Θ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ. Itaque tota ſphærois ad ſegmentum coni, quod dimidio ſphæroidis inſcriptum eſt, eamdem rationem habebit, quam ſpatium, quod ſub Z H, Ξ Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub B Θ, Ξ Δ. Utrumque enim utriuſque quadruplum eſt. Habet autem ſegmentum coni, quod diximus, ad minus ſphæroidis ſegmentum eamdem rationem, quam ſpatium, quod ſub Ξ Δ, B Θ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ. Habebit igitur tota ſphærois ad minus ſphæroidis ejuſdem ſegmentum rationem eamdem, quam ſpatium, quod ſub Z H, Ξ Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ. At majus ſphæroidis ſegmentum ad minus eamdem habet rationem, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub Z H, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ ad ſpatium ſub Z E, E Δ: minus vero ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, quod eidem inſcriptum eſt, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Z E, E Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub B E, E Δ. Demonſtratum enim eſt eam habere, quam Z E ad B E. Denique ſegmentum coni, quod minori ſegmento inſcriptum eſt, ad ſegmentum coni, quod inſcriptum eſt majori ſegmento, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub B E, E Δ continetur, ad quadratum, quod a B E deſcribitur. Horum enim, quæ diximus, conorum ſegmenta, cum eamdem baſim habeant, eamdem quam altitudines rationem habent. Hæ vero altitudines eamdem habent, quam Δ E ad E B. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, quod eidem inſcriptum eſt, eamdem rationem habebit, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub H Z, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Z E Δ, ad quadratum, quod a B E deſcribitur. Quæ quidem ratio pariter, ac ſupra, eadem eſſe demonſtrabitur atque illa, quam habet E H ad E Δ.

σον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, Β Θ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ. Ἕξει ὦν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ζ Η, Ξ Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Β Θ, Ξ Δ. Τετραπλάσιον γὰρ ἑκατέρου ἑκάτερον. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, Β Θ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ. Ἕξει ὦν τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα αὐτοῦ τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ζ Η, Ξ Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ. Αὐτὸ δὲ τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ὑπεροχά, [e] ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ζ Η, Ξ Δ, τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Β Ε, Ε Δ. Δέδεικται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ Ζ Ε ποτὶ τὰν Β Ε. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, τοῦ ἐν τῷ [f] ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Β Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β Ε τετράγωνον. Τὰ γὰρ ἀποτμάματα τῶν κώνων τὰ εἰρημένα [g] τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι, τὰν αὐτὰν ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι. Τὰ δὲ ὕψεα αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τῷ τᾶς Δ Ε ποτὶ τὰν Ε Β. Ἔχει καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ὑπεροχά, [h] ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Η Ζ, Ξ Δ, τοῦ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε Δ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β Ε τετράγωνον. Ὁ δὲ λόγος οὗτος, ὁμοίως τῷ πρότερον δειχθήσεται, ὁ αὐτὸς ἐὼν τῷ ὃν ἔχει ἁ Ε Η ποτὶ τὰν Ε Δ.

TORELLUS IN PROP. XII.

[*] *Τούτων δὲ πάντων φανεραί ἐντι αἱ ἀποδείξιες.* Horum autem omnium demonſtrationes manifeſtæ ſunt. Ita ego verti, ne a naturali atque obvia Græci vocabuli ſignificatione recederem: ſed malim, in aperto ſunt. Qui enim manifeſtiores ſunt hæ demonſtrationes, quam quæ mox ſequuntur, quas tamen Archimedes non prætermiſit? Cæterum quemadmodum non conceſſerim eas manifeſtas eſſe, ita neque adeo obſcuras, ut in iis, quod Rivaltus fecit, plus æquo laborandum ſit. Revera enim hujuſmodi ſunt, ut, ſi recta via incedas, minimo negotio res confici poſſit. Itaque tria nobis demonſtranda proponimus: nam reliqua, quæ conſulto prætermittimus, ipſa per ſe patent.

[e] ἃ ὑπερέχει [f] μείζονι [g] τὸ τῶν [h] ᾧ

[*] Vide Pag. 2[illegible]5.

P R O P. I.

Si rectangula conois plano ſecetur ſecundum axem acto, ſectio erit rectanguli coni ſectio eadem atque illa, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ipſius erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur rectangula conois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio rectanguli coni ſectio A B C; plani vero, quod ſecat, recta I N. Ac ſit conoidis axis idemque ſectionis diameter B D. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: et ducantur ab hiſce punctia rectæ M F, O N ad I N normales. Hæ normales utique erunt etiam ad id planum, in quo rectanguli coni ſectio eſt A B C; quoniam planum, quod ſecat, ad idem planum eſt rectum. Ducantur porro per puncta F, N rectæ E H, A C, quæ æquales cum B D angulos efficiant: et per rectas E H, M F; A C, O N agantur plana. Hæc recta utique erunt ad B D: et ſecabitur conois planis ad axem rectis. Quare ſectiones circuli erunt, quorum centra puncta G, D: boc enim manifeſtum eſt: ideoque rectæ M F, O N ſpatia facient æqualia, altera quidem ei, quod ſub E F H continetur; altera vero ei, quod continetur ſub A N C. Ducatur poſtremo per punctum I recta I L ipſis E H, A C parallela. Quoniam igitur ſectio A B C rectanguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab E G deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet B G ad B L. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab E G deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab I L, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet exceſſus, quo B G ipſam B L excedit, ad B L. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab E G deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab I L, hoc eſt F G, ſpatio, quod continetur ſub E F H, hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab F M: et exceſſus, quo B G ipſam B L excedit, æqualia ipſi L G, hoc eſt I F. Ut igitur quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet I F ad B L. Eodem modo, proportione inverſa, demonſtrabitur, ut quadratum, quod ab I L deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab N O, ita ſe habere B L ad I N. Igitur æqua, eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab N O, ita ſe habet I F ad I N. Itaque ſectio I M O rectanguli coni ſectio eſt, cujus diameter I N. At vero eandem eſſe atque ſectionem A B C, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Sit B P ea recta, ad quam exiguntur quadrata a rectis deſcripta, quæ ad axem B D ordinate ducuntur, quæ alio nomine rectum ſectionis latus vocatur. Erit igitur quadratum, quod ab I L deſcribitur, æquale ſpatio, quod ſub L B P continetur. Et quoniam ſupra demonſtratum eſt, ut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habere I F ad B L; ideo ut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub L B P, ita ſe habebit I F ad B L: et ſumpta communi altitudine B P, ita ſpatium, quod ſub I F, B P continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub L B P. Quæ autem ad eamdem magnitudinem eandem tationem habent, ea æqualia ſunt. Æquale eſt igitut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ſpatio, quod ſub I F, B P continetur. Propterea ſectio I M O eadem eſt atque ſectio A B C.

P R O P. II.

Si obtuſiangula conois plano ſecetur acto ſive ſecundum axem, ſive per verticem coni conoiden continentis, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio. Et ſi quidem ſecundum axem, ei ſimilis erit, quæ figuram comprehendit: ſi vero per verticem coni conoiden continentis, non ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figutam ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur primo obtuſiangula conois plano ſecundum axem acto: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio obtuſianguli coni ſectio A B C; plani vero, quod ſecat, recta I N. Ac ſit conoidis axis idemque ſectionis diameter B D, et producatur ad oppoſitam uſque ſectionem, cujus vertex punctum R. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: et ducantur ab biſce punctis rectæ M F, O N ad I N

normales. Hæ normales utique erunt etiam ad id planum, in quo obtusianguli coni sectio est ABC. Ducantur porro per puncta F, N rectæ EH, AC, quæ æquales cum BD angulos efficiant: et per rectas EH, MF; AC, ON agantur plana. Hæc recta utique erunt ad BD: et secabitur conois planis ad axem rectis. Quare sectiones circuli erunt, quorum centra puncta G, D: et ideo rectæ MF, ON spatia facient æqualia, altera quidem ei, quod sub EFH continetur; altera vero ei, quod continetur sub ANC. Ducatur postremo a puncto I recta IL ipsis EH, AC parallela; et producatur IN ad punctum T, ita ut pars ejus IS alteri ejus parti ST æqualis sit; nimirum ducta ab oppositarum sectionum centro Q recta QS ad IT normali. Quoniam igitur sectio ABC obtusianguli coni sectio est, ut quadratum, quod ab EG describitur, ad quadratum, quod describitur ab IL, ita se habet spatium, quod sub RGB continetur, ad spatium, quod continetur sub RLB. Et dividendo, ut excessus, quo quadratum, quod ab EG describitur, excedit quadratum, quod describitur ab IL, ad quadratum, quod describitur ab IL, ita se habet excessus, quo sparium, quod sub RGB continetur, spatium excedit, quod cootinetur sub RLB, ad spatium, quod continetur sub RLB. Æqualis est autem excessus, quo quadratum, quod ab EG describitur, excedit quadratum, quod describitur ab IL, spatio, quod continetur sub EFH; hoc est quadrato, quod describitur ab MF. Ut igitur quadratum, quod ab MF describitur, ad quadratum, quod describitur ab IL, ita se habet excessus, quo spatium, quod sub RGB continetur, excedit spatium, quod continetur sub RLB ad spatium quod continetur sub RLB. Eodem modo, inversa proportione, demonstrabitur, ut quadratum, quod ab IL describitur, ad quadratum, quod describitur ab ON, ita se habere spatium, quod sub RLB continetur, ad excessum, quo spatium, quod sub RDB continetur, excedit spatium, quod continetur sub RLB. Igitur æqua, eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab MF describitur, ad quadratum, quod describitur ab NO, ita se habet excessus, quo spatium, quod sub RGB continetur, excedit spatium, quod continetur sub RLB, ad excessum, quo sparium, quod sub RDB continetur, spatium excedit, quod continetur sub RLB. Æqualis est autem excessus, quo spatium, quod sub RGB continetur, excedit spatium, quod continetur sub RLB, excessui, quo quadratum, quod a GQ describitur, quadratum excedit, quod describitur ab LQ: et excessus, quo spatium, quod sub RDB continetur, excedit spatium, quod continetur sub RLB, æqualis excessui, quo quadratum, quod a DQ describitur, quadratum excedit, quod describitur ab LQ. Igitur ut quadratum, quod ab MF describitur, ad quadratum, quod describitur ab ON, ita se habet excessus, quo quadratum, quod a GQ describitur, excedit quadratum, quod describitur ab LQ, ad excessum, quo quadratum, quod a DQ descibitur, quadratum excedit, quod describitur ab LQ. Æqualis est autem excessus, quo quadratum, quod a GQ describitur, excedit quadratum, quod describitur ab LQ, spatio, quod sub TFI continetur: et excessus, quo quadratum, quod a DQ describitur, quadratum excedit quod describitur ab LQ, æqualis spatio, quod continetur sub TNI. Igitur ut quadratum, quod ab MF describitur, ad quadratum, quod describitur ab ON, ita se habet spatium, quod sub TFI continetur, ad spatium, quod continetur sub TNI. Itaque sectio IMO obtusianguli coni sectio est, cujus diameter IN. At vero similem esse sectioni ABC, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonstrabitur. Sint rectæ IV, BP sectionum IMO, ABC latera, quæ recta vocantur. Et quoniam supra demonstratum est, ut quadratum, quod ab MF describitur, ad quadratum, quod describitur ab IL, ita se habere excessum, quo spatium, quod sub RGB continetur, excedit spatium, quod continetur sub RLB, ad spatium, quod continetur sub RLB; ideo permutando, ut quadratum, quod ab MF describitur, ad spatium, quod sub TFI continetur; quod quidem spatium excessui, quam modo diximus, æquale est; ita se habebit quadratum, quod ab IL describitur, ad spatium, quod continetur sub RLB. Se habet autem ut quadratum, quod ab MF describitur, ad spatium, quod sub TFI continetur, ita IV ad TI: et ut quadratum, quod ab IL describitur, ad spatium, quod continetur sub RLB ita BP ad RB. Se habet igitur ut IV ad TI, ita BP ad BR. Propterea sectio IMO similis est sectioni ABC. Quæ prima erat propositioois pars.

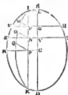
Secetur autem ſecundo obtuſiangula conois plano acto per coni verticem conoiden continentis: eademque, quæ ſupra, conſtruantur. Ducantur præterea per puncta B, I rectæ BK, IK ſectionem ABC contingentes: et per puncta F, N ipſi IK parallelæ PX, VS: producaturque IQ ad oppoſitam uſque ſectionem, ut ipſam in puncto T contingat. Quoniam igitur EH, PX parallelæ ſunt rectis BK, IK, ſectionem ABC in punctis B, I contingentibus; ut ſpatium, quod ſub EFH continetur, hoc eſt quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub PFX, ita ſe habet quadratum, quod a BK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IK. Eadem ratione, ut ſpatium, quod ſub ANC continetur, hoc eſt quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub VNS, ita ſe habet quadratum, quod a BK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IK. Ut igitur quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habet ſpatium, quod ſub PFX continetur; hoc eſt quadratum quod a PF deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub VNS; hoc eſt quadratum, quod deſcribitur ab VN. Se habet autem ut quadratum, quod a PF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab VN, ita ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Se habet igitur, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Itaque ſectio IMO obtuſianguli coni ſectio eſt, cujus diameter IN. At vero non eſſe ſectioni ABC ſimilem, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim, ſi fieri poteſt, ſimilis: et intelligatur per punctum I actum eſſe planum ſecundum axem BD, quod in conoide ſectionem faciat IYZ. Erit utique ſectio IMO ſimilis etiam ſectioni IYZ, quam ipſi ABC ſimilem eſſe demonſtravimus. Et quoniam ut TF ad FI, ita ſe habet, propter triangulorum ΩQT, FQG ſimilitudinem, ΩG ad GL; ideo ut MF ad FI, ita ſe habuerit YΨ ad ΨI; et permutando, ut MF ad YΨ, ita FI ad IΨ. Quod fieri non poteſt. Minor ſi quidem eſt MF qoam YΨ; et FI major quam IΨ. Propterea ſectio IMO non eſt ſimilis ſectioni ABC. Quæ erat propoſitionis pars altera.

PROP. III.

Si ſphæroideon figurarum utralibet plano ſecetur ſecundum axem acto, ſectio erit acutianguli coni ſectio ei ſimilis, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur longa ſphærois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit ſphæroidis quidem ſectio acutianguli coni ſectio DEBH; plani vero, quod ipſam ſecat, recta IK. Ac ſit ſphæroidis axis idemque ſectionis diameter BD; centrum punctum C; minorque diameter RC, quæ ipſam IK in puncto P ſecet. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: eademque, quæ in ſuperioribus propoſitionibus, conſtruantur. Eodem modo demonſtrabitur, ſectiones, quæ fiunt a planis per rectas EH, MF; itemque ST, ON actis circulos eſſe, quorum centra puncta G, V: ideoque rectas MF, ON ſpatia facere æqualia, alteram quidem ei, quod ſub EFH continetur; alteram vero ei, quod continetur ſub SNT. Quoniam igitur ſectio DEBH acutianguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab SV deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet ſpatium, quod ſub DVB continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab SV deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, ſpatium excedit, quod conti-

netur ſub DLB, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab SV deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ad IL, hoc eſt NV, ſpatio, quod continetur ſub SNT, hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab ON. Ut igitur quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Eodem modo, inverſa proportione, demonſtrabitur ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habere ſpatium quod ſub DLB continetur, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub DGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB. Igitur æqua eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub DGB continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub DLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, exceſſui, quo quadratum, quod a CL, hoc eſt PI, deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a CV, hoc eſt PN: et exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, æqualis exceſſui, quo quadratum, quod a CL, hoc eſt PI, deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a CG, hoc eſt PF. Ut igitur quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habet exceſſus, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a PN, ad exceſſum, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a PF. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a PN, ſpatio, quod ſub KNI continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a PF, æqualis ſpatio, quod continetur ſub KFI. Igitur ut quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habet ſpatium, quod ſub KNI continetur, ad ſpàtium, quod continetur ſub KFI. Itaque ſectio IMK, acutianguli coni ſectio eſt, cujus diameter IK. At vero ſimilem eſſe ſectioni DEBH, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Ducatur a P recta QP ad IK normalis; quæ quidem dimidia pars erit minoris diametri ſectionis IMK. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ut quadratum, quod a QP deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habere quadratum, quod a PI deſcribitur, ad ſpatium quod continetur ſub DLB. Et permutando. Se habet autem ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB, ita quadratum, quod ab RC deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BC. Se habet igitur ut quadratum, quod a QP deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a PI, ita quadratum, quod ab RC deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BC: ideoque etiam, ut QP ad PI, ita RC ad BC. Si enim quatuor fuerint ſpatia ſimilia, ſibique invicem proportionalia, proportionales ſibi invicem erunt et rectæ lineæ, a quibus deſcribuntur. Propterea ſectio IOK ſimilis eſt ſectioni EBHD. Liceat autem, quæ de longa ſphæroide demonſtrari, etiam ad latam ſimili ratione transferre.



Porro hæ demonſtrationes brevius aliquanto confici poſſunt, ſi propoſitionibus quibuſdam utaris; quod ipſi fecimus in altera ſecundæ propoſitionis parte; quas ab aliis atque aliis ductas in tertio Conicorum libro Apollonius demonſtravit. Sed hoc, opinor, ad nitorem atque elegantiam pertinet, quodcunque demonſtrandum ſuſceperis, quam pauciſſimis ſuperſtruere.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

ARCHIMEDIS

ARENARIUS.

ΟΙΟΝΤΑΙ τινὲς, [a] Βασιλεῦ Γέλων, τῶ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει. Λέγω δὲ, οὐ μόνον τῶ περὶ Συρακούσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπάρχοντος· ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τάντε οἰκημέναν καὶ τὰν ἀοίκητον. [b] Ἐντὶ τινὲς δὲ, οἱ αὐτὸν [c] ἄπειρον μὲν εἶμεν οὐχ ὑπολαμβάνοντι· μηδένα μέντοι ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν, ὅστις ὑπερβάλλει τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Οἱ δὲ οὕτως δοξάζοντες, δῆλον [d] ὡς, εἰ νοήσαιεν ἐκ τῶ ψάμμου ταλικοῦτον ὄγκον συγκείμενον [e] εἶμεν, ἁλίκος ὁ πᾶς γᾶς ὄγκος, ἀναπεπληρωμένων ἐν αὐτῷ τῶν τε πελαγέων πάντων, καὶ τῶν κοιλωμάτων τᾶς γᾶς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀρέων· πολλαπλασίως μὲν ἠγῶντο μηδ' [f] ἐν ἀκαρεῖ ἔμμεναι ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Ἐγὼ δὲ πειρασοῦμαι [g] τοῦτο δεικνύειν δι' ἀποδείξιων [h] γεωμετρικῶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν [i] ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν, καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς ποτὶ Ζεύξιππον [k] γεγραμμένοις, ὑπερβάλλοντι τινὲς οὐ μόνον τὸν ἀριθμὸν [l] τῶ ψάμμου τῶ [m] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ γᾷ πεπληρωμένᾳ, καθάπερ εἴπαμεν, ἀλλὰ καὶ τὸν τῶ [n] μέγεθος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ. Κατέχεις δὲ ὅτι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν [o] πλειόνων Ἀστρολόγων ἁ σφαῖρα, ἇς ἐστὶ [p] κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον, [q] ἁ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσα τᾷ εὐθείᾳ τᾷ μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου, καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς. Ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων διακούσας Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος [r] ὑποθεσίων ἐξέδωκεν γράψας· ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει, τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου. Ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανῆ τῶν ἄστρων, καὶ τὸν ἅλιον μένειν ἀκίνητον· τὰν

ARBITRANTUR nonnulli, Rex Gelo, arenæ numerum multitudine esse infinitum. Neque ejus tantum dico, quæ circa Syracusas reliquamque Siciliam est; sed ejus quoque, quæ circa regiones omnes cum habitabiles tum inhabitabiles. Quidam vero non illum quidem infinitum esse credunt; sed nullum esse denominatum numerum adeo magnum, ut illius multitudinem excedat. Itaque eos, qui ita existimant, manifestum est, si ejusmodi arenæ molem animo comprehenderent, cujusmodi esset totius terræ moles, si repletis in ea maribus, cavisque omnibus, excelsissimorum montium vertices exæquaret; multo minus sibi persuasuros numerum aliquem in promptu esse, qui illius multitudinem excederet. Ego vero demonstrare conabor, et quidem geometricis demonstrationibus, quibus ipse non repugnabis; eorum numerorum, qui denominati traditique a nobis sunt in iis libris, quos ad Zeuxippum scripsimus, quosdam esse, qui non modo ejus arenæ numerum excedant, cujus magnitudo terræ, ut diximus, repletæ æqualis sit; sed ejus quoque, cujus magnitudo sit mundo æqualis. Optime autem nosti mundum a plerisque Astrologis vocari sphæram, cujus quidem centrum idem est atque terræ; quæ vero a centro ducitur, rectæ æqualis est, quæ inter solis, terræque centrum interjicitur. Hæc utique refellens Aristarchus Samius in positionibus edidit, quas adversus Astrologos scripsit; ex quibus colligitur mundum eo, quem modo diximus, multo majorem esse. Ponit enim inerrantes quidem stellas, solemque ipsum immobiles

[a] Sic MS. [b] Ἐν τινὲς [c] ἄπειρον ἦ ἴσμεν [d] ὡς εἰ νοήσαι τὶς ἐκ τῶ [e] τὰ μὲν ἄλλων ὁ [f] μηδένα μάρω [g] τοῦ δεικνύειν [h] γεωμετρικῶν [i] ὑφ' ἁμῶν [k] γεγραμμένοις [l] τοῦ καὶ τοῦ ψάμμου [m] μέγεθος [n] μεγέθους [o] πλείστων [p] μέτρον μὲν [q] ἁ δὲ τοῦ κέντρου . . . . αἱ εὐθεῖαι [r] ὑποθέσεις τινάς

manere; terram vero circumferri per ambitum circuli circa folem, qui eft in medio curriculo fitus; denique fphæram inerrantium ftellarum, cujus idem eft atque folis centrum, magnitudine ejufmodo effe, ut circulus, per quem ponit terram circumferri, eam habeat rationem ad diftantiam inerrantium ftellarum, quam fphæræ centrum habet ad ejus fuperficiem. Hoc autem manifeftum eft fieri non poffe. Cum enim fphæræ centrum nullam habeat magnitudinem, neque ullam habere rationem ad fphæræ fuperficiem ponendum eft. Credendus autem eft Ariftarchus hoc intellexiffe: nimirum cum terra concipiatur quafi mundi centrum; quam babet rationem terra ad mundum, quem diximus, hanc habere fphæram, in qua circulus eft, per quem ponit terram circumferri, ad inerrantium ftellarum fphæram. Nam demonftrationes fuas, phænomenis ita pofitis, conficit: maximeque videtur magnitudinem fphæræ, in qua terram moveri vult, ponere ei, quem diximus, mundo æqualem. Itaque dicimus, fi fphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ponit Ariftarchus inerrantium ftellarum fpæram effe; tunc id quoque demonftratum iri, eorum numerorum, qui in Principiis denominantur, quofdam effe, qui arenæ illius numerum multitudine excedant. Nimirum his pofitis; primum quidem, terræ ambitum effe quafi tercentum myriadum ftadiorum, non vero majorem. Cum enim alii demonftrare conati fint, quod tu minime ignoras, terræ ambitum effe quafi triginta myriadum ftadiorum; ego longe fupergreffus, pofito eodem quafi decuplo majore, quam qui a prioribus illis exiftimaretur, quafi tercentum myriadum ftadiorum non vero majorem, effe pono. Deinde terræ diametrum majorem effe diametro lunæ; et diametrum folis majorem diametro terræ; eadem pariter fumens, quæ complures Superiorum Aftrologorum. Poftremo, folis diametrum quafi trigintuplam effe diametri lunæ, non vero majorem. Cum enim ex Superioribus Aftrologis, Eudoxus quidem Solis diametrum diametri lunæ quafi nonuplam effe affirmaverit; Phidias vero Acupatri filius quafi duodecuplam effe dixerit; denique Ariftarchus demonftrare conatus fit majorem quidem effe quam duodevigintuplam, minorem vero quam vigintuplam; ego hunc quoque fupergreffus, ut quod propofitum eft fine controverfia demonftratum fit, folis diametrum diametri lunæ quafi trigintuplam, non vero majorem effe pono. Ad hæc, folis diame-

δὲ γᾶν περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἅλιον κατὰ κύκλω περιφέρειαν, ὅς ἐςιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος· τὰν δὲ τῶν ἀπλανῶν ἄςρων σφαίραν, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἁλίῳ κειμέναν, τῷ μεγέθει ταλικαύταν εἶμεν, [e] ὥς τε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανῶν ἀποςασίαν, οἵαν ἔχει τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν. Τοῦτο δὲ εὔδηλον ὡς ἀδύνατόν ἐςιν. Ἐπεὶ γὰρ τὸ τᾶς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον [f] αὐτό. Ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίςαρχον διανοεῖσθαι τόδε· ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομεν ὥσπερ μὲν τὸ κέντρον τῶ κόσμω, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαίραν, ἐν ᾇ ἐςιν ὁ κύκλος, καθ' ὃν τὰν γᾶν [m] ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, ποτὶ τὰν [n] τῶν ἀπλανέων ἄςρων σφαίραν. Τὰς γὰρ ἀποδείξιας, τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένων, ἐναρμόζει· καὶ μάλιςα φαίνεται, τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας, ἐν ᾇ ποιεῖται τὰν γᾶν κινουμέναν, ἴσον ὑποτίθεσθαι τῷ [o] ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. Φαμὲν δή, καὶ εἰ γίνοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου [x] σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν Ἀρίςαρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν [z] ἀπλανέων ἄςρων σφαίραν εἶμεν· [a] καὶ οὕτως τινὰς δειχθήσεσθαι τῶν ἐν Ἀρχαῖς τῶν κατονομασίαν ἐχόντων, ὑπερβάλλοντας τῷ πλήθει τὸν καὶ τὸν τοῦ ψάμμου, τοῦ μέγεθος [b] ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημένᾳ σφαίρᾳ. Ὑποκειμένων τῶν δὲ· πρῶτον μέν, [c] περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν ὡς τ' [d] μυριάδων ςαδίων, καὶ μὴ μείζω. Καίπερ τῶν πειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς καί τυ παρακολουθεῖς, εὖσαν αὐτὰν ὡς λ' μυριάδων ςαδίων· ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος, καθεὶς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς ὡς [e] δεκαπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων δεδοξασμένω, τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτίθεμαι εἶμεν, [f] ὡς τ' μυριάδων ςαδίων καὶ μὴ μείζω. Μετὰ δὲ τοῦτο, τὰν διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα [g] εἶμεν τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας· καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρω τᾶς γᾶς· ὁμοίως τὰ αὐτὰ [h] λαμβάνων τοῖς πλείςοις τῶν Προτέρων Ἀςρολόγων. Μετὰ δὲ ταῦτα, τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας [i] ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα. Καίπερ τῶν Προτέρων Ἀςρολόγων, [k] Εὐδόξω μέν, ὡς ἐννεαπλάσιον ἀποφαινομένου. Φειδία δὲ τοῦ Ἀκούπατρος, ὡς δυωδεκαπλασίαν· Ἀριςάρχου δὲ πεπειραμένου δεικνύειν, ὅτι ἐςὶν ἁ διάμετρος ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, μείζων μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλασίων, ἐλάττων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ ὑποκείμενον ἀναμφίλογον ἦ δεδειγμένον, ὑποτίθεμαι τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, ὡς [l] τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ [m] μὴ μείζονα. Ποτὶ δὲ τούτοις

[e] ἔςιν τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν [f] αὐτὸν [m] ὑποτίθεται [n] τῶν ἀπλανῶν ἄςρων [x] ψάμμου [y] σφαῖρα [z] πλανέων ἄςρων [a] Sic MS. [b] ἔχοντος ex MS. [c] τὰν περίμετρον [d] μυριάδων [e] δεκαπλασίων [f] ὡς τ' μυριάδων ςαδίων καὶ μὴ μείζω [g] ὑπὸ μὲν [h] λαμβάνω [i] ὡς λ' πλασίων [k] Εὔδοξε μὲν [l] τριακοντα-πλάσιον [m] μὴ μείζω

τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς, τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. Τοῦτο δὲ ὑποτίθεμαι, Ἀριστάρχου μὲν εἰρηκότος, τοῦ κύκλου τῶν ζῳδίων τὸν ἅλιον φαινόμενον, ὡς τὸ εἰκοστὸν καὶ ἑπτακοσιοστόν. Αὐτὸς δὲ ἐπισκεψάμενος, τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθην, ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ μὲν οὖν ἀκριβῶς λαβεῖν οὐκ εὐχερὲς ἐστι· διὰ τὸ, μήτε τὰν ὄψιν, μήτε τὰς χεῖρας, μήτε τὰ ὄργανα, δι' ὧν [a] λαβεῖν, ἀξιοπίστας εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀποφαίνεσθαι. Περὶ δὲ τούτων ἐπὶ τοῦ παρόντος οὐκ εὔκαιρον μακύνειν, ἄλλως τε καὶ πλεονάκις τοιούτων ἐμπεφανισμένων. Ἀπόχρη δέ μοι, ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένου, γωνίαν λαβεῖν, ἅ τίς ἐστι μὴ μείζων τᾶς γωνίας ἐς ἂν [b] ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν, [c] ἅ τίς ἐστιν οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας ἐς [d] ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ [e] τᾷ ὄψει. Τεθέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπὶ πέδου ὀρθὸν ἐν τόπῳ κειμένου, ὅθεν ἔμελλεν [f] ἀνατελλῶν ὁ ἅλιος ὁρᾶσθαι, καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνευθέντος, καὶ [g] τεθέντος ἐπὶ τὸν κανόνα ὀρθοῦ, εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τοῦ ἁλίου ἔπειτ' ἐόντος αὐτοῦ ποτὶ τῷ [h] ὁρίζοντι, καὶ δυναμένου αὐτοῦ ἀντιβλέπεσθαι, [i] ἐπεστράφη ὁ κανὼν [k] ἐς τὸν ἅλιον, καὶ ἁ ὄψις [l] κατεστάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος, ἐν μέσῳ κείμενος, τοῦ τε ἁλίου καὶ τᾶς ὄψιος, ἐπεσκότει τῷ ἁλίῳ. Ἀποχωριζομένου τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾧ [m] ἄρξατο παραφαίνεσθαι τοῦ ἁλίου μικρὸν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου, [n] κατεστάθη ὁ κύλινδρος. [o] Εἰ μὲν ὁμοίως συνέβαινε τὰν ὄψιν ἀφ' ἑνὸς σαμείου βλέπειν· εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου· ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν [p] ἐλάσσων κα ἔη τᾶς γωνίας, ἐς ἂν ὁ ἅλιος [q] ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· διὰ τὸ προσβλέπεσθαί τι τοῦ ἁλίου ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου. Ἐπεὶ δ' αἱ ὄψιες οὐκ ἀφ' ἑνὸς σαμείου βλέποντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος, ἐλαφθη τι μέγεθος στρογγύλον, οὐκ ἔλαττον ὄψιος· καὶ τιθέντος τοῦ μεγέθεος ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ [r] κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις [s] κατεστάθη, ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἐπιψαυουσᾶν τοῦ μεγέθεος, καὶ τοῦ κυλίνδρου· ἁ οὖν περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἢ [t] τᾶς γωνίας, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ τὰν κορυφὰν ἐχούσας ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον [u] ὄψιος, τόνδε τὸν τρόπον εὑρίσκεται. Δύο [x] κυλίνδρια ἀναλαμβάνεται λεπτὰ [y] ἰσοπαχέα ἀλλάλων, τὸ μὲν λευκὸν, τὸ δὲ [z] οὔ· καὶ [a] προσίθενται πρὸ τᾶς ὄψιος, τὸ μὲν λευκὸν ἀφεστακὸς ἀπ' αὐτᾶς, τὸ δὲ οὐ λευκὸν [b] ὡς ἐστιν ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ θιγγάνειν τοῦ προσώπου. [c] Εἰ μὲν οὖν τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτότερα ἐόντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβάνεται [d] ὑπὸ

trum majorem esse latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui sunt in mundo, inscripti. Quod quidem pono, affirmante Aristarcho, solem ejus circuli qui Zodiacus dicitur, partem quasi septingentesimam, et vigesimam apparere. Ego autem explorando hoc plane modo, conatus sum angulum per instrumenta sumere, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum habeat. Quem quidem omnio accurate sumere haud facile est; eo quod, neque oculus, neque manus, neque instrumenta, per quæ sumitur, satia idonea sunt ad id, quod accuratum est, ostendendum. Sed de his non est opus plura in præsentia dicere; cum sæpe alias fuerint observata. Mihi sufficit ad id, quod propositum est, demonstrandum, angulum sumere, qui major non sit angulo, cui sol sese accommodat, et verticem habeat ad oculum; rursusque aliam angulum sumere, qui angulo minor non sit, cui sol sese accommodat, et verticem item ad oculum habeat. Itaque posita longa regula super planum excitatum in loco, unde sol exoriens conspiciendus erat, et cylindro parvo, tornatoque super regulam ad rectos angulos posito statim post solis ortum; eodem subinde ad finitorem extante, ita ut ex adverso conspici posset, regula ad solem conversa est, oculusque in extremo regulæ constitutus; et cylindrus ita inter solem, oculumque interjectus, ut solem obscuraret. Amoto autem ab oculo cylindro, cum primum inciperet ab utraque cylindri parte solis minimum quiddam apparere, cylindrus sistebatur. Si quidem igitur contingeret, ut oculus ab uno puncto inspiceret; ductis rectis ab extremo regulæ in quo oculus constitutus fuerat, quæ cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehenderetur, minor esset angulo, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum haberet: propterea quod solis quippiam ab utraque cylindri parte conspectum fuit. Quoniam vero oculus non ab uno puncto, sed a magnitudine quadam inspicit; sumpta est magnitudo quædam teres oculi acie non minor: eademque posita in extremo regulæ, in quo oculus constitutus fuerat, ductisque rectis, quæ magnitudinem hanc, et cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehendebatur, minor factus est angulo, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum haberet. Magnitudo autem, quæ oculi acie minor non sit, hoc pacto invenitur. Sumuntur duo cylindri exiles æquali inter se craffitudine, alter albus, alter non albus: apponunturque ad oculum, ita ut albus remotior ab oculo sit, non albus eidem quam proximus, ut faciem ipsam contingat. Si quidem igitur sumpti cylindri exiliores sint quam oculi acies,

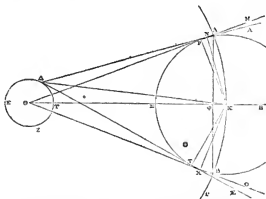
[a] διαλαβεῖν [o] ἢ ex MS. [p] ἅτις [q] ἂν [r] τῷ ἁ ὄψει [s] ἀνατέλλειν [t] τεθέντος ex MS.
[e] ὁρίζοντι [n] ἀπεστράφη [x] εἰς τὸν [y] Sic MS. [z] ἄρξατο [a] Sic MS. [b] εἶμεν [c] ψ' τα
[d] ἐναρμόζῃ τὰς κορυφὰς ἐχούσας [e] Sic MS. [f] κατεστάθη ἀχθεισᾶν [g] τὰς γωνίας [h] τὰς ὄψιος, τόνδε τὸν τρόπον
[i] κυλίνδρια λαμβάνονται [k] ἰσοπαχέα ἀλλάλοις [l] οὕτως [m] προτίθενται ποτὶ [n] ὥστε ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος
[o] εἶμεν οὖν τὰ λαφθέντα [p] περὶ τᾶς

proximiore altero ab eadem comprehenso, remotior alter albusque conspicitur: et quidem si multo exiliores sint, totus; sin vero minus, partes ejus aliquæ ab utraque proximioris parte. Itaque sumptis hujusmodi cylindris, atque ita dispositis, ut alter alterum crassitudine sua non autem ampliorem locum, obscuret; tanta magnitudo, quanta est crassitudo cylindrorum, qui hoc faciunt, minor quodammodo non est oculi acie. Angulus autem non minor angulo, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum habet, hoc pacto sumptus est. Amoto super regulam ab oculo cylindro, ita ut totum solem obscuraret, ductisque rectis ab extremo regulæ, in quo oculus constitutus fuerat, quæ cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehendebatur, non minor factus est angulo, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum haberet. Itaque his angulis hoc modo sumptis, dimensoque angulo recto, deprehensus est eorum quidem major, qui in regulæ signo erat, minor esse quam una pars anguli recti in centum quatuor et sexaginta partes divisi; minor vero, major quam una pars anguli recti divisi in partes ducentas. Constat igitur angulum, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum habet, minorem quidem esse quam unam partem anguli recti in centum quatuor et sexaginta partes divisi; majorem vero quam unam partem anguli recti divisi in partes ducentas. Quæ cum ita se habeant demonstratur, solis diametrum majorem esse latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui sunt in mundo, inscripti. Intelligatur enim planum ductum per terræ, solisque centrum, et per oculum, sole paululum supra finitorem extante, quod mundum quidem secet secundum circulum ΑΒΓ; terram vero secundum circulum ΔΕΖ; denique solem secundum circulum ΣΗ: sitque centrum terræ punctum Θ, centrum solis punctum Κ, et oculus punctum Δ. Ducantur autem rectæ circulum ΣΗ contingentes; nimirum a puncto Δ rectæ ΔΑ, ΔΞ, quæ in punctis Ν et Τ contingant; et a puncto Θ rectæ ΘΜ, ΘΟ, quæ contingant in punctis Ρ, et Χ: eædemque ΘΜ, ΘΟ circulum ΑΒΓ secent in punctis Α, et Β. Igitur major est ΘΚ, quam ΔΚ; quoniam ponitur, solem supra finitorem esse; ideoque major est angulus, qui a ΔΑ, ΔΞ comprehenditur, quam qui comprehenditur a ΘΜ, ΘΟ. Angulus autem, qui a ΔΑ, ΔΞ comprehenditur, major quidem est quam una pars anguli recti in partes ducentas divisi; minor vero quam una pars anguli recti divisi in partes centum quator et sexaginta. Æqualis est enim angulo, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum habet. Quare angulus, qui comprehenditur a ΘΜ, ΘΟ, minor est quam una pars anguli recti in partes centum quatuor et sexaginta divisi; rectaque ΑΒ

τᾶς ὄψιος τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον, καὶ [q] ὁρῆται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λευκόν· εἰ μὲν κα παραπολὺ λεπτότερα ἔωντι, [r] πᾶν· εἰ δὲ κα μὴ [s] παραπολὺ, μόρια τινὰ τῶ λευκῶ ὁρῶντι [t] ἀφ' ἑκάτερα τῶ ἐγγὺς τᾶς ὄψιος. Λαφθέντων δὲ τῶνδε τῶν κυλινδρίων, ἐπιταδείων ὅπως τῷ πάχει [u] ἐπισκοτέει τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ, καὶ οὐ πλέονι τόπῳ, τὸ δὴ ταλικοῦτον μέγεθος, ἁλίκον ἐστὶ τὸ πάχος τῶν κυλινδρίων τῶν τοῦτο ποιούντων, μάλιστα πως ἐστιν οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος. [w] Ἁ δὲ γωνία, οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας ἐς ἂν ὁ ἅλιος [x] ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη. Ἀποσταθέντος, ἐπὶ τοῦ [y] κανονίω, τοῦ κυλίνδρω ἀπὸ τᾶς ὄψιος οὕτως, ὥστ' [z] ἐπισκοτέειν τὸν κύλινδρον [a] ὅλῳ ἁλίῳ, καὶ [b] ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἀπ' ἄκρω τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρω· ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν, οὐκ ἐλάττων [c] γίνεται τᾶς γωνίας, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζη, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Ταῖς δὴ γωνίαις, ταῖς οὕτως λαφθείσαις, καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας, ἐγίνετο [d] ἁ ἐν σίγῳ, διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς [e] εἰς ρξδ', ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων· ἁ δὲ ἐλάττων, διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ', μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων. Δῆλον οὖν, ὅτι [f] ἁ γωνία, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζη, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, ἐλάττων μέν ἐστιν, [g] ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ', τούτων ἓν μέρος· μείζων δὲ, ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ', τούτων [h] ἓν μέρος. Πεπιστευμένων δὲ τούτων, δείκνυται ἁ [i] διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς, [k] τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. Νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς, καὶ τοῦ ἁλίου, καὶ διὰ τᾶς ὄψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἐόντος τοῦ ἁλίου· τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβεβληθὲν ἐπίπεδον, τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν ΑΒΓ κύκλον, τὰν δὲ γᾶν κατὰ τὸν ΔΕΖ, τὸν δὲ ἅλιον κατὰ τὸν ΣΗ κύκλον· κέντρον δὲ ἔστω τᾶς μὲν γᾶς τὸ Θ, τοῦ δ' ἁλίου τὸ Κ, ὄψις δὲ ἔστω τὸ Δ. Καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ ΣΗ κύκλου· [l] ἀπὸ μὲν τοῦ Δ αἱ ΔΑ, ΔΞ· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Ν καὶ τὸ Τ· ἀπὸ δὲ τοῦ Θ, αἱ ΘΜ, ΘΟ· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Ρ καὶ τὸ Χ· τὸν δὲ ΑΒΓ κύκλον τεμνόντων αἱ ΘΜ, ΘΟ κατὰ τὸ Α καὶ τὸ Β. Ἔστι δὴ μείζων ἁ ΘΚ τᾶς ΔΚ, ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶμεν· ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ [m] τᾶν ΔΑ, ΔΞ μείζων ἐστὶ τᾶς γωνίας τᾶς περιεχομένας ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ. Ἁ δὲ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ΔΑ, ΔΞ, μείζων μέν ἐστιν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τούτων [n] ἓν μέρος. Ἴσα γάρ ἐστι τᾷ γωνίᾳ, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ', τούτων ἓν μέρος· ἁ δὲ ΑΒ

q Sic MS. r Sic MS. s παρὰ πολὺ μέρεα τινὰ t ἐφ' ἑκάτερα u ἐπισκοτεῖ w ἁ δὲ ex MS. x ἐναρμόζη y κανόνος z ἐπισκοτεῖν a ὅλον τῷ b ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν c γίνεται ἐστὶ τᾶς γωνίας d ἁ ἐν σιγμί e εἰς ρξδ' εἰς σ μείζων ἢ σύμμετρος τούτων δῆλον f καὶ ἁ γωνία ἇς ἂν ὁ ἅλιος g ἡ διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τούτων· ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθείσης τῶν ὀρθῶν εἰς σ μείζων ἢ σύμμετρος τούτων· δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία· * ᾳ ἴσως ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· ἐλάττων μὲν ἐστὶ ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ΡΞΔ· τούτων ἔμμετρος· μείζων δὲ h ἔμμετρος i ἡ ἁ διάμετρος k τᾶς εἰς l ἀπὸ μὲν τῶ αἱ ΔΑ m Sic MS. n ἔμμετρος ἴσαν γωνίαν εἰσὶ τᾷ γωνίᾳ

ᾳθεῖσα ἐλάττων ἐστὶ τᾶς [o] ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διαιρεθείσας τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας ἐς



[p] χνϛʹ. Ἁ δὲ τοῦ εἰρημένου πολυγωνίου περίμετρος ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ μδʹ ποτὶ τὰ ζ· διὰ τὸ παντὸς πολυγωνίου ἐγγεγραμμένου ἐν κύκλῳ τὰν περίμετρον ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου, ἐλάττονα λόγον ἔχειν, ἢ τὰ μδʹ ποτὶ τὰ ζ. Ἐπίστασαι γὰρ δεδειγμένον [q] ὑφ᾽ ἁμῶν, ὅτι παντὸς κύκλου ἁ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίων τᾶς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις. Ἐλάττω οὖν λόγον ἔχει ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΘΚ ἢ τὰ ιαʹ ποτὶ τὰ ͵αρμηʹ. Ὥς τε ἐλάττων ἐστὶν ἁ ΒΑ τᾶς ΘΚ, ἢ ἑκατοστὸν μέρος. Τᾷ δὲ ΒΑ ἴσα ἐστὶν ἁ διάμετρος [r] τοῦ ΣΗ κύκλου· διότι καὶ ἁ ἡμίσεια αὐτᾶς ἁ ΦΑ, ἴσα ἐστὶ τᾷ ΚΡ. Ἴσαν γὰρ ἐουσᾶν τᾶν ΘΚ τᾷ ΘΑ, ἀπὸ τῶν περάτων κάθετοι ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰν αὐτὰν γωνίαν. Δῆλον οὖν, ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. Καὶ ἁ ΕΘΤ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρου τοῦ ΣΗ κύκλου· ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ ΔΕΖ κύκλος τοῦ ΣΗ κύκλου. Ἐλάττονες ἄρα ἐντὶ ἀμφότεραι αἱ ΘΤ, ΚΣ, ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. Ὥς τε ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν [s] ΤΣ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρʹ ποτὶ τὰ ϟθʹ. Καὶ ἐπεὶ ἁ μὲν [t] ΘΚ οὐκ ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ΘΡ, ἁ δὲ [u] ΣΤ ἐλάττων τᾶς ΔΤ· ἐλάττω ἄρα καὶ λόγον ἔχει ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ, ἢ τὰ ρʹ ποτὶ τὰ ϟθʹ· ἐπεὶ τῶν ΘΚΡ, ΔΚΤ [w] τριγώνων ὀρθογωνίων ἐόντων, αἱ μὲν ΚΡ, ΚΤ πλευραὶ ἴσαι ἐντὶ, αἱ δὲ ΘΡ, ΔΤ ἄνισοι, καὶ

minor quam quæ ſubjicitur uni parti circumferentiæ circuli ΑΒΓ diviſæ in partes ſexcentas ſex et quinquaginta. Polygoni autem, quem diximus, ambitus ad eam, quæ ex centro circuli ΑΒΓ, minorem rationem habet, quam quatuor et quadraginta ad ſeptem; eo quod cujuſlibet polygoni circulo inſcripti ambitus ad eam, quæ ex centro, minorem rationem habet, quam quatuor et quadraginta ad ſeptem. Non enim ignoras demonſtratum a nobis eſſe, cujuſlibet circuli ambitum majorem eſſe quam triplum diametri parte quadam, quæ quidem minor eſt quam ſeptima, major autem quam decem ſeptuageſimæ primæ. Recta igitur ΒΑ ad ΘΚ minorem rationem habet, quam undecim ad mille centum octo et quadraginta. Quare ΒΑ minor eſt quam ipſius ΘΚ pars centeſima. Æqualis eſt autem ipſi ΒΑ circuli ΣΗ diameter; eo quod ejus dimidia ΦΑ æqualis eſt ipſi ΚΡ. Æquales enim cum ſint ΘΚ, ΘΑ, ab earum extremis normales ductæ ſunt ad eumdem angulum. Conſtat igitur circuli ΣΗ diametrum minorem eſſe quam ipſius ΘΚ partem centeſimam. At diameter ΕΘΤ minor eſt diametro circuli ΣΗ; quoniam circulus ΔΕΖ minor eſt circulo ΣΗ. Utraque igitur ſimul ΘΤ, ΚΣ minor eſt quam ipſius ΘΚ pars centeſima. Quare ΘΚ ad ΤΣ minorem rationem habet quam centum ad novem et nonaginta. Et quoniam ΘΚ minor non eſt quam ΘΡ, et ΣΤ minor quam ΔΤ; ideo minorem rationem habet ΘΡ ad ΔΤ, quam centum ad novem et nonaginta. Præterea quoniam triangulorum ΘΚΡ, ΔΚΤ rectangulorum latera quidem ΚΡ, ΚΤ æqualia ſunt, latera vero ΘΡ, ΔΤ inæ-

[o] ἀποτεινούσας [p] λνϛ [q] ἐφάμων [r] τοῦ ΕΗ [s] Υ ex MS. [t] ΘΚΥ [u] Υ pro Ν ex MS.
[w] In MS. τριγώνων deeſt.

qualia, eorumque majus est ΘΡ; ideo angulus, qui ab ipsis ΔΤ, ΔΚ comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur, ab ipsis ΘΡ, ΘΚ majorem quidem habet rationem, quam ΘΚ ad ΔΚ; minorem vero, quam ΘΡ ad ΔΤ. Si enim duorum triangulorum rectangulorum latera, quæ circa rectum angulum sunt, altera quidem æqualia fuerint, altera vero inæqualia; angulorum, qui inæqualibus lateribus adjacent, major ad minorem, majorem quidem rationem habet, quam laterum, quæ recto angulo subjiciuntur, majus ad minus; minorem vero, quam laterum, quæ circa rectum angulum sunt, majus ad minus. Quare angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur a ΘΟ, ΘΜ, minorem rationem habet, quam ΘΡ ad ΔΤ: quæ quidem minorem habet, quam centum ad novem et nonaginta. Quare angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur a ΘΜ, ΘΟ, minorem rationem habet, quam centum ad novem et nonaginta. Et quoniam angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, major est quam ducentesima pars anguli recti; qui comprehenditur a ΘΜ, ΘΟ, major erit quam anguli recti in vicies mille partes divisi partes novem et nonaginta: ideoque major quam anguli recti in ducentas et tres partes divisi pars una. Igitur ΒΑ major est, quam quæ subjicitur uni parti circumferentiæ circuli ΑΒΓ in partes divisæ octingentas et duodecim. Æqualis est autem solis diameter ipsi ΑΒ. Constat igitur solis diametrum latere chiliagoni majorem esse.

His autem positis, hæc quoque demonstrantur: nimirum diametrum mundi minorem esse quam decies millecuplam diametri terræ: et amplius diametrum mundi minorem esse decies centenis millibus myriadum stadiorum. Quoniam enim positum est, diametrum solis non majorem esse quam trigintuplam diametri lunæ; terræque diametrum diametro lunæ esse majorem; manifestum est diametrum solis minorem esse quam trigintuplam diametri terræ. Rursus cum demonstratum sit, diametrum solis majorem esse latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui sunt in mundo, inscripti; manifestum est ambitum ejus, quem diximus, chiliagoni minorem esse quam millecuplam diametri solis. Diameter autem solis minor est quam trigintupla diametri terræ. Quare ambitus chiliagoni minor est quam tricies millecupla diametri terræ. Quoniam igitur ambitus chiliagoni diametri quidem terræ minor est quam tricies millecupla, diametri vero mundi, major quam tripla; demonstratum est enim cujuslibet circuli diametrum minorem

μείζων ἁ ΘΡ· ἁ γωνία περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΤ, ΔΚ, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΡ, ΘΚ, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν ΔΚ· ἐλάττω δὲ, ἢ ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ. Εἰ γὰρ κα [x] δυῶν τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἅτεραι πλευραὶ, αἱ περὶ τᾶν ὀρθᾶν γωνιᾶν ἴσαι ἔωντι, αἱ δὲ ἅτεραι ἄνισοι, ἁ μείζων γωνία τᾶν ποτὶ ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς ποτὶ τὰν ἐλάττονα, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν ὑπὸ τᾶν ὀρθᾶν γωνιᾶν ὑποτεινουσᾶν, [y] ποτὶ τὰν ἐλάττονα· ἐλάττονα δὲ, ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν περὶ τὰν ὀρθᾶν γωνιᾶν ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΟ, ΘΜ, ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ· ἅ τις ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ′ ποτὶ τὰ ϞΘ′. Ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ, ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ′ ποτὶ τὰ ϞΘ′. Καὶ ἐπεί ἐστιν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ [z] τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐσσεῖται ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ, μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας ἐς [a] δισμύρια, τούτων ϞΘ′ μέρεα· ὥς τε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ′, καὶ γ′, τούτων ἓν μέρος. Ἄρα ἁ ΒΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα, διῃρημένας τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας ἐς ωιβ′. Τᾷ δὲ ΑΒ ἴσα ἐντὶ ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος. Δῆλον ὦν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, δείκνυται καὶ τάδε· οἷον, ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων· καὶ ἔτι, ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ′. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μὴ μείζω εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τᾶς διαμέτρου [b] τᾶς σελήνας, τὰν δὲ διάμετρον τᾶς γᾶς μείζω εἶμεν τᾶς διαμέτρου [c] τᾶς σελήνας· δῆλον ὡς ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Πάλιν δὲ ἐπεὶ ἐδείχθη, ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, τῶν ἐν τῷ κόσμῳ· φανερὸν ὅτι ἁ τοῦ χιλιαγώνου περίμετρος τοῦ εἰρημένου, ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ ἁλίου. Ἁ δὲ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Ὥς τε ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Ἐπεὶ οὖν ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου, τᾶς μὲν διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τᾶς δὲ διαμέτρου τοῦ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται γάρ τοι δὴ ὅτι παντὸς κύκλου ἁ διάμετρος ἐλάτ-

[x] διὰ desunt.
[y] τὰν ἐλάττονα
[z] In MS. τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἰσοῦται ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ
[a] δισμύρια pro δισμύρια ex MS.
[b] τᾶς σελήνας
[c] τᾶς σελήνας

των ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος παντὸς πολυγωνίω περιμέτρω, ᵈ ὃ κα ἰσόπλευρον ἐὸν ϰ πολυγωνιώτερον τῶ ἑξαγώνω, ἐγγεγραμμένον μὲν τῷ κύκλῳ ᾖη· ϰ ἁ διάμετρος τῶ κόσμω ἐλάττων ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρω τᾶς γᾶς. Ἁ μὲν ὦν διάμετρος τῶ κόσμω, ἐλάττων ἐῶσα ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρω τᾶς γᾶς, ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρʹ, ἐκ τούτω δῆλον. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὰν περιμέτρον τᾶς γᾶς μὴ μείζονα εἶμεν, ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων, ἁ δὲ περίμετρος τᾶς γᾶς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασία τᾶς διαμέτρω διὰ τὸ παντὸς κύκλω τὰν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρω· ᵉ δῆλον, ὡς διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρʹ μυριάδων. Ἐπεὶ ὦν ἁ τῶ κόσμω διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρω τᾶς γᾶς· δῆλον ὡς ἁ τοῦ κόσμω διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρʹ.

Περὶ μεγεθέων καὶ τῶν ἀποστημάτων ταῦτα ὑποτίθεμαι. Περὶ δὲ τοῦ ψάμμου τάδε. Εἴκα ᾖ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ ψάμμου, μὴ μεῖζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτῶ μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων· καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ ᶠ τετρακοστομόρου δακτύλω. Ὑποτίθεμαι ᵍ τοῦτο, ἐπισκεψάμενος τῷδε τὸν τρόπον. ʰ Ἐτέθεν ἐπὶ κανόνα λεῖον μάκωνες ἐπ' εὐθείας, ἐπὶ μίαν κείμεναι, ἁπτόμεναι ἀλλάλων, καὶ ἀνέλαβον αἱ κεʹ μάκωνες πλέονα τόπον δακτυλιαίω μάκεος. Ἐλάττονα τιθεὶς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος, ὑποτίθεμαι ὡς τετρακοστομόριον εἶμεν δακτύλω καὶ μὴ ἐλάττονα· βουλόμενος καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλογώτατα δείκνυσθαι τὸ προκείμενον. Ἃ μὲν ὦν ὑποτίθεμαι, ταῦτα. ʰ Χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν· ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ ⁱ περιτεπτωκότες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανῶνται, διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον. Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὸ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα, καὶ ὑπὲρ τῶν μυρίων μὲν ἀποχρέοντως ἐγιγνώσκομεν, μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Ἔστω ὦν ἁμῖν, οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰς μυρίας μυριάδας πρῶτοι καλούμενοι. Τῶν δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω δευτέρων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθωσαν δευτέρων ἀριθμῶν μονάδες, καὶ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες, καὶ χιλιάδες, καὶ μυριάδες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, μονὰς καλείσθω τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθωσαν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες, καὶ αἱ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες, καὶ χιλιάδες, καὶ μυριάδες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Τὸν αὐτὸν

esse tertia parte ambitus cujuslibet polygoni circulo inscripti, qui æqualia latera, pluresque quam hexagonus angulos habeat; ideo diameter mundi minor est quam decies millecupla diametri terræ. At vero diametrum mundi, quæ minor est quam decies millecupla diametri terræ, minorem esse decies centenis millibus myriadum stadiorum, hinc patet. Quoniam enim ponimus ambitum terræ majorem non esse trecenis myriadibus stadiorum; terræque ambitus major est quam triplus suæ diametri; eo quod cujuslibet circuli ambitus diametri major est quam triplus; constat diametrum terræ minorem esse centenis myriadibus stadiorum. Et quoniam diameter mundi minor est quam decies millecupla diametri terræ; constat mundi diametrum minorem esse decies centenis millibus myriadum stadiorum.

Hæc utique ponimus de magnitudinibus, et distantiis. De arena autem hæc. Si magnitudo quædam composita ex arena fuerit non major papavere, numerum ejus majorem non esse denis millibus; et diametrum papaveris non esse minorem quadragesima parte digiti. Hoc autem pono, re hoc modo explorata. Posita sunt super lævi regula papavera, singula in directo, ita ut sese invicem tangerent; eorumque viginti quinque majorem locum occuparunt, quam qui digitali longitudini responderent. Ego autem, posita diametro papaveris adhuc minore, eam pono quasi quadragesimam digiti partem et non minorem; ut etiam ex hoc, quod propositum est, sine controversia demonstretur. Quæ igitur ponimus, hæc sunt. Sed jam utile esse arbitror numerorum denominationes exponere: ne forte decipiantur illi, qui in librum, quem ad Zeuxippum scripsi, non inciderunt; si nihil de his hoc in libro dixerim. Contingit autem, ut nomina numeris ad myriadem usque imposita sint, cœteraque supra myriadem satis cognoscantur, myriadum numero usque ad decem mille myriadas producto. Itaque numeri, quos modo diximus, usque ad decem mille myriadas, primi vocentur. Ac primorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur secundorum numerorum: numerenturque secundorum numerorum unitates, et ex unitatibus denarii, et centenarii, et millenarii, et myriadas, usque ad decem mille myriadas. Rursus et secundorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur tertiorum numerorum: numerenturque tertiorum numerorum unitates, et ex unitatibus denarii, et centenarii, et millenarii, et myriadas,

ᵈ [illegible] ἐὰν ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ᵉ δῆλον ὡς ᶠ τετρακοστομόρου pro τέταρτον τὸ μέρος ex MS. ᵍ ἐπειδὴ ʰ χρήσιμα

ⁱ Wallisius legit, [illegible], quod minus probo.

usque ad decem mille myriadas. Eodem modu et tertiurum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur quartorum numerorum: at quartorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur quintorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, usque ad numerorum millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. Ac numeri quidem, qui tot inter numeros cognoscuntur, sufficiunt. Licet autem etiam ulterius progredi. Etenim numeri quos modo diximus, primæ periodi vocentur: ac primæ periodi postremus numerus, unitas vocetur secundæ periodi primorum numerorum. Rursus secundæ periodi primorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur secundæ periodi secundorum numerorum. Eodem modo et horum postremus, unitas vocetur secundæ periodi tertiorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, usque ad numerorum secundæ periodi millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. Rursus et secundæ periodi postremus numerus, unitas vocetur tertiæ periodi primorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, usqoe ad peroidi millies-centum-millenariæ numerorum millies centum-millenariorum decem mille myriadas. His autem hoc modo denominatis: si numeri ab unitate proportionales positi deinceps fuerint, proximusque unitati denarius sit; octo horum primi una cum unitate, eorum qui primi vocantur, numerorum erunt: octo, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur secundi: et reliqui eodem modo eorum erunt, qui denominantur ab intervallo, quo sua numerorum octas a prima numerorum octade distat. Itaque primæ numerorum octadis octavus numerus mille myriadas est; secundæ octadis primus, quoniam decuplus est ejus, qui proxime antecedit, decem mille myriades. Qui quidem unitas est secundorum numerorum. Porro secundæ numerorum octadis octavus numerus mille secundorum numerorum myriades est; rursusque tertiæ octadis primus, quoniam decuplus est ejus, qui proxime antecedit, decem mille myriades secundorum numerorum. Atque hic quidem unitas est numerorum tertiorum. Manifestum est igitur plures, ut dictum est, octades fore. Sed utile fuerit hoc quoque nosse. Si numerorum ab unitate proportionalium aliqui ex eadem proportione sese invicem multiplicaverint; qui oritur numerus ex eadem proportione erit; distans a majore quidem sese invicem multiplicantium tot numeris, quot minor secundum proportionem ab unitate distat; ab unitate vero, numero uno minore, quam qui ex utrisque componitur, quibus sese invicem multiplicantes distant ab unitate. Sint enim numeri aliquot ab unitate proportionales, A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I, K, Λ, quorum A sit unitas: ductoque Δ in Θ, fit, qui inde oritur, X.

δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν· καὶ αἱ τῶν [i] πετάρτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἐχόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Ἀποχρέωντι μὲν ὦν καὶ ἀπὸ τοσούτων οἱ ἀριθμοὶ γινωσκόμενοι. Ἔξεστι δὲ καὶ ἐπὶ πλεῖον προάγειν. Ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτας περιόδου καλούμενοι· ὁ δὲ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς πρώτας περιόδου, μονὰς καλείσθω, δευτέρας περιόδου, πρώτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τᾶς δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν, μονὰς καλείσθω, τᾶς δευτέρας περιόδου, δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος, μονὰς καλείσθω, δευτέρας περιόδου, τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως οἱ ἀριθμοὶ προάγοντες. τὰ ὀνόματα ἐχόντων, τᾶς δευτέρας περιόδου, ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς δευτέρας περιόδου, μονὰς καλείσθω, τρίτας περιόδου, πρώτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντων, ἐς τᾶς μυριακισμυριοστᾶς περιόδου, μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Τούτων δὲ οὕτως κατωνομασμένων· εἴκα ἐῶντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον ἑξῆς κείμενοι, ὁ δὲ παρὰ τὴν μονάδα δεκάς ἐστι· οἱ ὀκτὼ αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐσσοῦνται· οἱ δὲ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων καλουμένων· καὶ οἱ ἄλλοι, τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις, τῶν συνωνύμων καλουμένων ἐσσοῦνται ἀποστάσει τᾶς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν, ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. Ὁ μὲν ὦν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν [k] ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς, χίλιαι μυριάδες· τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλάσιών ἐστι τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσοῦνται. Οὗτος δὲ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστί, [l] χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ, καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλάσιών ἐστι τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Οὗτος δὲ ἐστι μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν δὲ, ὅτι πολλαὶ ὀκτάδες [m] ἐξοῦντι, ὡς εἴρηται. Χρήσιμον δὲ ἐστι καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. Εἴκα, ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων, πολλαπλασιάζοντές τινες [n] ἀλλάλους τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ἀπέχων ἀπὸ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους, ὅσους ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει· ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἑνὶ ἐλάττονας, ἢ ὅσος ἐστὶν ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχωντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους. Ἔστων γὰρ ἀριθμοί τινες ἀνὰ λόγον ἀπὸ μονάδος, οἱ A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I, K, Λ, μονὰς δὲ ἔστω ὁ A· καὶ [o] πεπολλαπλασιάσθω ὁ Δ τῷ Θ· ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ X. Εἰλήφθω δὴ ὁ ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ὁ Λ, ἀπέχων ἀπὸ τοῦ Θ τοσούτους,

[i] τεττάρτων σὺν [k] ὁ ὄγδοος [l] χίλιαι χιλιάδες
[o] πολλαπλασιάσθω

[m] ἐξοῦντι pro ἕξοντι ex MS. [n] In MS. ἀλλάλους deest.

[p] ὅσυς ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. Δεικτέον ὅτι [q] ἴσος ἐστὶν ὁ Χ τῷ Λ. Ἐπεὶ ὦν, ἀνάλογον ἐόντων, [r] ἴσον ἀπέχει ὅτι Δ ἀπὸ τοῦ Α, καὶ ὁ Λ ἀπὸ τοῦ Θ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ Δ ποτὶ τὸν Α, ὃν ὁ Λ ποτὶ τὸν Θ. Πολλαπλασίων δέ ἐστιν ὁ Δ τοῦ Α τῷ Δ. Πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ Λ τοῦ Θ τῷ Δ. Ὥς τε ἴσος ἐστὶν ὁ Λ τῷ Χ. Δῆλον ὦν ὅτι γενόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τε ἐστὶ, καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλως ἴσον ἀπέχων, ὅσυς [s] ὁ ἐλάττων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. Φανερὸν δὲ, ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἑνὶ ἐλάττονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων ὧς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μονάδος. Οἱ δὲ μὲν γὰρ οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, τοσοῦτοι ἐντὶ ὅσος ὁ Θ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· οἱ δὲ Ι, Κ, Λ, ἑνὶ ἐλάττονες, ἢ ὅσυς ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. Σὺν γὰρ τῷ Θ, τοσοῦτοι ἐντί.

Τούτων δὲ, τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων· τὸ προκείμενον δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὰν διάμετρον τᾶς [w] μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν ἢ τετρακοστομόριον δακτύλου· δῆλον ὡς ἁ σφαῖρα δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, [x] οὐ μείζων ἐστὶν ἢ ὥς τε χωρεῖν μάκωνας ἑξακισμυρίας καὶ τετρακισχιλίας. Τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον τετρακοστομόριον δακτύλου πολλαπλασία ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ. Δέδεικται γάρ τοι ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτὶ [y] ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων. Ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται καὶ τὸ τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν, εἰς τὸ τᾶς μάκωνος μέγεθος, μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων· δῆλον ὡς, εἰ πληρωθείη ψάμμου ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, [z] οὐ μείζων κα εἴη ὁ ἀριθμὸς τοῦ ψάμμου ἢ μυριάκις τὰ ἑξακισμύρια καὶ τετρακισχίλια. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ [a] ἀριθμὸς, μονάδες τε ϛ´ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχίλιαι. Ἐλάσσων ὦν ἐστιν ἢ ι´ μονάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ἁ δὲ τῶν ρ´ δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας [c] τὰν διάμετρον, [d] ἐπὶ ταῖς ρ´ μυριάδεσσι· διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον [e] ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων τὰς σφαίρας. Εἰ ὦν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα [f] ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων ρ´· δῆλον, ὡς ἐλάττων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [g] δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ρ´ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δὲ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες, δέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, ἐν τᾷ τῶν δεκαπλῶν ὅρων ἀναλογίᾳ· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος, ὅρος ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἑκκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος. Δέδεικται γὰρ ὅτι ἑνὶ ἐλάσσονας ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφο-

Sumatur autem ex eadem proportione Λ, distans tot numeris a Θ, quot Δ ab unitate distat. Oportet demonstrare X æqualem esse ipsi Λ. Quoniam enim, proportionales numeri cum sint, æque distat Δ ab A, atque Λ a Θ; eamdem habet rationem Δ ad A, quam Λ ad Θ. Multiplex est autem Δ ipsius A per Δ. Multiplex est igitur etiam Λ ipsius Θ per Δ. Quare æqualis est Λ ipsi X. Constat igitur numerum, qui oritur, ex eadem proportione esse, ac distare a majore sese invicem multiplicantium tot numeris, quot minor ab unitate distat. Quinetiam constat, eumdem ipsum ab unitate distare numero uno minore, quam qui ex utrisque componitur, quibus sese invicem multiplicantes distant ab unitate. Nam ipsi quidem A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ tot sunt, quot Θ ab unitate distat; ipsi vero I, K, Λ uno minores, quam quibus Δ distat ab unitate; utpote qui una cum Δ totidem sunt.

His igitur partim quidem positis, partim vero demonstratis, quod propositum est, demonstrabitur. Quoniam enim ponitur, diametrum papaveris non minorem esse quadragesima parte digiti; constat sphæram quæ diametrum digitalem habet, non majorem esse, quam ut contineat papaverum myriadas sex et quatuor millia. Sphæræ enim, quæ diametrum habet quadragesimam digiti partem, secundum numerum quem diximus, est multiplex; cum demonstratum sit sphæras triplam suarum diametrorum inter se invicem rationem habere. Et quoniam ponitur arenæ numerum ad magnitudinem papaveris non esse majorem denis millibus; constat, si sphæra, quæ diametrum digitalem habet arena impleretur, non majorem fore arenæ numerum, quam decies millies myriada sex et quatuor millia. Qui quidem numerus est unitates sex secundorum numerorum, et primorum quater mille myriades. Minor est igitur quam unitates decem secundorum numerorum. At vero sphæra, quæ digitorum centum diametrum habet, sphæræ, quæ diametrum habet unius digiti, multiplex est centum myriadibus; eo quod sphæræ triplam suarum diametrorum inter se invicem rationem habent. Si itaque sphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea est quæ diametrum habet digitorum centum; constat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem unitatibus secundorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem unitates secundorum numerorum decimus est numerus proportionalis ab unitate in decuplorum terminorum proportione; et centum myriades septimus ab unitate ex eadem proportione; constat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate sextum et decimum. Demonstratum est enim, distare ab unitate numero uno minore,

[p] ὅσως [q] ἴσον [r] ἴσον [s] ἀναλογίας τυτέστι καὶ [t] ὁ ἔχων [u] τοσοῦ [w] μάκωνος [x] ὅτως [y] ἀλλάλας pro ἀλλάλων ex MS. [z] οὕτως μείζων . . . . ὁ εἶν τοῦ ψάμμου [a] ἀριθμὸς [b] δακτυλιαίας pro δακτυλιαίαν ex MS. [c] τῶν [d] ἐφ' ᾗ [e] λόγου ex MS. [f] τηλικαύτα [g] δέκα μονάδων [h] ἄττας

quam qui ex utrisque componitur, quibus sese invicem multiplicantes ab unitate distant. Horum autem sexdecim, octo quidem primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum sunt; octo vero, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur secundi; horumque postremus est mille myriades secundorum numerorum. Manifestum est igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo sphæræ æqualis sit, quæ diametrum habet digitorum centum, minorem fore, quam mille myriadas secundorum numerorum. Rursus et sphæra, quæ digitorum decem millium diametrum habet, sphæræ, quæ diametrum habet digitorum centum, multiplex est centum myriadibus. Si itaque sphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea est, quæ diametrum habet digitorum decem millium; constat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur, mille myriadibus secundorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille myriades secundorum numerorum sextus et decimus est numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, septimus ab unitate ex eadem proportione; constat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate alterum et vigesimum. Horum autem duo et viginti, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum sunt; octo, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur secundi; sex reliqui, eorum, qui vocantur tertii; horumque postremus est decem myriades tertiorum numerorum. Manifestum est igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo sphæræ æqualis sit, quæ diametrum habet digitorum decem millium, minorem fore, quam decem myriadas tertiorum numerorum. Et quoniam sphæra, quæ unius stadii diametrum habet, minor est quam sphæra, quæ diametrum habet digitorum decem millium; constat arenæ multitudinem, cujus magnitudo sphæræ æqualis sit, quæ unius stadii diametrum habet, minorem esse quam decem myriadas tertiorum numerorum. Rursus sphæra, quæ stadiorum centum diametrum habet, sphæræ, quæ diametrum habet unius stadii, multiplex est centum myriadibus. Si itaque sphæra ex arena fieret tanta magnitudine quanta ea est, quæ diametrum habet stadiorum centum; constat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem myriadibus tertiorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem myriades tertiorum numerorum alter et vigesimus est numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, septimus ab unitate ex eadem proportione; constat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate octavum et vigesimum. Horum autem octo et viginti, octu primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur numerorum sunt; octo, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur secundi; octo, qui sequuntur

τέρων [i] ὡς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλως. Τῶν δὲ ἑκκαίδεκα τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν, χίλιαι μυριάδες [k] τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τῶ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ' δακτύλων ἐχούσᾳ, ἔλαττόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ ἁ σφαῖρα, ἁ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον, [l] πολλαπλασία τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ρ' δακτύλων, ταῖς ρ' μυριάδεσσι. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα σφαῖρα τὰν διάμετρον [m] μυριάδων δακτύλων· δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τοῦ γινομένου πολλαπλασιασθεισᾶν [n] τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες, ἑκκαιδέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ' μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ· δῆλον ὡς ὁ γινόμενος ἐσσεῖται δευκαιεικοστὸς τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ δύο καὶ εἴκοσι τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων [o] ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ μετ' αὐτοὺς, δευτέρων καλουμένων· οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ τῶν τρίτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι, δέκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ [p] σφαίρᾳ τὰν διάμετρον [q] ἐχοίσᾳ μυρίων δακτύλων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι' μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἁ σταδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα, τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων· δῆλον, ὅτι καὶ τὸ τῶ ψάμμου πλῆθος τῶ [r] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [s] ἐχοίσᾳ σταδιαίαν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι' μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ' σταδίων, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν, ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ' σταδίων· δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τῶ γινομένου ἀριθμῶ, πολλαπλασιασθεισᾶν [t] τᾶν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ' μυριάδεσσι. [u] Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δευκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ' μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γινόμενος ἐσσεῖται ὀκτωκαιεικοστὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ ὀκτὼ καὶ εἴκοσι τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες, τῶν τετάρτων καλουμένων· καὶ

[i] συναμφότερα [k] In MS. desunt ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τοῦ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ' δακτύλων ἐχούσᾳ ἔλαττον ἐστὶ ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν [illegible] [l] πολλαπλασία ἐστι [m] μυρίων δακτύλων [n] τᾶν χιλιᾶν pro ταν χιλιαν [o] ἐντὶ pro ἐστὶ ex MS. [p] σφαίρᾳ τᾷ τὰν [q] ἐχοίσα pro ἔχουσα ex MS. [r] μέγεθος pro μεγεθεος ex MS. [s] ἐχοίσα pro ταν ex MS. [t] τᾶν pro ταὶ ex MS. [u] καὶ ἐπεὶ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα in MS. desunt.

ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ, χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [w] ἐχούσᾳ σταδίων ρ΄, ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον μυρίων σταδίων, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ΄, ταῖς ρ΄ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίων· δῆλον, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ [x] πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ΄ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δὲ αἱ μὲν τῶν τετάρτων ἀριθμῶν χίλιαι μονάδες ὀκτωκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· αἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ αἱ μετὰ τούτους ἄλλαι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσσοῦνται· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ, δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [y] ἐχούσᾳ σταδίων μυρίων, ἔλασσον ἐσσεῖται ἢ ι΄ μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ΄ μυριάδων, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τὰν διάμετρον ἐχούσας σταδίων μυρίων, ταῖς ρ΄ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα [z] ταλικαύτα, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχοισα τὰν διάμετρον σταδίων ρ΄ μυριάδων· δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ [a] πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [b] δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ΄ μυριάσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες, τέταρτός ἐστι καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ΄ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἐσσεῖται τετρακοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων [c] καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν πέμπτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν [d] ἐστὶ, χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος

alii, eorum, qui vocantur tertii; quatuor reliqui, eorum, qui vocantur quarti; horumque postremus est mille unitates quartorum numerorum. Manifestum est igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo sphæræ æqualis sit, quæ diametrum habet stadiorum centum, minorem fore, quam mille unitates quartorum numerorum. Rursus sphæra, quæ stadiorum decem millium diametrum habet, sphæræ, quæ diametrum habet stadiorum centum, multiplex est centum myriadibus. Si itaque sphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea est, quæ diametrum habet stadiorum decem millium; constat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur mille unitatibus quartorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille unitates quartorum numerorum octavus et vigesimus est numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, septimus ab unitate ex eadem proportione; constat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate quartum et trigesimum. Horum autem quatuor et triginta, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum sunt; octo qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur secundi; octo, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo qui sequuntur alii, eorum qui vocantur quarti; duo reliqui, eorum, qui vocantur quinti; horumque postremus est decem unitates quintorum numerorum. Manifestum est igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo sphæræ æqualis sit, quæ diametrum habet stadiorum decem millium, minorem fore, quam decem unitates quintorum numerorum. Rursus sphæra, quæ centum myriadum stadiorum diametrum habet, sphæræ quæ diametrum habet stadiorum decem millium, multiplex est centum myriadibus. Si itaque sphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea est, quæ diametrum habet centum myriadum stadiorum; constat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem unitatibus quintorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem unitates quintorum numerorum quartus et trigesimus est numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, septimus ab unitate ex eadem proportione; constat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate quadragesimum. Horum autem quadraginta, octo primi una cum unitate eorum, qui primi vocantur, numerorum sunt; octo, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur secundi; octo, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo, qui post tertios sequuntur, eorum, qui vocantur quarti; octo qui post quartos sequuntur, eorum, qui vocantur quinti; horumque postremus est mille myriades quintorum numerorum. Manifestum est igitur, arenæ

[w] ἐχοίσᾳ pro ἐχούσᾳ ex MS. [x] πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [y] ἐχοίσᾳ pro ἐχούσᾳ ex MS. [z] ταλικαύτα τὸ μέγεθος ἁλίκα [a] πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [b] δέκα ex MS. [c] καλουμένων pro καμένων ex MS. [d] ἐστὶ μυριάδες

multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum, minorem fore quam mille myriadas quintorum numerorum. At vero ſphæra, quæ decem mille myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fierit tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet decem mille myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur mille myriadibus quintorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille myriades quintorum numerorum quadrageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate ſextum et quadrageſimum. Horum autem ſex et quadraginta, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo qui poſt tertios ſequuntur, eorum, qui vocantur quarti; octo, qui poſt quartos ſequuntur, eorum, qui vocantur quinti; ſex reliqui, eorum, qui vocantur ſexti; horumque poſtremus eſt decem myriades ſextorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet decem mille myriadum ſtadiorum, minorem fore, quam decem myriadas ſextorum numerorum. At vero ſphæra, quæ decies centenum millium myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet decem mille mille myriadum ſtadiorum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet decies centenum millium myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem myriadibus ſextorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem myriades ſextorum numerorum ſextus et quadrageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate alterum et quinquageſimum. Horum autem duo et quinquaginta, octo et quadraginta una cum unitate, eorum numerorum ſunt, qui primi, ſecundi, tertii, quarti, quinti, et ſexti vocantur; quatuor reliqui eorum, qui vocantur ſeptimi; horumque poſtremus eſt mille unitates ſeptimorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit quæ

τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [a] ἐχούσᾳ σταδίων ρ' μυριάδων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι [f] μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριᾶν μυριάδων, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ' μυριάδων, ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἐχοῖσα τὰν διάμετρον σταδίων [g] μυριᾶν μυριάδων· Φανερὸν, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [h] χιλιᾶν μυριάδων τῶν πέμπτων [i] ἀριθμῶν, ταῖς ρ' μυριάσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες, τετρακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ' μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἕκτος καὶ τετρακοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἓξ τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ [k] μετ' αὐτοὺς, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· καὶ οἱ μετὰ τοὺς τετάρτους ὀκτὼ, τῶν πέμπτων· οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ, τῶν ἕκτων καλουμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι, ι' μυριάδες τῶν [l] ἕκτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ [m] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [b] ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυρίων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι' μυριάδες τῶν [n] ἕκτων ἀριθμῶν. Ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ', πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυρίων, ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων [o] ρ'· Φανερὸν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ, πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν ι' μυριάδων τῶν [q] ἕκτων ἀριθμῶν, [r] ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἕκτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες [c] ἕκτος καὶ τεσσαρακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ' μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιπεντακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. Τῶν δὲ δύο καὶ πεντήκοντα τούτων, οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι, οἵτε πρῶτοι καλούμενοί ἐντι, καὶ οἱ δεύτεροι, καὶ τρίτοι, καὶ τέταρτοι, καὶ πέμπτοι, καὶ ἕκτοι· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες, τῶν ἑβδόμων καλουμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι, χίλιαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος [d] ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ

[a] ἐχούσᾳ pro ἔχουσα ex MS. [f] μυριάδες [g] μυρίας [h] τῶν χιλιῶν [i] ἀριθμῶν ταῖς ρ' μυριάσιν· ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων in MS. desunt. [k] μετὰ τούτους [l] ἕκτων pro ἑκτῶν ex MS. [m] μέγεθος pro μεγέθεος ex MS.
[b] ἐχούσᾳ pro ἔχουσα ex MS. [n] ἕκτων pro ἐκ τῶν ex MS. [o] ς' ex MS. [q] ἕκτων pro ἑκτων ex MS. [r] τῶν ς'
[c] ἕκτος pro ἑκτός [d] ἴσον

τὰν διάμετρον ἐχούσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ', ἔλασσόν ἐστι, ἢ [u] ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ'· δῆλον, ὅτι καὶ τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. [w] Ὅτι μὲν ὁμοίως τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν, δέδεικται. Ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ ταλικαύτᾳ, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων [x] ἄστρων σφαῖραν εἶμεν ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν, δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὰν γᾶν τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρημένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν, [y] ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται· καὶ αἱ διάμετροι τᾶν σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτὶ ἀλλάλας· ἁ δὲ τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται ἐλάσσων [z] ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ἁ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου. Ἐπεὶ δ' αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων· φανερὸν, ὅτι ἁ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖρα [a] ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριάκις μυριάδων μυριάδεσσι πολλαπλασίων τοῦ κόσμου. Δέδεικται δὲ, τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Δῆλον οὖν, ὅτι εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν, ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν ͵α μονάδες, δυοκαιπεντακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον· αἱ δὲ μυριάκις μύριαι μυριάδες, τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται τέταρτος καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. Οὗτος δέ ἐστι τῶν ὀγδόων ὄγδοος· καὶ [b] χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. Φανερὸν τοίνυν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρᾳ, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν.

Ταῦτα δὲ, Βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκότεσσι τῶν μαθημάτων οὐκ εὔπιστα φανήσειν ὑπολαμβάνω· τοῖς δὲ μεταλελαβηκότεσσι,

diametrum habet decies centenum millium myriadum ſtadiorum, minorem fore, quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Quoniam igitur demonſtratum eſt, mundi diametrum minorem eſſe decies centenis millibus myriadum ſtadiorum; conſtat arenæ multitudinem, cujus magnitudo mundo æqualis ſit, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Itaque arenæ multitudinem, cujus magnitudo æqualis ſit ei, quem plures Aſtrologi mundum vocant, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum, demonſtratum eſt. At vero arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit tanta magnitudine, quanta ponit Ariſtarchus eſſe inerrantium ſtellarum ſphæram, minorem eſſe quam mille myriadas octavorum numerorum, deinceps demonſtrabitur. Cum enim ponatur, terram eamdem ad mundum, quem diximus, habere rationem, quam habet is, quem diximus, mundus ad ſphæram inerrantium ſtellarum, quam ponit Ariſtarchus: eumque ſphærarum diametri eamdem inter ſe invicem rationem habeant: demonſtratumque ſit, mundi diametrum minorem eſſe quam decies millecuplam diametri terræ; conſtat ſphæræ inerrantium ſtellarum diametrum minorem eſſe quam decies millecuplam diametri mundi. Et cum ſphæræ triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habeant; conſtat ſphæram inerrantium ſtellarum, quam ponit Ariſtarchus, minorem eſſe quam mundi millies-centies millies-decies millecuplam. Demonſtratum autem eſt, arenæ multitudinem, cujus magnitudo mundo æqualis ſit, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, ſi ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta Ariſtarchus ponit inerrantium ſtellarum ſphæram eſſe; arenæ numerum minorem fore, quam qui oritur mille unitatibus ſeptimorum numerorum in millies centies mille myriadas ductis. Et quoniam mille unitates ſeptimorum numerorum alter et quinquageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et millies centies mille myriades, tertius et decimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore quartum et ſexageſimum. Qui quidem numerus eſt octavorum octavus; hoc eſt mille myriades octavorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo æqualis ſit inerrantium ſtellarum ſphæræ, quam ponit Ariſtarchus, minorem eſſe quam mille octavorum numerorum myriadas.

Hæc autem, Rex Gelo, non admodum credibilia viſum iri arbitror multis, qui mathematicis diſciplinis inſtructi non ſunt: ſed credibilia e-

[u] χιλίαι [w] ὅτι μεν . . . . . ὁμοίως [x] ἄστρων pro ἀστέρων ex MS. [y] In MS ἂν deeſt. [z] ὥστε
[a] In MS. ἂν deeſt. [b] πεντακισχίλιαι

runt propter demonſtrationem iis, qui eaſdem probe callent, quique diſtantiis, et magnitudinibus terræ, ſolis, lunæ, et mundi totius cognoſcendis operam dederunt. Quo circa exiſtimaverim haud abſurdum fore, ſi qui eadem hæc diligentius contemplentur.

καὶ περὶ τῶν ἀποστημάτων, ϗ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς, καὶ τῶ ἁλίω, ϗ τᾶς σελάνας, ϗ τῶ ὅλω κόσμω πεφροντικότεσσι, πιστὰ διὰ τὰν ἀπόδειξιν ἐσσεῖσθαι. Διόπερ ᾠήθην καί τινας [c] οὐκ ἀνάρμοστον εἶμεν ἔτι [d] ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα.

[c] οὐκ ἂν ἄχρηστον εἴη   [d] ἐπιθεωρῆσαι pro ἐπιθεώρηται ex MS.

ARCHIMEDIS

DE IIS QUÆ IN HUMIDO

VEHUNTUR

LIBER PRIMUS.

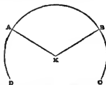
POSITIO I.

PONATUR humidi eam esse naturam, ut partibus ipsius æqualiter jacentibus, et continuatis inter sese, minus pressa a magis pressa expellatur. Unaquæque autem pars ejus premitur humido supra ipsam existente ad perpendiculum, si humidum sit descendens in aliquo, aut ab alio aliquo pressum.

PROPOSITIO I.

Si superficies aliqua plano secetur per idem semper punctum; sitque sectio circuli circumferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano secatur; sphæræ superficies erit.

Secetur superficies aliqua plano per K punctum ducto: et sit sectio semper circuli circumferentia, centrum habens punctum K. Dico eam sphæræ superficiem esse.



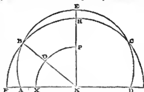
Si enim non est sphæræ superficies; rectæ lineæ, quæ a puncto K ad circumferentiam ducuntur, non omnes æquales erunt. Itaque sint A, B puncta in superficie; et inæquales lineæ A K, K B: per ipsas autem A K, K B planum ducatur, quod sectionem faciat in superficie lineam D A B C. Ergo D A B C circuli circumferentia est, cujus centrum K; quoniam superficies ejusmodi ponebatur: et idcirco æquales inter se sunt A K, K B. Sed et inæquales; quod fieri non potest. Constat igitur superficiem eam esse sphæræ superficiem.

PROP. II.

Omnis humidi consistentis, atque manentis superficies sphærica est; cujus sphæræ centrum est idem, quod centrum terræ.

Intelligatur humidum consistens, manensque; et secetur ipsius superficies plano per centrum terræ ducto. Sit autem terræ centrum K: et superficiei sectio, linea A B C D. Dico lineam A B C D circuli circumferentiam esse, cujus centrum K.

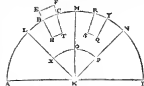
Si enim non est, rectæ lineæ a puncto K ad lineam A B C D ductæ non erunt æquales. Sumatur recta linea quibusdam quidem a puncto K ad ipsam A B C D ductis major; quibusdam vero minor: et ex centro K, intervalloque lineæ sumptæ circulus describatur. Cadet ergo ipsius circumferentia partim extra lineam A B C D, partim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibusdam quidem a puncto K ad ipsam ductis est major; et quibusdam minor. Itaque sit circuli descripti circumferentia F B H: et ex B ad K ducta linea, jungantur F K, K H E, quæ angulos æquales faciant. Describatur autem et ex centro K circumferentia quædam X O P in plano, et in humido. Ergo partes humidi, quæ sunt ad circumferentiam X O P æqualiter jacent, ac continuatæ inter sese: et premuntur quidem partes, quæ ad X O circumferentiam, humido, quod loco A B continetur: quæ vero ad circumferentiam O P premuntur humido, quod continetur B E. Inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circumferentiam X O, et ad O P. Quare minus pressæ a majis pressis expellentur. Non ergo consistet humidum. Atqui ponebatur consistens, et manens. Necessarium est igitur lineam A B C D esse circuli circumferentiam, cujus centrum K. Similiter autem demonstrabitur, et si quomodocunque aliter superficies humidi plano secta fuerit per centrum terræ; sectionem circuli circumferentiam esse; et centrum ipsius esse, quod et terræ centrum. Ex quibus constat superficiem humidi consistentis, atque manentis sphæricam esse: et ejus sphæræ centrum idem, quod centrum terræ: quoniam ejusmodi est, ut secta per idem semper punctum sectionem faciat circuli circumferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipsa plano secatur.



PROP. III.

Solidarum magnitudinum, quæ æqualem molem habentes æque graves sunt, atque humidum; in humidum demissæ demergentur ita, ut ex humidi superficie nihil extet: non tamen ad huc deorsum ferentur.

Sit magnitudo aliqua æque gravis, atque humidum: et si fieri potest, in humidum demissa extet ex superficie ipsius: consistat autem humidum, maneatque: et intelligatur aliquod planum ductum per centrum terræ, et humidi, ac per solidam magnitudinem, ut sit superficiei quidem humidi sectio A B C D; solidæ vero magnitudinis insidentis E H T F; et terræ centrum K: sitque solidæ magnitudinis pars, quæ in humido est, B H T C; et quæ extra humidum, B E F C. Intelligatur etiam solida figura comprehensa pyramide, basim quidem habente parallelogrammum, quod est in superficie humidi; verticem autem centrum terræ: sitque sectio plani, in quo est A B C D circumferentia, et planorum pyramidis K L, K M: et describatur quædam alterius sphæræ superficies X O P circa centrum K, in humido sub E F H T, ut sit ipsa X O P sectio facta a superficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, et similis comprehendenti solidam figuram, ipsi conjuncta, et continuata: sitque, sectio planorum ipsius K M, K N: et in humido intelligatur quædam magnitudo R S Q Y ex ipso humido constans, æqualis, et similis solidæ B H T C, quæ quidem pars est solidæ magnitudinis in humido demersa. Partes igitur humidi, quæ scilicet in prima pyramide superficie X O continetur, et quæ in altera continetur P O æqualiter sunt positæ, et continuatæ; sed non similiter pre-

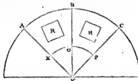


muntur. Nam contenta quidem X O, premitur solido E H T F, et humido interjecto inter superficies X O, L M et plana pyramidis; contenta vero P O premitur solido R S Q Y, et humido inter superficies O P, M N, et pyramidis plana interjecto. Minor autem est gravitas humidi, quod est inter M N, O P quam ejus, quod inter L M, X O. Solidum enim R S Q Y est minus solido E H T F. Cum sit æquale ipsi B H T C; quia magnitudine æquale, et æque grave ponitur solidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale est. Constat igitur partem contentam superficie O P, expelli ab ea, quæ ipsa X O continetur: et non consistere humidum. Ponebatur autem consistens, et manens: non ergo ex superficie humidi extat aliquid solidæ magnitudinis. Sed neque demersum solidum ad inferiora feretur. Similiter enim prementur omnes partes humidi æqualiter positæ, cum solidum sit æque grave, atque humidum.

PROP. IV.

Solidarum magnitudinum quæcunque levior humido fuerit, demissa in humidum non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

Sit magnitudo solida humido levior; et demissa in humidum demergatur tota, si fieri potest, ut nulla pars ipsius extet ex humidi superficie. Consistat autem humidum, maneatque: et intelligatur aliquod planum ductum per centrum terræ, per humidum, et per magnitudinem solidam: a quo superficies quidem humidi secetur secundum circumferentiam A B C; solida autem magnitudo secundum figuram, in qua R: et centrum terræ sit K. Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens figuram R, sicuti prius, quæ punctum K pro vertice habeat: secenturque ipsius plana a superficie plani A B C secundum A K, K B: et sumatur pyramis alia æqualis, et similis superiori, cujus plana secentur a plano A B C, secundum B K, K C: deinde alterius sphæræ superficies quædam describatur in humido circa centrum K, sub solida magnitudine: et secetur ab eodem plano secundum X O P: postremo intelligatur alia magnitudo H in posteriori pyramide, quæ ex humido constet, et solidæ magnitudini R sit æqualis. Partes igitur humidi, et quæ in prima pyramide continetur superficie X O; et quæ in secunda superficie O P continetur, æqualiter jacent, et continuatæ inter sese; non tamen similiter premuntur: nam quæ est in prima pyramide premitur magnitudine solida R, et humido continente ipsam, quod est in loco pyramidis A B O X: quæ vero in altera pyramide



premitur solida magnitudine H, et humido ipsam continente in loco pyramidis P O B C. At gravitas solidæ magnitudinis R, minor est gravitate humidi, in quo H: quoniam magnitudo solida mole quidem æqualis, et humido levior ponitur: gravitas autem humidi continentis magnitudines R, H est æqualis; cum pyramides æquales sint. Magis ergo premitur pars humidi, quæ est sub superficie O P. Quare expellet partem minus pressam, et non manebit humidum. Ponebatur autem manens. Non igitur demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

PROP. V.

Solidarum magnitudinum quæcunque levior humido fuerit, demissa in humidum usque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est partis demersæ, eandem, quam tota magnitudo, gravitatem habeat.

Disponantur eadem, quæ supra: sitque humidum manens: et magnitudo * E H T F homido levior. Si igitur humidum manet, similiter premeotur ejus partes, quæ æqualiter jacent. Similiter ergo premetur humidum sub superficiebus X O, O P. Quare æqualis est gravitas, qua premuntur. Est autem et gravitas humidi, quod in prima pyramide absque solido B H T C, æqualis gravitati humidi, quod in altera pyramide absque R S Q Y humido. Perspicuum est igitur gravitatem magnitudinis E H T F gravitati humidi R S Q Y æqualem esse. Ex quibus constat, tantam humidi molem, quanta est pars demersa solidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere gravitatem.

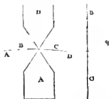
PROP. VI.

Solidæ magnitudines humido leviores, in humidum impulsæ sursum feruntur tanta vi, quanto humidum molem habens magnitudini æqualem, gravius est ipsa magnitudine.

* Vide Fig. Prop. III.

Sit enim magnitudo A levior humido: et sit magnitudinis quidem A gravitas B: humidi vero molem habentis æqualem ipsi A, gravitas sit BC. Demonstrandum est magnitudinem A in humidum impulsam tanta vi sursum ferri, quanta est gravitas C.

Accipiatur enim quædam magnitudo, in qua D, habens gravitatem ipsi C æqualem. Itaque magnitudo ex utrisque magnitudinibus constans, in quibus AD, levior est humido: nam magnitudinis quidem quæ ex utrisque constat gravitas est BC; humidi vero habentis molem ipsis æqualem gravitas major est, quam BC: quoniam BC gravitas est humidi molem habentis æqualem ipsi A. Si ergo demittatur in humidum magnitudo ex utrisque AD constans; usque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est pars magnitudinis demersa eandem, quam tota magnitudo gravitatem habeat. Hoc enim jam demonstratum est. Sit autem superficies humidi alicujus ABCD circumferentia. Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta est magnitudo A, gravitatem habet eandem, quam magnitudines A, D: perspicuum est partem ipsius demersam esse magnitudinem A; reliquam vero D totam ex humidi superficie extare. Quare constat magnitudinem A tanta vi sursum ferri, quanta deorsum premitur ab eo, quod est supra; videlicet a D, cum neutra ab altera expellatur. Sed D fertur deorsum tanta gravitate, quanta est C: ponebatur enim gravitas ejus, in quo D, ipsi C æqualis. Patet igitur illud quod demonstrare oportebat.

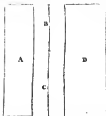


PROP. VII.

Solidæ magnitudines humido graviores demissæ in humidum ferentur deorsum, donec descendant: et erunt in humido tanto leviores, quanta est gravitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.

Solidas magnitudines humido graviores, in humidum demissas deorsum quidem ferri, donec descendant, manifestum est: partes enim humidi, quæ sub eis sunt, premuntur magis, quam partes æqualiter ipsis adjacentes; quoniam magnitudo solida humido gravior ponitur. Leviores autem esse, uti dictum est, demonstrabitur hoc modo. Sit enim aliqua magnitudo A gravior humido: et sit magnitudinis quidem A gravitas BC: humidi vero molem habentis æqualem ipsi A gravitas sit B. Demonstrandum est magnitudinem A in humidu existentem habere gravitatem æqualem ipsi C.

Accipiatur enim alia aliqua magnitudo, in qua D, levior humido; cujus gravitas sit ipsi B æqualis: humidi vero molem habentis æqualem magnitudini D, sit gravitas æqualis BC. Itaque compositis magnitudinibus A, D, magnitudo ex utrisque constans æque gravis erit, atque ipsum humidum: gravitas enim utrarumque magnitudinum est æqualis utrisque gravitatibus, videlicet BC, et B: gravitas autem humidi habentis molem æqualem utrisque magnitudinibus, est eisdem gravitatibus æqualis. Demissis igitur magnitudinibus, et in humidum projectis æque graves erunt, atque humidum: neque sursum, neque deorsum ferentur: quoniam magnitudo quidem A gravior humido feretur deorsum; et eadem vi a magnitudine D sursum retrahetur. Magnitudo autem D humido levior feretur sursum tanta vi, quanta est gravitas C: demonstratum enim est magnitudines solidas humido leviores, impulsas in humidum tanta vi retrahi sursum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem gravius est ipsa magnitudine. At humidum molem habens æqualem D, gravius est, quam D, ipsa C gravitate. Constat igitur magnitudinem A deorsum ferri tanta gravitate, quanta est C. Quod demonstrare oportebat.



POSITIO II.

Ponatur eorum, quæ in humido sursum feruntur, unumquodque sursum ferri secundum perpendicularem, quæ per centrum gravitatis ipsorum ducitur.

PROP. VIII.

Si aliqua magnitudo folida levior humido, quæ figuram portionis fphæræ habeat, in humidum demittatur, ita ut bafis portionis non tangat humidum: figura infidebit recta, ita ut axis portionis fit fecundum perpendicularem. Et fi ab aliquo inclinetur figura, ut bafis portionis humidum contingat non manebit inclinata fi demittatur, fed recta reftituetur.

[* Intelligatur quædam magnitudo, qualis dicta eft, in humidum demiffa; et ducatur planum per axem portionis, et per terræ centrum, ut fit fuperficiei humidi fectio circumferentia A B C D: et figuræ fectio E F H circumferentia: fit autem E H recta linea; et F T axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis F T non fit fecundum perpendicularem; demonftrandum eft, non manere ipfam figuram; fed in rectum reftitui.

Itaque centrum fphæræ eft in linea F T. Nam fit primum figura major dimidia fphæra: fitque in dimidia fphæra fphæræ centrum T; in minori portione fit centrum P; et in majori K: per K vero, et terræ centrum L ducatur K L fecans circumferentiam E F H in puncto N. Quoniam igitur unaquæque fphæræ portio axem habet in linea, quæ a centro fphæræ ad ejus bafim perpendicularis ducitur: habetque in axe gravitatis centrum: portionis in humido demerfæ, quæ ex duabus fphæræ portionibus conftat, axis erit in perpendiculari per K ducta. Et idcirco centrum gravitatis ipfius erit in linea N K, quod fit R. Sed totius portionis gravitatis centrum eft in linea F T inter K, et F, quod fit X. Reliquæ ergo figuræ quæ eft extra humidum, centrum erit in linea R X producta ad partes X; et affumpta ex ea, linea quadam, quæ ad R X eandem proportionem habeat, quam gravitas portionis in humido demerfæ habet ad gravitatem figuræ, quæ eft extra humidum. Sit autem S centrum dictæ figuræ: et per S ducatur perpendicularis L S. Feretur ergo gravitas figuræ quidem, quæ extra humidum per rectam S L deorfum; portionis autem, quæ in humido, furfum per rectam R L. Quare non manebit figura: fed partes ejus quæ funt ad E, deorfum; et quæ ad H furfum ferentur: idque continenter fiet, quoad F T fit fecundum perpendicularem. Eodem modo in aliis portionibus idem demonftrabitur.]

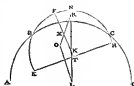
PROP IX.

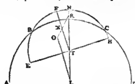
Quod fi figura humido levior in humidum demittatur, ita ut bafis tota fit in humido; infidebit recta, ita ut axis ipfius fecundum perpendicularem conftituatur.

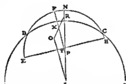
Intelligatur enim magnitudo aliqua, qualis dicta eft, in humidum demiffa: et intelligatur planum per axem portionis, et per centrum terræ ductum: fitque fuperficiei quidem humidi fectio A B C D circumferentia; figuræ autem fectio circumferentia E F H: et fit E H recta linea: et axis portionis F T. Si igitur fieri poteft, non fit F T fecundum perpendicularem. Demonftrandum eft non manere figuram; fed in rectum reftitui.

* Suppleta a Federico Commandino.

Est autem centrum sphæræ in linea F T: rursus enim sit figura primo major dimidia sphæra; et sphæræ centrum in dimidia sphæra sit punctum T; in minore portione P; in majori vero sit K: et per K, et terræ centrum L ducatur KL. Itaque figura quæ est extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per K: et propter ea, quæ superius dicta sunt, centrum gravitatis ipsius est in linea N K, quod sit R; totius autem portionis cen-







trum gravitatis est in linea F T, inter K et F, quod sit X. Reliquæ ergo figuræ, ejus scilicet, quæ est in humido, centrum erit in recta linea R X producta ad partes X; et assumpta ex ea linea quadam, quæ ad X R eandem habeat proportionem, quam gravitas portionis, quæ est extra humidum, ad gravitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem O centrum dictæ figuræ: et per O perpendicularis ducatur LO. Feretur ergo gravitas portionis quidem, quæ est extra humidum, per rectam R L deorsum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam O L sursum. Non manet igitur figura; sed partes ejus, quæ sunt ad H, deorsum ferentur; et quæ ad E, sursum. Atque hoc semper erit, donec F T secundum perpendicularem fiat.

ARCHIMEDIS

DE IIS QUÆ IN HUMIDO

VEHUNTUR

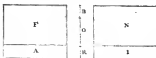
LIBER SECUNDUS.

PROPOSITIO I.

SI magnitudo aliqua humido levior demittatur in humidum, eam in gravitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demersa habet ad totam magnitudinem.

Demittatur enim in humidum aliqua magnitudo solida, quæ sit FA, levior humido: et pars quidem ipsius demersa sit A; quæ autem extra humidum, F. Demonstrandum est, magnitudinem FA ad humidum æqualis molis eam in gravitate proportionem habere, quam habet A ad FA.

Accipiatur enim aliqua humidi magnitudo NI æqualis magnitudini FA; sitque ipsi F æqualis N: et ipsi A æqualis I. Magnitudinis autem FA gravitas sit B: et magnitudinis NI gravitas OR; et ipsius I sit R. Magnitudo igitur FA ad NI eam proportionem habet, quam gravitas B ad gravitatem OR. Sed quoniam magnitudo FA in humidum demissa levior est humido; patet tantam humidi molem, quanta est pars magnitudinis demersa, eandem quam



magnitudo FA habere gravitatem. Hoc enim superius demonstratum est. At ipsi A respondet humidum I, cujus quidem gravitas est R; et ipsius FA gravitas B. Ergo B gravitas ejus, quod habet molem æqualem toti magnitudini FA, æqualis erit gravitati humidi I, videlicet ipsi R. Et quoniam ut magnitudo FA ad humidum NI sibi respondens, ita est B ad OR: est autem B æqualis ipsi R: et ut R ad OR, ita I ad NI; et A ad FA: sequitur ut FA ad humidum æqualis molis eam in gravitate proportionem habeat, quam magnitudo A habet ad FA. Quod demonstrare oportebat.

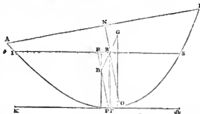
PROP. II.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit non majorem, quam sesquialterum ejus, quæ usque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate;

demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; et posita inclinata, non manebit inclinata; sed recta restituetur. Rectam dico consistere talem portionem, quando planum quod ipsam secuit, superficiei humidi fuerit æquidistans.

Sit portio rectanguli conoidis, qualis dicta est; et jaceat inclinata. Demonstrandum est non manere ipsam; sed rectam restitui.

Itaque secta ipsa plano per axem, recto ad planum, quod est in superficie humidi, portionis sectio sit A P O L rectanguli coni sectio: axis portionis, et sectionis diameter N O: superficiei autem humidi sectio sit I S. Si igitur portio non est recta; non utique erit A L ipsi I S æquidistans. Quare N O cum I S non faciet angulos rectos. Ducatur ergo K Ω contingens sectionem coni in P [* quæ ipsi I S æquidistet: et a puncto P ad I S ducatur P F æquidistans ipsi O N, quæ erit sectionis I P O S diameter, et axis portionis in humido demersæ. Sumantur deinde centra gravitatum: sitque solidæ magnitudinis A P O L gravitatis centrum R; ipsius vero I P O S centrum sit B: et juncta B R producatur ad G, quod sit centrum gravitatis reliquæ figuræ I S L A. Quoniam igitur N O ipsius quidem R O sesquialtera est; ejus autem, quæ usque ad axem minor quam sesquialtera; erit R O minor, quam quæ usque ad axem. Quare angulus R P Ω acutus erit: cum enim linea, quæ usque ad axem major sit ipsa R O; quæ a puncto R ad K Ω perpendicularis ducitur, videlicet R T, cum linea F P extra sectionem conveniet: et propterea inter P et Ω puncta cadat necesse est. Itaque si per B, G ducantur

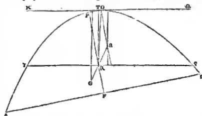


lineæ ipsi R T æquidistantes; angulos rectos cum superficie humidi continebunt: et quod in humido est sursum feretur secundum perpendicularem, quæ per B ducta est, ipsi R T æquidistans: quod vero est extra humidum, secundum eam, quæ per G, deorsum feretur; et non ita manebit solidum A P O L: nam quod est ad A, feretur sursum; et quod ad L, deorsum, donec N O secundum perpendicularem constituatur.]

P R O P. III.

Recta portio conoidis rectanguli quando axem habuerit non majorem, quam sesquialterum ejus, quæ usque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate; demissa in humidum, ita ut basis ipsius tota sit in humido; et posita inclinata, non manebit inclinata, sed ita restituetur, ut axis ipsius secundum perpendicularem fiat.

Demittatur enim aliqua portio in humidum, qualis dicta est: sitque ipsius basis in humido: et secta ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, sit sectio A P O L rectanguli coni sectio: axis portionis, et sectionis diameter P F: superficiei autem humidi sectio sit I S. Quod si inclinata jaceat portio, non erit axis secundum perpendicularem. Ergo P F cum I S angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quædam K Ω æquidistans ipsi I S; contingensque sectionem A P O L in O: et solidæ quidem magnitudinis A P O L sit R gravitatis centrum: ipsius autem I P O S centrum sit B: junctaque B R producatur: et sit G centrum gravitatis reliquæ figuræ I S L A. Similiter demonstrabitur angulum R O K acutum esse: et perpendicularem ab R ad K Ω ductam cadere inter K et O, quæ sit R T. Si autem a punctis G, B ducantur ipsi R T æquidistantes; pars quidem solidæ magnitudinis, quæ in humido est, sursum



* Suppleta a Federico Commandino.

feretur ſecundum perpendicularem per G ductam: quæ autem extra humidum, ſecundum perpendicularem per B deorſum feretur: et non manebit ſolidum A P O L ſic habens in humido: ſed quod quidem eſt ad A, feretur ſurſum: quod autem ad L, deorſum; donec P F fiat ſecundum perpendicularem.

PROP. IV.

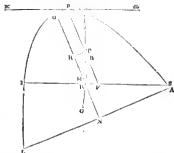
Recta portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido levior, et axem habuerit majorem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem: ſi in gravitate ad humidum æqualis molis non minorem proportionem habeat ea, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur.

Sit portio conoidis rectanguli, qualis dicta eſt: et demiſſa in humidum, ſi fieri poteſt, non ſit recta; ſed inclinata: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, portionis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio A P O L, axis portionis, et ſectionis diameter N O; et ſuperficiei humidi ſectio ſit I S. Si igitur portio non eſt recta, non faciet N O cum I S angulos æquales. Ducatur K Ω contingens rectanguli coni ſectionem in P; æquidiſtanſque ipſi I S: et a puncto P ipſi O N æquidiſtans ducatur P F. Itaque ſumantur centra gravitatum: et ſolidi quidem A P O L centrum ſit R; ejus autem, quod intra humidum, centrum B: junctaque B R producatur ad G, ut G ſit centrum gravitatis ſolidi, quod extra humidum. Quoniam igitur N O ipſius quidem R O ſeſquialtera eſt; ejus autem, quæ uſque ad axem, major quam ſeſquialtera: patet R O majorem eſſe, quam quæ uſque ad axem. Sit ei, quæ uſque ad axem æqualis R H: et O H dupla ipſius H M. Quod cum N O ipſius R O ſeſquialtera ſit; itemque M O ipſius O H: et reliqua N M reliquæ R H ſeſquialtera erit. Ergo axis tanto major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, quanta eſt linea M O. Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non minorem in gravitate proportionem habere, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe. Quare conſtat portionem ad humidum in gravitate non minorem proportionem habere, quam quadratum lineæ M O ad quadratum ipſius N O. Sed quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem portio ipſius demerſa habet ad totam portionem: hoc enim ſupra demonſtratum eſt; et quam proportionem habet demerſa portio ad totam, eam quadratum P F habet ad N O quadratum: cum demonſtratum ſit in iis, quæ de conoidibus, et ſphæroidibus, ſi a rectangulo conoide duæ portiones planis quomodocunque ductis abſcindantur, portiones inter ſe eandem habere proportionem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus conſtituuntur. Non minorem ergo proportionem habet quadratum P F ad quadratum N O, quam quadratum M O ad idem N O quadratum. Quare P F non eſt minor ipſa M O; nec B P item minor H O. Si igitur ab H ducatur linea ad rectos angulos ipſi N O, coibit cum B P, atque inter B, et P cadet. Coeat in T. Et quoniam P F quidem æquidiſtans eſt diametro, H T autem ad diametrum perpendicularis; et R H æqualis ei, quæ uſque ad axem: ducta linea ab R ad T et producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto P contingente. Quare et cum I S, et cum humidi ſuperficie, quæ per I S tranſit. Itaque ſi per B, G puncta lineæ ipſi R T æquidiſtantes ducantur, angulos rectos facient cum ſuperficie humidi: et quod quidem in humido eſt ſolidum conoidis feretur ſurſum ſecundum eam, quæ per B ducta fuerit ipſi R T æquidiſtans: quod autem extra humidum, ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur. Atque hoc tandiu fiet, quoad conoides rectum conſtituatur.

PROP. V.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem, quam sesquialterum ejus, quæ usque ad axem; si ad humidum in gravitate non majorem proportionem habeat, quam excessus, quo quadratum quod fit ab axe majus est quadrato, quod ab excessu, quo axis major est, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius tota sit in humido; et posita inclinata non manebit inclinata, sed restituetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem fiat.

Demittatur enim in humidum portio aliqua, qualis dicta est: et sit basis ipsius tota in humido. Secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, erit sectio rectanguli coni sectio, quæ sit APOL: axis portionis, et sectionis diameter NO: superficiei autem humidi sectio sit IS. Quoniam igitur axis non est secundum perpendicularem; ipsa NO cum IS non faciet angulos æquales. Ducatur KΩ contingens sectionem APOL in P; atque ipsi IS æquidistans: per P autem ducatur PF æquidistans ipsi NO: et sumantur gravitatum centra: sitque ipsius APOL solidi centrum R; ejus quod extra humidum sit B: et juncta BR producatur ad G, quod sit centrum gravitatis solidi in humido demersi: sumatur prætera RH æqualis ei, quæ usque ad axem: OH autem dupla ipsius HM; et alia fiant, sicuti superius dictum est. Itaque cum portio ad humidum in gravitate non majorem proportionem habere ponatur, quam excessus, quo quadratum NO excedit quadratum MO, ad ipsum NO quadratum: et quam proportionem in gravitate portio habet ad humidum æqualis molis, eandem habeat magnitudo portionis demersa ad totam portionem, quod demonstratum est in prima propositione: magnitudo demersa non majorem proportionem habebit ad totam portionem, quam sit dicta illa proportio. Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ est extra humidum, quam quadratum NO ad quadratum MO. Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum NO ad quadratum PF. Quadratum igitur NO ad quadratum PF non majorem proportionem habet, quam ad quadratum MO. Ex quo efficitur, ut PF non sit minor ipsa OM; neque PB ipsa OH. Quæ ergo ab H ducitur ad rectos angulos ipsi NO, coibit cum BP inter P et B. Coeat in T. Et quoniam in rectanguli coni sectione PF est æquidistans diametro NO; HT autem ad diametrum perpendicularis: et RH æqualis ei, quæ usque ad axem: constat RT productam facere angulos rectos cum ipsa KPΩ. Quare et cum IS. Ergo RT perpendicularis est ad superficiem humidi. Et si per B, G puncta ducantur æquidistantes ipsi RT, ad superficiem humidi perpendiculares erunt. Portio igitur, quæ est extra humidum, deorsum in humidum feretur secundum perpendicularem per B ductam; quæ vero intra humidum, secundum perpendicularem per G sursum feretur: et non manebit solida portio APOL, sed intra humidum movebitur, donec utique ipsa NO secundum perpendicularem fiat.



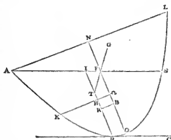
PROP. VI.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem quidem quam sesquialterum ejus, quæ usque ad axem, minorem vero, quam ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demissa adeo, ut basis ipsius contingat humidum, nunquam consistet inclinata ita, ut basis in uno puncto humidum contingat.

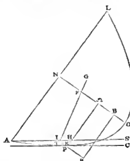
Sit portio, qualis dicta est, et in humidum demittatur, sicuti diximus, adeo ut basis ejus in uno

puncto contingat humidum. Demonstrandum est non manere ipsam portionem, sed revolvi ita, ut basis nullo modo humidi superficiem contingat.

Secta enim ipsa per axem, plano ad superficiem humidi recto, sit sectio superficiei portionis A P O L rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit A S: axis autem portionis, ac sectionis diameter N O: et secetur in F quidem ita, ut O F sit dupla ipsius F N; in Ω vero, ut N O ad F Ω eandem habeat proportionem, quam quindecim ad quatuor: et ipsi N O ad rectos angulos ducatur Ω K. Itaque quoniam N O ad F Ω majorem habet proportionem, quam ad eam, quæ usque ad axem; sit ei, quæ usque ad axem æqualis F B: et ducatur P C quidem ipsi A S æquidistans, contingensque sectionem A P O L in P; P I vero æquidistans ipsi N O: et primum secet P I ipsam K Ω in H. Quoniam ergo in portione A P O L,



quæ continetur recta linea, et rectanguli coni sectione, K Ω quidem æquidistans est ipsi A L; P I vero diametro æquidistat: secaturque ab ipsa K Ω in H: et A S æquidistat contingenti in P: necessarium est ipsam P I ad P H vel eandem proportionem habere, quam habet N Ω ad Ω O, vel majorem: hoc enim jam demonstratum est. At vero N Ω sesquialtera est ipsius Ω O. Et P I igitur vel sesquialtera est ipsius H P; vel major, quam sesquialtera. Quare P H ipsius H I aut dupla est, aut minor, quam dupla. Sit autem P T dupla T I. Erit centrum gravitatis ejus, quod est in humido, punctum T. Itaque juncta T F producatur; sitque ejus, quod extra humidum gravitatis centrum G: et a puncto B ad rectos angulos ducatur ipsi N O ducatur B R. Quod cum P I quidem sit æquidistans diametro N O: B R autem ad diametrum perpendicularis: et F B æqualis ei, quæ usque ad axem: perspicuum est F R productam æquales facere angulos cum ea, quæ sectionem A P O L in puncto P contingit. Quare et cum A S: et cum superficie humidi. Lineæ autem ductæ per T, G æquidistantes ipsi F R, erunt et ad humidi superficiem perpendiculares: et solidi A P O L magnitudo, quæ et intra humidum sursum feretur secundum perpendicularem per T ductam; quæ vero extra humidum secundum eam, quæ per G, deorsum feretur. Revolvetur ergo solidum A P O L: et basis ipsius nullo modo humidi superficiem continget. At si P I lineam K Ω non secet, ut in secunda figura; manifestum est punctum T, quod est centrum gravitatis demersæ portionis, cadere inter P et I: et reliqua similiter demonstrabuntur.



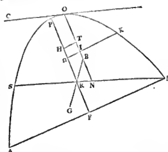
PROP. VII.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem quidem quam sesquialterum ejus, quæ usque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demissa, adeo ut basis ipsius tota sit in humido; nunquam consistet ita, ut basis contingat humidi superficiem: sed ut tota in humido sit, et nullo modo ejus superficiem contingat.

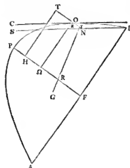
Sit portio qualis dicta est: et demittatur in humidum, ut diximus, adeo ut basis ipsius in uno

puncto contingat humidi ſuperficiem. Demonſtrandum eſt non manere ipſam: ſed revolvi ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat.

Secta enim ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit A P O L rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit S L: axis portionis, et ſectionis diameter P F: ſeceturque P F in R quidem ita ut R P ſit dupla ipſius R F; in Ω autem ut P F ad R Ω proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: et Ω K ipſi P F ad rectos angulos ducatur. Erit R Ω minor, quam quæ uſque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ uſque ad axem æqualis R H: et C O quidem ducatur contingens ſectionem in O, quæ ipſi S L æquidiſtet; N O autem æquidiſtet P F: et primum ipſam K Ω ſecet, atque in puncto I. Similiter ut in ſuperioribus demonſtrabitur N O, vel ſeſquialtera ipſius O I, vel major, quam ſeſquialtera. Sit autem O I minor, quam dupla ipſius I N: ſitque O B dupla B N: et diſponantur eadem, quæ ſupra.



Similiter demonſtrabimus, ſi ducatur linea R T, facere eam angulos rectos cum linea C O, et cum ſuperficie humidi. Quare a punctis B, G lineæ ductæ ipſi R T æquidiſtantes, etiam ad humidi ſuperficiem perpendiculares erunt. Portio igitur quæ eſt extra humidum deorſum feretur ſecundum eam perpendicularem, quæ per B tranſit; quæ vero intra humidum, ſecundum eam, quæ per G, ſurſum feretur. Ex quibus conſtat revolvi ſolidum, ita ut baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens deorſum fertur ex parte L. Quod ſi N O non ſecuerit ipſam Ω K, eadem nihilominus demonſtrabuntur.



P R O P. VIII.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quidem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: ſi in gravitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod ſit ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; neque in rectum reſtituetur, neque manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem ei, de quo infra dicetur.

Sit portio qualis dicta eſt; ſitque B D æqualis axi: et B K quidem dupla ipſius K D: R K vero æqualis ei, quæ uſque ad axem: et ſit C B ſeſquialtera B R. Erit et C D ipſius K R ſeſquialtera. Quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, habeat quadratum F Q ad quadratum D B: et ſit F dupla ipſius Q. Perſpicuum igitur eſt F Q ad D B proportionem minorem habere ea, quam habet C B ad B D. Eſt enim C B exceſſus, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem: quare F Q minor eſt ipſa B C: et idcirco F minor ipſa B R. Sit ipſi F æqualis R Ψ: ducaturque ad B D perpendicularis Ψ E, quæ poſſit dimidium ejus, quod lineis K R, Ψ B continetur: et jungatur B E. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam,

ſicuti dictum eſt, conſiſtere inclinatam ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat angulo E B Ψ æqualem.

Demittatur enim aliqua portio in humidum, ut baſis ipſius humidi ſuperficiem non cootingat: et ſi fieri poteſt, axis cum ſuperficie humidi non faciat angulum æqualem angulo E B Ψ; ſed primo majorem. Secta autem portione plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſit ſectio A P O L rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio X S: ſitque axis portionis, et ſectionis diameter N O: et ducatur P Y quidem ipſi X S æquidiſtans, quæ ſectionem A P O L contingat in P: P M vero æquidiſtans ipſi N O: et P I ad N O perpendicularis. Sit præterea B R æqualis O Ω. Itemque R K ipſi T Ω: et Ω H perpendicularis ad axem. Itaque quoniam ponitur axis portioois cum ſuperficie humidi facere angulum majorem angulo B: erit angulus P Y I angulo B major. Majorem ergo proportionem habet quadratum P I ad quadratum Y I, quam quadratum E Ψ ad Ψ B quadratum. Sed quam proportionem habet quadratum P I ad quadratum I Y, eandem linea K R habet ad lioeam I Y: et quam proportionem habet quadratum E Ψ ad quadratum Ψ B, eandem habet dimidium lineæ K R ad lineam Ψ B. Quare majorem habet proportionem K R ad I Y, quam dimidium K R ad Ψ B: et idcirco I Y minor eſt, quam dupla Ψ B. Eſt autem ipſius O I dupla. Ergo O I minor eſt, quam Ψ B: et I Ω major, quam Ψ R. Sed Ψ R eſt æqualis ipſi F. Major igitur eſt I Ω, quam F. Et quoniam portio ad humidum in gravitate eam ponitur habere proportionem, quam quadratum F Q ad quadratum B D: quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habet pars ipſius demerſa ad totam portionem: et quam pars ipſius demerſa habet ad totam, eandem habet quadratum P M ad quadratum O N: ſequitur quadratum P M ad quadratum O N eam proportionem habere, quam quadratum F Q ad B D quadratum. Atque ideo F Q æqualis eſt ipſi P M. Demonſtrata eſt autem P H major, quam F. Conſtat igitur P M minorem eſſe, quam ſeſquialteram ipſius P H: et idcirco P H majorem, quam duplam H M. Sit P Z ipſius Z M dupla. Erit T quidem centrum gravitatis totius ſolidi: centrum ejus partis, quæ intra humidum, punctum Z: reliquæ vero partis centrum erit in linea Z T producta uſque ad G. Eodem modo demonſtrabitur linea T H perpendicularis ad ſuperficiem humidi. Et portio demerſa in humido feretur extra humidum ſecundum perpendicularem, quæ per Z ad humidi ſuperficiem ducta fuerit: quæ autem eſt extra humidum ſecundum eam, quæ per G, intra humidum feretur. Non ergo manebit portio ſic inclinata, ut ponitur: ſed neque reſtituetur recta: quoniam perpendicularium per Z, G ductarum, quæ quidem per Z ducitur, ad eas partes cadit, in quibus eſt L; et quæ per G ad eas, in quibus eſt A. Quare ſequitur centrum Z ſurſum ferri: et G deorſum. Ergo partes totius ſolidi, quæ ſunt ad A, deorſum; quæ vero ad L, ſurſum ferentur. Rurſus alia eadem ponantur: axis autem portionis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorem eo, qui eſt ad B. Minorem igitur proportionem habet quadratum P I ad quadratum I Y, quam quadratum E Ψ ad Ψ B quadratum: quare K R ad I Y minorem proportionem habet, quam dimidium K R ad Ψ B: et propterea I Y major eſt, quam dupla Ψ B. Eſt autem ipſius O I dupla. Ergo O I ipſa Ψ B major erit.

Sed tota OΩ est æqualis ipsi RB: et reliqua ΩI minor quam ΨR. Quare et PH minor erit, quam F. Quod cum MP ipsi FQ sit æqualis, constat PM majorem esse, quam sesquialteram ipsius PH: et PH minorem, quam duplam HM. Sit PZ ipsius ZM dupla. Rursus totius quidem solidi centrum gravitatis erit punctum T; ejus vero partis, quæ intra humidum, Z: et juncta ZT inveniatur centrum gravitatis ejus, quæ extra humidum in protracta, quod sit G. Itaque per Z, G ductis perpendicularibus ad humidi superficiem, quæ ipsi TH æquidistent; sequitur portionem ipsam non manere, sed revolvi adeo, ut axis cum superficie humidi angulum faciat majorem eo, quem nunc facit.

Et quoniam cum antea posuissem facere angulum majorem angulo B, portio neque tunc consistebat; perspicuum est ipsam consistere, si angulum fecerit angulo B æqualem. Sic enim erit IO æqualis ΨB: itemque ΩI æqualis ΨR: et PH ipsi F. Erit igitur MP sesquialtera PH; et PH dupla HM. Quare cum H sit centrum gravitatis ejus partis, quæ est in humido, per eandem perpendicularem, et ipsa sursum, et quæ extra est, feretur deorsum. Manebit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non repelletur.

PROP. IX.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quidem, quam sesquialterum ejus, quæ usque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; et in gravitate ad humidum proportionem habeat majorem, quam excessus, quo quadratum, quod fit ab axe majus est quadrato, quod ab excessu, quo axis est major, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in humidum demissa adeo, ut basis ipsius tota sit in humido, et posita inclinata, nec convertetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem sit, nec manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem angulo similiter ut prius, assumpto.

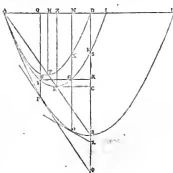
Sit portio, qualis dicta est: ponaturque DB æqualis axi portionis: et BK quidem sit dupla ipsius KD; KR autem æqualis ei, quæ usque ad axem: et CB sesquialtera BR. Quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habeat excessus, quo quadratum BD excedit quadratum FQ, ad ipsum BD quadratum: et sit F ipsius Q dupla. Constat igitur excessum, quo quadratum BD excedit quadratum BC ad quadratum BD, minorem habere proportionem, quam excessus, quo quadratum BD excedit quadratum FQ ad BD quadratum. Est enim BC excessus quo axis portionis major est, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem. Quare quadratum BD magis excedit quadratum FQ, quam BC quadratum: et idcirco linea FQ minor est, quam BC: itemque F minor, quam BR. Sit ipsi F æqualis RΨ: et ducatur ΨE perpendicularis ad BD, quæ possit dimidium ejus, quod ipsis KR, ΨB, continetur. Dico portionem in humidum demissam adeo, ut basis ipsius tota sit in humido, ita consistere, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo B æqualem.

Demittatur enim portio in humidum, sicuti dictum est; et axis cum humidi superficie non faciat angulum æqua-

lem ipsi B, sed primo majorem: secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, sectio portionis sit A P O L rectanguli coni sectio; superficiei humidi sectio C I; sitque axis portionis, et sectionis diameter N O, quæ secetur in punctis Ω, T, ut prius: et ducantur Y P quidem ipsi C I æquidistans, contingensque sectionem in P; M P vero æquidistans N O: et P S ad axem perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum superficie humidi facit angulum majorem angulo B; erit et angulus S Y P angulo B major. Quare quadratum P S ad quadratum S Y majorem habet proportionem, quam quadratum Ψ E ad quadratum Ψ B: et propterea K R ad S Y majorem habet, quam dimidium ipsius K R ad Ψ B. Ergo S Y minor est quam dupla Ψ B; et SO minor, quam Ψ B. Quare S Ω major, quam RΨ; et P H major, quam F. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam habet proportionem, quam excessus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q ad quadratum B D: quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem pars ipsius demersa habet ad totam portionem: sequitur partem demersam ad totam portionem, eam proportionem habere, quam excessus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q, ad quadratum B D. Habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humidum proportionem eandem, quam quadratum B D ad quadratum F Q. Sed quam proportionem habet tota portio ad eam, quæ est extra humidum, eandem habet quadratum N O ad quadratum P M. Ergo P M ipsi F Q æqualis erit. Demonstrata est autem P H major, quam F: quare M H minor erit, quam Q; et P H major, quam dupla H M. Sit igitur P Z dupla ipsius Z M: et juncta Z T producatur ad G. Erit totius quidem portionis gravitatis centrum T: ejus, quæ est extra humidum, Z: reliquæ vero partis, quæ in humido, centrum erit in linea Z T producta; quod sit G. Demonstrabitur similiter, ut prius, T H perpendicularis ad superficiem humidi: et quæ per Z, G ducuntur æquidistantes ipsi T H, ad eandem perpendiculares. Ergo portio, quæ est extra humidum deorsum feretur secundum eam quæ per Z transit; quæ vero intra, secundum eam, quæ per G, sursum elevabitur. Non igitur manebit portio sic inclinata, nec convertetur ita, ut axis ad superficiem humidi sit perpendicularis: quoniam quæ ex parte L deorsum; quæ vero ex parte A, sursum ferentur, ut ex jam demonstratis apparere potest. Quod si axis cum superficie humidi fecerit angulum minorem angulo B, similiter demonstrabitur, non manere portionem, sed inclinari, donec utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo B æqualem.

PROP. X.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem, quam ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humidum: non nunquam quidem recta consistet; non nunquam inclinata: et interdum adeo inclinata, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi: idque in duabus dispositionibus: interdum quidem ita, ut basis in humidum magis demergatur: interdum vero ita, ut superficiem humidi nullo modo contingat; secundum proportionem, quam habet ad humidum in gravitate. Eorum quæ dicta sunt, singula inferius demonstrabuntur.



Sit portio qualis dicta est: et secta ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, sectio sit A P O L rectanguli coni sectio: axis portionis, et sectionis diameter B D; seceturque B D in puncto quidem K ita, ut B K dupla sit ipsius K D: in C vero ita, ut BD ad KC proportionem habeat eandem, quam quindecim ad quatuor. Constat igitur KC majorem esse, quam quæ usque ad axem. Sit ei, quæ usque ad axem, æqualis KR: et ipsius KR sesquialtera D S. Est autem et SB sesquialtera ipsius BR. Itaque jungatur A B; et per C ducatur CE perpendicularis ad BD, quæ lineam A B in puncto E secet: et per E ducatur E Z æquidistans BD. Rursus ipsa

A B bifariam in T divifa, ducatur T H eidem B D æquidiftans: et intelligantur rectanguli coni fectiones defcriptæ: A E I quidem circa E Z diametrum; A T D vero circa diametrum T H; quæ fimiles fint portioni A B L. Tranfibit igitur A E I coni fectio per K: et quæ ab R ducta eft perpendicularis ad B D, ipfam A E I fecabit. Secet in punctis Y, G: et per Y, G ducantur ipfi B D æquidiftantes P Y Q, O G N, quæ fecent A T D in F, X. Ducantur poftremo, et P ϕ, O χ contingentes fectionem APOL in punctis P, O. Cum ergo tres portiones fint A P O L, AEI, A T D, contentæ rectis lineis, et rectangulorum conorum fectionibus; eæque fimiles, et inæquales, quæ contingunt fefe fuper unamquanque bafim: a puncto autem N furfum ducta fit N X G O; et a Q ipfa Q F Y P: habebit O G ad G X proportionem compofitam ex proportione, quam habet I L ad L A; et ex proportione, quam A D habet ad D I. Sed I L ad L A habet eandem, quam duo ad quinque. Etenim CB ad B D eft, ut fex ad quindecim; hoc eft ut duo ad quinque: et ut C B ad B D, ita E B ad B A: et D Z ad D A: harum autem D Z, D A duplæ funt ipfæ L I, L A: et A D ad D I eam proportionem habet, quam quinque ad unum. Sed proportio compofita ex proportione, quam habet duo ad quinque; et ex proportione, quam quinque ad unum; eft eadem, quam habent duo ad unum: duo autem ad unum duplam proportionem habent. Dupla eft igitur G O ipfius G X: et eadem ratione oftendetur P Y ipfius Y F dupla. Itaque quoniam D S fefquialtera eft ipfius K R; erit BS exceffus, quo axis eft major, quam fefquialter ejus, quæ ufque ad axem. Si igitur portio ad humidum in gravitate eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit a linea B S ad quadratum, quod a B D, aut majorem; in humidum demiffa, ita ut bafis ipfius non contingat humidum, recta confiftet. Demonftratum eft enim fuperius, portionem, cujus axis eft major, quam fefquialter ejus, quæ ufque ad axem, fi ad humidum in gravitate non minorem proportionem habeat, quam quadratum, quod fit ad exceffu, quo axis major eft, quam fefquialter ejus, quæ ufque ad axem, ad quadratum, quod ab axe; demiffam in humidum, ita ut dictum eft, rectam confiftere.*

II.

Si portio ad humidum in gravitate minorem quidem proportionem habeat, quam quadratum S B ad quadratum B D; majorem vero, quam quadratum X O ad quadratum B D; demiffa in humidum, adeo inclinata, ut bafis ipfius non contingat humidum, inclinata confiftet; ita ut bafis fuperficiem humidi nullo modo contingat; et axis cum humidi fuperficie angulum faciat majorem angulo χ.

III.

Si portio ad humidum in gravitate, eam habeat proportionem, quam quadratum X O ad quadratum B D; demiffa in humidum inclinata adeo, ut bafis ipfius non contingat humidum; confiftet, et manebit ita, ut bafis in uno puncto humidi fuperficiem contingat: et axis cum fuperficie humidi angulum faciat angulo χ æqualem. Quod fi portio ad humidum in gravitate eam proportionem habeat, quam quadratum P F ad quadratum B D; in humidum demiffa, et pofita inclinata adeo, ut bafis ipfius non contingat humidum; confiftet inclinata, ita ut bafis in uno puncto humidi fuperficiem contingat: et axis cum ea faciat angulum angulo Φ æqualem.

IV.

Si portio ad humidum in gravitate majorem quidem proportionem habeat, quam quadratum F P ad quadratum B D; minorem vero, quam quadratum X O ad B D quadratum; in humidum demiffa, et inclinata adeo, ut bafis ipfius non contingat humidum confiftet, et manebit ita, ut bafis in humidum magis demergatur.

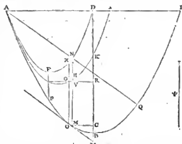
V.

Si portio ad humidum in gravitate proportionem habeat minorem, quam quadratum F P ad quadratum B D: demiffa in humidum, et pofita inclinata adeo ut bafis ipfius non contingat humidum: confiftet inclinata, ita ut axis ipfius cum humidi fuperficie angulum faciat minorem angulo Φ: et bafis nullo modo fuperficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonftrabuntur.

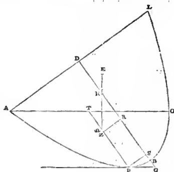
* Quæ hac decima Propofitione continentur, Archimedes in quinque partes diffecuit, quarum primam, ut fupra, demonftravit.

DEMONSTRATIO SECUNDÆ PARTIS.

Itaque primum habeat portio ad humidum in gravitate proportionem quidem majorem, quam quadratum X O ad quadratum B D; minorem vero, quam quadratum, quod fit ab excessu, quo axis est major, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem, ad quadratum B D: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habeat quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum B D: erit Ψ major quidem, quam X O, minor vero, quam excessus, quo axis est major, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem. Aptetur quædam recta linea M N conicis sectionibus A M Q L, A X D interjecta, ac media, quæ lineæ Ψ sit æqualis; secetque reliquam coni sectionem in puncto H; et rectam lineam R G in V. Demonstrabitur M H dupla ipsius H N, sicuti demonstratum est O G ipsius G X duplam esse. A puncto autem M ducatur M Y contingens sectionem A M Q L in M: et M C ad B D perpendicularis. Postea ducta A N, et producta ad Q, lineæ A N, N Q inter se æquales erunt. Quoniam enim in similibus portionibus A M Q L, A X D ductæ sunt a basibus ad portiones lineæ A Q, A N, quæ æquales angulos continent cum ipsis basibus, eandem proportionem habebit Q A ad A N, quam L A ad A D. Æqualis est ergo A N ipsi N Q; et A Q ipsi M Y æquidistans. Demonstrandum est portionem in humidum demissam, inclinatamque adeo, ut basis ipsius non contingat humidum, inclinatam consistere ita, ut basis superficiem humidi nullo modo contingat: et axis cum ea faciat angulum angulo χ majorem.



Demittatur enim in humidum, consistatque ita, ut basis ipsius in uno puncto contingat humidi superficiem: et secta ipsa portione per axem, plano ad humidi superficiem recto; superficiei quidem portionis sectio sit A P O L rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit A O: axis autem portionis, et sectionis diameter B D: et secetur B D in punctis K, R, ut dictum est: ducatur etiam P G æquidistans ipsi A O, quæ sectionem A P O L contingat in P: atque ab eo puncto ducatur P T æquidistans ipsi B D; et P S ad B D perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum B D: quam vero proportionem habet portio ad humidum, eandem pars ipsius demersa habet ad totam portionem: et quam pars demersa ad totam, eandem habet quadratum T P ad B D quadratum: erit linea Ψ æqualis ipsi T P. Quare et lineæ M N, P T; itemque portiones A M Q, A P O inter se sunt æquales. Quod cum in portionibus æqualibus, et similibus, A P O L, A M Q L ab extremitatibus basium ductæ sint A O, A Q ita, ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales; et anguli, qui ad Y, G: et lineæ Y B, G B, et B C, B S inter se æquales erunt. Quare et ipsæ C R, S R: et M V, P Z: et V N, Z T. Quoniam igitur M V minor est, quam dupla V N; constat P Z ipsius Z T minorem esse, quam duplam. Sit P Ω dupla ipsius Ω T: et juncta Ω K ad E producatur. Ergo totius quidem portionis centrum gravitatis erit punctum K, partis ejus, quæ in humido est, centrum Ω; ejus vero, quæ extra humidum in

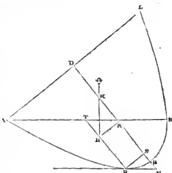


linea KE, quod sit E. Sed linea KZ perpendicularis erit ad superficiem humidi. Quare et lineæ quæ per puncta E, Ω, æquidistantes ipsi KZ ducuntur. Non ergo manebit portio, sed revolvetur ita, ut basis ipsius superficiem humidi nullo modo contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens, sursum fertur ex parte A. Perspicuum est igitur portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum majorem angulo χ.

DEMONSTRATIO TERTIÆ PARTIS.

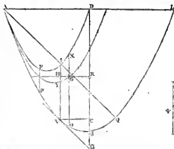
Habeat deinde portio ad humidum eam in gravitate proportionem, quam quadratum XO habet ad quadratum BD: et in humidum demittatur adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum. Secta autem ipsa per axem plano ad humidi superficiem recto, solidi sectio sit rectanguli coni sectio APML: superficiei humidi sectio sit IM: axis portionis, et sectionis diameter BD: seceturque BD sicuti prius: et ducatur PN quidem ipsi IM æquidistans, et contingens sectionem in P; PT vero æquidistans BD, et PS ad ipsam BD perpendicularis. Demonstrandum est, portionem non consistere ita, sed inclinari, donec basis in uno puncto superficiem humidi contingat. Maneant enim eadem, quæ in superiori figura: ducaturque OC ad BD perpendicularis: et juncta AX ad Q producatur. Erit AX æqualis ipsi XQ. Deinde ducatur Oχ ipsi AQ æquidistans. Quoniam igitur portio ad humidum eam in gravitate proportionem habere ponitur, quam quadratum XO ad quadratum BD: et eandem proportionem habet pars ipsius demersa ad totam; hoc est quadratum TP ad quadratum BD: æqualis utique erit TP ipsi XO: cumque portionum IPM, AOQ diametri sint æquales, et portiones ipsæ æquales erunt. Rursus quoniam in portionibus æqualibus, et similibus AOQL, APML, ductæ sunt lineæ AQ, IM, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate basis, hæc autem non ab extremitate: constat eam, quæ ab extremitate basis ducta est, minorem facere angulum acutum cum diametro totius portionis. Et quoniam angulus, qui ad χ, minor est angulo, qui ad N; major erit BC, quam BS: CR autem, quam SR minor. Quare et OG minor, quam PZ: et GX major, quam ZT. Ergo PZ major est, quam dupla ZT; quia OG ipsius GX est dupla. Sit PH dupla HT: et juncta HK ad Ω producatur. Erit totius quidem portionis centrum gravitatis K; partis ejus, quæ intra humidum, H; ejus vero, quæ extra humidum, in linea KΩ, quod sit Ω. Itaque demonstrabitur similiter et KZ ad humidi superficiem perpendicularis, et quæ per puncta H, Ω æquidistantes ipsi KZ ducuntur. Quare non manebit portio, sed inclinabitur, donec basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi: atque ita consistet. Nam in portionibus æqualibus AOQL, APML, ductæ erunt ab extremitatibus basium AQ, AM, quæ

æquales portiones abſcindunt: etenim A O Q ipſi A P M, ut in ſuperioribus, æqualis demonſtrabitur. Ergo æquales faciunt acutos angulos A Q, A M cum diametris baſium: quod anguli ad χ et N æquales ſint. Quare ſi ducta H K ad Ω producatur, erit totius portionis gravitatis centrum K; partis ejus, quæ in humido, H; at ejus, quæ extra humidum, in linea H K; quod ſit Ω: et H K ad humidi ſuperficiem perpendicularis. Per eaſdem igitur rectas lineas, quod quidem in humido eſt, furſum, et quod extra humidum deorſum feretur. Quare manebit portio, cujus baſis humidi ſuperficiem in uno puncto continget: et axis cum ipſa angulum faciet æqualem angulo χ. Similiter demonſtrabitur portionem, quæ ad humidum in gravitate eandem proportionem habeat, quam quadratum P F ad quadratum B D in humidum demiſſam, ita ut baſis ipſius non contingat humidum, inclinatam conſiſtere adeo, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: et axis cum ipſa faciat angulum angulo ◆ æqualem.



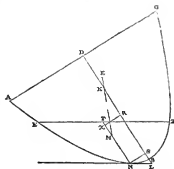
DEMONSTRATIO QUARTÆ PARTIS.

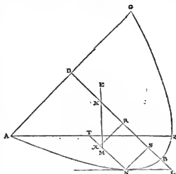
Habeat rurſum portio ad humidum in gravitate proportionem quidem majorem, quam quadratum F P ad quadratum B D; minorem vero, quam quadratum X O ad B D quadratum: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem habeat quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum B D. Erit Ψ major, quam F P, et minor, quam X O. Aptetur ergo quædam recta linea I V inter portiones A V Q L, A X D interjecta, quæ ſit æqualis Ψ, et ipſi B D æquidiſtans: occurratque reliquæ ſectioni in Y. Rurſus V Y dupla ipſius Y I demonſtrabitur, ſicuti demonſtrata eſt O G ipſius G X dupla. Ducatur autem ab V linea V Ω, quæ ſectionem A V Q L in V contingat: et juncta A I ad Q producatur. Eodem modo oſtendemus lineam A I ipſi I Q æqualem eſſe: et A Q ipſi V Ω æquidiſtantem. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, ita conſiſtere, ut baſis in humidum magis demergatur quam ut in uno puncto ejus ſuperficiem contingat.



Demittatur enim in humidum, ut dictum eſt; et jaceat primo ſic inclinata, ut baſis nullo modo contingat ſuperficiem humidi. Secta autem ipſa plano per axem ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio A N Z G; ſuperficiei humidi E Z: axis portionis, et ſectionis diameter B D: ſeceturque B D in punctis K, R, ſicuti prius; et ducatur N L quidem ipſi E Z æquidiſtans; quæ contingat ſectionem A N Z G in N; et N T æquidiſtans ipſi B D: N S vero ad B D perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum B D: erit Ψ ipſi N T æqualis: quod ſimiliter demonſtrabitur, ut ſuperius. Quare et N T eſt æqualis ipſi V I. Portiones igitur A V Q, E N Z inter ſe ſunt

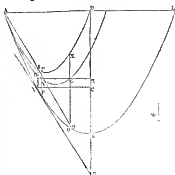
æquales. Et cum in æqualibus, et similibus portionibus A V Q L, A N Z G ductæ sint A Q, E Z, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate basis; hæc autem non ab extremitate: minorem faciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab extremitate basis ducitur. At triangulorum N L S, V Ω C angulus ad L angulo ad Ω major est. Ergo B S minor erit, quam B C: et S R major, quam C R: ideoque N χ major, quam V H; et χ T minor, quam H I. Quoniam igitur V Y dupla est ipsius Y I; constat N χ majorem esse, quam duplam χ T. Sit N M dupla ipsius M T. Perspicuum est ex iis, quæ dicta sunt, non manere portionem; sed inclinari, donec ejus basis contingat superficiem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in figura: et alia eadem disponantur demonstrabimus rursum N T æqualem esse ipsi V I: et portiones A V Q, A N Z inter sese æquales. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, et similibus A V Q L, A N Z G ductæ sunt A Q, A Z, portiones æquales auferentes; cum diametris portionum æquales angulos continebunt. Ergo triangulorum N L S, V Ω C anguli, qui consistunt ad L, Ω puncta, æquales sunt: et B S recta linea æqualis ipsi B C: S R ipsi C R, N χ ipsi V H: et χ T ipsi H I. Quod cum V Y dupla sit ipsius Y I, erit N χ major, quam dupla χ T. Sit igitur N M ipsius M T dupla. Rursus ex his manifestum est, non manere ipsam portionem; sed inclinari ex parte A: ponebatur autem portio humidi superficiem in uno puncto contingere. Ergo necesse est, ut ejus basis in humidum magis demergatur.





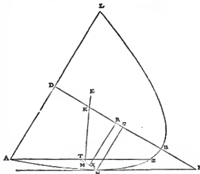
DEMONSTRATIO QUINTÆ PARTIS.

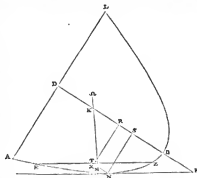
Habeat denique portio ad humidum in gravitate minorem proportionem, quam quadratum F P ad quadratum B D: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem quadratum, quod fit a linea ψ habeat ad quadratum B D. Erit ψ minor ipsa P F. Rursus aptetur quædam recta linea V I, sectionibus A V Q L, A X D interjecta, et ipsi B D æquidistans; quæ mediam coni sectionem in puncto H, et rectam lineam R Y in Y secet. Demonstrabitur V H dupla H I, quemadmodum demonstrata est O G ipsius G X dupla. Ducatur postea V Ω contingens A V Q L sectionem in V: et G C ad B D perpendicularis:



junctaque A I producatur ad Q. Erit ergo A I æqualis I Q: et A Q ipsi G Ω æquidistans. Demonstrandum est portionem in humidum demissam, inclinatamque adeo, ut basis ipsius non contingat humidum, consistere inclinatam ita, ut axis cum superficie humidi angulum faciat minorem angulo Φ: et basis humidi superficiem nullo modo contingat.

Demittatur enim in humidum; et consistat ita, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi. Secta autem portione per axem, plano ad humidi superficiem recto, sit portionis sectio A N Z L rectanguli coni sectio: superficiei humidi A Z: axis autem portionis, et sectionis diameter B D: seceturque B D in punctis K, R, ut superius dictum est: et ducatur N F quidem ipsi A Z æquidistans, et contingens coni sectionem in puncto N; N T vero æquidistans ipsi B D: et N S ad eandem perpendicularis. Quoniam igitur portio ad humidum in gravitate, eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit à Ψ ad quadratum B D: et quam habet portio ad humidum in gravitate, eandem quadratum N T habet ad B D quadratum, ex iis, quæ dicta sunt: constat N T lineæ Ψ æqualem esse. Quare et portiones A N Z, A G Q sunt æquales. Et quoniam in portionibus æqualibus, et similibus A G Q L, A N Z L, ab extremitatibus basium ductæ sunt A Q, A Z, quæ æquales portiones abscindunt: perspicuum est angulos facere æquales cum portionum diametris: et triangulorum N F S, G Ω C, angulos, qui ad F, Ω æquales esse: itemque æquales inter se, S B, C B; et S R, C R. Quare et N χ, G Y æquales: et χ T, Y I. Cumque G H dupla sit ipsius H I, erit N χ minor, quam dupla ipsius χ T. Sit igitur N M ipsius M T dupla: et juncta M K protrahatur ad E. Itaque centrum gravitatis totius erit punctum K: partis ejus, quæ est in humido, punctum M: ejus autem, quæ extra humidum, in linea protracta, quod sit E. Ergo ex proxime demonstratis patet, non manere portionem, sed inclinari adeo, ut basis nullo modo superficiem humidi contingat. At vero portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo Φ minorem, sic demonstrabitur. Consistat enim, si fieri potest, ut non faciat angulum minorem angulo Φ: et alia eadem disponantur; ut in subjecta figura. Eodem modo demonstrabimus N T æqualem esse Ψ, et propterea ipsi G I.





Et quoniam triangulorum P Φ C, N F S angulus F non est minor angulo Φ, non erit B S major,

quam BC. Ergo neque SR minor quam CR: neque Nχ minor quam PY. Sed cum PF sit major, quam NT: sitque PF sesquialtera PY: erit NT minor, quam sesquialtera Nχ: et idcirco Nχ major quam dupla χT. Sit autem NM dupla MT: et juncta MK producatur. Constat igitur ex jam dictis non manere portionem; sed revolvi ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo ϕ minorem.

ARCHIMEDIS,

UT ALIQUI CREDUNT,

LEMMATA

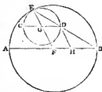
ABRAHAMI ECCHELLENSIS STUDIO

EX ARABICO IN LATINUM SERMONEM CONVERSA.

PROPOSITIO I.

SI mutuo ſe tangant duo circuli, ut duo circuli A E B, C E D in E, fuerintque eorum diametri parallelæ, ut ſunt duæ diametri A B, C D, et jungantur duo puncta B, D, et contactus E lineis D E, B D, erit linea B E recta.

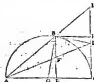
Sint duo centra G, F, et jungamus G F, et producamus ad E, et educamus D H parallelam ipſi G F. Et quia H F æqualis eſt ipſi G D, ſuntque G D, E G æquales; ergo ex æqualibus F B, F E remanebunt G F, nempe D H, et H B, quæ erunt æquales, atque duo anguli H D B, H B D æquales. Et quia duo anguli E G D, E F B atque duo anguli E G D, D H B ſunt æquales, remanebunt duo anguli G E D, G D E, qui inter ſe, et duobus angulis H D B, H B D æquales erunt. Ergo angulus E D G æqualis eſt angulo D B F. Et comprehenſus angulus G D B eſt communis. Ergo erunt duo anguli G D B, F B D (qui ſunt pares duobus rectis) æquales duobus angulis G D B, G D E. Igitur ipſi quoque ſunt æquales duobus rectis. Ergo linea E D B eſt recta: et hoc eſt, quod voluimus.



PROP. II.

Sit C B A ſemicirculus, quem rectæ contingant D C, D B; ſitque B E ad A C normalis; ducaturque recta A D et occurrat rectæ B E in F. Erit B F ipſi F E æqualis.

Jungatur enim A B, eaque cum C D producta in puncto I concurrat. Tum vero a puncto G, quod ſemicirculi C B A centrum eſt, jungatur G B; ducaturque, a puncto B, B H ipſi A C parallela. Et quoniam angulus E B H æqualis eſt angulo G B D, erit utique angulus D B H, communi ablato E B D, æqualis angulo G B E. Æqualis eſt autem angulus I B H angulo A B G, cum uterque angulo I A C ſit æqualis. Igitur angulus I B D, qui ex duobus componitur D B H, I B H, æqualis eſt angulo A B E, qui componitur ex duobus G B E, A B G. At vero etiam angulus B I D æqualis eſt angulo A B E. Igitur angulus I B D æqualis eſt angulo B I D. Quæ enim eidem



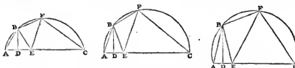
sunt æqualia et sibi invicem sunt æqualia. Hinc etiam recta B D rectæ I D æqualis est. Et cum æquales invicem sint rectæ B D, D C, æquales invicem erunt ipsæ etiam I D, D C. Quoniam vero similis sunt triangula tum A I D, A B F; tum A I C, A B E; tum A D C, A F E; ut I D ad B F, ita se habet D C ad F E; et permutando, ut I D ad D C, ita B F ad F E. Æqualis est autem I D ipsi D C. Æqualis est igitur etiam B F ipsi F E. Quod oportebat demonstrare.

Atque ita propositio vera esse deprehenditur, quo normalis cunque cadat B E, quam Arabus Interpres ponit in centrum G cadere, Græci Auctoris mentem non assecutus. Itaque, rejecta ejus demonstratione ut peculiari, generalissimam attulimus.*

PROP. III.

Sit C A segmentum circuli, et B punctum super illud ubicumque, et B D perpendicularis super A C, et segmentum D E æquale D A, et arcus B F æqualis arcui B A: utique juncta C F erit æqualis ipsi C E.

Demonstratio. Jungamus lineas A B, B F, F E, E B. Et quia arcus B A æqualis est arcui B F, erit A B æqualis B F. Et quia A D æqualis est E D, et duo anguli D sunt recti, et D B communis, ergo

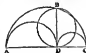


A B æqualis est B E, et propterea B F, B E sunt æquales; et duo anguli B F E, B E F sunt æquales. Et quia quadrilaterum C F B A est in circulo, erit angulus C F B cum angulo C A B ipsi oppposito, immo cum angulo B E A, æqualis duobus rectis. Sed angulus C E B cum angulo B E A, æquales sunt duobus rectis. Ergo duo anguli C F B, C E B sunt æquales, et remanent C F E, C E F æquales. Ergo C E æqualis est C F: et hoc est quod voluimus.

PROP. IV.

Sit A B C semicirculus, et fiant super A C diametrum duo semicirculi, quorum unus A D, alter vero D C, et D B perpendicularis. Utique figura proveniens, quam vocat Archimedes *ARBELON*, id est superficies comprehensa ab arcu semicirculi majoris, et duabus circumferentiis semicirculorum minorum, est æqualis circulo, cujus diameter est perpendicularis D B.

Demonstratio. Quia linea D B media proportionalis est inter duas lineas D A, D C, erit planum A D in D C æquale quadrato D B. Et ponamus A D in D C cum duobus quadratis A D, D C communiter. Fiet planum A D in D C bis cum duobus quadratis A D, D C, nempe quadratum A C, æquale duplo quadrati D B cum duobus quadratis A D, D C. Et proportio circulorum eadem est, ac proportio quadratorum. Ergo circulus, cujus diameter est A C, æqualis est duplo circuli, cujus diameter est D B cum duobus circulis, quorum diametri sunt A D, D C, et semicirculus A C æqualis est circulo, cujus diameter est D B cum duobus semicirculis A D, D C. Et auferamus duos semicirculos A D, D C communiter, remanent figura, quam continent semicirculi A C, A D, D C: et est figura, quam vocavit Archimedes Arbelon, æqualis circulo, cujus diameter est D B, et hoc est quod voluimus.

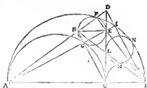


PROP. V.

Si fuerit semicirculus A B, et signatum fuerit in ejus diametro punctum C ubicumque, et fiant super diametrum duo semicirculi A C, C B, et educatur ex C perpendicularis C D super A B, et describantur ad utrasque partes duo circuli tangentes illam, et tangentes semicirculos, utique illi duo circuli sunt æquales.

* Vide Præfationem, Pag. xix.

Demonftratio. Sit alter circulorum tangens D C in E, et femicirculum A B in F, et femicirculum A C in G, et educamus diametrum H E. Erit parallela diametro A B, eo quod duo anguli H E C, A C E, funt recti. Et jungamus F H, H A, ergo linea A F eft recta, uti dictum eft in propofitione 1. et occurrent A F, C E in D, eo quod egrediuntur ab angulis A, C minoribus duobus rectis. Et jungamus etiam F E, E B. Ergo E F B eft etiam recta, uti diximus: et eft perpendicularis fuper A D, eo quod angulus A F B eft rectus, quia cadit in femicirculum A B. Et jungamus H G, G C. Erit H C etiam recta. Et jungamus E G, G A. Erit E A recta, et producamus eam ad I. Et jungamus B I,

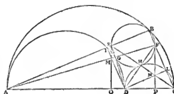


quæ fit etiam perpendicularis fuper A I. Et jungamus D I. Et quia A D, A B funt duæ rectæ, et educta ex D ad lineam A B perpendicularis D C, et ex B ad D A perpendicularis B F; quæ fe mutuo fecant in E, et educta A E ad I eft perpendicularis fuper B I, erunt B I D rectæ, quemadmodum oftendimus in Propofitionibus, quas confecimus in expofitione tractatus de triangulis rectangulis. Et quia duo anguli A G C, A I B funt recti, utique B D, C G funt parallelæ, et proportio A D ad D H, quæ eft ut A C ad H E, eft ut proportio A B ad B C. Ergo rectangulum A C in C B æquale eft rectangulo A B in H E. Et fimiliter demonftratur in circulo L M N, quod rectangulum A C in C B æquale fit rectangulo A B in fuam diametrum: et demonftratur inde etiam, quod duæ diametri circulorum E F G, L M N, fint æquales. Ergo illi duo circuli funt æquales. Et hoc eft quod voluimus.

P R O P. VI.

Si fuerit femicirculus A B C, et in ejus diametro fumatur punctum D, et fuerit A D ipfius D C fefquialtera, et defcribantur fuper A D, D C duo femicirculi, et ponatur circulus E F inter tres femicirculos tangens eos, et educatur diameter E F in illo parallela diametro A C, reperiri debet proportio diametri A C ad diametrum E F.

Jungamus enim duas lineas A E, E B, et duas lineas C F, F B. Erunt C B, A B rectæ, uti dictum eft in prima propofitione. Defcribamus etiam duas lineas F G A, E H C: oftenderturque effe quoque rectas fimiliter duas lineas D E, D F. Et jungamus D I, D L, et E M, F N, et producamus eas ad O, P. Et quia in triangulo A E D, A G eft perpendicularis ad E D, et D I eft quoque perpendicularis ad A E, et jam fe mutuo fecuerunt in M, ergo E M O erit etiam perpendicularis, quemadmodum oftendimus in expofitione, quam confecimus de proprietatibus triangulorum, et cujus demonftratio jam quidem præceffit in fuperiori propofitione. Similiter quoque erit F P perpendicularis fuper C A. Et quia duo anguli, qui funt apud L, et B funt recti, erit D L parallela ipfi A B, et pariter D I ipfi C B. Igitur proportio A D

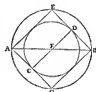


ad D C eft ut proportio A M ad F M, immo ut proportio A O ad O P. Et proportio C D ad D A ut proportio C N ad N E, immo ut proportio C P ad P O. Et erat A D fefquialtera D C. Ergo A O eft fefquialtera O P: et O P fefquialtera C P. Ergo tres lineæ A O, O P, P C funt proportionales: et in eadem menfura, in qua eft P C quatuor, erit O P fex, et A O novem, et C A novendecim. Et quia P O æqualis eft E F, erit proportio A C ad E F ut novendecim ad fex. Igitur reperimus dictam proportionem. Etiam fi fuerit A D ad D C qualifcumque, ut fefquitertia aut fefquiquarta, aut alia, erit judicium, et ratio, uti dictum eft. Et hoc eft quod voluimus.

P R O P. VII.

Si circulus circa quadratum defcriptus fuerit, et alius intra illud, utique erit circumfcriptus duplus infcripti.

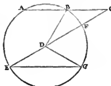
Sit itaque circulus comprehendens quadratum A B, circulus A B, et inſcriptus C D, et ſit diameter quadrati A B, et eſt diameter circuli circumſcripti, et educamus C D diametrum circuli inſcripti parallelam ipſi A E, quæ eſt ei æqualis. Et quia quadratum A B duplum eſt quadrati A E, ſive D C; et proportio quadratorum ex diametris circulorum eſt eadem proportioni circuli ad circulum, igitur circulus A B duplus eſt circuli CD, et hoc eſt quod voluimus.



PROP. VIII.

Si egrediatur in circulo linea A B ubicumque, et producatur in directum, et ponatur B C æqualis ſemidiametro circuli et jungatur ex C ad centrum circuli, quod eſt D, et producatur ad E, erit arcus A E triplus arcus BF.

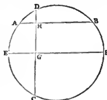
Educamus igitur EG parallelam ipſi A B, et jungamus D B, D G. Et quia duo anguli D E G, D G E ſunt æquales, erit angulus G DC duplus anguli D EG. Et quia angulus B D C æqualis eſt angulo BCD, et angulus CEG æqualis eſt angulo A C E, erit angulus G D C duplus anguli C D B, et totus angulus B D G triplus anguli B D C: et arcus B G æqualis arcui A E, triplus eſt arcus B F. Et hoc eſt, quod voluimus.



PROP. IX.

Si mutuo ſe ſecuerint in circulo duæ lineæ A B, C D, (ſed non in centro) ad angulos rectos, utique duo arcus AD, C B ſunt æquales duobus arcubus A C, D B.

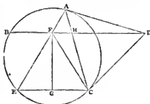
Educamus diametrum E F parallelam ipſi A B, quæ ſecet C D bifariam in G, erit E C æqualis ipſi E D. Et quia tam arcus E D F, quam E C F eſt ſemicirculus, et arcus E D æqualis arcui E A cum arcu A D, erit arcus C F cum duobus arcubus E A, A D æqualis ſemicirculo. Et arcus E A æqualis arcui B F. Ergo arcus C B cum arcu A D æqualis eſt ſemicirculo. Et remanent duo arcus E C, E A, nempe arcus A C cum arcu D B æquales illi. Et hoc eſt quod voluimus.



PROP. X.

Si fuerit circulus A B C, et D A tangens illum, et D B ſecans illum, et D C etiam tangens, et educta fuerit C E parallela ipſi D B, et juncta fuerit E A ſecans D B in F, et educta fuerit ex F perpendicularis F G ſuper C E; utique bifariam ſecabit illam in G.

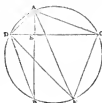
Jungamus A C, et quia D A eſt tangens, et A C ſecans circulum, erit angulus D A C æqualis angulo cadenti in alterno ſegmento A C, nempe angulo A E C. Et eſt æqualis angulo A F D, eo quod C E, B D ſunt parallelæ. Ergo anguli D A C, A F D ſunt æquales. Et in duobus triangulis D A F, A H D ſunt duo anguli A F D, H A D æquales, et angulus D communis: propterea erit rectangulum FD in D H æquale quadrato D A, immo quadrato D C. Et quia proportio FD ad



DC est eadem proportioni CD ad DH, et angulus D communis, erunt triangula DFC, DCH similia: et angulus DFC æqualis DCH, qui æqualis est angulo DAH. Et hic est æqualis angulo AFD. Ergo duo anguli AFD, CFD sunt æquales. Et DFC æqualis angulo FCE: et erat DFA æqualis angulo AEC. Ergo in triangulo FEC sunt duo anguli C, E æquales; et duo anguli G recti. Et latus GF commune. Propterea erit CG æqualis ipsi GE. Ergo CE bifariam secatur in G. Et hoc est, quod voluimus.

PROP. XI.

Si mutuo se secuerint in circulo duæ lineæ AB, CD ad angulos rectos in E, quod non sit in centro, utique omnia quadrata AE, BE, EC, ED æqualia sunt quadrato diametri.

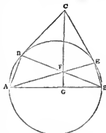


Educamus diametrum AF, et jungamus lineas AC, AD, CF, DB. Et quia angulus AED est rectus, erit æqualis angulo ACF, et angulus ADC æqualis AFC, eo quod sunt super arcum AC. Et remanent in duobus triangulis ADE, AFC duo anguli CAF, DAE æquales. Erunt pariter duo arcus CF, DB æquales: immo et duæ cordæ eorum æquales. Et duo quadrata DE, EB æquantur quadrato BD, nempe CF; et duo quadrata AE, EC æquantur quadrato CA. Et duo quadrata CF, CA æquantur quadrato FA, nempe diametri. Igitur quadrata AE, EB, CE, ED omnia sunt æqualia quadrato diametri. Et hoc est quod voluimus.

PROP. XII.

Si fuerit semicirculus super diametrum AB, et eductæ fuerint ex C duæ lineæ tangentes illum in duobus punctis D, E, et junctæ fuerint EA, DB se mutuo secantes in F, et juncta fuerit CF, et producatur ad G, erit CG perpendicularis ad AB.

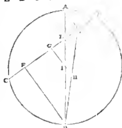
Jungamus DA, EB. Et quia angulus BDA est rectus, erunt duo anguli DAB, DBA reliqui in triangulo DAB æquales uni recto. Et angulus AEB rectus. Igitur sunt æquales ei. Et ponamus angulum FBE communem. Ambo anguli DAB, ABE sunt æquales FBE, FEB, immo angulo DFE externo in FBE. Et quia CD est tangens circulum, et DB secans illum, angulus CDB æquatur angulo DAB. Et pariter angulus CEF æquatur angulo EBA. Ergo duo anguli CEF, CDF simul æquales sunt angulo DFE. Et jam quidem planum fit ex nostro tractatu de figuris quadrilateris, quod si educantur inter duas lineas æquales sibi occurrentes in aliquo puncto, uti sunt duæ lineæ CD, CE, duæ lineæ se mutuo secantes, uti sunt duæ lineæ DF, EF, et fuerit angulus ab illis contentus ut est angulus F æqualis duobus angulis, qui occurrunt duabus [lineis] se invicem secantibus, uti sunt duo anguli E, D simul, erit linea egrediens a puncto concursus ad punctum sectionis, uti est linea CF æqualis cuilibet linearum sibi occurrentium, ut CD, vel CE. Propterea erit CF æqualis ipsi CD. Ergo angulus CFD est æqualis angulo CDF, nempe angulo DAG. Sed angulus CFD cum angulo DFG est æqualis duobus rectis: ergo angulus DAG cum angulo DFG æqualis est duobus rectis. Et remanent in quadrilatero ADFG duo anguli ADF, AGF æquales duobus rectis. Sed angulus ADB rectus est, ergo angulus AGC est rectus. Et CG perpendicularis ad AB; et hoc est quod voluimus.



PROP. XIII.

Si mutuo se secent duæ lineæ AB, CD in circulo, et fuerit AB diameter illius, at non CD, et educantur ex duobus punctis A, B duæ perpendiculares ad CD, quæ sint AE, BF; utique abscindent ex illa CF, DE æquales.

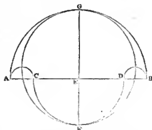
Jungamus E B, et educamus ex I, quod est centrum, perpendicularem I G super C D, et producamus eam ad H in E B. Et quia I G est perpendicularis ex centro ad C D illam bifariam dividet in G: et qoia I G, A E sont duæ perpendiculares super illam, erunt parallelæ: et quia B I æqualis est I A, erit B H æqualis ipsi H E: et propter earum æqualitatem, et quia B F est parallela ipsi H G erit F G æqualis ipsi G E. Et ex G C, G D æqualibus remanent F C, E D æquales. Et hoc est quod volumus.



PROP. XIV.

Si fuerit A B semicirculus, et ex ejus diametro A B dissectæ sint A C, B D æquales, et efficiantur super lineas A C, C D, D B semicirculi; et sit centrum duorum semicirculorum A B, C D punctum E, et sit E F perpendicularis super A B, et producatur ad G: utique circulus, cujus diameter est F G, æqualis est superficiei contentæ a semicirculo majori, et a duobus semicirculis qui sunt intra illum, et a semicirculo medio qui est extra illum. Et est figura, quam vocat Archimedes Salinon.

Quia D C bifariam secatur in E, et addita est illi C A, erunt duo quadrata D A, C A dupla duorum quadratorum D E, E A. Sed F G æqualis est ipsi D A. Ergo duo quadrata F G, A C dupla sunt duorum quadratorum D E, E A. Et quia A B dupla est A E, et C D dupla quoque E D, erunt duo quadrata A B, D C quadrupla duorum quadratorum D E, E A, immo dupla duorum quadratorum G F, A C. Similiter etiam duo circuli, quorum diametri sunt A B, D C dupli sunt eorum, quorum diametri sunt G F, A C: et dimidii eorum, quorum diametri sunt A B, C D æquales duobus circulis, quorum diametri sunt G F, A C. Sed circulus, cujus diameter A C, est æqualis duobus semicirculis A C, B D. Ergo si auferamus ex illis duos semicirculos A C, B D, qui sunt communes, remanet figura contenta a quatuor semicirculis A B, C D, D B, A C, (quæ ea est, quam vocat Archimedes Salinon) æqualis circulo, cujus diameter est F G. Et hoc est quod volumus.

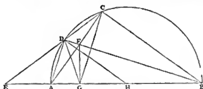


PROP. XV.

Si fuerit A B semicirculus, et A C corda Pentagoni, et semissis arcus A C sit A D, jungatur C D, et producatur ut cadat super E, et jungatur D B, quæ secet C A in F, et ducatur ex F perpendicularis F G super A B, erit linea E G æqualis semidiametro circuli.

Jungamus itaque lineam C B, et sit centrum H, et jungamus H D, D G, et A D. Et quia angulus A B C, cujus basis est latus Pentagoni, est duæ quintæ partes recti, quilibet duorum angulorum C B D, D B A est quinta pars recti. Et angulus D H A duplus est anguli D B H. Ergo angulus D H A est duæ quintæ partes recti. Et quia in duobus triangulis C B F, G B F duo anguli B sunt æquales, et G, C recti, et latus F B commune, erit B C æquale ipsi B G. Et quia in duobus triangulis C B D, G B D duo latera C B, B G sunt æqualia, et similiter duo anguli ad B, et latus B D commune, erunt duo anguli B C D, B G D æquales. Et quilibet eorum est sex quintæ partes recti, et est æqualis angulo D A E externo quadrilateri B A D C, quod est in circulo. Ergo remanet angulus D A B æqualis angulo D G A; et erit D A æqualis ipsi D G. Et quia angulus

DHG est duæ quintæ partes recti, et angulus DGH sex quintæ partes recti, remanet angulus HDG duæ quintæ partes recti; et erit DG æqualis GH. Et quia ADE externus quadrilateri ADCB, quod est in circulo, est æqualis angulo CBA, et est duæ quintæ partes recti, et æqualis angulo GDH. Et quia in duobus triangulis EDA, HDG sunt duo anguli EDA, HDG æquales, et pariter duo anguli DGH, DAE, et duo latera DA, DG, erit EA æquale HG. Et ponamus AG commune. Erit EG æquale AH. Et hoc est quod voluimus.



Et hinc patet, quod linea DE æqualis sit semidiametro circuli. Quia angulus A æqualis est angulo DGH, ideo erit linea DH æqualis lineæ DE. Et dico quod EC dividitur media, et extrema proportione in D, et majus segmentum est DE: et hoc quia ED est corda hexagoni, et DC decagoni. Et hoc jam demonstratum est in libro Elementorum. Et hoc est quod voluimus.

ARCHIMEDIS

OPERA MECHANICA,

UT CUJUSQUE MENTIO

AB ANTIQUIS SCRIPTORIBUS FACTA EST.

DE SPHÆRA ARTIFICIALI.

LACTANTIUS DIVIN. INST. LIB. 2. CAP. 5.

AN Archimedes Siculus concavo ære ſimilitudinem Mundi ac figuram potuit machinari, in quo ita Solem ac Lunam compoſuit, ut inæquales motus et cœleſtibus ſimiles converſionibus ſingulis quaſi diebus efficerent: et non modo acceſſus ſolis et receſſus, vel incrementa diminutioneſque Lunæ, verum etiam ſtellarum vel inerrantium, vel vagarum diſpares curſus orbis ille, dum vertitur, exhiberet?

Explicitius quam Cicero, Lib. 1. Tuſc. Quæſt. Cum Archimedes Lunæ, Solis, quinque errantium motus in ſphæra illigavit, effecit idem quod ille, qui in Timæo Mundum ædificavit Platonis Deus, ut tarditate et celeritate diſſimillimos motus una regeret converſio.

C L A U D I A N U S.

Juppiter in parvo cum cerneret æthera vitro,
  Riſit, et ad Superos talia dicta dedit.
Huccine mortalis progreſſa potentia curæ?
  Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumque fidem, legeſque Deorum
  Ecce Syracuſius tranſtulit arte Senex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
  Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium mentitus Signifer annum,
  Et ſimulata novo Cynthia menſe redit.
Jamque ſuum volvens audax induſtria mundum,
  Gaudet, et humana ſidera mente regit.
Quid falſo inſontem tonitru Salmonea miror?
  Æmula Naturæ parva reperta manus.

D E C O R O N A.

VITRUVIUS DE ARCHIT. LIB. 9. CAP. 3.

Archimedis vero cum multa miranda inventa et varia fuerint, ex omnibus etiam infinita ſolertia id, quod exponam, videtur eſſe expreſſum oimium. Hiero eoim Syracuſis auctus regia poteſtate,

rebus bene gestis, cum auream coronam votivam Diis immortalibus in quodam fano constituisset ponendam, immani pretio locavit faciendam, et aurum ad sacoma appendit redemptori. Is ad tempus opus manufactum subtiliter Regi approbavit, et ad sacoma pondus coronæ visus est præstitisse. Postquam indicium est factum, dempto auro, tantundem argenti in id coronarium opus admixtum esse: indignatus Hiero se contemptum, neque inveniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogavit Archimedem, ut in se sumeret sibi de eo cogitationem. Tunc is cum haberet ejus rei curam, casu venit in balneum, ibique cum in solium descenderet, animadvertit quantum corporis sui in eo insideret, tantum aquæ extra solium fluere. Itaque cum ejus rei rationem explicationis offendisset, non est moratus, sed exiluit gaudio motus de solio, et nudus vadens domum versus, significabat clara voce invenisse quod quæreret. Nam currens identidem Græce clamabat εὕρηκα, εὕρηκα. Tum vero ex eo inventionis ingressu duas dicitur fecisse massas æquo pondere, quo etiam fuerat corona, unam ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset, vas amplum ad summa labra implevit aqua, in quo demisit argenteam massam. Cujus quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquæ effluxit. Ita exempta massa, quanto minus factum fuerat refudit sextario mensus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra æquaretur. Ita ex eo invenit, quantum ad certum pondus argenti certa aquæ mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase demisit, et ea exempta, eadem ratione mensura addita, invenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset quam argenti. Postea vero repleto vase, in eadem aqua ipsa corona demissa, invenit plus aquæ defluxisse in coronam, quam in auream eodem pondere massam: et ita ex eo, quod plus defluxerat aquæ in corona quam in massa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, et manifestum furtum redemptoris.

AUCTOR LIBELLI DE PONDERIBUS, ET MENSURIS, QUI PRISCIANO, VULGO TRIBUITUR.

Argentum fulvo si quis permisceat auro,
Quantum id sit, quove id possis deprendere pacto,
Prima Syracusii mens prodidit alta Magistri.
Regem namque ferunt Siculum, quam voverat olim
Cœlicolum Regi, ex auro statuisse coronam,
Compertoque dehinc furto (nam parte retenta,
Argenti tantundem Opifex immiscuit auro)
Orasse ingenium Civis, qui mente Sagaci,
Quia modus argenti fulvo latitaret in auro
Repperit, illæso quod Diis erat ante dicatum.
Quod te, quale fiet, paucis adverte, docebo.
Lancibus æquatis, quibus hæc appendere mos est,
Argenti, atque auri, quod edax purgaverit ignis,
Impones libras, neutrum ut præponderet, hasque
Summittes in aquam, quas pura ut ceperit unda,
Portinus inclinat pars hæc, quæ sustinet aurum:
Densius hoc namque est similari crassius unda:
At tu siste jugum, mediique e cardine centri
Intervalla nota, quantum discerpserit illinc,
Quotque notis distet suspenso pondere filum.
Fac drachmis distare tribus. Cognovimus ergo
Argenti atque auri discrimina; denique libram
Libra tribus drachmis superat, quum mergitur unda.
Sume dehinc aurum, cui pars argentea mixta est.
Argentique meri par pondus, itemque sub unda
Lancibus impositum specta; propensior auri
Materies subsistet enim, furtumque docebit.
Nam si ter senis superabitur altera drachmis
Sex solas libras auri dicemus inesse;
Argenti reliquum, quia nil in pondere differt
Argentum argento, liquidis quum mergitur undis.

DE ORGANO HYDRAULICO.

TERTULLIANUS LIB. DE ANIMA CAP. 14.

Specta portentosissimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia sonorum, tot commercia modorum, tot acies tibiarum, et una molea erunt omnia.

DE MACHINIS AERE ET AQUA MOVENTIBUS.

JOANNES TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

—— Μέμνηνται πολλοὶ τοῦ Ἀρχιμήδους.
Ἀνθέμιος μὲν πρώτιστον, ὁ παραδοξογράφος.
Ἥρων, καὶ Φίλων, πάππος τε καὶ παῖς μηχανογράφος,
Ἐξ ὧνπερ ἀνεγνώκαμεν κατοπτρικὰς ἐξάψεις,
Καὶ πᾶσαν ἄλλην μάθησιν τῶν μηχανικωτάτων,
Βαρουλκὸν, πνευματικὸν, τὰς ὑδροσκοπικάς τε,
Κἀκ τούτων δὲ τοῦ γέροντος τῶν βίβλων Ἀρχιμήδους.

—— Multi meminerunt Archimedis.
Anthemios quidem in primis, qui paradoxa scripsit:
Heron, et Philon, avusque et filius machinarum scriptor,
Ex quibus legimus et speculares incensiones. [spectantium,
Omnemque aliam disciplinam rerum præcipue ad machinas
Ponderum tractricem, spiritalem, aquarumque specimina,
Idque ex senis hujusce libris Archimedis.

DE COCHLEA.

DIODORUS BIBL. LIB. 1.

Ἡ δὲ νῆσος αὕτη πολλαῖς διώρυξι χειροποιήτοις διείληπται, καὶ χώραν περιέχει καλλίστην τῆς Αἰγύπτου. Ποταμόχωστος γὰρ οὖσα καὶ κατάῤῥυτος πολλοὺς καὶ παντοδαποὺς ἐκφέρει καρποὺς, τοῦ μὲν ποταμοῦ διὰ τὴν κατ' ἔτος ἀνάβασιν νεαρὰν ἰλὺν ἀεὶ καταχέοντος, τῶν δ' ἀνθρώπων ῥᾳδίως ἅπασαν ἀρδευόντων διά τινος μηχανῆς, ἣν ἐπενόησε μὲν Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος, ὀνομάζεται δὲ ἀπὸ τοῦ σχήματος κοχλίας.

Ipsa autem insula pluribus fossis manufactis dirimitur, et fœcundissimam Ægypti regionem ambit. Cum enim limosa sit et irrigua, varii generis fructus affatim gignit; exundante quotannis ipso flumine, novumque limum inferente, atque incolis totam facile irrigantibus instrumenti cujusdem ope, quod Archimedes Syracusanus excogitavit, et a figuræ similitudine cochlea vocatur.

IDEM. LIB. 5.

Καὶ τὸ πάντων παραδοξότατον, ἀπαρύτουσι γὰρ τὰς ῥύσεις τῶν ὑδάτων τοῖς Αἰγυπτιακοῖς λεγομένοις κοχλίαις, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον. Διὰ δὲ τούτων συνεχῶς ἐκ διαδοχῆς παραδιδόντες μέχρι τοῦ στομίου τὸν τῶν μετάλλων τόπον ἀναξηραίνουσι, καὶ κατασκευάζουσιν εὔθετον τὴν πρὸς τὰς ἐργασίας πραγματείαν. Φιλοτέχνου δ' ὄντος τοῦ ὀργάνου καθ' ὑπερβολὴν, διὰ τῆς τυχούσης ἐργασίας ἄπλετον ὕδωρ ἀναῤῥιπτεῖται παραδόξως, καὶ πᾶν τὸ ποτάμιον ῥεῦμα ῥᾳδίως ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Θαυμάσαι δ' ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν, οὐ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην· περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν, ἀκριβῶς δίεξιμεν.

Et quod omnium mirabilissimum videri debet, fluentes aquas cochleis, quæ Ægyptiæ vocantur, exhauriunt, quas Archimedes Syracusanus invenit, cum in Ægyptum se contulit. Harum autem ope aquam continua vice ad os usque attollentes fodinæ locum exsiccant, operique faciendo idoneum reddunt. Porro hoc instrumentum cum ingeniosissimum sit, minimo labore ingens aquæ vis, supra quam cuique credibile est, attollitur, et quidquid influxerit ab imo ad summum effunditur. Quocirca jure optimo quis miretur Artificis ingenium; neque modo in hisce cochleis, sed in aliis etiam pluribus, et quidem majoribus, quæ toto terrarum orbe celebrantur. Quæ singula, cum ad Archimedis ætatem pervenerimus, diligenter persequemur.

MOSCHION APUD ATHENÆUM DEIPNOSOPH. LIB. 5.

Ἡ δὲ ἀντλία, καίπερ βάθος ὑπερβάλλον ἔχουσα, δι' ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξηντλεῖτο διὰ κοχλίου, Ἀρχιμήδους εὑρόντος.

Sentina autem, licet profundissima esset, ope cochleæ, quam Archimedes invenit, ab uno homine exhauriebatur.

DE HELICE.

MOICHION APUD ATHENÆUM DEIPNOSOPH. LIB. 5.

Quæ igitur pars (navis) abſoluta eſſet, hanc juſſit in mare deduci, ut ibi pars reliqua perficeretur. Cum autem in ea deducenda multum difficultatis eſſet, unus machinator Archimedes haud magna mole deduxit. Conſtructa enim helice tantam navim ad mare tranſvexit. Itaque primus Archimedes helicia conſtruendæ rationem invenit.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλασσαν καθέλκειν προσετέτακτο, τὴν λοιπὴν κατασκευὴν ἵν' ἐκεῖ λαμβάνῃ. Ὡς δὲ περὶ τὸν καθελκυσμὸν αὐτοῦ τὸν εἰς τὴν θάλασσαν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι' ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλασσαν κατήγαγε. Πρῶτος δ' Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

DE LOCULO.

AT. FORTUNATIANUS IN ARTE METRICA.

Nam ſi loculus ille Archimedius quatuordecim eboreas lamellas, quarum anguli varii ſunt, in quadratam formam incluſas habens, componentibus nobis aliter atque aliter, modo galeam, modo ſicam, alias columnam, alias navem figurat, et innumerabiles efficit ſpecies, ſolebatque nobis pueris hic loculus ad confirmandam memoriam plurimum prodeſſe; quanto majorem poteſt nobis afferre voluptatem, quantoque pleniorem utilitatem &c.

DE TRISPASTO.

TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

— Fabricatus eſt multas mechanicas facultates:
Et triſpaſto machina, manu læva et ſola,
Septem et mille modiorum attrahebat pondus.

— Εἰργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις.
Καὶ τῇ τρισπάστῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνῃ,
Πεντεμυριομέδιμνον καθείλκυσεν ὁλκάδα.

ORIBASIUS DE MACHINAMENTIS LIB. EX EDIT. HENRICI STEPHANI. 1567. CAP. 26.

Triſpaſtum Apellidis, ſeu Archimedis. — Illud in primis ſcire convenit, quod neque Apellides neque Archimedes Medici fuerunt, ſed Architecti, qui machinamentum hoc excogitarunt, quemadmodum nos accepimus de hiſtoria, ad naves deducendas funibus non per manus, ſed per ergatam attractis: illius autem ſæculi medici ejus ſtructuræ modum minuentes triſpaſtum organum medicinale ad luxata fractaque reſtituenda ſabricarunt &c.

DE TORMENTIS BELLICIS.

POLYBIUS HIST. LIB. 8.

At Marcellus quinqueremibus LX. Achradinam aggreditur. Hæ omnes hominibus repletæ erant arcus, fundas, et velitares haſtas habentibus, quibus ex propugnaculis pugnantes deturbarent. Ad hæc, demptis quinqueremibus 8. interioribus remis, ita ut binæ binis, quæ latera nudata erant, jungerentur, cum eas exteriore remorum ordine agerent, Sambucas, quas vocant, moenibus admovebant. Genus hoc machinamenti hujuſmodi eſt. Scalam quatuor pedes latam conficiunt, ita ut, ubi erecta fuerit, ejuſdem cum muro altitudinis ſit. Hujus utrumque latus loris prælatis muniunt et contegunt: ac ſuper junctarum navium lateribus, qua ſeſe invicem contingunt, tranſverſam conſtituunt, ut longe ſupra roſtra emineat. Deinde ſummis navium malis trochleæ cum anchorariis funibus aptantur; quas qui in puppi ſunt, ubi uſua venerit, ſcalæ capiti illigatas trahunt, dum ii, qui ſunt in prora, ſcalam ipſam fulcientes dant operam ut tu-

Ὁ δὲ Μάρκος ἑξήκοντα σκάφεσι πεντηρικοῖς ἐποιεῖτο τὸν ἐπίπλουν ἐπὶ τὴν Ἀχραδινήν. Ὧν ἕκαστον πλῆρες ἦν ἀνδρῶν ἐχόντων τόξα καὶ σφενδόνας καὶ γρόσφους, δι' ὧν ἔμελλον τοὺς ἀπὸ τῶν ἐπάλξεων μαχομένους ἀναστέλλειν. Ἅμα δὲ τούτοις ὀκτὼ πεντήρεσι παραλελυμέναις τοὺς ταρσοὺς, ταῖς μὲν τοὺς δεξιοὺς, ταῖς δὲ τοὺς εὐωνύμους, καὶ συνεζευγμέναις πρὸς ἀλλήλας σὺν δύο κατὰ τοὺς ἐψιλωμένους τοίχους, προσῆγον πρὸς τὸ τεῖχος διὰ τῆς τῶν ἐκτὸς τοίχων εἰρεσίας τὰς λεγομένας σαμβύκας. Τὸ γένος τῆς κατασκευῆς τῶν εἰρημένων ὀργάνων ἐστὶ τοιοῦτον. Κλίμακα τῷ πλάτει τετράπεδον ἑτοιμάσαντες, ὥστ' ἐξ ἀποβάσεως ἰσοϋψῆ γενέσθαι τῷ τείχει, ταύτης ἑκατέραν τὴν πλευρὰν δρυφακτώσαντες καὶ σκεπάσαντες ὑπερπετέσι θωρακίοις, ἔθηκαν πλαγίαν ἐπὶ τοὺς συμψαύοντας τοίχους τῶν συνεζευγμένων νεῶν, πολὺ προπίπτουσαν τῶν ἐμβόλων. Πρὸς δὲ τοῖς ἱστοῖς ἐκ τῶν ἄνω μερῶν

τροχιλίαι προσήρτηντο σὺν κάλοις. Λοιπὸν, ὅταν ἐγγίσωσι τῆς χρείας, ἐνδεδεμένων τῶν κάλων εἰς τὴν κορυφὴν τῆς κλίμακος, ἕλκουσι διὰ τῶν τροχιλιῶν τούτους ἑστῶτες ἐν ταῖς πρύμναις. Ἕτεροι δὲ παραπλησίως ἐν ταῖς πρῴραις ἐξερείδοντες ταῖς ἀντηρίσιν, ἀσφαλίζουσι τὴν ἄρσιν τοῦ μηχανήματος. Κἄπειτα διὰ τῆς εἰρεσίας τῆς ἀφ' ἑκατέρου τῶν ἐκτὸς ταρσῶν ἐγγίσαντες τῇ γῇ τὰς ναῦς, πειράζουσι προσερείδειν τῷ τείχει τὸ προειρημένον ὄργανον. Ἐπὶ δὲ τῆς κλίμακος ἄκρας ὑπάρχει πέτευρον ἠσφαλισμένον γέρροις τὰς τρεῖς ἐπιφανείας· ἐφ' οὗ τέτταρες ἐπιβεβηκότες ἀγωνίζονται, διαμαχόμενοι πρὸς τοὺς εἴργοντας ἀπὸ τῶν ἐπάλξεων τὴν πρόσθεσιν τῆς σαμβύκης. Ἐπὰν δὲ προσερείσαντες ὑπερδέξιοι γένωνται τοῦ τείχους, οὗτοι μὲν, τὰ πλάγια τῶν γέρρων παραλύσαντες ἐξ ἑκατέρου τοῦ μέρους, ἐπιβαίνουσιν ἐπὶ τὰς ἐπάλξεις ἢ τοὺς πύργους· οἱ δὲ λοιποὶ διὰ τῆς σαμβύκης ἕπονται τούτοις, ἀσφαλῶς τοῖς κάλοις βεβηκυίας τῆς κλίμακος εἰς ἀμφοτέρας τὰς ναῦς. Εἰκότως δὲ τὸ κατασκεύασμα τῆς προσηγορίας τέτευχε ταύτης· ἐπειδὰν γὰρ ἐξαρθῇ, γίγνεται τὸ σχῆμα τῆς νεὼς ταύτης καὶ τῆς κλίμακος ἑνοποιηθὲν, παραπλήσιον τῇ σαμβύκῃ. Πλὴν οὗτοι μὲν τὸν τρόπον τοῦτον διηρμοσμένοι, προσάγειν διενοοῦντο τοῖς πύργοις. Ὁ δὲ προειρημένος ἀνὴρ, παρεσκευασμένος ὄργανα πρὸς ἅπαν ἐμβελὲς διάστημα, πόρρωθεν μὲν ἐπιπλέοντας τοῖς εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρηστίαν. Ὅτε δὲ ταῦθ' ὑπερπετῆ γίγνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν ἀπόστημα χρώμενος, εἰς τοιαύτην ἦγαγε διατροπὴν, ὥστε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὸν ἐπίπλουν, ἕως ὁ Μάρκος δυσθετούμενος ἠναγκάσθη, λάθρα νυκτὸς ἔτι, ποιήσασθαι τὴν παραγωγήν. Γενομένων δ' αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει παρασκευὴν πρὸς τοὺς ἀπομαχομένους ἐκ τῶν πλοίων. Ὡς ἀνδρομήκους ὕψους κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς παλαιστιαίοις τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτὸς ἐπιφάνειαν. Οἷς τοξότας καὶ σκορπίδια παραστήσας ἐντὸς τοῦ τείχους, καὶ βάλλων διὰ τούτων, ἀχρήστους ἐποίει τοὺς ἐπιβάτας. Ἐξ οὗ καὶ μακρὰν ἀφεστῶτας, καὶ σύνεγγυς ὄντας τοὺς πολεμίους, οὐ μόνον ἀπράκτους παρεσκεύαζε πρὸς τὰς ἰδίας ἐπιβολὰς, ἀλλὰ καὶ διέφθειρε τοὺς πλείστους αὐτῶν. Ὅτε δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχειρήσαιεν ἐξαίρειν, ὄργανα παρ' ὅλον τὸ τεῖχος ἡτοιμάκει, τὸν μὲν λοιπὸν χρόνον ἀφανῆ, κατὰ δὲ τὸν τῆς χρείας καιρὸν ἐκ τῶν ἔσω μερῶν ὑπὲρ τοῦ τείχους ἀνιστάμενα καὶ προπίπτοντα πολὺ τῆς ἐπάλξεως ταῖς κεραίαις. Ὧν τινὰ μὲν ἐβάσταζε λίθους οὐκ ἐλάττους δέκα ταλάντων, τινὰ δὲ σηκώματα μολίβδινα. Λοιπὸν, ὅτε συνεγγίζοιεν αἱ σαμβῦκαι, τότε περιαγόμεναι καρχησίῳ πρὸς τὸ δέον αἱ κεραῖαι διά τινος σχαστηρίας, ἀφίεσαν εἰς τὸ κατα-

tius erigatur. Postquam vero naves exteriore utroque remorum ordine ad terram appulerint, machinas, quas diximus, muro applicare conantur. Porro in ipso scalæ fastigio tabula est cratibus a tribus lateribus munita, cui insidentes quatuor milites certamen adversus eos suscipiunt, qui e propugnaculis impediunt quo minus sambuca admoveatur. Qua semel admota, cum primum isti evecti supra muri altitudinem fuerint, eratibus ab utroque latere disjectis in propugnacula turresve irruunt: reliqui per sambucam succedunt, scalæ pedibus per anchorarios funes utrique navi firmiter innixis. Merito autem hæc machina id nominis nacta est. Nam ubi erecta fuerit, figura eum navis, tum scalæ, quæ corpus unum constituunt, ad sambucam proxime accedit. His ita confectis Romani turribus succedere cogitabant, verum, quem supra memoravimus, Vir, tormentis constructis, quibus ad quodvis intervallum tela mitteret, cum procul invadentes Romanos majoribus validioribusque balistis et catapultis vulneraret, rem in summam difficultatem adduxit. Ubi vero tela sublimia ferrentur supra caput, minoribus subinde tormentis pro modo intervalli utebatur: quo facto adeo perturbavit hostem, ut ejus impetum comprimeret, neque propius accedere pateretur. Quibus difficultatibus circumventus Marcellus clam de nocte naves propius admovere coactus est. Quæ cum intra teli jactum terræ appropinquassent, aliud opus adversus eos, qui e navibus pugnabant, Archimedes instituit. Murum crebris pro humani corporis modo cavis aperuit; quæ tamen extrinsecus palmaria essent. Ibi sagittarios et scorpiones modicos ab interiore muri parte disposuit: cumque per ea cava hostem peteret, classiariorum impetus ludificabatur. Quo fiebat, ut Romani tum qui procul essent, tum qui propius subirent, non modo nihil eorum perficere possent, quæ sibi animo proposuerant; sed multi etiam interficerentur. Porro ubi conarentur sambucas erigere, tormenta per totum murum disposuerat, quæ reliquo tempore occulta, ubi usus incideret, extrahebantur, rostrisque longe supra propugnacula eminebant. Atque horum aliqua saxa non minora decem pondo, aliqua plumbi libramenta gestabant. Porro cum sambucæ appropinquarent, tum vero crectis in summum malum fune trocleatim acto, prout usus postularet, tormentorum rostris, saxa in eas

demittebantur; ut non modo ſambucæ, ſed navis etiam ipſa confringeretur, quique in ea eſſent grave periculum adirent. Præterea alia opera in illos adhibebantur, qui cratibus tecti, atque ideo tuti adverſus tela, quæ per muri cava ingerebantur, impetum facerent: quippe in hos ſaxa ita librabantur, ut qui in prora pugnarent, fugere cogerentur. Simul etiam ferrea manus catenæ illigata demittebatur, qua ille, qui roſtrum regebat, ubi proram prehendiſſet, tormenti calcem, quæ intra murum eſſet, reclinabat ad ſolum. Poſtquam autem, ſublata prora, navim in puppim ſtatuiſſet, anterior tormenti pars ſiſtebatur, ſimulque ferrea manus, et catena ope funis trocleatim acti eximebantur. Quo facto naves aliæ quidem obliquæ, aliæ vero pronæ cadebant: denique plurimæ, quæ rectæ caderent, cum prora ex alto demiſſa demergerentur, unda pariter ac tumultu complebantur. Itaque Marcellus conſilii inops ob ea, quæ Archimedes continuo objiceret, cum quæ ipſe agebat, ea videret ab oppidanis non ſine detrimento atque ludibrio eludi, graviter id quidem moleſteque ferebat: ſed tamen ejus opera irridens, Archimedem ajebat navibus ſuis e mari aquam haurire; ſambucas vero ſuſte percuſſas, ceu fœdere excluſas, cum ignominia eſſe dimiſſas. Atque hic exitus maritimæ oppugnationis fuit. Quid quod etiam Appius cum iiſdem difficultatibus premeretur, incœpto deſtitit? Nam cum procul adhuc eſſent milites, baliſtis et catapultis correpti abſumebantur: mirabilis ſiquidem erat telorum apparatus, ſive copiam, ſive eorum vim atque uſum ſpectes, ut in quem Hiero impenſas, Archimedes artem operamque contulerat. Ubi vero mœnibus ſuccederent, alii vulneribus, quæ per muri cava, ut ſupra diximus, infligebantur, ſaucii aditu prohibebantur; alii, qui cratibus tecti inſtabant, conficiebantur, ſaxis trabibusque in caput demiſſis. Præterea haud leve damnum afferebant ferreæ manus e tormentis, ut ſupra diximus, demiſſæ, quibus homines cum ipſis armis abrepti projiciebantur. Poſtremo Appius cum in caſtra ſe recepiſſet, convocato tribunorum concilio, communi omnium ſententia quidvis potius experiri placuit ad capiendas Syracuſas, quam ut oppugnatione agerent; quod ad extremum etiam fecerunt. Cum enim menſes octo urbem obſediſſent, nullo quidem ſolertis atque audacis animi molimine abſtinuerunt; ſed apertam moliri vim nunquam ſunt auſi. Tantum Vir unus atque una ars tempore et loco adhibita momenti habet. Itaque Romani tot terreſtribus maritimiſque copiis inſtructi, niſi unus ſenex Syracuſis

σκευάσματα τὸν λίθον. Ἐξ οὗ συνέβαινε, μὴ μόνον αὐτὸ συνθραύεσθαι τὄργανον, ἀλλὰ ϗ τὴν ναῦν, καὶ τοὺς ἐν αὐτῇ κινδυνεύειν ὁλοσχερῶς. Τινά τε τῶν μηχανημάτων πάλιν ἐπὶ τοὺς ἐφορμοῦντας καὶ προβεβλημένους γέῤῥα, ϗ διὰ τούτων ἠσφαλισμένους πρὸς τὸ μηδὲν πάσχειν ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ τείχους φερομένων βελῶν, ἠφίει μὲν καὶ λίθους συμμέτρους πρὸς τὸ φεύγειν ἐκ τῆς πρώρας τοὺς ἀγωνιζομένους. Ἅμα δὲ ϗ καθίει χεῖρα σιδηρᾶν ἐξ ἁλύσεως δεδεμένην, ᾗ δραξάμενος ὁ τὴν κεραίαν οἰακίζων, ὅθεν ἐπιλάβοιτο τῆς πρώρας, κατῆγε τὴν πτέρναν τῆς μηχανῆς ἐντὸς τοῦ τείχους. Ὅτε δὲ κουφίζων τὴν πρώραν ὀρθὸν ποιήσειε τὸ σκάφος ἐπὶ πρύμναν, τὰς μὲν πτέρνας τῶν ὀργάνων εἰς ἀκίνητον καθίστα· τὴν δὲ χεῖρα ϗ τὴν ἅλυσιν ἐκ τῆς μηχανῆς ἐξέραινε διά τινος σχαστηρίας. Οὗ γινομένου, τινὰ μὲν τῶν πλοίων πλάγια κατέπιπτε, τινὰ δὲ καὶ κατεστρέφετο· τὰ δὲ πλεῖστα τῆς πρώρας ἀφ᾽ ὕψους ῥιφθείσης βαπτιζόμενα, πλήρη θαλάττης ἐγίγνετο καὶ ταραχῆς. Μάρκος δὲ δυσχρηστούμενος ἐπὶ τοῖς ἀπαντωμένοις ὑπ᾽ Ἀρχιμήδους, ϗ θεωρῶν μετὰ βλάβης καὶ χλευασμοῦ τοὺς ἔνδον ἀποτριβομένους αὐτοῦ τὰς ἐπιβολὰς, δυσχερῶς μὲν ἔφερε τὸ συμβαῖνον· ὅμως δ᾽ ἐπισκώπτων τὰς αὐτοῦ πράξεις ἔφη, ταῖς μὲν ναυσὶν αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη· τὰς δὲ σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκσπόνδους μετ᾽ αἰσχύνης ἐκπεπτωκέναι. Καὶ τῆς μὲν κατὰ θάλατταν πολιορκίας τοιοῦτον ἀπέβη τὸ τέλος. Οἱ δὲ περὶ τὸν Ἄππιον εἰς παραπλησίους ἐμπεσόντες δυσχερείας, ἀπέστησαν τῆς ἐπιβολῆς. Ἔτι μὲν γὰρ ὄντες ἐν ἀποστήματι, τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο, διὰ τὸ θαυμάσιον εἶναι τὴν τῶν βελῶν κατασκευὴν, ϗ κατὰ τὸ πλῆθος, καὶ κατὰ τὴν ἐνέργειαν, ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν χορηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους. Συνεγγίζοντές γε μὲν πρὸς τὴν πόλιν, οἱ μὲν ταῖς διὰ τοῦ τείχους τοξότισιν, ὡς ἐπάνω προεῖπον, κακούμενοι, συνεχῶς εἴργοντο τῆς προσόδου· οἱ δὲ μετὰ τῶν γέῤῥων βιαζόμενοι, ταῖς τῶν κατὰ κορυφὴν λίθων καὶ δοκῶν ἐμβολαῖς διεφθείροντο. Οὐκ ὀλίγα δὲ ϗ ταῖς χερσὶ ταῖς ἐκ τῶν μηχανῶν ἐκακοποίουν, ὡς ϗ πρότερον εἶπα. Σὺν αὐτοῖς γὰρ τοῖς ὅπλοις τοὺς ἄνδρας ἐξαιροῦντες ἐῤῥίπτουν. Τὸ δὲ πέρας, ἀναχωρήσαντες εἰς τὴν παρεμβολὴν, καὶ συνεδρεύσαντες μετὰ τῶν χιλιάρχων οἱ περὶ τὸν Ἄππιον, ὁμοθυμαδὸν ἐβουλεύσαντο πάσης ἐλπίδος πεῖραν λαμβάνειν, πλὴν τοῦ διὰ πολιορκίας ἑλεῖν τοὺς Συρακουσίους, ὡς καὶ τέλος ἐποίησαν. Ὀκτὼ γὰρ μῆνας τῇ πόλει προσκαθεζόμενοι, τῶν μὲν ἄλλων στρατηγημάτων ἢ τολμημάτων οὐδενὸς ἀπέστησαν· τοῦ δὲ πολιορκεῖν οὐδέποτε ἔτι πεῖραν λαβεῖν ἐθάῤῥησαν. Οὕτως εἷς ἀνὴρ, καὶ μία τέχνη δεόντως ἡρμοσμένη πρὸς ἔνια τῶν πραγμάτων, μέγα τι χρῆμα φαίνεται γίγνεσθαι ϗ θαυμάσιον. Ἐκεῖνοι γοῦν τηλικαύτας δυνάμεις ἔχοντες καὶ κατὰ γῆν καὶ κατὰ θάλατταν, εἰ μὲν ἀφέλοι τις πρεσβύτην ἕνα Συρακουσίων,

παραχρῆμα τῆς πόλεως κυριεύσειν ἤλπιζον· τούτου δὲ συμπεσόντος, οὐκ ἐθάῤῥουν οὐδ᾽ ἐπιβάλλεσθαι κατά γε τοῦτον τὸν τρόπον, καθ᾽ ὃν ἀμύνασθαι δυνατὸς ἦν Ἀρχιμήδης. Οὐ μὴν ἀλλὰ νομίσαντες, μάλιστ᾽ ἂν ὑπὸ τῆς τῶν ἀναγκαίων ἐνδείας διὰ τὸ πλῆθος τοὺς ἔνδον ὑποχειρίους σφίσι γενέσθαι, ταύτης ἀντείχοντο τῆς ἐλπίδος, καὶ ταῖς μὲν ναυσὶ τὰς κατὰ θάλατταν ἐπικουρίας αὐτῶν ἐκώλυον, τῷ δὲ πεζῷ στρατεύματι τὰς κατὰ γῆν. Βουλόμενοι δὲ μὴ ποιεῖν ἄπρακτον τὸν χρόνον, ἐν ᾧ προσεδρεύουσι ταῖς Συρακούσαις, ἀλλ᾽ ἅμα τι καὶ τῶν ἐκτὸς χρησίμων κατασκευάζεσθαι, διεῖλον οἱ στρατηγοὶ σφᾶς αὐτοὺς καὶ τὴν δύναμιν· ὥστε τὸν μὲν Ἄππιον, ἔχοντα δύο μέρη, προσκαθῆσθαι τοῖς ἐν τῇ πόλει, τὸ δὲ τρίτον ἀναλαβόντα Μάρκον ἐπιπορεύεσθαι τοὺς Καρχηδονίων αἱρουμένους κατὰ τὴν Σικελίαν.

fuisset, urbem se primo impetu capturos sperasent. Adstante Archimede, ne oppugnationem quidem tentare ausi sunt, saltem ea ratione, cui ille posset occurrere. Cum autem ingens multitudo mœnibus includeretur, sperantes fore ut oppidani propter annonæ inopiam ultro se dederent, ad hoc animum adjecerunt. Itaque eos classe maritimis subsidiis, iis vero, quæ terra advehererentur, terrestri milite prohibebant. Ac ne tempus omne, quo Syracusas corona cingebant, ipsis ab opere vacaret, sed utile aliquid simul foris agerent, ita copias inter se partiti sunt Imperatores, ut cum duabus partibus urbem obsideret Appius; tertiam Marcellus accipiens in eorum fines per Siciliam duceret, qui cum Carthaginiensibus sentiebant.

LIVIUS HIST. LIB. XXIV.

Inde terra marique simul cœptæ oppugnari Syracusæ, terra ab Hexapylo, mari ab Achradina, cujus murus fluctu alluitur. Et quia sicut Leontinos terrore ac primo impetu ceperant, non diffidebant vastam disjectamque spatio urbem parte aliqua se iovasuros, omnem apparatum oppugnandarum urbium muris admoverunt. Et habuisset tanto impetu cœpta res fortunam, nisi unus homo Syracusis ea tempestate fuisset. Archimedes is erat, unicus spectator cœli siderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorum tormentorum, operumque, quibus ea, quæ hostes ingenti mole agerent, ipse perlevi momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles, pleraque alta et difficilia aditu, summissa quædam, et quæ planis valibus adiri possent, ut cuique aptum visum est loco, ita omni genere tormentorum instruxit. Achradinæ murum, qui, ut ante dictum est, mari alluitur, ex quinqueremibus Marcellus oppugnabat. Ex cœteris navibus sagittarii funditoresque, et velites etiam, quorum telum inhabile ad remittendum imperitis est, vix quemquam sine vulnere consistere in muro patiebantur. Hi, quia spatio missilibus opus est, procul muro tenebant naves. Junctæ aliæ binæ ad quinqueremes, demptis interioribus remis, ut latus lateri applicaretur, cum exteriore ordine remorum velut naves agerentur, turres contabulatas machinamentaque alia quatiendis muris portabant. Adversus hunc navalem apparatum Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris disposuit. In eas, quæ procul erant, naves saxa ingenti pondere emittebat: propiores levioribus, eoque magis crebris petebat telis. Postremo, ut sui vulnere intacti tela in hostem ingererent, murum ab imo ad summum crebris cubitalibus fere cavis aperuit: per quæ cava pars sagittis, pars scorpionibus modicis ex occulto petebant hostem. Quæ propius quidem subibant naves, quo interiores ictibus tormentorum essent, in eas tollenone super murum eminente, ferrea manus firmæ catenæ illigata cum injecta proræ esset, gravique libramento plumbi recelleret ad solum, suspensa prora navim in puppim statuebat. Dein remissa subito, velut ex muro cadentem navim cum ingenti trepidatione nautarum ita undæ affligebat, ut etiam si recta recideret, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio est elusa; omnisque vis est aversa, ut totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum instructa erat, Hieronis impensis curaque per multos anoos, Archimedis unica arte. Natura etiam adjuvabat loci: quod saxum cui imposita muri fundamenta sunt, magna ex parte ita proclive est, ut non solum missa tormento, sed etiam quæ pondere suo provoluta essent, graviter in hostem inciderent. Eadem causa ad subeundum arduum aditum instabilemque ingressum præbebat. Ita consilio habito, cum omnis conatus ludibrio esset, absistere oppugnatione, atque obsidendo tantum arcere terra, marique commeatibus hostem placuit.

DE SPECULIS COMBURENTIBUS.

GALENUS DE TEMPERAMENTIS LIB. 3. CAP. 2.

Οὕτω δήπως οἶμαι καὶ τὸν Ἀρχιμήδην φασὶ διὰ τῶν πυρίων ἐμπρῆσαι τὰς τῶν πολεμίων τριήρεις. Ἀνάπτεται δ᾽ ἑτοίμως ὑπὸ πυρίου καὶ ἔριον καὶ στυππεῖον, καὶ θρυαλλὶς καὶ νάρθηξ, καὶ πᾶν ὅτι ἂν ὁμοίως ᾖ ξηρὸν καὶ χαῦνον.

Hoc utique modo, ut ego arbitror, Archimedes etiam traditur per comburentia specula hostium naves incendisse. Facile vero succenditur a speculo comburente lana, stuppa, ellychnium, ferula; quidquid denique siccum est et perflabile.

ZONARAS ANNAL. LIB. 9.

Denique totam Romanorum classem mirabili prorsus modo combussit. Cum enim quoddam speculum ad solem convertisset, radios ejus excepit, incensoque aere, ob densitatem lævitatemque ipsius speculi, ingentem flammam excitavit, quam cum navibus injecisset portum subeuntibus, totas absumpsit.

Καὶ τέλος σύμπαν τὸ ναυτικὸν τῶν Ῥωμαίων παραδόξως κατέπρησε. Κάτοπτρον γάρ τι πρὸς τ ἥλιον ἀνακλίνας, τήν τε ἀκτῖνα αὐτοῦ ἐς αὐτὸ εἰσεδέξατο, ϗ τ ἀέρα ἀπ᾽ αὐτῆς τῇ πυκνότητι ϗ τῇ λειότητι τ κατόπτρου πυρώσας, φλόγα τε μεγάλην ἐξῆκαυσε, ϗ πᾶσαν αὐτὴν ἐς τὰς ναῦς ὑπὸ τ τοῦ πυρὸς ὁδὸν ὁρμώσας ἐνέβαλε, ϗ πάσας κατέκαυσεν.

TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

Ac verò Marcello Imperatore olim Romanorum,
Syracusas terra obsidente, et mari,
Quasdam quidem primum machinis attraxit onerarias naves,
Et ad Syracusanum murum cum levasset,
Cum ipsis viris iterum in profundum demisit unà.
Marcello autem auferente paululum onerarias,
Senex iterum omnes facit Syracusanos
Attollere posse lapides plaustrales,
Et singulos jacientes, demergere naves.
Cum autem Marcellus removisset illas ad jactum arcus,
* Educens quod speculum fabricavit senex:
A distantia autem commensurati speculi,
Parva hujusmodi specilla cùm posuisset, quadrupla angulis
Quæ movebantur squamis, et quibusdam scalpturis,
Medium illud posuit radiorum solis,
Australis, et Æstivalis et Hyemalis:
Refractis deinceps in hoc radiis,
Exarsio sublata est formidabilis ignita navibus.
Et has in cinerem redegit longitudine arcus jactus.
Sic vincit Marcellum machinis Senex.

* Fortasse. Sexangulum speculum &c.

Καὶ τοῦ Μαρκέλλου στρατηγοῦ ποτὲ δὴ τῶν Ῥωμαίων,
Τῇ Συρακούσῃ κατὰ γῆν προσβάλλοντος, καὶ πόντῳ,
Τινὰς μὲν πρῶτον μηχαναῖς ἀνείλκυσεν ὁλκάδας,
Καὶ πρὸς τὸ συρακούσιον τεῖχος μετεωρίσας,
Αὐτάνδρους πάλιν τῷ βυθῷ κατέπεμπεν ἀθρόως.
Μαρκέλλου δ᾽ ἀποστήσαντος μικρόν τι τὰς ὁλκάδας,
Ὁ Γέρων πάλιν ἅπαντας ποιεῖ Συρακουσίους
Μετεωρίζειν δύνασθαι λίθους ἁμαξιαίους,
Καὶ τὸν καθένα πέμποντα, βυθίζειν τὰς ὁλκάδας.
Ὡς Μάρκελλος δ᾽ ἀπέστησε βολὴν ἐκείνας τόξε,
* Ἐξάγων ὄντι κάτοπτρον ἐτέκτηνεν ὁ Γέρων·
Ἀπὸ δὲ διαστήματος συμμέτρου τοῦ κατόπτρου,
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς τετραπλᾶ γωνίαις,
Κινούμενα λεπίσι τε καί τισι γιγγλυμοῖς,
Μέσον ἐκεῖνο τέθεικεν ἀκτίνων τῶν ἡλίου,
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς, καὶ χειμεριωτάτης·
Ανακλωμένων δὲ λοιπὸν εἰς τοῦτο τῶν ἀκτίνων,
Ἔξαψις ἤρθη φοβερὰ πυρώδης ταῖς ὁλκάσι.
Καὶ ταύτας ἀπετέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλου.
Οὕτω νικᾷ τὸν Μάρκελλον ταῖς μηχαναῖς ὁ Γέρων.

* Ἑξάγωνόν τι κάτοπτρον &c.

APPENDIX.

COMMENTARIUS

IN ALIQUAS

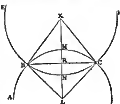
ARCHIMEDIS

PROPOSITIONES

DE IIS QUÆ IN HUMIDO VEHUNTUR.

IN PROP. VIII. Lib. I.

"PORTIONIS in humido demersæ, quæ ex duabus sphæræ portionibus constat, axis erit in perpendiculari per K ducta." Secent enim se invicem circumferentiæ in punctis B, C; et jungantur L B, B K, B C, K L, K C, C L. Secet recta K L rectam B C in puncto R, circumferentias vero in N, M. Tum propter L, K centra circulorum, erunt rectæ B L, L C, uti etiam rectæ B K, K C, inter se æquales; et idcirco (8. 1.) anguli B L K, C L K æquales. Quare rectæ B R, R C æquales sunt, et anguli B R L, C R L recti; et proinde (3. 3.) recta K L bifariam secabit, et ad rectos angulos, omnes rectas in segmento B M C vel B N C ipsi B C parallelas. Ergo portionis in humido demersæ, quæ ex duabus sphæræ portionibus constat, axis est in recta K L.



IN PROP. IX. Lib. I.

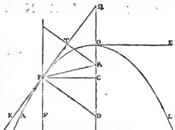
" Itaque figura quæ est extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per K." Hoc iisdem verbis ut supra demonstrabitur, si jungantur L B, B K, B C, K L, K C, C L.

5 B

IN PROP. II. Lib. II.

"Sesquialterum ejus, quæ usque ad axem;" hoc est, sesquialterum dimidiæ rectæ juxta quam possunt quæ ad axem ordinatim applicantur, ut constat ex demonstratione Prop. V. de Conoidibus et Sphæroidibus.

Pag. 340. lin. 19. "Quare angulus R P Ω acutus erit." Sit enim rectanguli coni sectio A O L, cujus axis O D; et ipsam contingat recta K Ω in puncto P et occurrat axi in Ω. Sit recta O E juxta quam possunt quæ ad axem ordinatim applicantur; et ducantur a contactu P ad axem rectæ P C, P D, recta quidem P C axi ordinatim applicata, recta vero P D contingenti K Ω perpendicularis. Tum erit rectangulum Ω C D (8. et 17. 6.) æquale quadrato ex P C, et proinde æquale rectangulo E O C, per cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. Ut igitur Ω C ad O C ita E O ad C D. Sed recta O C dimidia est ipsius Ω C, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. et idcirco est recta C D dimidia ipsius O E, et proinde æqualis rectæ, quæ ad axem usque pertingit. Quare si O R segmentum axis sit minus linea, quæ usque ad axem, punctum R cadet inter puncta O, D; et idcirco si jungatur R P erit angulus R P Ω acutus.

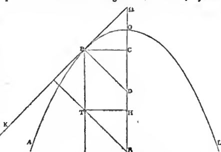


Porro, si ducatur recta R T contingenti K Ω perpendicularis, erit (28. 1.) ipsi D P parallela; et proinde cum linea F P extra sectionem conveniet, et cadet inter P et Ω puncta.

Eadem ratione demonstrabitur, in Prop 3. "angulum R O K acutum esse: et perpendicularem ab R ad K Ω ductam cadere inter K et O."

IN PROP. IV.

"Ducta linea ab R ad T et producta." &c. Sit enim rectanguli coni sectio A O L, cujus axis O D, et ipsam contingat recta K Ω in puncto P; et sint cætera ut ab Archimede posita. Ducantur a contactu P rectæ P D, P C ad axem; recta P C ei quidem ordinatim applicata, recta vero P D contingenti perpendicularis. Itaque, ut supra, demonstrabitur rectam C D æqualem esse ei, quæ usque ad axem. Sunt igitur inter se æquales rectæ C D, H R, uti etiam (34. 1.) rectæ C P, H T; et proinde (4. 1.) anguli C D P, H R T æquales. Ergo rectæ D P, R T sunt parallelæ (27. 1.); et idcirco recta R T producta angulos rectos faciet cum linea sectionem in puncto P contingente.



Eadem ratione demonstrabitur in Prop. 5. rectam "R T productam facere angulos rectos cum ipsa K P Ω."

IN PROP. V.

"Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ est extra humidum, quam quadratum N O ad quadratum M O." Dividatur enim X Z ita, ut segmentum Y Z sit ad X Z ut magnitudo demersa ad totam portionem. Sit vero segmentum X V ad X Z ut excessus qua-



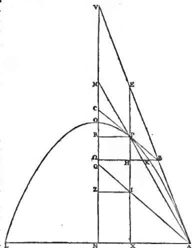
drati NO supra quadratum MO ad ipsum NO quadratum. Et quoniam magnitudo demersa non majorem proportionem habet ad totam portionem quam excessus, quo quadratum NO excedit quadratum MO, ad ipsum NO quadratum, segmentum YZ non est majus segmento XV. Quare segmentum VZ non est majus segmento XY. Recta igitur XZ non habet majorem proportionem ad XY, quam habet ad VZ. Sed ut recta XZ ad XY ita tota portio ad eam quæ est extra humidum; et per hypothesin et conversionem, ut recta XZ ad VZ ita quadratum NO ad quadratum MO. Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ est extra humidum, quam quadratum NO ad quadratum MO.

IN PROP. VI.

" Quoniam ergo in portione APOL, quæ continetur recta linea, et rectanguli coni sectione, KΩ quidem æquidistans est ipsi AL; PI vero diametro æquidistat: secaturque ab ipsa KΩ in H; et AS æquidistat contingenti in P: necessarium est ipsam PI ad PH vel eandem proportionem habere, quam habet NΩ ad ΩO, vel majorem: hoc enim jam demonstratum est." Ubi tamen vel ab Archimede vel ab alio inter Veteres Mathematicos, se omnino ignorare profitetur Commandinus, qui itaque demonstrationem in Commentariis suis adjecit, magno molimine, et schematum plurimorum ope confectam. Nos idem brevius et facilius ex sequentibus.

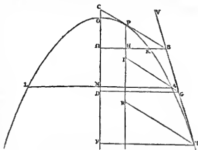
Cæteris manentibus, ut ab Archimede posita sunt, occurrant rectæ ΩK, CP sibi invicem in B; et per punctum B ducatur recta BV quæ sectionem contingет.

Primum contingat recta BV sectionem in puncto A, et occurrat diametris IP, NO in E, V. Occurrant rectæ BP, AI diametro NV in C, Q; et per puncta P, I ducantur rectæ PR, IZ ipsi AL parallelæ et occurrentes NO in R, Z. Postremo, ducatur recta AP et occurrat rectæ NV in M. Tum erit recta IP rectæ PE æqualis, recta autem NO rectæ OV, et recta RO rectæ OC, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. conic. Apol. Sed propter parallelas EH, VΩ, erit EP ad VC ut BP ad BC, hoc est, ut PH ad CΩ: et propter æquales EP, PI, et constructionem, erit recta VM rectæ MQ æqualis. Porro recta RZ rectæ IP, vel EP, æqualis est. Quare ut RZ ad VC ita PH ad CΩ, hoc est, propter æquales (34. 1.) ut RZ ad RN ita RΩ ad CΩ; et dividendo, ut RZ ad ZN ita RΩ ad CR. Ut vero IP ad CM ita (4. 6.) AP ad PM; et ut AP ad PM ita AX ad XN vel IZ, hoc est IX vel ZN ad QZ. Quare (11. 5.) propter æquales, ut RZ ad CM ita ZN ad QZ; et permutando, ut RZ ad ZN ita CM ad QZ. Sed propter æquales (34. 1.) IZ, PR et parallelas IZ, PR et IQ, PC, erunt (26. 1.) QZ, CR inter se æquales: et proinde, (11. 5.) ut RΩ ad CR ita CM ad CR. Sunt igitur CM, RΩ æquales. Rursus, ut AV ad BV ita se habet VN ad VΩ et VQ ad VC; et proinde sumendo dimidia antecedentium, ut VO ad VΩ ita VM ad VC. Quare dividendo, ut VO ad OΩ ita VM ad MC; hoc est, ut NO ad OΩ ita QM ad MC: et proinde dividendo, ut NΩ ad OΩ ita QC ad CM. Ergo, quoniam rectæ QC, PI, uti etiam CM, RΩ, PH inter se æquales sunt; erit NΩ ad OΩ ur PI ad PH.



Secundo, contingat recta VB sectionem in puncto T; et ducatur recta TR ipsi AI vel CB parallela, et occurrens PI in R. Ducatur etiam recta TF ipsi AN vel ΩK parallela, et occur-

rens O N in F. Producatur recta I A et occurrat contingenti B T in G; et ducatur recta G D ipsi A N parallela, et occurrens O N in D. Tum propter parallelas, erit D Ω ad F Ω ut B G ad B T, et B G ad B T ut P I ad P R. Quare ut D Ω ad F Ω ita P I ad P R. Sed, ut supra, demonstrabitur, rectam F Ω esse ad Ω O ut P R ad P H; et proinde (22. 5.) ut D Ω ad Ω O ita P I ad P H. Sed D Ω ad Ω O majorem proportionem habet quam N Ω ad Ω O; et idcirco P I ad P H majorem proportionem quam N Ω ad Ω O.



"At vero N Ω sesquialtera est ipsius Ω O." Pag. 343. Nam O F (vide Fig. pag. 343.) est dupla ipsius F N, et idcirco ut N F ad N O ita quinque ad quindecim; et, per *hypothesin*, ut F Ω ad N O ita quatuor ad quindecim. Quare (24. 5.) ut N Ω ad N O ita novem ad quindecim; et N Ω ad Ω O ut novem ad sex.

IN PROP. VIII. Vide Fig. Pag. 345.

"Erit et C D ipsius K R sesquialtera." Quoniam enim est B K dupla ipsius K D, erit B D sesquialtera B K. Ut igitur B D ad B K ita C B ad B R; et idcirco ut B D ad B K (19. 5.) ita C D ad R K. Sed ut B D ad B K ita tria ad duo; et proinde C D sesquialtera ipsius K R.

"Perspicuum igitur est F Q ad D B proportionem minorem" &c. Nam recta C B est excessus quo axis major est, quam sesquialtera ejus quæ usque ad axem; et idcirco, per hypothesin, quadratum ex F Q ad quadratum ex B D minorem proportionem habet quam quadratum ex B C ad quadratum ex B D. Ergo quadratum ex F Q minus est quadrato ex B C, et proinde recta F Q minor ipsa B C.

"Sed quam proportionem habet quadratum P I ad quadratum I Y, eandem linea K R habet ad lineam I Y." Nam per hypothesin, et Prop. 11. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. quadratum ex P I æquale est duplo rectanguli sub O I, K R; et idcirco, per Prop. 35 et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. quadratum ex P I æquale est rectangulo sub K R, I Y. Ergo ut quadratum ex P I ad quadratum ex I Y ita rectangulum sub K R, I Y ad quadratum ex I Y, hoc est (1. 6.) linea K R ad lineam I Y.

"Et quam proportionem habet quadratum E Ψ ad quadratum Ψ B, eandem habet dimidium lineæ K R ad lineam Ψ B." Nam, ex hypothesi, quadratum ex E Ψ æquale est rectangulo sub dimidio lineæ K R et linea Ψ B; et idcirco ut quadratum ex E Ψ ad quadratum ex Ψ B ita rectangulum sub dimidio lineæ K R et linea Ψ B ad quadratum ex Ψ B, hoc est (1. 6.) dimidium lineæ K R ad Ψ B.

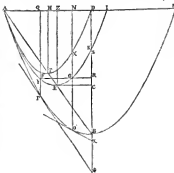
IN PROP. IX. Vide Fig. Pag. 346.

"Habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humidum, proportionem eandem quam quadratum B D ad quadratum F Q:" nempe invertendo et convertendo, quoniam pars demersa ad totam portionem, eam proportionem habet, quam excessus quadrati B D supra quadratum F Q ad quadratum B D.

IN DEMONSTRATIONEM PRIMÆ PARTIS

PROP. X.

"Est autem et S B sesquialtera ipsius B R." Nam, per constructionem, est B D sesquialtera rectæ B K, recta vero D S sesquialtera ipsius K R. Quare ut B D ad B K ita D S ad K R; et

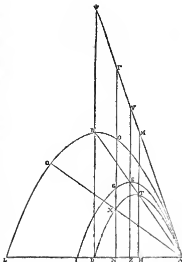


proinde (19. 5.) B D ad B K ut S B ad B R. Ergo eſt S B ſeſquialtera ipſius B R.

" Tranſibit igitur A E I coni ſectio per K." Quoniam enim eſt B K dupla ipſius K D, erit D K ad B D ut quinque ad quindecim. Sed, per hypotheſio, ut K C ad D B ita quatuor ad quindecim; et proinde (24. 5.) ut D C ad D B ita novem ad quindecim, et dividendo ut D C ad C B ita novem ad ſex, hoc eſt, tria ad duo.

Rurſus (4. 6.) ut D C ad C B ita A E ad E B, hoc eſt, A Z ad Z D; et proinde ut tria ad duo ita A Z ad Z D, et in eadem proportione eſt D B ad B K. Conſtat igitur A E I coni ſectiooem tranſire per K, ex quarta Prop. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ.

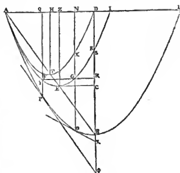
" Habet O G ad G X proportionem compoſitam ex proportione, quam habet I L ad L A; et ex proportione, quam A D habet ad D I."



Nam contingat recta A Ψ ſectionem A B L, et occurrat rectis D B, N O, Z E, H T in punctis Ψ, Γ, V, M. Tum erit B D ad E Z ut D A ad A Z, per Prop. 11. Lib. 6. Apol. et idcirco (4. 6.) B D ad E Z ut D Ψ ad Z V. Sed recta D Ψ eſt dupla rectæ B D, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apollonii; et proinde recta Z V dupla ipſius E Z. Quare recta A Ψ contingit ſectionem A E I, per Prop. 33. Lib. 1. Apollonii. Eodem modo demonſtrabitur rectam A Ψ contingere ſectionem A T D.

Quare, per Prop. 5. Libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, ut A L ad A N ita N Γ ad Γ O; ut vero I A ad A N ita N Γ ad Γ G. Eſt igitur rectangulum ſub A N, N Γ æquale rectangulo ſub A L, Γ O (16. 6.), uti etiam rectangulo ſub I A, Γ G; et idcirco rectangulum ſub A L, Γ O eſt æquale rectangulo ſub I A, Γ G. Ut igitur A L ad I A ita Γ G ad Γ O; et convertendo ut A L ad I L ita Γ G ad G O. Rurſus, ut A D ad A N ita N Γ ad Γ X, et idcirco rectangulum ſub A D, Γ X æquale eſt rectangulo ſub A N, N Γ; hoc eſt, æquale rectangulo ſub I A, Γ G. Quare ut A D ad A I ita Γ G ad Γ X, et dividendo ut A D ad D I ita Γ G ad G X; et invertendo ut D I ad A D ita G X ad Γ G. Et quoniam ut A L ad I L ita Γ G ad G O, erit rectangulum ſub A L, D I ad rectangulum ſub I L, A D ut rectangulum ſub F G, G X ad rectangulum ſub G O, Γ G, hoc eſt (1. 6.) G X ad G O. Ergo recta O G ad G X habet proportionem compoſitam ex proportione, quam habet I L ad L A, et ex proportione quam A D habet ad D I.

" Sed I L ad L A habet eandem quam duo ad quinque." Nam ſupra demonſtratum eſt, rectam D C ad C B eandem proportionem habere quam tria ad duo; et proinde componendo erit D C ad



D B, hoc eſt, Z E ad D B ut tria ad quinque. Sed, propter ſectionum ſimilitudinem, ut Z E ad D B ita A I ad A L. Quare ut A I ad A L ita tria ad quinque; et idcirco (19. 5.) I L ad L A ut duo ad quinque.

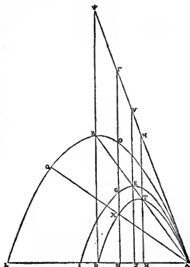
" Et A D ad D I eam proportionem habet, quam quinque ad unum." Ut enim B D ad D C ita quindecim ad novem, hoc eſt triginta ad octodecim; et proinde ſumendo dimidia antecedentium, ut T H ad D C ita quindecim ad octodecim, hoc eſt, quinque ad ſex. Quare ut T H ad E Z, hoc eſt, propter ſectionum ſimilitudinem, A D ad A I ita quinque ad ſex; et dividendo, ut A D ad D I ita quinque ad unum.

" Harum autem D Z, D A duplæ ſunt ipſæ L I, L A." Nam demonſtratum eſt, rectam, A Z ad Z D eandem proportionem habere quam tria ad duo; rectam vero A L ad L I eandem quam quinque ad duo. Quare componendo ut A D ad Z D ita quinque ad duo; et proinde (11. 5.) ut L A ad L I ita A D ad Z D. Sed A L dupla eſt ipſius A D, et idcirco L I dupla ipſius Z D.

" Demonſtratum eſt enim ſuperius, portionem, cujus axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem," &c. Nimirum in Propoſitione quarta.

IN DEMONSTRATIONEM SECUNDÆ PARTIS PROP. X.

" Poſtea ducta A N, et producta ad Q, lineæ A N, N Q inter ſe æquales erunt." Nam cæteris ut ſupra manentibus, erit, per Prop. 5. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, L N ad N A ut N O ad O Γ; et componendo ut L A ad N A ita N Γ ad O Γ. Rurſus ut D A ad N A ita N Γ ad X Γ, et invertendo ut N A ad D A ita X Γ ad N Γ. Quare (23. 5.) ut L A ad D A ita X Γ ad O Γ; et quoniam eſt L A dupla ipſius D A, erit X Γ dupla ipſius O Γ. Jungatur A X, et occurrat ſectioni A B L in Q; et per Prop. 5. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, erit Q X ad X A ut X O ad O Γ, et proinde Q X, X A inter ſe æquales.



COLLATIO OPERUM

ARCHIMEDIS

QUÆ EXTANT IN

CODICE IV. PLUTEI XXVIII.

BIBLIOTHECÆ LAURENTIANÆ, FLORENTIÆ,

MEMBRANACEO IN FOL. MINORI SÆCULI XIII.

NEC NON

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIORUM

QUI EXTANT IN EODEM CODICE;

INITA CUM

EDITIONE BASILEENSI

PER JOANNEM HERVAGIUM, ANNI MDXLIV.

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codex Florent.
Tit.	———	Tit.	Ἀρχιμήδους ἐπιπέδων &c.	Concordat titulus cum editione.
Pag. 1. l. 1	ἀπὸ τῶν ἴσων	Pag. 104. l. 35	* *	deest τῶν
—— l. 7	προστιθῇ	—— l. 39	προστιθῇ	προστιθῃ
—— l. 12	ἐφαρμόζειν	—— l. 42	ἐφαρμόζῃ	εφαρμοζει
—— l. 19	σχήματος, ἃ ἁ περίμετρος	—— l. 45	σχήματος οὗ ὁ περίμετρος	σχηματος οἷα ο περιμετρος
—— 2. l. 16	ἰσογώνιον	—— 55. l. 39	* *	ισογωνιου
—— l. 17	οὐδ' ἕτερον	—— l. 40	* *	ουδ᾽ ετερον
—— l. 24	ἔχῃ	—— l. 48	ἔχει	εχη
—— l. 32	ἐπισυμμένους.	—— 56. l. 3	* *	επισυνεσπομενους
—— l. 44	πρὸς ΘΚ, καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ, καὶ ὁ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΚ, ΚΛ,	—— l. 12	πρὸς τὴν ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΛ, καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ· καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ. ΜΚ, ΚΛ &c.	προς ΘΚ· και η ΖΘ προς ΘΛ· και η ΔΘ προς ΘΜ· και επεζευχθωσαν αι ΜΚ ΚΛ &c.
—— 3. l. 2	ἀπὸ τοῦ Θ	—— l. 27	* *	αι απο του Θ
—— l. 4	ἃ ὁ περίμετρος	—— l. 29	* *	εσσα απεριμετρος (sic)
—— l. 7	προειρημένοις	—— l. 30	* *	προσειμενοις.
—— l. 8	περίμετρον,	—— l. 31	* *	περιδιαμετρον
—— l. 12	τοῦ ΑΒΓ	—— l. 34	τοῦ ΑΒ	του ΑΒΓ
—— l. 21	βάρεος,	—— l. 41	* *	βαρεος
—— l. 26	ὅπερ οὐχ	—— l. 45	οὐχ	υπερ ουχ
—— l. 39	Ἀφαιρεθείσας	—— 105. l. 1	* *	αφαιρεθεισας γαρ
—— l. 42	ποτιτεθείη.	—— l. 3	* *	ποτιτεθη
		Cap. I.		
—— l. 46	καὶ τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος,	—— l. 4	καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος	και το Μ with ζ written above it (quo nexu indicatur vox μειζον) απο του χ with ε written above it (quo nexu significatur ελασσονος, ut etiam infra alias occurrit)
—— l. 48	καὶ ἔστω μεῖζον τὸ Α·	—— l. 5	καὶ ἔστω τὸ Α	και εστω μειζον (scriptum ut supra) το Α
—— l. 52	ἴσω	—— l. 6	* *	εστω ελαττων

Asterismi designant Basileensis Editionis cum Oxoniensi concordantiam.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 4. l. 2 Τὰ γὰρ ἴσα	Pag. 105. l. 10 γὰρ ἴσα	τα γαρ ισα Schema ad hoc pertinens Caput ita se habet



	Cap. II.	
—— l. 14 κέντρον ἴσαι	—— l. 20 • •	κεντρον ισον
—— l. 22 μεγεθέων	—— l. 23 • •	μεγεθων
—— l. 31 ἰσοῤῥοπεόντι	—— l. 31 • •	ισορροπεοντι
—— l. 33 ὅτι τὸ Γ	—— l. 34 τὸ ὅτι Γ	οτι το Γ
—— l. 37 Κέντρον τοῦ βάρεος	—— 56. l. 47 • •	εστω κεντρον του βαρεος
	Cap. III.	
—— l. 47 μεγεθέων	—— 105. l. 56 • •	των μεγεθεων
—— 5. l. 2 αὐτῶν κέντρον	—— l. 37 • •	το αυτο κεντρον
—— l. 19 καὶ τῷ πλήθει	—— l. 50 • •	κατα πληθει
—— l. 22 μεγέθεος	—— l. 51 • •	μεγεθεα
	Cap. IV.	
—— l. 45 καὶ ὡς τὸ Δ	—— 106. l. 18 • •	και εστω ως το Α
—— 6. l. 13 ἡμίσυ	—— l. 26 ἥμισυ	ημισυ
—— l. 20 ἔστω τὸ Α τῷ Ζ.	—— l. 54 • •	εστω και το Δ τω Ζ
—— l. 27 εἰς τὰς τῷ	—— l. 38 εἰς τᾶς τῷ	deest τῶ
—— l. 28 ἴσα ἐστὶ	—— l. 39 • •	εστι ισα
—— l. 41 Ἀλλ' ἐν τῷ	—— l. 45 • •	αλλα εν τω
—— l. 44 δύνατα	—— l. 47 δυνάμει	δυνατα
	Cap. V.	
—— 7. l. 6 ἀντιπεπονθότως	—— 107. l. 1 • •	αντιπεπονθοτως
—— l. 9 δὲ τὰ	—— l. 3 τὰ δὲ	δε τα
—— l. 18 τῷ Γ, ἢ ὡ.	—— l. 10 • •	τω Γ Η. ω
—— l. 28 τὸ Α Β	—— 57. l. 2 • •	το απο Α Β
—— l. 31 ἔλαττον	—— l. 4 • •	το ελαττον
—— l. 32 τῶν μείζονος	—— ib. • •	των μειζονος
	Cap. VI.	
—— l. 42 μεγέθεός τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ,	—— 107. l. 18 μέγεθος ἀφαιρεθῇ	αφαιρεθη τι μεγεθος
—— 8. l. 4 τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος	—— l. 22 τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος	των αφηρημενου μεγεθεων
—— l. 7 ὃ τὸ κέντρον	—— l. 24 αὐτοῦ κέντρον	ου κεντρον
—— l. 20 τμάματα	—— l. 36 • •	τα τμηματα
—— ib. ἀντιπέπονθε	—— ib. ἀντιπεπονθόμεν	αντιπεπονθεμεν
—— l. 25 ἐστὶ ἄρα	—— l. 38 • •	αρα εστι
	Cap. VII.	
—— 9. l. 7 τοῦ βάρεος	—— 108. l. 5 τοῦ βάρους	του βαρεος
	Cap. VIII.	
—— l. 16 δίχα τέμνουσα	—— l. 9 τέμνουσα	διχα τεμνουσα
—— l. 28 Τὰ ἐν ΑΔΒ,ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα	—— l. 21 τρίγωνα ἴσα	τα αρα Α Β Δ Β Δ Γ τριγωνα ισα
—— l. 52 Καὶ τετμάσθω δίχα ἁ Δ Β κατὰ τὸ Θ	—— l. 24 καὶ τετμάσθω δίχα ἁ Δ Β κατὰ τὸ Θ.	defunt
—— l. 58 τὸ Β Δ Γ	—— l. 30 • •	το Α Δ Γ
—— l. 39 τᾶς Α Β	—— l. 31 • •	της μεν Α Β
—— l. 43 τριγώνου	—— l. 34 τριγωνίου	τριγωνου
	Cap. IX.	
—— 10. l. 6 σαμεῖα	—— l. 40 σαμεῖον	σημεια
—— l. 19 ἔστω τὸ Η κέντρον	—— 109. l. 2 ἔστω τὸ Η κέντρον	εστω το Η κεντρον
—— l. 26 ἑκάτερον	—— l. 5 ἑκάτερον	εκατερον
—— l. 28 ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ Ε Δ Ν	—— l. 6 • •	ισα εστι τα υπο Ε Δ Η
—— l. 32 τὸ Ν σαμεῖον, ὅπερ	—— l. 8 • •	defunt
	Cap. X.	
—— l. 37 βάσιο	—— l. 10 • •	ταν βασιν
—— l. 38 ὁμοίως	—— l. 11 ὁμοίως	ομοιως
—— l. 44 ἐπιζεύχθω	—— l. 12 • •	επιζευχθω, et sic in linea 18.
—— l. 50 ὁμοίως	—— l. 15 • •	ομοιως corr. ομοιας
—— 11. l. 2 γεγονέτω	—— l. 19 • •	πεποιησθω
—— l. 8 ὑπὸ Α Η Β	—— l. 28 • •	υπο Α Η Β γωνια
—— l. 20 ὁμολόγους	—— l. 34 • •	τους ομολογους
—— l. 21 καὶ ἴσας	—— l. 34 • •	deest και
	Cap. XI.	
—— l. 27 ἐπὶ μέσαν	—— l. 36 • •	σημειον
—— l. 32 καὶ δι' αὐτοῦ	—— l. 39 • •	και δια του
—— l. 35 τᾶς Θ Ι	—— l. 40 • •	τας Θ Ι Ε

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 11. l. 41 τοῦ δὲ ΖΘ	Pag. 109. l. 43 • •	τον δε ΖΘ
— l. 49 τὰς ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ.	— l. 46 • •	τας ΑΜ, ΜΖ ΖΓ ΚΖ
— 12. l. 9 λόγον ἔχει	— l. 51 • •	deest ἔχει
— l. 17 τι μέγεθος	— 110. l. 4 τὸ μέγεθος	τι μεγεθος
— l. 42 ἁ ΑΕ	— 57. l. 13 • •	η ΑΘ
— l. 45 ἐστιν ἄρα	— l. 15 • •	αρα εστιν
— 13. l. 5 τρίγωνα	— l. 22 • •	το τριγωνο
— l. 6 ἴσων βασίων	— ib. ἴσων βασίων	ισων βασεων
— l. 14 ἔχει λόγον	— l. 27 • •	λογον εχει
— l. 15 ἄρα πρὸς	— ib. • •	deest ἄρα
— 14. l. 7 περιέχεται διὰ τοῦ Θ	— 111. l. 1 • •	περιεχεται δε δια του Θ
	Cap. XII, XIII.	
— l. 31 αὐτᾶς	— l. 12 • •	αυτης
— l. 33 ἔχει τὸν λόγον	— l. 14 • •	εχειν τον λογον
— l. 43 ἐκβάλλης	— l. 18 • •	εκβαλη
— 15. l. 9 τῷ βάσει ἄκεται ἁ ΜΘ.	— l. 32 τᾶ βάσει • οὐκ γὰρ ἁ ΜΘ.	τα βασει αυτου α ΜΘ
— l. 33 σαμεῖον	— 57. l. 37 σημεῖον	σημειον, et sic infra.
— l. 42 βάρεος	— l. 46 • •	βαρους
— l. 46 ἐπιζευγνύμενας	— l. 49 ἐπιζευγνύμενη	επιζευγνυμεναι
— 16. l. 7 βάρεος	— 58. l. 5 • •	βαρους
	— 127. Ἀρχιμήδους τετραγωνισμὸς παραβολῆς	
— 18. l. 5 Κέχρηνται	— l. 37 • •	κεχρηται
— l. 11 στεραμὸς	— l. 40 • •	μεραμις
— l. 15 προειρημένον	— l. 43 προειρημένον	προειρημενον
— l. 17 τῶν ἀπὸ τούτω	— l. 45 τοῦ τούτου	των απο του τουτου
	Cap. I.	
— l. 27 τομὰ ἁ ΑΒΓ,	— 128. l. 1 τομὰ ἁ ΒΓ	τομα αφας α ΑΒΓ
— ib. ἁ μὲν	— l. 2 • •	desunt
— l. 29 ΑΔΓ	— l. 3 • •	ΑΓ
— l. 31 τῶ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Β· ἐπιψαύοντι αἱ ΑΔ, ΑΓ ἴσαι.	— l. 4 • •	του κωνου τομης· ισαι εσται α ΑΔ τα ΑΓ· και εστι η α ΑΔ παραλληλα εσσουνται αι τε ΑΓ. και ο κατα το Β. επιψαυουσαι τας τω κωνου τομας.
	Cap. II.	
— l. 38 ἁ ΑΒΓ,	— l. 7 ἁ ΑΒ	ἁ ΑΒΓ
— ib. ΒΔ	— l. 8 ἁ ΒΔ	α μεν ΒΑ
— l. 40 καὶ ἁ ΓΕ	— l. 10 • •	α δε ΒΓ
	Cap. III.	
— 19. l. 2 ἁ ΑΒΓ	— l. 13 ἁ ΑΒ	ἁ ΑΒΓ
— l. 3 ἀχθῶντι	— l. 15 • •	αχθωντι
— l. 4 παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β	— ib. • •	desunt
— l. 7 μέσαι	— l. 17 μέσαι	deest
— l. 8 ὄντως	— ib. • •	deest
	Cap. IV.	
— l. 19 τέμνοντι ἑκατέρας τᾶς ΑΓ καὶ ΓΒ· εὐθεῖα τὸν αὐτὸν	— l. 24 τέμνουσαν, τὰν δὲ	τεμνουσα τας δια
— l. 23 διὰ τοῦ Η	— l. 27 διὰ τοῦ Κ	δια του Ι
— l. 27 τὰν ΚΗ	— l. 29 • •	ταν ΚΙ
— l. 30 οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ τὰν ΔΖ δυνάμει·	— l. 31 οὕτως ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει· ὡς τε	ουτως α ΒΓ ΒΘ ΒΙ γραμμαι. ωτε
— l. 37 ΑΖ, οὕτως ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. Τῷ δὲ	— l. 34 ΑΖ, οὕτως ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. τᾶ δὲ	desunt. Inter ΘΗ et τῷ δὲ intercedit lacuna trium vel quatuor verborum.
	Cap. V.	Deinceps nulla fit in Codice Capitum numeratio.
— 20. l. 5 παρὰ τὰν ΑΖ·	— 129. l. 4 • •	ποτι ταν ΑΖ
	Cap. VI.	
— l. 37 κάτω νενεύσθω·	— l. 27 • •	κατανενευσθω
— 21. l. 5 ὁ ζυγὸς, ἰσοῦται ἁ ΑΓ	— l. 33 ὁ ζυγὸς ΕΚ, καὶ ἁ ΑΓ	ο ζυγος τεμει α ΑΓ
— l. 8 καθέτου	— l. 39 • •	καθετος
— l. 16 τριγώνου	— l. 47 • •	τριγωνον
— l. 17 κατασπασθῇ,	— l. 48 • •	κατασπασθη
	Cap. VII.	
— l. 34 βάσιν	— 130. l. 7 • •	βασιν μεν
	Cap. VIII.	
— 22. l. 8 κρεμάσθω	— l. 23 • •	κεκρεμασθω
	Cap. IX.	
— l. 34 κρεμάσθω	— l. 50 • •	κεκρεμασθω, et sic infra
	Cap. X.	
— 23. l. 19 τοῦτο ἔχειν	— 131. l. 20 • •	τουτο εχει corr. τουτο δε εχει
— l. 25 ἔχον	— l. 23 • •	εχοντα
— l. 26 ἰσοῤῥοπέοντι	— l. 24 • •	ισορροπουντι
— l. 30 Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΒΑΗΚ τραπέζιον	— l. 26 • •	μειζον δε αλογον εχει το ΒΔΗΚ τραπεζιον
	Cap. XI.	
— l. 48 τὰ Β, Η	— l. 43 τὸ Β, Η	τα ΒΗ

5 D

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XII.	
Pag. 24. l. 20 τῶ Α	Pag. 131. l. 50 • •	τον μεν Α
— l. 27 τῷ Ζ,	— 132. l. 5 • •	τω Ζ
	Cap. XIII.	
— l. 43 κατὰ τὰ Ε, Η·	— l. 23 • •	κατα τα ι.
— l. 46 ἰσοῤῥοπείτω	— l. 26 ἰσοῤῥοπείτω	ισοῤῥοπειτω
	Cap. XIV.	
— 25. l. 20 τριγώνω,	— l. 41 τριγωνίω	τριγωνου
— l. 22 α Γ Ε	— l. 42 ὁ ΑΒ	η ΑΒΓ
— l. 25 καὶ κρεμάσθω	— 132. l. 43 • •	και κρεμασθω
— l. 30 ζυγῷ	— l. 44 • •	του ζυγου
— l. 39 τῷ ΤΗ·	— l. 45 τῶ ΘΗ	τω ΤΗ
— 26. l. 4 ἔχουσα λόγον	— 135. l. 1 ἔχει λόγον	εχοντι λογον
— l. 5 ἐστὶ τὸ ΑΖ.	— ib. • •	εστι το ΑΖ
— l. 6 ἐστὶ δὲ τὰν ΒΙ	— ib. • •	εστι δε ταν ΒΗ
	Cap. XV.	
— l. 46 ἀγμένον	— l. 41 • •	αγμενον
— 27. l. 5 τὰν ΒΕ	— l. 44 τὰ ΒΕ,	ταν ΒΕ
— l. 22 Νοείσθω δὲ	— l. 49 • •	νοεισθω δη
— l. 32 τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ	— 134. l. 1 τὰ ΡΧΨΩΔ	ταν ΡΧΨΩΔ
— l. 39 τῶ Ρ	— l. 15 • •	του ΡΧ
	Cap. XVI.	
— 28. l. 5 τὸ ΒΘΓ	— l. 33 • •	το ΒΓΔ
— l. 17 αἱ ΜΦ, ΝΡ, ΒΘ ΠΟ..	— l. 40 • •	αι ΜΦΝΡΒΘΩΣ
— l. 39 μεῖζον ἢ	— l. 48 • •	μειζον εν η
— l. 51 κατασκευάσθω.	— 135. l. 2 • •	κατασκευασθω
— 29. l. 3 ἐντὶ	— l. 4 • •	εστι
— l. 14 ἐσὶν	— l. 15 • •	εστι
	Cap. XVII.	
— l. 35 τμᾶμα	— l. 28 τμᾶμα	τμημα
— 30. l. 2 τριπλάσιον· δῆλον	— 136. l. 2 τριπλάσιον, δῆλον	τριπλασιον εστι του δε ΒΘΓ τριγωνου τετραπλασιον. δηλον
— l. 3 τμᾶμα	— ib. τμημα	deest
— ib. ΕΘΓ τριγώνω.	— ib. τοῦ ΒΘΓ τριγωνου	του ΒΔΓ τριγωνου
— l. 6 αὐτὸ τᾶς	— l. 4 • •	αυτο επι τας
	Cap. XVIII.	
— l. 21 ὀρθογωνίω	— l. 14 ὀρθογωνίω	και ορθογωνιου
	Cap. XIX.	
— l. 31 ἄχθωσαν δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας·	— l. 30 • •	defunt omnia.
— l. 45 ἔστι μέντοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν	— l. 32 ἔστι μέν τοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν	ας μεν τι δηλον ως τον αυτον
	Cap. XX, XXI.	
— 31. l. 35 τμαμάτεσσι,	— 137. l. 5 τμαμάτεσσι	τμημασιν
— 32. l. 1 τμάματος τῶ ΑΖΒ· τρίγωνον ἄρα τὸ ΑΖΒ τὸν αὐτὸν	— l. 17 • •	του τμηματος του ΑΖΒ. το δε ΑΖΒ τριγωνον τον αυτον
— l. 10 ὀκταπλάσιον.	— l. 21 • •	εστιν οκταπλασιον
— l. 12 τμᾶμα	— l. 21 τμᾶμα	τμηματος
	Cap. XXII.	
— l. 17 τῷ βάσει	— l. 23 • •	deest τῷ
— l. 23 τετραπλάσιον ᾗ ἔστω τὸ Ζ τῶ Η· καὶ ἔστω τὸ Ζ ἴσον	— l. 29 τετραπλάσιον δὲ ἔστω τὸ Ζ· τῷ ἔστω τὸ Ζ ἴσον	τετραπλασιον δε εστω το αγομενον του εσχατου. μεγιστον δε εστω το Ζ. και εστω το Ζ ισον &c.
— l. 39 εἰς τὰ	— l. 41 • •	τα ες τα
— l. 41 ἴσα ἐστὶ τῷ Θ·	— l. 43 ἔστιν ΤΘ	εστιν το Θ
— l. 44 ἐς τὸ τμᾶμα.	— l. 44 ἐς τὸ τμᾶμα	ες το τμημα
	Cap. XXIII.	
— 33. l. 2 συντεθέντι	— l. 46 • •	συντεθεντι
— l. 4 εἰς τὸ αὐτὸ	— l. 47 • •	ες το αυτο
	Cap. XXIV.	
— l. 46 μεῖζον,	— 138. l. 25 • •	μειζον εστι
— l. 48 ΑΔΒΕΓ	— l. 27 ΑΔΕΒ	ΑΔΕΒΓ
	Ἀρχιμήδους τετραγωνισμοῦ παραβολῆς τέλος.	Post repetitionem tituli, qualis erat in principio Libri, subjungitur: Εὐτυχοίης Λέων γεωμέτρα. Πολλοὺς ἐς λυκάβαντας ἴοις πολὺ φίλτατε Μούσαις
	— 112. Ἀρχιμήδους ἰσοῤῥοπικῶν β.	Ἀρχιμήδους ισορροπικων β.
	Cap. I.	
— 35. l. 18 τὰ Ε, Ζ	— l. 7 • •	εστω δε ΕΖ
— 36. l. 4 τῷ ΗΕ	— l. 10 • •	δε ΗΘ
— ib. Ἔστω καὶ	— ib. • •	εσται αρα και
— l. 7 Παραβεβλήσθω	— l. 11 • •	παραβεβλησθω

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 36. l. 14 περὶ τὸ ΝΞ.	Pag. 112. l. 15 περὶ τὸ ΝΞ	deest τὸ
—— l. 16 ἁ ΑΘ τῷ ΘΚ,	—— l. 16 ἁ ΑΘ τᾶ ΑΚ	α ΑΘ τα ΘΚ
—— l. 20 Καὶ τῶ	—— l. 18 • •	αρα και του
—— l. 22 Λέγω εἰς	—— l. 19 Εἶναι εἰς &c.	Ab hisce verbis Codex exorditur Caput novum, scilicet β̄.
—— l. 29 γνωρίμως	—— l. 23 • •	γνωριμως
—— l. 35 ταὶ διάμετροι	—— l. 29 τῶν διαμέτρων	ται διαμετροι
—— ib. εἰς τοῦτο τῶν	—— l. 30 εἰς τοὺς τῶν	εις τουτων
—— l. 37 τοῦτο δὲ δυνατόν	—— l. 32 τοῦτο δ' ἀδύνατον	τουτο δε δυνατον
—— l. 44 διδοῦσαι	—— 58. l. 15 • •	διδουσαι ευθειαι
—— 37. l. 8 ἅπαντα	—— l. 20 • •	παντα
	Cap. II.	Heic nulla fit novi Capitis divisio, sed conjungitur cum superiore, ac propterea numeratio Capitum deinceps coincidit.
—— l. 14 ἐπὶ τᾶς τῶ	—— 112. l. 36 ἐπὶ τῶν	επι τας του
—— l. 19 Διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ἁ ΒΔ.	—— 113. l. 1 διάμετρος δὲ τοῦ τμήματος ἔστω ἡ ΒΔ	desunt omnia.
—— l. 24 τῶ μὲν ΑΒΚΓ	—— l. 2 • •	των μεν ΕΖΙΚ
—— l. 39 ἐκβάλλεν	—— 58. l. 27 • •	εκβαλει
—— l. 43 ἀγομένα. Οὕτως γὰρ	—— l. 30 ἀγομένη. οὕτω γὰρ	αγομενα. ου γαρ
—— l. 46 ΒΗ, ΖΘ ἐσσοῦνται	—— l. 32 • •	ΒΗ και εσονται
—— l. 50 ἐφαπτόμεναι	—— l. 35 ἐφαπτόμεναι	εφαπτομεναι
—— 38. l. 3 πρὸς ΗΑ,	—— l. 38 • •	deest πρὸς
—— l. 4 τᾷ ΑΗ.	—— ib. • •	τα ΑΑ
—— l. 6 ἴσα ἐστί.	—— l. 39 ἴση ἐστί	ισα εστι
—— l. 11 δὲ καὶ ΑΞ,	—— l. 42 • •	δη και αι ΑΞ
—— l. 18 τὰν ΒΔ	—— l. 47 • •	ταν ΒΓ
—— l. 19 ΒΔ,	—— ib. • •	η ΒΑ
—— l. 20 ΔΔ ἴσα.	—— 59. l. 1 ἡ ΔΔ ἴση	η Α ισα
—— l. 24 πρὸς τὸ αὐτὸ ΞΑ,	—— l. 3 • •	desunt
—— 39. l. 6 ἁ ΑΔ	—— l. 13 ἡ ΑΑ	η ΑΔ
—— l. 7 εἰς τῶς τῶν ἑξῆς	—— l. 14 • •	εις τουτων εξης
—— l. 8 ἀριθμῶν	—— ib. • •	αριθμους
—— l. 11 ἑξῆς ἀριθμὼς τέμνονται. Οἷον	—— l. 16 ἑξῆς ἀριθμοὺς, οἷον	εξης κειμενους αριθμους. οιον
—— l. 14 τὸ ΑΠΞΤΒΧΖςΓ σχῆμα	—— l. 18 • •	το απο ΓΕΑ ΖςΓ σχημα
	Cap. III.	
—— l. 36 εἰς τῶς τῶν	—— 113. l. 16 • •	εις τουτων
—— l. 37 περισσὸν	—— l. 17 • •	περισσων
—— l. 38 καὶ ΡΟ, ὁμοίως καὶ	—— l. 18 καὶ ΡΟ, ὁμοίως καὶ	και ΠΡΟ. και
—— l. 42 ἐξοῦνται.	—— l. 25 • •	εξουσι
—— l. 48 τὰς ΑΜ, Πς. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΤΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα	—— l. 33 τὰς ΑΜ, ΩΠ. καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΤΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρῶν ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα	desunt omnia
—— l. 50 τὰς ΜΝ, ςϙ.	—— l. 35 τὰς ΜΝ, Πϙ	τας ΜΝ ΞΤ
—— 40. l. 1 αὐτὸν λόγον	—— l. 36 • •	τον αυτον λογον
—— l. 3 γεγραμμένου τὸ κέντρον	—— l. 37 • •	εγγεγραμμενου το Ο κεντρον
—— l. 12 ταῖς κορυφαῖς	—— 59. l. 22 • •	προς ταις κορυφαις
	Cap. IV.	
—— l. 20 εὐθείας, καὶ	—— 113. l. 40 • •	ευθειας το και
—— l. 45 Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ,	—— l. 49 • •	desunt omnia
—— l. 47 εὐθύγραμμον	—— l. 50 • •	αρα ευθυγραμμον
—— l. 48 ἔχει,	—— l. 51 εἴχει	εχει
—— ib. ποτὶ ΖΔ·	—— ib. πρὸς ΖΔ	προς Δ
—— l. 50 λόγον τῶ ἐγγεγραμμένω ποτὶ	—— ib. λόγον τοῦ ἐγγεγραμμένου πρὸς	λογον του του ευθυγραμμου προς
—— l. 51 τὸ μὲν Ε	—— 114. l. 1 • •	το μεν Β
—— 41. l. 2 λοιπῶ τῶ	—— l. 3 • •	λοιπου του
—— l. 16 δευτέρῳ	—— 60. l. 5 • •	δευτερω
—— l. 27 τῶν περὶ	—— l. 6 • •	του περι
	Cap. V.	
—— l. 21 τὸ τῶ ὅλω	—— 114. l. 21 • •	deest τὸ
—— l. 40 ἁ ΘΙ.	—— l. 39 ἡ ΘΙ, ΖΗ.	deest ΖΗ
—— l. 42 ἐντὶ ἄρα αἱ	—— ib. • •	εισι αρα και α
—— l. 47 τὸ Ε σαμεῖον,	—— l. 42 • •	deest Ε
—— 42. l. 3 Ὡς δ' εἴη ΚΑ	—— l. 44 ὡς τ' εἴη ΚΑ	ὡς ειναι
—— l. 13 τῶ μὲν ΑΚΒ	—— l. 49 • •	desunt ΑΚΒ
—— l. 17 καὶ ἐπιζευχθῶ	—— l. 51 καὶ ἐπιζεύχθω &c. usque ad verba εἶμεν τῶν τριγώνων, quæ incidunt in pag. 115. lin. 8.) inclusive.	desunt omnia
—— l. 27 Ἔστω δὲ τῶ	—— 115. l. 8 • •	εστω δε του
—— l. 31 ΑΒΓ κέντρον	—— l. 10 • •	ΑΒΓ τριγωνου κεντρον
—— l. 44 τμάματα·	—— l. 12 • •	τμαματα corr. τα τμηματα
—— 43. l. 5 ΒΑΓ	—— 60. l. 14 • •	ΒΓΔ
—— l. 7 τὸ Τ.	—— l. 15 • •	το Γ.
—— l. 10 καὶ ὁ ΣΝ	—— l. 17 • •	και η ΗΘ
—— l. 23 κέντρον τὸ Τ·	—— l. 20 • •	κεντρον το Γ.
	Cap. VI.	
—— l. 38 εἶμεν πάσας τὰς	—— 115. l. 28 εἶμεν τὰς	ειμεν πασας τας
—— 44. l. 15 περιλειπόμενα	—— l. 47 • •	τα περιλειπομενα
—— l. 16 ὅταν μεῖζον τᾶς ΒΘ. Καὶ ἔστω ἁ ΘΗ.	—— l. 48 ὅταν μείζων τῆς ΒΘ. ἡ καὶ ἔστω ἡ ΘΗ.	desunt omnia

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Pag. 115. l. 49 • •	desunt pariter omnia
Pag. 44. l. 18 εὐθύγραμμα δὲ τὰ ΑΚΒΑΓ τὸ Β,	— 116. l. 2 ἐπὶ τὸν τοῦ	πρὸς τω
— l. 26 ἴσον ἐστὶ τῷ τμήματι·		
	Cap. VII.	
— 45. l. 24 ἁ ΒΚ ποτὶ ΚΔ,	— l. 31 ἁ Β πρὸς ΚΔ	ἡ ΒΚ προς ΚΔ
— l. 26 τμᾶμα	— 60. l. 37 τμῆμα	τμημα, et sic mox τμηματι pro τμηματι
— l. 32 τὰ Β, Ζ,	— l. 40 τὰ ΒΖ	τα ΒΔΖ
	Cap. VIII.	
— l. 36 κέντρον	— 116. l. 32 • •	το κεντρον
— l. 37 ἡμιόλιον	— l. 33 • •	ημιολιον
— l. 40 οἷον	— l. 34 • •	ομοιον
— l. 43 τὸ ΑΒΓ τμᾶμα	— l. 40 τὸ ὁ ΒΓ τμῆμα	το ΑΒΔ τμημα
— l. 45 τᾶν ΑΒ, ΒΓ,	— l. 46 τῶν ΑΒ, ΒΓ	τα ΒΑ ΑΓ
— ib. κατὰ τὰ Ζ, Η·	— l. 47 κατὰ τὰ ΖΗ,	desunt
— 46. l. 1 αἱ ἄχθωσαι	— ib. • •	και οχθων
— ib. παρὰ τὰν ΒΔ	— l. 48 • •	desunt
— ib. αἱ ΚΖ, ΗΛ·	— l. 49 • •	αι ΚΖΗ
— l. 5 τμαμάτων	— l. 50 • •	των τμηματων
— l. 9 οὕτως ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΜΖ. Ἁ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	— 117. l. 1 οὕτως ἁ ΘΔ πρὸς τὰν ΜΖ. ἁ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	desunt omnia
— l. 14 τὸ Θ.	— l. 2 ὁ Θ	ὁ ηλιος
— l. 21 τᾶς ΣΞ.	— l. 4 • •	τας ΒΞ
— l. 23 καὶ γὰρ τοῦτο	— l. 5 καὶ τᾶς τοῦτο	και γαρ τουτο
— l. 41 τᾶς ΘΔ.	— l. 15 • •	τας ΘΔ οὐ.
— l. 45 τὰς διαμέτρως.	— 60. l. 44 • •	τας διαμετρους
— l. 47 ποτὶ ΚΖ,	— l. 45 πρὸς ΚΖ	προς ΚΔ
— l. 48 ὃ σαμεῖον Θ.	— l. 46 οὕτως σημεῖον	ου σημειου
— 47. l. 7 ἁ ΔΒ τᾶς ΒΘ,	— l. 50 • •	η ΔΒ της ΒΕ
— l. 8 τὸ ΣΗ.	— ib. • •	της ΣΒ schema ad hunc locum pertinens, utpote ab edito aliquantum discrepans, ut jacet in Codice, ita depictum exhibemus.
— l. 18 τᾶς ΒΣ·	— 61. l. 8 τᾶς ΒΞ.	τας ΒΒ
— l. 20 τετραπλασία·	— l. 12 • •	τριπλασια
— l. 22 ΑΒΞ	— l. 16 ἡ ΒΞ	α ΒΖ
— l. 35 τριπλασία	— l. 24 • •	τριπλασια η ΔΒ.
	Cap. IX.	
— l. 48 τᾶν ἀνάλογον	— 117. l. 18 τοῖς ἀνὰ λόγον	των αναλογον
— ib. λόγον ἔχει	— l. 19 • •	εχει λογον
— l. 49 τᾶτε διπλασίᾳ	— l. 19 τῷ τε διπλασίᾳ	τω τε Β (hac enim littera Β utitur pro διπλασία, quemadmodum paullo post utitur littera Δ pro τετραπλασία, et Σ pro ἑξαπλασία.)
— ib. τᾶν ἀναλόγων,	— l. 19 τοὺς ἀνὰ λόγον	των αναλογιων
— l. 51 ἡ τῷ γ′	— l. 20 • •	desunt
— 48. l. 11 αἱ ΖΘ δύο	— l. 27 • •	τα ΑΖΘ δυο
— l. 19 ποτὶ τὰν ΒΔ	— l. 29 πρὸς τὰν ΒΔ	προς ταν Β της ΒΔ
— l. 29 αὐτὸν ἐξῶντι	— l. 35 • •	τον αυτον εξουντι
— l. 31 καὶ δ′ τᾶς ΓΒ,	— l. 36 καὶ Δ τᾶς ΓΒ,	desunt
— l. 39 ἐντετραμμένα	— l. 40 τετραγραμμένον	τεταγμενα
— l. 40 ἐν ἁ συνταπλασία	— l. 41 • •	εν α ΔΒ
— l. 43 τᾶς τετραπλασίας	— l. 43 • •	deest τᾶς
— l. 44 Ἀλλ′ ἁ συγκειμένα	— ib. ἀλλ′ ἁ συγκείμενα &c. usque ad τᾶς ΓΒ, ΒΔ (quae incidunt in lin. 2. pag. 118.) inclusive.	desunt omnia
— l. 49 ἁ ΑΘ	— 118. l. 3 ἁ ΑΘΕ πρὸς	ἁ ΑΟ προς
— 49. l. 3 τῷ συγκειμένῳ	— l. 4 τὰ συγκειμένα	του συγκειμενου
— l. 5 ὡς ἁ ΑΔ	— l. 5 • •	ὡς ἡ ΔΒ
— l. 8 τεταγμένων,	— l. 7 • •	τεταγμενων

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Edit. Florent.
Pag. 49. l. 8. τεταραγμένας	Pag. 118. l. 7 • •	τεταραγμενος
—— l. 9 ἴσα ἐστίν,	—— l. 8 • •	deest ἐστιν
—— l. 13 οὕτως ἡ ΓΒ	—— l. 10 • •	ως ἡ ΓΒ
—— l. 23 μετὰ τὰς γ´ τῆς ΓΔ,	—— l. 13 • •	μετα τας ΓΔ
—— l. 27 Ὅλη ὡς ἡ ΟΒ πρὸς τὴν ΕΒ	—— l. 17 ὅλη οὖν ἡ ΟΒ πρὸς τὴν ΕΒ	ολα ουν ἡ ΕΒ προς ΒΕ
—— l. 28 ἴσα ταῦτα	—— ib. ἴσα τὰ	ἁ ισα τα
—— l. 33 ΓΒ, ΓΑ·	—— l. 20 ΓΔ, ΓΔ	ΓΒ ΒΔ
—— l. 36 ὡς ΑΒ	—— l. 22 • •	deest ὡς
—— l. 37 συναμφοτέρῳ	—— l. 23 συναμφοτέρων	συναμφοτερου
—— l. 40 ΒΔ, ΒΑ,	—— l. 24 • •	ΒΔ ΔΑ
—— l. 44 τὰς ΑΒΔ, μετὰ τὰς δ´	—— l. 26 • •	Inter litteras ΑΒΔ, et vocem μετὰ relicta fuerat in Codice lacuna trium linearum, in quo spatio manu posteriori depicta fuit figura geometrica, quam, ut jacet in Codice, ita exhibemus.

—— — ib. Ὅτι ἡ ΕΑ	—— — ib. • •	ὅτι και ως ἁ ΕΑ
—— l. 47 τῆς β´ συναμφοτέρῳ	—— l. 27 τῆς συναμφοτέρῳ	τας Β συναμφοτερῳ
—— 30. l. 4 οὕτως ἡ β´	—— l. 30 • •	ουτως ΔΒ
—— l. 7 Ἐδείχθη δὲ ὡς ΟΒ πρὸς ΒΒ, οὕτως ἡ γ´	—— l. 32 ἐδείχθη δὲ ὡς ΟΒ πρὸς ΒΒ, οὕτως ἡ Γ	εδειχθη δε και ως ἁ ΑΒ προς ΕΒ, ουτως ΔΓ
—— l. 11 ὡς ἡ ΟΒ πρὸς ΖΗ, οὕτως ἡ συγκειμένη	—— l. 33 ὡς ἡ ΟΒ, οὕτως ἡ συγκειμένη	ὡς α ΞΒ προς ΖΗ, ουτως α συγκειμενα
—— l. 16 καὶ ε´ τὰς ΓΒ,	—— l. 36 καὶ ε´ τῆς ΓΒ	και ει τε τας ΓΒ
—— l. 17 τῆς ΓΒ,	—— l. 37 • •	και δ´ τας ΓΒ
—— l. 23 τῆς ΔΒ. Ὅπερ ἔδει	—— l. 40 τῆς ΑΒ, ὅπερ ἔδει	τας ΔΒ ΟΙ.
—— l. 33 ἡ ΔΒ, ΓΒ	—— 61. l. 33 • •	ἡ ΑΓ ΓΒ
—— l. 34 ἡ ΑΒ, ΓΒ	—— — ib. • •	ἡ ΑΓ ΓΒ
—— l. 43 ἅπαντα πρὸς	—— l. 41 • •	ουτως απαντα προς
—— 51. l. 3 τῆς δ´ τῆς ΓΒ,	—— l. 46 τῆς Δ τῆς ΓΒ	τας Δ τας ΓΔ
—— l. 5 τῆς ΒΔ μόνης·	—— l. 47 • •	τῆς ΓΔ μονας
—— l. 6 τῆς β´ τῆς ΒΔ,	—— l. 48 τῆς Β τῆς ΒΔ	τας Β τας ΔΒ
—— l. 9 τῆς ΓΒ, ΒΔ,	—— l. 50 • •	τας ΓΔ ΒΔ
—— l. 10 μόνης,	—— — ib. • •	μέσον
—— l. 19 τὸν αὐτὸν	—— 62. l. 5 • •	τον αυτον λογον
—— l. 22 τῆς ΔΒ, ΒΕ,	—— l. 6 • •	τας ΑΒ ΒΓ
—— l. 27 πρὸς ΑΔ,	—— l. 10 • •	προς ΑΔ
—— l. 32 τρὶς	—— l. 13 • •	τριτον
—— l. 35 ἢ ε´ συναμφοτέρῳ τῆς ΓΒ	—— l. 13 • •	και συναμφοτερου τας ΓΔ
—— l. 38 ἄρα ἐστὶν	—— l. 16 • •	deest ἐστιν
—— l. 42 ὡς ἐν	—— l. 19 • •	deest ὡς
—— l. 44 τῆς ΑΒ,	—— l. 20 • •	τας ΑΔ
—— l. 47 τῆς ΓΒ, ΔΒ· ὡς	—— l. 22 τῆς ΓΒ, ΔΒ. ὡς τὰ	τας ΓΒ ΒΑ. ως δε
—— 52. l. 10 μετὰ τῆς	—— l. 33 μετὰ τὸν	μετα τας
—— l. 13 τεταγμένων,	—— l. 36 • •	τεταγμενω
—— — ib. ἴσης	—— — ib. • •	ως ευθυς
—— l. 47 ἡ γ´ τῆς ΓΔ,	—— 63. l. 4 τῆς Γ τῆς ΓΔ	desunt τῆς Γ
—— l. 49 τῆς ΒΒ.	—— l. 5 • •	desunt
—— l. 51 ἡ συγκειμένη	—— l. 7 • •	ηγαγμενον η συγκειμενα
—— 53. l. 1 ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ´ συναμφοτέρῳ ἡ	—— l. 8 ΔΒ, ΒΕ, καὶ Δ συναμφοτέρου τῆς	desunt omnia
—— l. 4 καὶ ὁ γ´ τῆς ΓΔ,	—— l. 12 καὶ Γ τῆς ΓΔ	και Γ τας ΒΔ
—— l. 8 καὶ ἡ β´ τῆς ΔΕ,	—— l. 14 καὶ Β τῆς ΒΔ	και Β τας ΒΕΔ
—— l. 9 τῆς ΓΒΔ.	—— l. 15 • •	τας ΑΒΔ
—— l. 12 τῆς ΔΒ, ΒΕ, καὶ δ´ συναμφοτέρῳ τῆς	—— l. 17 ΔΒ, ΒΕ, καὶ Δ συναμφοτέρῳ τῆς	desunt omnia
—— l. 17 καὶ γ´ τῆς ΔΒ.	—— l. 18 καὶ Γ τῆς ΔΒ	και Γ τας ΔΕ
—— l. 20 ἀφαιρεθείσης ἀπὸ ἡ δ´	—— l. 19 ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς Δ	αφαιρεθεισα ο Δ
—— l. 22 ἀπὸ τῆς δ´ τῆς ΔΒ γ´, μόνη	—— l. 21 ἀπὸ τῆς ΔΒ, Γ, μόνη	απο τας Δ τας ΔΒΓ. μονα
—— l. 23 Προσλαβοῦσα δὲ τὸ	—— — ib. • •	προσλαβουσα Δ τον
—— l. 26 καὶ γ´ τῆς	—— l. 23 καὶ Γ τῆς	και η Γ τας
—— l. 27 αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ἐν	—— l. 24 • •	αἱ ΒΔ ΔΙ εν
—— l. 40 ἡ ΔΒΓ	—— l. 32 • •	η ΔΒΙ
—— l. 41 δὶς τῆς ΓΒ,	—— — ib. • •	δις τυ ΔΓ
—— l. 43 ἢ β´ συναμφοτέρῳ	—— l. 33 καὶ Β συναμφοτέρου	deest Β
—— 54. l. 2 τῆς ΑΒΒ,	—— l. 41 • •	τας ΑΒΔ
—— l. 6 μετὰ	—— l. 43 καὶ μετὰ	deest και
—— l. 7 ἢ δ´ συναμφοτέρῳ	—— l. 44 ἢ Δ συναμφοτέρῳ	deest Δ
—— l. 8 ἄλλο τι τὴν ΖΗ,	—— l. 43 • •	αλλοτι τα τριωνυμα τω ΖΗ
—— l. 10 ἡ ΓΒΔ	—— l. 46 • •	τας ΔΕΓ
—— l. 12 τεταγμένης	—— l. 47 • •	τεταραγμενας
—— l. 13 ὡς ΟΒ πρὸς ΖΗ,	—— — ib. • •	ως ο ΞΒ προς ΖΗ
—— l. 16 Ἡ δὲ συγκειμένη	—— l. 49 • •	η δε συγκειμενα, nulla transversa linea super δε apposita, ita ut conjunctio potius appareat, quam litteræ aliquam partem schematis indicantes.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 54. l. 17 τῆς ΑΒΔ,	Pag. 63. l. 50 • •	της ΓΔΕ
—— l. 25 Ἑκάτερος γὰρ ἑκατέρου	—— 64. l. 3 • •	ικανον γαρ εκατερος
—— l. 26 Καί ἐστι	—— l. 4 • •	deest και
—— ib. δυνατόν.	—— ib. • •	δη και εστω
—— l. 33 ἔσται	—— l. 6 ἴσαι	εσονται
	Cap. X.	
—— l. 44 ἔχει λόγον	—— 118. l. 44 ἔχει λόγον	εχει λογον
—— l. 45 ἡμίσεος	—— l. 45 • •	deest
—— l. 49 ἡμίσεως	—— l. 47 • •	deest
—— 55. l. 3 ΑΔΒΓ τόμου διάμετρός ἐστιν ἡ ΗΖ· καὶ αἱ μὲν	—— l. 49 ΑΔΕΓ διάμετρος ἐστὶν ἡ ΗΖ. καὶ αἱ μὲν	desunt omnia
—— l. 16 τοῦτο β' τῆς ΔΗ,	—— 119. l. 2 τὸ τε Β τῆς ΔΗ	τω τε Β της ΖΗ
—— l. 19 ΑΔΒΓ	—— l. 6 • •	ΑΔΓ
—— l. 22 μέσα	—— l. 12 μέσα	μεσα
—— l. 23 ἡ ΝΓ	—— l. 13 • •	η ΜΞ
—— ib. Καὶ ὡς ΤΜ	—— l. 15 • •	και ως η ΤΜ
—— l. 25 ὅτω δὲ	—— l. 17 • •	ουτω και
—— ib. τὸ ἕτερον	—— l. 18 • •	το ετερον
—— l. 28 ἡ ΒΖ δὴ	—— l. 20 • •	deest δὴ
—— l. 30 τεταγμένας	—— l. 21 τεταγμένως	τεταγμενως
—— l. 34 αὐτὴ ΝΟ. Ὡς δ' ἡ ΜΗ πρὸς ΝΟ μᾶλλον, οὕτως ἡ ΜΝ	—— l. 23 πρὸς ΝΟ, ὡς δὲ ἡ ΜΝ πρὸς ΝΟ μᾶλλον, οὕτως ἡ ΜΝ	desunt omnia.
—— 56. l. 8 τῆς διπλασίας τῆς ΑΖ,	—— l. 34 τῆς διπλασίας τῆς	deest διπλασιας
—— l. 10 τῆς διπλασίας τῆς	—— l. 35 • •	heic quoque deest διπλασιας
—— l. 15 καὶ ὁ ἀπὸ ΑΖ	—— l. 38 • •	desunt
—— l. 18 τῆς ΑΖ,	—— l. 40 τῆς ΑΖ	και της ΑΖ
—— l. 21 ἑτέρῳ	—— l. 41 ἑτέρου	του ετερου
—— l. 23 γίνεται,	—— l. 42 • •	γινονται
—— l. 28 ἔστω τὰς β' τῆς ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ, οὕτως ὁ συγκείμενος	—— l. 45 ἐκ τε τῆς Β τῆς ΑΖ, καὶ τ' ΔΗ, οὕτως ὁ συγκείμενος	desunt omnia
—— l. 34 τὰ πενταπλάσια. Ἔστω	—— l. 49 τὰ πενταπλάσια. ἐστω	τα ε εστω
—— l. 35 πενταπλῆ	—— ib. • •	deest
—— l. 37 καὶ τὴν ΝΤ.	—— l. 50 καὶ τὴν ΝΤ	deest την
—— l. 39 καὶ διπλῆ	—— l. 51 • •	και ε.
—— 57. l. 9 διὰ τὰ	—— 120. l. 8 • •	δια το
—— l. 24 ΡΙ. Καί ἐστι μὲν τοῦ ὅλου τμήματος κέντρον	—— l. 15 • •	desunt omnia
—— l. 27 καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τμήματος	—— l. 16 καὶ τοῦ ΔΒΓ	και του ΑΒΕΓ
—— l. 33 ἀφαιρουμένου	—— 64. l. 11 • •	αφαιρουμενου
—— l. 36 ὑπὸ τῆς ΒΖ.	—— l. 13 • •	υπο της ΒΖΗ
—— l. 38 τμῆμα πρὸς	—— l. 14 τμῆμα πρὸς	τμημα προς, et sic paullo post in eadem linea
—— l. 44 ἥμισυ	—— l. 18 • •	ημισυ
—— 58. l. 3 τὰς ΔΗ, ΑΖ·	—— l. 20 τὰς ΔΗΑΖ	τας ΑΗ ΑΖ
—— l. 19 τῆς ΔΗ	—— l. 30 τῆς ΔΗ	της ΑΒ
—— l. 25 ὁ ἀπὸ ΑΖ	—— l. 33 • •	deest ὁ
—— ib. ἀπὸ ΜΝ	—— ib. • •	απο ΑΝ
—— l. 30 Ὡς δὲ	—— l. 36 ὥς τε	ως δε
—— l. 35 τῆς ΑΖ	—— l. 41 τῆς ΑΖ πρὸς ΔΗ	της ΑΖ προς ΑΖ (sic)
—— l. 41 πρῶτον, τὸ	—— l. 42 • •	πρωτον μεν το
—— l. 43 δεύτερον	—— l. 43 • •	και δευτερον
—— l. 44 ἀπὸ τῆς ΔΗ	—— l. 44 ἀπὸ τῆς Δ	απο της ΔΗ
—— 59. l. 6 ὕψος τὸν	—— l. 50 • •	υψος δε τον
—— l. 8 συγκείμενον	—— ib. συγκειμένος	ο συγκειμενον
—— l. 11 πρὸς ΙΚ,	—— 65. l. 3 πρὸς ΚΙ	προς ΚΓ
—— l. 17 οὕτως ἡ α'	—— l. 4 • •	ουτως η Β
—— l. 32 ε' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς	—— l. 13 Ε συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ Ι συναμφοτέρου τῆς ΞΗΟ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς	desunt omnia
—— l. 35 τῆς ΜΝΤ,	—— l. 15 • •	της ΟΝΤ
—— l. 36 καὶ δ' τῆς ΝΞ,	—— ib. καὶ Δ τῆς ΗΞ	sunt in lacuna ΝΞ
—— l. 41 τῆς ΜΟ,	—— l. 18 • •	της ΜΘ
—— l. 46 τοῦ ΔΒΕ	—— l. 21 • •	του ΑΒΕ
—— l. 47 τῆς ΒΗ.	—— l. 22 • •	της ΧΗ
—— l. 49 ἀφαιρεθεῖσα	—— ib. • •	αφαιρεθεισα
—— l. 50 λόγον ἔχει,	—— l. 24 • •	λογον εξει
—— 60. l. 1 πρὸς ΝΤ·	—— l. 25 • •	sunt in lacuna ΝΤ
—— l. 3 ὁ ΖΘ,	—— l. 26 • •	η ΙΘ
—— l. 5 καὶ ἔστι τὸ Ρ	—— l. 27 • •	οτι το Ρ

MONITUM.

QUUM Editio prædicta, quam præ manibus habemus, incipiat a postremis duobus versibus Epistolæ Archimedis ad Dositheum, Libro I. de Sphæra et Cylindro præmissæ, quæ in nostro Codice integra habetur, licet variis lacunis interpolata; Parisiensi editione anni 1615. quæ eamdem Epistolam exhibet, pro ejus collatione uti volebamus; sed quum Lectio Codicis ab edita toto cælo dissideat, melius duximus eam, uti jacet in Codice, ex integro describere. Ita igitur habet:

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ Δοσιθέῳ χαίρειν. Πρότερον μὲν ἀπέσταλκά σοι τὰ ὑφ᾽ ἡμῶν τότε θεωρημένα γράψαντες μετὰ ἀποδείξεων ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀρθογωνίου κωνου, τομῆς ἐπι τριτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον. μετὰ δὲ ταῦτα ἀποπεσοντων θεωρημάτων ἀντιλεγον πεπραγματευσο δὴ μετὰ τῆς ἀποδείξεως αὐτά. ἐστὶ δέ τινα τάδε. πρῶτον μὲν ὅτι τῆς σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου. ἔπειτα δὲ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος ὁ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας κύλινδρος τὴν βάσιν ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, τότε ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα αὐτῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα. ἠγνόητο δὲ … πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀν … ἐννοηκότος ὅτι τούτων τῶν σχημάτων ἐστιν … συμμετρια ἀντιπαραβαλειν αὐτα … τε τεθεωρημένα καὶ πρὸς τὸ βέλτιον πολλα … περὶ τὰ στερεὰ θεωρήματα ὅτι πασα πυραμις τριτον ἐστὶ μέρος πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πας κωνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον· καὶ γὰρ πυ τῶν προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα πολλῶν πρὸ εὐδόξου γεγονημένων ἀξίων λόγου γεωμέτρων συνέβαινεν ὑπὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι· μὴ δ᾽ ὑφ᾽ ἑνὸς κατανοηθῆναι. ἐξέσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. ὤφειλε μὲν ἂν κόνωνος ἔτι ζῶντος ἐκδίδοσθαι ταῦτα. τινα γὰρ ὑπολαμβάνομέν που μάλιστα δύνασθαι κατανοῆσαι ταῦτα, καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι. δοκιμάζοντες δὲ

In hisce verbis desinit primæ paginæ Codicis pars anterior, ubi notandum ea quæ nos huc usque descripsimus, manum præseferre diversam ab ea, quæ totum deinde Codicem exaravit. Pars paginæ posterior incipit a verbis καλῶς ἔχειν κ.τ.λ. a quibus etiam exorditur Editio Basileensis, ac proinde in posterum variantes Codicis ab ipsa editione sub oculos ponemus.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 64. l. 28 τῶν μαθημάτων,	Pag. 1. l. 1 • •	deest τῶν
——— l. 20 περὶ τὰ	——— l. 2 • •	π . . τα
——— l. 21 ἐπισκέψασθαι. Ἔῤῥωσο.	——— ib. • •	ἐπισκέψασθαι ἔῤῥωσο.
	Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου βιβλίον α'.	Deest in Codice titulus iste, et incipit Liber in eadem linea.
——— l. 22 τάτι ἀξιώματα,	——— l. 3 τά τε ἀξιώματα	τα τε αξιωμα
——— l. 23 ἀποδείξεις	——— ib. • •	αποδιξεις (usurpat enim Codex aliquando ι pro ει, quod semel monuisse sufficiat.)
——— l. 35 ὡς ἐν	——— l. 10 ὡς ἐν	ως ει
——— l. 44 τομὸν	——— l. 14 • •	est in lacuna.
——— l. 45 κυρτὸν	——— ib. κυρτὸν	κυρτον
——— ib. κέντρον	——— l. 15 • •	μερον
———65. l. 4 κῶνον	——— l. 18 • •	κωνον (adhibet enim indifferenter ο pro ω et e converso)
——— l. 8 Τὰς τὰ αὐτὰ	——— l. 19 • •	τας τας τα αυτα
——— l. 17 Ὁμοίως	——— l. 23 • •	ομοιως δε
——— l. 21 αὐτοῖς	——— l. 25 • •	αυτ (hic nexus adhiberi solet a Codice pro ας ita ut legi deberet αυτας)
——— l. 28 τὸ μεῖζον	——— l. 29 τὸ μεταξὺ	το μειζον
	Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα, &c.	Concordat titulus.
——— l. 37 ἀνθεώρητα,	———1. l. 5 θεωρήματα	ανθεωρητα
——— l. 42 παρὰ μέλος	——— l. 8 παραμέλος	παραμελος
———66. l. 3 Πρῶτον δ'	——— l. 11 πρῶτον δ'	πρωτον δ'
——— l. 6 ἣν ἔχεις περὶ	——— l. 12 ὃν ἔχει περὶ	ην εχεις περι
——— l. 9 ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΟΡΟΥΣ	——— l. 15 Εἰς τοὺς ὅρους	Concordat
——— l. 10 τὰ μέλλοντα	——— l. 16 τὰ μένοντα	τα μελλοντα
——— l. 20 ἀλλὰ πᾶσαι	——— l. 22 ἀλλὰ πᾶσαι ἐν	αλλα πασαι απλως ε
——— l. 21 παρὰ τὴν	——— l. 23 • •	την παρα την
——— l. 22 ἰσουσῶν	——— ib. ουσῶν	ουσων
——— l. 33 ἐπ' αὐτὰ	——— l. 34 ἐπ' αὐτὴν	επ' αυτην δε
——— l. 42 ἔσονται	——— l. 38 • •	εσονται
——— l. 44 εἰς τὰς	——— l. 39 • •	εις τας
——— l. 46 ἐοικῶν,	——— l. 41 • •	ειτοιων
——— l. 47 αἰτημάτων	——— ib. • •	των αιτηματων
——— l. 55 ἐπὶ ταῖς ΑΓΒ γραμμαῖς	——— l. 46 • •	επι τας ΑΓΒ γραμμας
———67. l. 2 αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ,	———2. l. 1 • •	αι, ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ,
——— l. 11 μείζων	——— l. 8 • •	μειζονας
——— l. 20 ἑκατέρας προσλαβοῦσα.	——— l. 17 • •	εκατερας προσλαμβανουσα
——— l. 22 κοίλας	——— l. 19 • •	κοιλας
——— l. 27 παραλαμβάνουσαν	——— l. 21 παραλαμβάνουσαι	περιλαμβανουσαι
——— l. 28 κύκλον	——— l. 22 • •	κατακυκλον
——— l. 40 Ἐπιζευχθεῖσαι	——— l. 31 • •	επιζευχθωσαι
——— l. 42 καὶ ἐλάττων	——— l. 36 • •	deest καὶ
——— l. 46 συνεστάμεναι	——— l. 37 συνεστάμεναι	συνεσταμεναι
———68. l. 8 ΑΖΗΘΚ.	———3. l. 2 ΑΖΗΘΚ	ΑΖΗΘΚ
——— l. 20 γραμμῶν	——— l. 8 γραμμαὶ	γραμμαι
——— l. 24 ἀλλὰ καὶ ἐπίθεσιν	——— l. 11 ἀλλὰ καὶ θέσιν	αλλα προσθεσιν
——— l. 29 ὥς ἐστι	——— l. 15 • •	ως εστι
——— l. 35 ἑτέραν	——— l. 19 • •	εκατεραν
——— l. 37 σημείοις,	——— l. 21 • •	σημειοις
——— l. 40 ταυτὸ δὲ	——— l. 23 • •	το δε
——— l. 43 Ἐπεὶ γὰρ	——— l. 27 • •	επει γαρ
——— l. 48 οὐδ' ὅπως αὐτοί	——— l. 30 • •	πως αυτοι
——— l. 50 σαφῶς	——— l. 31 • •	σαφες

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 68. l. 53 ἐπιζεύχθωσαν	Pag. 3. l. 33 ἐπιζεύχθωσαν	ἐπιζευχθωσαν
—— 69. l. 1 αἱ ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα ΔΖΓ τῶν ΒΑΓ μείζους	—— l. 41 • •	αι ΑΒΓ. αι αρα ΒΖΓ των ΕΑΖ μειζους
—— l. 19 ὁ ΘΗ κατὰ	—— l. 51 ὁ ΘΚ κατὰ	ο ΘΗ κατα
—— l. 24 τῷ ΚΑ	—— 4. l. 5 τῷ ΚΔ	τη ΚΑ
—— l. 30 ὁ δὲ ΚΝ τῆς ΗΑ,	—— l. 12 ὁ δὲ ΚΝ τῆς ΚΑ	η δε ΚΗ της ΗΑ
—— l. 33 ἐπιπαῦντα διαιρεῖσθαι εἰς ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, αὐτὰ πᾶσι τοῖς προειρημένοις, ὅταν αἱ λαμβανόμεναι	—— l. 23 ἐπιπαῦντα • αἱ λαμβανόμεναι	επιποσοντα διαιρειν και επι των επιφανειων ανα- φασι τοις προειρημενοις. οταν αι λαμβα- νομεναι
	Cap. I, II.	
—— 70. l. 18 Ἔτω	—— 1. l. 47 • •	ως τε corr. a manu posteriori εστω
—— – ib. τοῦ ΑΒ,	—— – ib. τὸ ΑΒ	τα ΑΒ
—— l. 25 τοσαυταπλάσιός ἐστιν ὁ ΖΗ τῆς ΗΕ.	—— 2. l. 4 • •	τοσαυταπλασιος εστιν η ΖΗ της ΖΕ
—— l. 27 ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ.	—— l. 5 ὡς ΘΑ πρὸς οὕτως τὸ ΖΗ πρὸς ΗΕ	ως το ΘΑ προς ουτως το ΖΗ προς ΖΕ
—— l. 2 λόγον ἔχειν	—— l. 12 λόγον ἔχει	λογον εχειν
—— l. 42 Τὸ δὲ	—— 4. l. 25 • •	το δε
—— l. 45 πολλαπλασιαστημορίς,	—— l. 26 πολλαπλασιασμένον	πολλαπλασιαστημοριος
—— 71. l. 1 λόγον ἔχει,	—— l. 30 λόγον ἔχει	λογον εχει
—— l. 10 Καὶ τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΒ	—— l. 36 • •	και το ΒΖ αρα προς ΖΘ
—— l. 21 οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔστιν ἡ τὸ ΘΒ μεῖζον	—— l. 43 οὕτως τὸ ΖΕ, καὶ τὸ ΘΕ μεῖζον	ουτως το ΖΕ προς ΕΘ εστιν το ΘΕ μειζον
—— l. 28 τῷ ἀναγράψαντι,	—— l. 48 • •	τω αναγραψαντι
	Cap. III.	
—— l. 43 ἔχω	—— 2. l. 16 ἔχει	εχω
—— l. 47 δὲ δύο	—— l. 18 • •	γαρ δυο
—— l. 48 ἀπὸ τοῦ Θ	—— l. 19 • •	desunt
—— l. 53 αἱ ΓΕ, ΔΖ.	—— l. 22 • •	αι ΓΕ ΔΖ
—— 72. l. 6 ἰσοπλεύρου ὁ ΓΗ.	—— l. 27 • •	desunt ὁ ΓΗ
—— l. 8 τῇ ΗΒ εὐθείᾳ,	—— l. 28 • •	τη ΝΒ ευθεια
—— l. 12 πλευρὰ ὁ ΝΓ.	—— l. 30 • •	πλευρα η ΗΝΓ
—— l. 15 ἐλάσσων ἐστὶ	—— l. 31 • •	deest ἐστὶ
—— l. 19 ἢ ὁ ΜΚ	—— 3. l. 1 • •	περ η ΜΚ
—— l. 21 μὲν ΠΟ	—— l. 2 • •	ο μεν ΠΟ
—— l. 27 Καὶ ἐκβληθείσης	—— 5. l. 5 • •	προσεκβληθεισης
—— l. 32 Ἔτι γὰρ	—— l. 7 • •	εσται γαρ
—— l. 36 βεβηκυίας,	—— l. 11 βεβηκυίας	βεβηκυιας
—— 73. l. 33 πρὸς τὸ Κ γωνίας	—— l. 42 • •	προς τω ΚΓ γωνιας
—— l. 36 ὅμοιόν ἐστι. Ὥστε ἡ	—— l. 44 ὅμοιον ἐστὶν, ὡς ἡ	ομοιον εστι και εστιν ως η
—— l. 43 τὸν ἐγγεγραμμένον	—— 3. l. 5 • •	των του εγγεγραμμενου
—— l. 48 πρὸς τὸ Δ	—— l. 7 • •	προς τω Δ
—— 74. l. 2 τὸ ΘΚ τῆς ΚΑ, προσβεβλήσθω	—— l. 12 τῇ ΘΚ τῆς ΘΔ προσβεβλήσθω	τη ΚΘ προσβεβλησθω
—— l. 3 ἐπείπερ	—— l. 12 οὖν	deest
—— l. 7 ὑπὸ ΑΘΚ.	—— l. 14 ὑπὸ ΑΗΘ	υπο ΑΚΘ
—— l. 10 καὶ ἀγόμενον	—— l. 17 • •	deest καὶ
	Cap. V.	
—— l. 28 ὁμοίως	—— l. 28 ὁμοίως	ανο, ita ut videatur legendum ανους, hunc enim nexum adhibere solet Codex pro ους
—— l. 31 ἢ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.	—— l. 30 • •	ο της Ε προς της Ζ
—— 75. l. 8 ἄρα καὶ τὸ	—— 4. l. 5 • •	deest καὶ
—— l. 11 Ὁμοίως δὲ δείξομεν,	—— l. 6 • •	Ab hisce verbis Codex inchoat Caput VI.
	Cap. VI.	
—— l. 24 Δεικτέον δὲ,	—— l. 13 • •	Hæc verba δεικτέον δὲ conjunguntur cum superioribus in eadem linea
—— l. 26 ἡ τομία,	—— l. 14 • •	η του τομια
—— l. 35 τὸ χωρίον	—— l. 19 • •	τα τε χωριον

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 75. l. 43 περιλείμματα	Pag. 4. l. 24 • •	περιλημματα, et sic infra περιλημματα
—— 76. l. 12 καὶ ἄλλο τὸ	—— l. 37 • •	και αλλο τι
—— l. 19 ὁ κύκλος ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὅνπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον.	—— 5. l. 49 τὸν κύκλον. ὡς τὸ	τον κυκλον ελασσονα λογον εχει υπες το συναμφοτερον προς τον κυκλον ως το
	Cap. VII.	
—— l. 34 τρίγωνον τὸ	—— 4. l. 41 • •	βασιν το
—— 77. l. 1 ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ	—— l. 50 • •	Ab hisce verbis inchoat Codex novum Caput, scilicet VIII.
—— l. 2 Ἔστω κῶνος	—— l. 51 • •	εστι κωνος
—— l. 27 τὸ δὲ ὑπὸ τῶν	—— 5. l. 14 • •	deest τῶν
—— l. 30 διπλάσιον τῶν	—— l. 17 • •	διπλασιον εςι των
	Cap. VIII.	Caput IX. propter divisionem Capitis VII. superioris in duo; igitur in posterum numeratio Capitum in Codice numerationem editionis unitate superat; quod semel monuisse satis fit.
—— 78. l. 1 ἄξονα τοῦ κώνου	—— l. 30 • •	αξονα αυτου κωνου
—— l. 8 ἄρα καὶ αἱ	—— l. 34 • •	deest αἱ
—— l. 33 Αἱ ἀπὸ	—— 6. l. 2 • •	αι αρα απο
—— l. 48 καὶ ἀπὸ	—— l. 12 • •	και αι απο
—— l. 51 τοῦ πρὸ τούτου	—— l. 14 • •	του πρωτου του
—— l. 52 ἰσόπλευρα	—— l. 15 • •	ισοπλευρω
	Cap. IX.	
—— 80. l. 21 τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.	—— 6. l. 44 • •	του ΑΔΞ τριγωνου
—— l. 29 μείζων	—— 6. l. 27 • •	μειζον
—— l. 39 Ὁμοίως δὲ	—— l. 33 • •	ομοιως δη
	Cap. X.	
—— 81. l. 6 λέγω δὴ,	—— 6. l. 51 • •	deest δὴ
—— l. 9 γὰρ ἡ ΗΒΖ	—— 7. l. 2 • •	deest articulus ἡ
—— l. 26 λήμματι·	—— l. 10 • •	λημματι
—— l. 36 τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὴ Θ χωρίον,	—— l. 19 • •	desunt hæc omnia, lacuna relicta.
—— l. 37 τῶν περιλειμμάτων τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἢ οὐκ ἔλαττον. Ἔστω πρότερον οὐκ ἔλαττον. Ἐπεὶ οὖν	—— l. 20 • •	desunt pariter hæc omnia, relicta lacuna.
—— l. 41 ἔχοντα τὸ Ε,	—— l. 24 • •	εχοντα το Ξ
—— l. 48 μετὰ τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 32 • •	μετα των ΑΗΒΚ, ΒΖΓΔ
—— l. 50 Τῶν δὲ ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 33 • •	των δε ΑΗΒΚ, ΒΖΓΔ
—— 82. l. 4 Ἀλλὰ τὰ ΑΗΖ, ΗΕΖ, ΖΕΓ	—— l. 35 • •	deest ΖΕΓ
—— l. 14 Πάλιν	—— l. 40 • •	παλιν ΔΗ
—— l. 17 τὸ δὲ ὕψος	—— l. 41 • •	desunt
—— l. 19 τὴν βάσιν μὲν	—— l. 42 • •	η βασις μεν
—— l. 37 παράλληλος ἐστι	—— 6. l. 39 • •	παραλληλος γαρ
—— l. 50 τμήματα	—— 7. l. 5 • •	τα τμηματα
—— 83. l. 17 Καὶ ἡ ΔΖ ἐπὶ τῆς ΖΓ	—— l. 13 καὶ ἡ ΔΖΕ τῆς ΖΓ	και η ΔΖ αρα της ΖΓ
	Cap. XI.	
—— l. 37 περιφερειῶν	—— 8. l. 4 • •	deest
—— l. 40 τῆς ΑΒ μείζων	—— l. 5 • •	της ΑΒ διαμετρου μειζων
—— l. 47 Τὸ δὲ Η	—— l. 7 • •	το δε Η
—— l. 53 τμήματα	—— l. 10 • •	τριγωνα
—— 84. l. 4 τρίγωνα,	—— l. 13 • •	[illegible]
—— l. 7 κοῖλαι	—— l. 15 • •	κοιλα
—— l. 13 ἐν ᾧ	—— l. 21 • •	deest ᾧ
—— l. 21 ἀποτεμνομένου	—— l. 27 • •	ο αποτεμνομενη
—— l. 31 καταληφθήσεται	—— l. 33 καταληφθήσεται	καταληφθησεται
—— l. 34 τὰ παραλληλόγραμμα,	—— l. 34 • •	τα παραλληλογραμμα
—— l. 36 τῶν παραλληλογράμμων,	—— l. 35 • •	το παραλληλογραμμα
—— 85. l. 16 Λοιπὴ	—— 9. l. 1 • •	λοιπον
—— l. 18 παραλληλογράμμων	—— l. 2 παραλληλογράμμου	παραλληλογραμμα
	Cap. XII.	
—— l. 22 αἱ εἰσὶ βάσεις	—— l. 4 αἳ εἰσὶ βάσις	αι εισι βασις
—— l. 45 τῶν πλευρῶν	—— l. 16 • •	της πλευρας
—— l. 46 εἰσὶ,	—— l. 17 • •	εισι

η

Ε ζ β

δ θ

α γ

x

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 85. l. 51 καὶ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν	Pag. 9. l. 20 καὶ τῶν ΑΔΒ, ΒΘΓ περιφερειῶν	και των ΑΔ ΔΒ ΒΘ ΘΓ περιφερειων
—— 86. l. 3 ἐν τῇ ἑτέρᾳ	—— l. 24 • •	desunt ἐν τῇ
—— l. 21 τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν,	—— l. 34 • •	της ΑΒΓ περιφερειας
—— l. 24 τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ,	—— l. 35 • •	των ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ
—— l. 25 τῶν εἰρημένων παραλληλογράμμων ὑπερβάλλουσι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων,	—— l. 36 εἰρημένων σχημάτων	ειρημενων παραλληλογραμμων υπερβαλλουσι μετα των ειρημενων σχηματων
—— l. 35 τῷ κύκλῳ	—— l. 40 • •	deest κυκλω
—— l. 49 μείζων	—— l. 47 • •	μειζω
—— 87. l. 7 Καὶ ὅτι ἴσον	—— l. 52 • •	deest και
	Cap. XIII.	
—— 88. l. 17 πρὸς τὴν Η δύναμιν.	—— 10. l. 35 • •	προς το Η δυναμει
—— l. 18 πρὸς τὴν Η δύναμιν,	—— l. 38 • •	deest τὴν
—— l. 26 τὸ ἀπὸ τῆς Η.	—— l. 45 • •	deest τῆς
—— l. 28 Ἔστω ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, οὕτως ὁ Η πρὸς ΡΖ. Ἔστω ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ,	—— l. 46 ἔστω ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ &c.	desunt voces ὡς et οὕτως
—— l. 31 οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης	—— l. 48 • •	deest οὕτως
—— l. 48 περιγεγραμμένου,	—— 11. l. 5 • •	περιγεγραμμενου
—— 89. l. 1 ἐν τῷ Β τῷ κύκλῳ	—— ib. • •	εν τω κυκλω τω Β
—— l. 15 ἐγγεγραμμένον	—— l. 12 • •	εγγεγραμμενου
—— l. 17 ἴσον ἔστω	—— l. 13 • •	εστω ισον
—— l. 27 ὅ ἐστι βάσις	—— l. 19 • •	ος εστι βασις
—— 90. l. 1 περιγεγραμμένου, καὶ ἐγγεγραμμένου, τῇ περὶ	—— 7. l. 18 περιγεγραμμένου, καὶ περὶ	περιγεγραμμενου και εγγεγραμμενου, και περι
—— l. 4 τῷ ἑτέρῳ	—— l. 20 • •	τω ετερω
—— l. 6 Περὶ δὲ τὸν	—— l. 21 περὶ τὸν	περι δε τον
—— l. 7 περιγεγραμμένου.	—— l. 22 • •	περιγεγραμμενου
—— l. 24 κέντρων εἰσὶ τῶν	—— l. 32 κέντρων • τῶν	κεντρων εισι των
—— l. 26 ἀλλήλας ἔχουσι δυνάμει, ὡς τὰ	—— l. 35 ἀλλήλας • δυνάμει ὥς τε τὰ	αλληλας εισι δυναμει ως τα
—— l. 29 ἡμίσειαί εἰσι τῶν	—— l. 38 ἡμίσειαι • τῶν	ημισειαι εισι των
—— l. 30 ὁμοίων	—— l. 40 • •	γωνιων ομοιων
—— l. 39 τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. Ἐπεὶ	—— l. 45 τρίγωνον. ἐπεὶ	τριγωνον προς το ΖΡΑ τριγωνον επε.
—— l. 42 ἡ ΤΔ πρὸς Η	—— l. 46 • •	η ΤΑ προς Η
—— 91. l. 2 Ἐδείχθη δὲ	—— 8. l. 3 • •	εδειχθη δε εχειν
	Cap. XIV.	
—— l. 35 ἐκ τῶν κέντρων	—— 11. l. 51 • •	εκ τω κεντρω
—— l. 42 ἡ δὲ Δ	—— 12. l. 3 ἡ ΔΤ	η δε ΔΤ
—— l. 47 περιγεγραμμένας	—— l. 6 • •	τας περιγεγραμμενας
—— 92. l. 8 ἐλάσσων ἔστι	—— l. 13 • •	ελασσων εστι
—— l. 18 ἐν τοῖς Α, Β	—— l. 19 • •	εν τοις ΑΒ κυκλοις
—— l. 25 πρὸς τὴν πλευράν,	—— l. 23 πρὸς πλευρὰν	προς την πλευραν
—— l. 28 πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου,	—— l. 24 • •	desunt hæc omnia
—— l. 45 Οὐκ ἄρα οὐδὲ	—— l. 34 οὐκ, ὅτι οὐδὲ	ουκ αρα ουδε
—— 93. l. 2 Νενοήσθω	—— 8. l. 10 • •	νενοησθω
—— l. 9 ἡ ΑΗ ἡ κάθετος γίνεται ἐπὶ	—— l. 15 • •	η ΑΗ επιε καθετος γαρ εστιν επι
—— l. 22 Ὥστε	—— l. 25 ὥς τε	ως τη
—— l. 23 ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΑ,	—— ib. • •	ως η ΑΗ προς ΗΑ
—— l. 25 λαμβανομένου,	—— l. 27 • •	λαμβανομενης
—— l. 31 ἡ ΑΗ πρὸς	—— l. 32 ἡ ΔΚ πρὸς	η ΑΗ προς Θ
	Cap. XV.	
—— 94. l. 3 ἥμισυ,	—— 12. l. 49 ἥμισυ	ημισυ (et sic superius)
—— l. 16 καὶ ὑπὸ ΔΑ,	—— 13. l. 43 • •	και τω υπο ΔΑ
—— l. 35 ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— 8. l. 39 • •	υπο των ΒΔ ΔΖ
—— l. 39 τὸ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ.	—— l. 41 • •	το υπο ΔΔ ΔΖ
	Cap. XVI.	
—— 95. l. 1 ἐπιφανείᾳ	—— 13. l. 2 • •	τη επιφανεια
—— l. 15 τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— l. 15 τὸ ὑπὸ ΒΔΖ	το υπο το ΒΔΖ
—— l. 28 ὁ Α κύκλος	—— l. 33 ὁ ΚΑ κύκλος	ο Α κυκλος
—— l. 33 ἴσος ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.	—— l. 36 • •	E regione istorum et sequentium verborum adscriptum est in margine ab eadem manu: οι γαρ κυκλοι προς αλληλους εισι (ita enim interpretamur nexum ⁄.) προς τα απο των διαμετρων τετραγωνα.
—— 96. l. 1 Οἱ κῶνοι οἱ	—— 14. l. 1 • •	deest alterum οἱ
—— l. 6 ἔστιν ὁ κύλινδρος	—— l. 2 • •	εστιν ως ο κυλινδρος
—— ib. ὡς ὁ ἄξων	—— l. 3 • •	deest ὡς
	Cap. XVII.	
—— l. 28 καθέτῳ	—— l. 15 • •	καθετος
—— l. 37 οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς	—— l. 20 • •	ουτως η ΕΘ (corr. ΕΔ) προς
—— l. 42 πρὸς ΕΘ. Ὡς δὲ ὁ ΕΔ πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ.	—— l. 22 πρὸς ΔΘ. ὡς δὲ ὁ ΕΔ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ.	προς ΔΘ (corr. ΕΘ) ως δε η ΕΔ προς ΘΔ (correct. ΘΕ) ουτως η ΕΘ (corr. ΔΘ) προς ΘΚ
	Cap. XVIII.	
—— 97. l. 36 Ὡς ἄρα	—— 15. l. 10 • •	ως τε αρα

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XIX.	
Pag. 98. l. 12 περιλήμματι	Pag. 15. l. 16 • •	περιλημματι (hanc vocem diversimode exhibet Codex, modo cum η, modo cum ι, aliquando cum unico μ, aliquando cum duplici &c. quod semel monuisse satis fuerit.)
—— l. 24 ἀχθείσης	—— l. 23 ἀχθείσης	αχθεισης
—— – ib. τῆς ΖΗ,	—— l. 24 • •	τη ΖΗ
—— 99. l. 1 διὰ δὴ τοῦτο	—— l. 41 • •	δια δη τουτους
—— l. 9 βάσεσι	—— l. 51 • •	ταις βασεσι
	Cap. XX.	
—— l. 19 κύκλῳ αὐτῆς	—— 16. l. 4 • •	κυκλου κυκλος
—— 100. l. 10 ὁμοίως	—— l. 16 • •	ομοιω
—— l. 12 ἐκ τῆς τοῦ	—— l. 17 • •	εκ τι της του
	Cap. XXI.	
—— l. 49 ἡ δὲ ΒΑ τῇ ΖΚ·	—— l. 32 ἡ δὲ ΒΑ τῇ ΖΗ	η δε ΒΑ τη ΖΚ
—— 101. l. 11 ὡς εἷς τῶν	—— 17. l. 9 • •	deest εἷς
—— l. 14 Ἔστιν ἄρα	—— l. 13 • •	εστιν αρα
	Cap. XXII.	
—— l. 19 τὰς πλευρὰς	—— l. 21 • •	αι τας πλευρας
	Cap. XXIII.	Hoc Caput in Codice non distinguitur alla numeratione, sed conjungitur cum superiore, ac propterea deinceps, numeratio Capitum concordat.
—— 102. l. 6 πρὸς Α, Γ	—— l. 46 • •	προς τους ΑΓ
—— l. 12 αἱ μὲν ΑΖ, ΑΝ	—— l. 49 • •	αι μεν ΑΞ ΑΝ
—— l. 35 ἐγγραφόμενον	—— 18. l. 12 • •	εγγεγραμμενον
—— l. 37 ὁ ἐπιφάνεια	—— l. 15 • •	εν η επιφανεια
—— l. 48 τοῦ ἐν στέρῳ	—— l. 30 • •	deest ἐν
—— 103. l. 7 παραλλήλους	—— 8. l. 49 παραλλήλῳ	παραλληλους
	Cap. XXIV.	
—— l. 15 πολυγώνου, ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι, καὶ παραλλήλας ἴσας	—— 18. l. 42 πολυγώνου (τὸ τετράπλευρον) παραλλήλους ἴσας	πολυγωνου τετραγωνους ισους
—— l. 24 Κύκλος δέ τις ἐκκείσθω ὁ Ξ,	—— 19. l. 1 κύκλος δὲ τις ἐκκείσθω ὁ Ξ &c.	Hoc loco notandum, Circulos, qui in Schemate ad hoc Caput pertinente lineis rectis exhibentur in editione, quales sunt quæ litteris ξ, ο, π, ρ, σ, τ, υ, denotantur, in Codice lineis rotundis, seu circulis repræsentari, quod et de sequentibus intelligi volumus.
—— 104. l. 23 ἄρα κύκλος	—— l. 20 • •	deest ἄρα
	Cap. XXV.	
—— l. 33 ἡ ἀπὸ τοῦ	—— l. 24 • •	η υπο του
—— l. 40 αἱ ΕΙ, ΘΜ,	—— l. 26 αἱ ἄρα ΑΙ, ΘΜ	αι ΕΙ ΘΜ
—— 105. l. 18 Ὁ δὲ Ρ κύκλος	—— l. 51 ὁ Ρ κύκλος	ο δε Ρ κυκλος
	Cap. XXVI.	
—— l. 35 ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 20. l. 7 • •	εχων τη επιφανειας
—— 106. l. 17 τῆς μεταξὺ	—— l. 26 • •	τη μεταξυ
—— l. 19 ἴσον ἔστω κώνῳ	—— l. 30 • •	ισος τω κωνω
	Cap. XXVII.	
—— l. 48 ὕψος δὲ ἴσον	—— 21. l. 4 • •	deest ἴσον
—— l. 50 ἐπιφάνεια	—— l. 6 • •	η επιφανεια
—— 107. l. 1 ἐστὶν ἄρα	—— l. 9 • •	εστιν αρα
—— l. 24 ἰσογώνιον,	—— l. 23 ἰσόγωνον	ισογωνιον
—— l. 52 ἐπὶ τοῦ πρώτου.	—— l. 36 ἐπὶ τῶν πρὸ τοῦ	επι του πρωτου
—— – ib. Ἔστιν οὖν	—— l. 37 ἐπὶ οὖν	εστιν ουν
—— 108. l. 7 αἱ δύο πλευραὶ	—— l. 47 • •	desunt
—— l. 8 Διῃρημένης	—— l. 49 διῃρημένης	διηρημεναι
	Cap. XXVIII.	
—— l. 27 Τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 22. l. 8 • •	της επιφανειας
—— l. 36 τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 13 • •	της επιφανειας
	Cap. XXIX.	
—— l. 52 ἀρτιογώνιον,	—— l. 19 • •	αρτιογωνιου corr. αρτιογωνιον
—— 109. l. 1 τῇ ΘΖ, πρὸς τὴν ΖΘ	—— l. 20 • •	τη ΖΞ προς την ΖΞ
—— l. 22 μεγίστῳ κύκλῳ τῷ ἐν	—— l. 37 • •	μεγιστω κυκλω των εν
—— l. 25 ΑΒΓΔ	—— 9. l. 2 • •	ΑΒΓ
—— l. 27 ἡ ΚΖ	—— l. 3 ἡ ΚΞ	η ΚΖ
—— 110. l. 5 τῷ ἐν τῇ σφαίρᾳ,	—— 22. l. 47 τῇ ἐν τῇ σφαίρᾳ	του εν τη σφαιρα
—— l. 16 ὁ κῶνος ἴσος	—— 23. l. 3 • •	ο κωνος ο ισος
—— l. 17 εἰρημένῳ·	—— – ib. • •	ειρημενου κωνου
	Cap. XXX.	
—— l. 29 τὸ ἐγγεγραμμένον,	—— l. 9 • •	desunt
—— l. 41 ἐπιζευγνυμένων	—— l. 16 • •	επιζευγνυμεναι
—— 111. l. 7 τὸ ὑπὸ τῆς	—— l. 36 • •	του υπο της
—— l. 8 τῷ πολυγώνῳ τῷ ἐγγεγραμμένῳ.	—— l. 38 • •	desunt
—— l. 12 πρὸς ἀλλήλας	—— l. 45 • •	προς αλληλας

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 112. l. 2 τοῦ Ο κύκλου,	Pag. 24. l. 7 • •	deest O
—— l. 7 ἔχει	—— l. 10 • •	εξει, et sic paullo infra.
—— l. 15 ὀρθῶν γωνιῶν	—— 9. l. 9 • •	ορθων γωνιων
—— l. 16 ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΗΑΞ τρίγωνον τῷ ΓΚΛ τριγώνῳ.	—— l. 10 ἰσογώνιον γάρ &c.	ισογωνιον ΓΧ (qui nexus adhiberi solet in Codice pro verbo γίνεται) το ΗΑΞ τριγωνον. και
—— l. 23 περιγεγραμμένον	—— l. 14 • •	εγγεγραμμενου
—— l. 40 ἄρα	—— l. 24 • •	deest
—— l. 41 ἐκ κέντρου	—— l. 25 • •	εκ του κεντρου
	Cap. XXXI.	
—— l. 47 Ἔστω γάρ	—— 24. l. 13 • •	ως γαρ
	—— 25. l. 1 Prior linea paginæ 25 in editione redundat.	
	Cap. XXXII.	
—— 114. l. 6 βάσιν	—— l. 6 • •	του βασιν
—— l. 17 ἐλάσσονα λόγον ἐλάσσονα.	—— l. 12 • •	deest secundum ἐλάσσονα
—— l. 49 τοῦ Κ πρὸς Ι.	—— l. 22 τῷ Κ πρὸς Ι	του Κ προς Ι
—— 115. l. 30 πρὸς τὸν Ι. Ἡ δὲ Κ	—— 26. l. 2 • •	desunt
—— l. 47 Ποιεῖτε	—— 9. l. 30 ποιεῖ	ποιει
—— l. 49 τῷ ΓΚ.	—— l. 32 • •	της ΓΚ
—— 116. l. 2 ἴση ἡ Θ. Ἔσονται δὲ αἱ Η, Θ	—— l. 34 ἴση ἡ Θ. Ἔσονται δὲ αἱ Θ, Ι, Η	ιση η ΗΘ. εσονται δη οι ΘΗ
—— l. 11 μέρος τῆς Η·	—— l. 40 μέρος τὸ Η.	μερους της Η.
	Cap. XXXIII.	
—— 117. l. 15 Δυνατὸν ἄρ',	—— 26. l. 50 • •	deest οὖν
—— — ib. ὁ Λ κύκλος	—— — ib. • •	deest λ
—— l. 33 καὶ αἱ ἐκ	—— 27. l. 7 • •	deest αἱ
	Cap. XXXIV.	
—— 118. l. 8 πολύγωνον	—— l. 12 • •	τμημα πολυγωνον
	Cap. XXXV.	
—— l. 41 ἴσα ἔστω	—— l. 32 • •	ισα αρα
—— l. 49 τοῦ ὑπὸ ΑΘ,	—— l. 38 • •	deest ὑπὸ
—— 119. l. 1 ἴσον ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ.	—— l. 39 • •	desunt omnia
—— l. 2 ἐπιφάνεια	—— — ib. • •	τη επιφανεια
—— l. 3 κέντρῳ τοῦ Μ.	—— l. 40 • •	κεντρου του ΑΜ
—— l. 10 λόγον ἔχουσι,	—— 10. l. 3 • •	εχουσι λογον
—— l. 15 Ἔτι γάρ	—— l. 6 • •	εσται γαρ
	Cap. XXXVI.	
—— l. 27 ἡμικυκλίῳ τὸ ΑΒΓ·	—— 27. l. 46 ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ &c. In Schemate editionis, quod pertinet ad hoc Caput, error est, nam pro littera Β exhibet litteram Δ.	
—— l. 30 μείζονος τῆς ΒΕ,	—— l. 47 • •	μειζονος της ΒΑ
—— l. 44 σχήματι	—— l. 51 • •	τμηματι
—— 120. l. 8 ἴσον ἐστί	—— 28. l. 10 • •	ισον εστι
—— l. 21 βάσεις ἴσας	—— l. 23 • •	βασεις ισας
—— l. 35 τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι	—— l. 30 • •	του βασιν μεν εχοντος
	Cap. XXXVII.	
—— 121. l. 13 περιγεγραμμένον	—— 29. l. 3 • •	περιγραφεν
—— l. 26 κύκλος ἐστί.	—— l. 8 • •	deest ἐστί
—— l. 33 μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια	—— l. 11 • •	μείζων γτ. (quem nexum Codex adhibere solet pro voce γίνεται) επιφανεια
—— l. 39 δὲ καὶ	—— 10. l. 9 • •	deest καὶ
—— l. 40 ἀπὸ τοῦ Δ	—— l. 9 • •	απο του ΔΞ
—— l. 44 μείζων ἐστὶ ἡ	—— l. 12 • •	μειζων γινεται η
—— l. 46 κυλίνδρου	—— l. 13 • •	κυλινδρου κωνου
—— — ib. αἰσθάνεται,	—— — ib. αἰσθάνεται	αισθανεται
—— — ib. ὃ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου	—— — ib. οὕτως ἡ ἐκ τοῦ	ου εκ του
—— l. 47 ἔχει τῆς	—— — ib. • •	εστι της
—— 122. l. 3 ὃ ἡ ἐκ τοῦ	—— l. 15 οὕτως ἡ ἐκ τοῦ	ου η εκ του
—— l. 14 καὶ ὅτι ἡμισείας	—— 29. l. 16 • •	και οτι της ημισειας
	Cap. XXXVIII.	
—— l. 38 τὰς γωνίας	—— l. 24 • •	desunt
—— 123. l. 5 Ἐάν	—— l. 38 • •	εαν γαρ
—— l. 9 Ἴση ἄρα	—— l. 42 • •	deest ἄρα
—— l. 25 τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΓΔ, ΔΞ,	—— 10. l. 24 • •	το υπο ΓΔ, ΔΗ. το δε υπο ΓΔ, ΔΗ
	Cap. XXXIX.	
—— 124. l. 46 πρὸς τὸν ΑΔ·	—— 30. l. 35 • •	deest τὸν
—— 125. l. 10 οὕτως ἡ ΑΛ	—— l. 41 ὡς ἡ ΔΛ	ου η ΑΛ
—— l. 12 οὕτως ἡ ἐκ τοῦ	—— l. 42 ὃ ἡ ἐκ τοῦ	ȣ (quo nexu Codex utitur fere semper ad indicandam vocem οὕτως, vel οὕτω) η εκ του. et sic habetur infra ad lineam 44. editionis, ubi dicitur οὗ τὸ ὕψος.
—— l. 17 Ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν	—— l. 45 ὅμοιοι εἰσὶν	ομοιοι αρα εισιν
—— l. 27 ἐστὶν ὡς ἡ ΞΛ πρὸς ΛΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΑ. Ὡς δὲ	—— 10. l. 29 ἐστὶν ὡς ἡ ΞΚ πρὸς ΑΑ. ὡς δὲ	εστιν ως η ΒΔ προς ΔΑ. η ΕΚ προς ΑΑ. ως δε
—— l. 45 ἐλάσσονος,	—— l. 39 • •	ελαττονος

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 126. l. 5 ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ,	Pag. 10. l. 43 ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ	ως η ΕΔ προς ΔΑ
—— l. 6 ὁ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφήν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος	—— l. 44 ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος	η απο του κεντρου επι την αφην επιζευχθεισα τουτεστιν η εκ του κεντρου της ελασσονος
	Cap. XL.	
—— l. 24 Δεῖ δεῖξαι	—— 31. l. 1 δέδεικται	δεδειξαι
—— l. 28 ἐπὶ τὰ	—— l. 3 • •	επι το
—— l. 41 πρὸς τὸν κύκλον.	—— l. 10 • •	προς τον Ε κυκλον
—— 127. l. 19 πρὸ τούτου,	—— 10. l. 50 • •	παρα τουτου
	Cap. XLI.	
—— l. 28 Ἐάν	—— 31. l. 27 • •	και εαν
	Cap. XLII.	
—— 128. l. 26 ὅπως ὁ τοῦ	—— 32. l. 1 ὅπερ ὁ τοῦ	οπως ο του
—— 129. l. 2 Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον	—— l. 15 • •	ο το περιγεγραμμενον
—— l. 3 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον.	—— l. 16 • •	defunt hæc omnia
—— l. 19 τομέως	—— l. 25 • •	τομεως
—— 130. l. 2 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— 11. l. 9 • •	defunt In fine libri legitur: Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου α'.
	Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου βιβλιον β'.	deest βιβλιον
—— 131. l. 1 ἀπέσταλκας	—— 33. l. 1 • •	επεσταλκας
—— l. 9 τμήματος	—— l. 5 • •	deest
—— l. 22 διὰ τούτων	—— l. 12 διὰ τοῦ τῶν	δι' αυτου του
	Cap. I.	
—— 132. l. 16 ὁ κυλίνδρου ἡμιόλιος	—— l. 20 • •	ο κυλινδρου ημιολιος
—— l. 42 τῶν ΗΘ,	—— l. 39 • •	των της ΗΘ
—— 133. l. 5 οὕτω τὸν ΗΘ	—— l. 43 • •	deest οὕτω
—— l. 20 τουτέστιν ὁ Β,	—— 34. l. 4 • •	τουτεστιν η ΗΒ
—— l. 25 Φησὶ δὲ	—— 11. l. 17 • •	φησιν δε
—— l. 27 ἐν ἑαυτῷ,	—— l. 19 • •	εν εαυτω
—— l. 29 σαφέστερον	—— l. 20 σαφέστερον	σαφεστερον
—— l. 37 ἡμιόλιος ἔσται τοῦ	—— l. 25 ἡμιόλιος διὰ τοῦ	ημιολιος εσται του
—— l. 43 τῷ ΑΓ.	—— l. 30 • •	του ΑΓ κωνου,
—— 134. l. 1 ἃ δέον	—— l. 40 • •	ου δε ον
—— l. 12 τὴν ΖΗ.	—— 12. l. 1 • •	τη ΖΗ
—— l. 16 περιγεγράφθω.	—— l. 3 • •	γεγραφθω
—— l. 39 Εἰ δὲ δέον	—— l. 25 εἰ δέον	ει δε δεον
—— 135. l. 4 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ β'.		
—— l. 8 ὑπ' αὐτοῦ	—— l. 47 • •	υπ' αυτου
—— l. 10 ἐντετυχήκαμεν,	—— l. 48 • •	εντετυχηκαμεν
—— l. 11 γράφειν.	—— l. 49 • •	γραφ (qui nexus in Codice modo ει, modo αι significat, ita ut legi possit γραφειν, et γραφαι)
—— l. 13 πρὸ τοῦ	—— l. 50 • •	προς το
—— l. 15 χρῶνται·	—— l. 51 • •	χρωνται
—— l. 17 ἴσαι	—— 13. l. 2 • •	εισαι
—— l. 20 ΩΣ ΠΛΑΤΩΝ.		
—— l. 36 Τούτων οὖν	—— l. 11 • •	των ουν
—— l. 40 ὃ τὸ μὲν	—— l. 14 • •	deest οὗ
—— l. 49 γενομένων	—— l. 21 • •	γενομενων
—— 136. l. 1 ΩΣ ΗΡΩΝ		
—— l. 15 τὰς ΕΗ, ΕΖ.	—— 14. l. 8 • •	τα ΕΗ ΕΖ.
—— l. 19 Δίχα δὲ	—— l. 12 • •	deest δέ. E regione autem istorum verborum in margine Codicis ab eadem antiqua manu adscriptum legitur. διὰ ιβ'. του α'. των Ευκλειδου.
—— l. 20 τέμνεται	—— l. 14 • •	τεμνεται
—— l. 22 Κοινὸν προσκείσθω	—— l. 17 • •	Et hic in margine legitur: διὰ ε'. του β'. των ευκλειδου.
—— l. 26 Τὸ ἄρα ὑπὸ	—— l. 19 • •	Iterum in margine: διὰ μζ'. του α'. των ευκλειδου.
—— l. 32 ὡς ΖΔ πρὸς	—— l. 22 • •	ως η ΖΔ προς
—— l. 35 Τριγώνου γὰρ	—— l. 23 • •	hic quoque in margine: διὰ β'. του ς'. των ευκλειδου.
—— l. 40 ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.		
—— 137. l. 22 Τριγώνου	—— l. 49 τριγώνου	τριγωνον
—— l. 25 ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ·	—— l. 50 • •	και ο ΔΑ προς ΑΒ
—— l. 28 τῇ ὑπὸ Ἥρωνος κατασκευῇ.	—— 15. l. 1 τῇ ὑπὸ ἥρωνος κατασκευῆς.	τη υπο ηρωνος. το γαρ ΒΘ παραλληλογραμμον το αυτο εστι τω ληφθεντι επι της ηρωνος κατασκευης
—— l. 39 Πολὺ γὰρ	—— l. 7 • •	πολλω γε
—— l. 40 πρὸς τὰ Δ, Ζ.	—— l. 8 • •	προς το ΚΖ.
—— l. 41 ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.		
—— l. 44 Καὶ κέντρῳ	—— l. 11 κέντρῳ	και κεντρω
—— l. 45 περιφέρεια	—— ib. • •	περιφερειας
—— 138. l. 17 ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ ΕΝ ΤΩ ΠΕΡΙ ΠΥΡΙΩΝ.		
—— l. 28 διὰ τὴν ΔΕ τῇ ΑΖ	—— l. 37 • •	δια το την ΑΒ τη ΑΖ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 138. l. 41 ἴσαι ΜΒ.	Pag. 15. l. 49 • •	ἰσαι αι ΜΒ
—— l. 47 ἐστὶ συνηγμένον	—— 16. l. 2 • •	συνηγμενον
—— l. 48 ὡς τῶν ὁμοίως	—— – ib. ὁμοίως	ομοιως
—— l. 50 ὡς ἐπὶ	—— l. 3 • •	deest ὡς
—— l. 51 παραθέσει	—— l. 4 • •	παραθεσεις
—— l. 53 ἔσονται ἡ ἀχθεῖσα,	—— l. 6 ᾗ ἡ ἀχθεῖσα	ἐσται η αχθεισα
—— 139. l. 29 ΩΣ ΠΑΠΠΟΣ		
—— l. 33 πρότασιν ᾗ τὰ ἀπὸ τῆς	—— l. 33 • •	προθεσιν και τα της
—— l. 35 ἀφελόντων	—— l. 38 • •	των αφελοντων
—— l. 45 σημεῖον, τὸ δὲ	—— l. 46 • •	σημειον εσω το δε
—— 140. l. 6 Νοείσθω	—— 17. l. 6 νοείσθω	νοειοσθω
—— l. 7 ἐπιζευχθεῖσα	—— – ib. • •	επιζευχθεισα
—— – ib. ἐπὶ τὸ Δ,	—— l. 7 ἐπὶ τὸ Δ.	επι το Α.
—— l. 8 τῷ ΑΗ,	—— – ib. • •	desunt.
—— l. 10 ᾗ ἡ ΑΓ.	—— l. 8 • •	και η ΑΓ.
—— 141. l. 1 ΩΣ ΣΠΟΡΟΣ.		
—— l. 29 ὁ ΘΒ πρὸς ΓΒ.	—— 18. l. 3 • •	η ΘΓ προς ΓΒ.
—— l. 31 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ	—— l. 4 • •	τουτεστι το απο ΑΘ
—— – ib. ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ	—— – ib. • •	αρα το απο ΑΘ
—— l. 36 ὁ δὲ ΘΒ πρὸς ΒΓ διπλασίων	—— l. 7 ἡ δὲ ΘΒ διπλασίων	η δε ΘΒ πρὸς ΒΓ διπλασιων
—— l. 41 σημεῖον.	—— l. 9 γραμμῇ.	γεγραμμενη
—— l. 42 ΩΣ ΜΕΝΕΧΜΟΣ.		
—— l. 43 αἱ Δ, Β.	—— l. 11 • •	αι ΑΒ
—— – ib. τῶν Δ, Β	—— – ib. • •	των ΑΒ
—— l. 45 ἡ ΔΗ συντρεχομένη κατὰ τὸ Δ· ᾗ πρὸς τῷ Α	—— l. 12 ἡ ΑΗ συμπεσμένη κατὰ τὸ Α καὶ πρὸς τῷ Δ	η ΔΕ συμπεπτωμενη κατα το Δ και προς τω Δ
—— l. 46 ἡ ΑΖ·	—— l. 13 ΔΖ	ΔΖ
—— l. 48 αἱ Δ, Β, Γ.	—— l. 14 • •	αι ΑΒΓ
—— – ib. τῶν Δ, Γ	—— – ib. • •	των ΑΓ
—— l. 51 ἄρα τὸ Θ,	—— l. 16 ἄρα τοῦ Θ	αρα το Θ
—— 142. l. 3 Ἐπὶ ὑπερβολῆς	—— l. 19 • •	επι υπερβολης
—— l. 20 ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, Γ, ἐστὶν ὡς	—— l. 32 ἴσον τῷ ὑπὸ ΔΓ, ἐστὶν ὡς	ισον εστι τω υπο ΔΑΖ εστιν ως

Schema ad finem superioris problematis in Codice appositum, quum aliquantum differat ab illo editionis, hinc depictum exhibemus.

—— l. 29 ΑΛΛΩΣ.		
—— l. 30 πρὸς ὀρθὰς	—— l. 38 • •	αι προς ορθας
—— l. 34 ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ· τὸ ἄρα	—— l. 43 ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ. τὸ ἄρα	ως η ΓΒ προς ΔΒ η ΔΒ προς ΒΕ. το αρα
—— l. 42 τὴν ΒΕ.	—— l. 48 • •	της ΒΕ
—— l. 47 τῆς ΔΖ·	—— 19. l. 1 • •	της ΒΖ
—— l. 50 Καὶ δοθέντα ἄρα τὰ	—— l. 2 καὶ δοθέντα τὰ	δοθεντα αρα τα
—— l. 53 ΒΔ, ΒΕ.	—— l. 4 • •	desunt
—— 143. l. 3 Τέμνουσι δὲ ἀλλήλας	—— l. 6 • •	τεμνουσι δε αλληλας
—— l. 18 Η ΑΡΧΙΤΟΥ ΕΥΡΕΣΙΣ, ΩΣ ΕΥΔΗΜΟΣ ΙΣΤΟΡΕΙ		
—— l. 19 αἱ ΑΔ, Γ.	—— l. 18 • •	αι ΑΒΓ
—— l. 20 τῶν ΑΔ, Γ	—— – ib. • •	των ΑΒΓ
—— l. 28 τέμνει	—— l. 23 • •	τεμει
—— l. 34 τῇ ΑΠ εὐθείᾳ,	—— l. 26 • •	της ΑΠ ευθειας
—— l. 43 τὸ κινούμενον	—— l. 28 • •	το μεν κινουμενον
—— 144. l. 6 ὅτι ἄρα	—— 20. l. 9 • •	αρα οτι.

In Schemate ad hoc pertinente theorema Codex noster exhibet lineam rectam a circulis sejunctam, et littera γ designatam, quæ in editione desideratur.

—— l. 14 ΩΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ.		
—— l. 19 κύβον	—— l. 18 • •	κυβον
—— l. 20 ἐν τάχει	—— l. 19 • •	εν ταχει
—— l. 27 πρῶτος	—— l. 23 • •	πρωτος
—— l. 32 τινὰ	—— l. 26 • •	τινας
—— – ib. νόσον.	—— l. 27 • •	deest
—— l. 33 ἐπιταχθέντας,	—— – ib. • •	deest

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 144. l. 34 Διαπεμφθησομένης	Pag. 20. l. 28 διαπεμφθησομένους	διαπεμφθησομενους corr. διαπεμφθησομενης
—— l. 36 ἀλθυσιῶν	—— l. 29 • •	των αλθυσιων
—— l. 41 ἐπὶ βραχύ τι τῶν	—— l. 32 • •	βραχυτητι των
—— l. 42 ὀργανικὰ	—— l. 33 • •	οργανικη λαβας
—— l. 46 σχηματίζειν,	—— l. 36 • •	μετασχηματιζειν
—— l. 49 καθιεῖσθαι,	—— l. 38 • •	καθιεσθαι
—— 145. l. 2 χοινικίδας,	—— l. 45 • •	χοινικιδας
—— l. 3 εἰ μέλλοι	—— l. 47 εἰ μέλοι	ει μελοι
—— l. 25 πρὸς ΚΗ. Πάλιν	—— 21. l. 9 • •	προς ΖΗ. παλιν
—— l. 27 παραλλήλους, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ	—— l. 11 • •	παραλληλους η ΖΚ προς ΚΘ
—— l. 36 ἀποδέδεικται.	—— l. 16 ἀποδέδεικται	αποδεδεικται
—— l. 39 συννευούσης	—— l. 18 • •	συννευουσης
—— l. 50 ἔχοις	—— l. 25 • •	εχοις
—— 146. l. 1 τὰ Α, Β, Γ, Δ	—— l. 28 τὰ Α, ΒΓ, Δ	τα ΑΒ ΓΔ
—— l. 17 διπλάσιον	—— 22. l. 1 • •	διπλασιον
—— l. 17 φράζειν,	—— l. 2 • •	φραζεται
—— l. 29 Πτολεμαίῳ	—— l. 13 πτολεμαίῳ	πτολεμαιω
—— ib. συνιδεῖν	—— ib. συνη ιν	συνιδειν
—— l. 33 ἀνάθημα	—— l. 17 • •	ανθ' ημα
—— l. 35 ΩΣ ΝΙΚΟΜΗΔΗΣ		
—— l. 36 Ἐν τῷ περὶ κογχοειδῶν γραμμῶν.		
—— l. 38 συγγράμματι,	—— l. 21 συγγράμματι	συγγραμματι
—— l. 39 ἀναπληροῦντος	—— l. 22 • •	αναπληρουντος χρειας.
—— l. 42 ἀπολείπουσι. Τῶν τοίνυν,	—— l. 24 ἀλλείπουσι. τῶν τοίνυν	αλλειπους τοινυν των
—— 147. l. 12 εἰς τὸν ἄξονα,	—— 23. l. 3 εἰς τὸν ἄξονα	εις τι αξονα
—— l. 28 κυλίνδρῳ	—— l. 8 • •	κυλινδρου
—— l. 33 κογχοειδῆ	—— l. 12 κογχοειδῆ	κογχοειδη
—— l. 41 τῆς ΑΒ,	—— l. 17 • •	της ΑΒ.
—— l. 44 τῆς ΘΝ	—— l. 19 • •	της ΘΗ
—— 148. l. 1 λειποῦσα	—— l. 20 • •	λειπουσα
—— l. 3 τοὺς Μ, Ν,	—— l. 21 • •	τους ΜΗ
—— ib. μείζων ἐστὶ	—— ib. μείζων ἐστι	μειζων εστι
—— ib. πρὸς τῷ Θ.	—— ib. • •	προς τω Θ. Schema ad hanc demonstrationem pertinens ita in Codice depictum est.
—— l. 18 τῇ ΑΖ ὅπερ ἀδύνατον.	—— l. 30 τῇ ΑΖ ἀδύνατον	τη ΑΖ. οπερ αδυνατον
—— l. 26 διάγειν	—— 24. l. 4 • •	διαγαγειν
—— 149. l. 1 Συμβάλλει	—— l. 7 • •	συμβαλλει
—— l. 10 τῇ ΑΔ·	—— l. 13 • •	τη ΛΑ
—— l. 13 ἴσον τὴν ΘΚ τῇ ΑΔ, ἢ τῇ ΓΖ.	—— l. 14 • •	ισον την ΘΚΑΔΗ. τη ΓΖ
—— l. 15 κατὰ τὸ Μ.	—— l. 16 κατὰ τὸ ΜΓ,	κατα το Μ.
—— l. 16 ὡς ἡ ΓΑ	—— ib. ὡς ἡ ΦΑ	ως η ΓΑ
—— l. 34 ἡ ΑΔ.	—— 25. l. 12 • •	της ΑΒ.
—— l. 35 Ἀλλ' ὡς ἡ ΗΓ	—— l. 14 • •	αλλ' ως η ΜΓ
—— l. 37 Καὶ συνθέντι	—— l. 16 • •	και συνθεντι
—— l. 39 τῇ ΘΚ,	—— l. 18 τῇ ΘΗ,	τη ΘΚ.
—— l. 41 ἴσον τὸ ὑπὸ ΒΜΑ,	—— l. 21 • •	ισον το υπο ΒΜ
—— l. 43 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ·	—— l. 24 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τὸ ὑπὸ ΒΓΚ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ	defunt omnia.
—— l. 44 ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον τῷ	—— ib. • •	ως το ΑΔ ισον το
—— l. 48 οὕτως	—— l. 26 • •	deest
	Cap. II.	
—— 150. l. 15 κορυφὰς ἔχοντες	—— 34. l. 12 • •	κορυφας εχοντα
—— l. 19 νοείσθω	—— l. 14 • •	νοειθω
—— l. 21 βάσιν μὲν ἔχον	—— l. 15 • •	deest μεν
—— l. 25 Ἔτι δὴ	—— l. 17 • •	εσται δη
—— l. 37 κύκλος πρὸς τὸν	—— l. 23 κύκλος πρὸ τὸν	κυκλος προς τον
—— 151. l. 8 ἴσος ἄρα ὁ Μ	—— l. 28 • •	ισος αρα εστιν ο Μ
—— l. 16 ἀφαιρεθέντος	—— l. 31 ἀφαιρεθέντος	αφαιρεθεντος

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 151. l. 22 ὡς συναμφότερος,	Pag. 34. l. 34 • •	ο συναμφοτερος
—— l. 28 ΑΒ. Ὁ ἄρα Ν κῶνος ἴσος ἔσται τῷ	—— l. 37 • •	desunt
—— l. 39 ὕψος τῷ Ν κώνῳ,	—— 35. l. 5 ὕψος τοῦ κώνου	υψος τω Ν κωνω
—— 152. l. 3 δείξομεν	—— l. 13 • •	deest
—— l. 10 τῆς σφαίρας.	—— l. 17 • •	desunt
—— l. 22 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ,	—— l. 23 ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘΚ, ΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ	ισον αρα το υπο ΑΚΘΑ τω υπο των ΑΘΚ
—— l. 24 Ὡς ὁ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ὁ ΘΓ πρὸς ΓΔ.	—— l. 24 • •	desunt omnia
—— l. 27 ὁ ΑΕ πρὸς ΕΓ.	—— l. 25 • •	η ΘΕ προς ΕΓ
—— 153. l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΒ.	—— 25. l. 37 πρὸς τὸ ΒΕ.	προς το υπο ΒΕ.
—— l. 41 λαμβανομένῃ	—— l. 45 • •	λαμβανομενω κωνω.
—— l. 45 τέμνων	—— l. 47 • •	τεμνει
—— 154. l. 6 Ὅτι δὲ οὖν	—— l. 51 • •	οτι δε και
—— l. 13 νενοήσθω	—— 26. l. 4 • •	νοεισθω
—— l. 16 Ὁ ἄρα κῶνος	—— l. 6 • •	ο αρα Β κωνος
—— l. 18 ὅπερ ἡ	—— l. 8 οὗ περ ὁ	ουπερ και η
—— l. 21 τὸν ἐκ τῦ κέντρῳ	—— l. 10 τὴν τοῦ κέντρου	την εκ του κεντρου
—— l. 23 Ὁ Ζ ἄρα	—— l. 11 • •	ο αρα Ζ
—— l. 32 ὁ ΒΘΖΑ	—— l. 17 • •	ο ΒΘΖΔ
—— l. 37 ἀλλήλοις	—— l. 20 • •	αλληλους
—— l. 45 τὸ ΒΑΖ τμῆμα σφαίρας	—— l. 27 • •	το ΑΒΓ τμημα της σφαιρας
—— 155. l. 19 ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ,	—— 27. l. 2 • •	ουτως το απο ΑΓ
—— l. 22 ὕψος τῆς ΘΔ	—— l. 4 • •	υψους της ΘΔ
—— ib. Ὡς δὲ ὁ ΑΕ	—— ib. • •	ως δε η ΔΕ
—— l. 23 πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ,	—— l. 5 • •	προς το απο ΑΕΓ
	Cap. III.	
—— l. 42 τῷ ΑΛ· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ὁ ἐκ τῦ κέντρου ἴσυ ἐστὶ	—— 36. l. 3 • •	desunt omnia.
—— 156. l. 30 πρὸς ἀλλήλους	—— 27. l. 10 πρὸς ἀλλήλους	προς αλληλους
—— l. 39 οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ.	—— l. 15 • •	η ΒΔ προς ΑΑ
	Cap. IV.	
—— 157. l. 22 Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς	—— 36. l. 33 ἢ διὰ ταῦτα τοῖς	και δια ταυτα τοις
—— l. 31 οὕτως ὁ ΔΧ πρὸς ΧΒ.	—— l. 37 • •	ουτως η ΒΧ προς ΧΒ
—— 158. l. 5 οὕτως ὁ ΒΖ πρὸς ΖΧ·	—— 37. l. 6 • •	ουτως η ΒΖ προς ΒΧ
—— l. 17 Λοιπὸς ἄρα	—— l. 12 • •	λοιπον αρα
—— l. 23 ἔχει	—— l. 15 οὐκ ἔχει	deest οὐκ
—— l. 45 τέμνει	—— l. 26 • •	τεμνει
—— 159. l. 5 τῷ ἀπὸ ΑΚ·	—— l. 29 τῷ ὑπὸ ΑΚ	τω απο ΑΚ
—— l. 28 ὡς ὁ ΑΔ	—— 27. l. 22 • •	ως η ΑΑ
—— 160. l. 5 ἡγούμενα	—— l. 29 • •	τα ηγουμενα
—— l. 10 Ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΑ	—— l. 32 οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΚ	αλλ᾽ ως το απο απο ΡΑ προς το απο ΑΚ, ουτως το απο ΑΚ
—— l. 20 Ἐπεὶ γὰρ	—— l. 37 • •	οπου γαρ εστι
—— l. 31 λόγος ἔτι	—— l. 44 • •	λογος εσται
—— l. 38 Ὅτι μὲν	—— l. 48 • •	Titulus : Περὶ συνθέσεως λόγων, qui in editione apponitur in margine ad hunc locum, nullus est in Codice, sed omnia conjunguntur.
—— l. 41 ἀδιαρθρώτως.	—— l. 50 ἀδιαρθρώτως.	αδιαρθρωτως πως.
—— l. 42 ἀναπληρῶσαι,	—— ib. ἀναποπληρῶσαι	αποπληρωσαι
—— l. 44 ἀποδεικτικῶς,	—— 28. l. 2 ἀποδεικτικῶς	αποδεικτικως
—— l. 45 διατρίψαντας	—— l. 3 • •	ενδιατριψαντας
—— l. 55 τοῦ περὶ	—— l. 9 • •	deest τοῦ
—— 161. l. 13 οὗ ὁ μονὰς	—— l. 18 • •	ουτω ο μονας
—— l. 21 ὁ ἄρα Β	—— l. 24 • •	ο αρα Γ
—— l. 22 τὸν Ζ ποιείτω. Λέγω ὅτι	—— ib. τὸν Ζ ποιείτω. λέγω ὅτι	τον Α ποιει. ο δε Β τον Ε πολλαπλασιασας τον Γ. ο δε Δ τον Β πολλαπλασιασας τον Ζ ποιειτω. λεγω οτι
—— l. 23 τῦ τῦ Α	—— l. 25 • •	του Α
—— l. 25 Ὁ γὰρ Β τὸν Ζ	—— l. 27 • •	ο γαρ Β προς τον Β
—— l. 26 ποιείτω.	—— ib. ποιείτω	ποιειτω
—— l. 35 Καὶ ὡς ἄρα ὁ Η	—— l. 35 καὶ ὡς ἄρα Η	και ως αρα ο Η
—— l. 39 τοῦ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγου,	—— l. 38 • •	του Α προς τον Β λογου
—— l. 45 Λέγω ὅτι ὁ τοῦ	—— l. 43 λέγω ὁ τοῦ	λεγω οτι ο του
—— l. 49 ἐπὶ τὸν β',	—— l. 45 ἐπὶ τὸν Β	επι το Β
—— l. 57 πρὸς τὸν γ',	—— 29. l. 1 πρὸς τὸν γ'	deest πρὸς
—— 162. l. 7 ἢ τοῦ γ'	—— l. 5 καὶ τοῦ γ'	deest τοῦ
—— ib. διπλασιεπιτετάρτῳ.	—— ib. διπλασιασιεπιτετάρτῳ	διπλασιεπιτεταρτω
—— l. 12 ἐπὶ πάντων	—— l. 8 • •	επι παντων δε
—— l. 14 μεγεθῶν,	—— l. 9 • •	μεγεθων
—— l. 17 κείμενοι,	—— l. 11 • •	κειμενοι οροι
—— l. 18 Δύο γὰρ ὅρων	—— l. 12 • •	δυο γαρ οντων ορων
—— l. 27 ὃν ὁ Α	—— l. 19 • •	ον εχει ο Α
—— l. 33 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ·	—— l. 24 • •	προς το απο ΒΧ
—— l. 40 οὕτω δῆλον.	—— l. 28 • •	ουτως εσται δηλον.
—— l. 43 ὁ ΚΡ πρὸς ΡΒ.	—— l. 30 • •	η ΚΒ προς ΡΒ
—— l. 45 ὅπερ ὁ ΚΡ πρὸς ΒΡ·	—— l. 31 • •	οπερ ο ΚΒ προς ΒΡ
—— l. 46 ὁ ΖΒ πρὸς ΒΡ.	—— l. 32 ὁ ΖΒ πρὸς ΖΡ	ο ΖΒ προς ΒΡ
—— l. 47 Ἐὰν ἄρα	—— ib. • •	ανεστραμμενη. ο ΡΑ προς ΑΧ ελαττονα λογον εχει ηπερ η ΒΖ προς ΖΡ. εαν αρα

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag.163. l. 4 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ· ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶ, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου· καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα	Pag. 29. l. 38 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ. ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶ, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου. καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα	προς το απο ΔΚ και της ΒΖ προς ΖΚ. τω δε αυτω τω της ΒΖ προς ΖΘ ο αυτος εστι και ο συγκειμενος εκ τε της ΒΖ προς ΖΚ. και της ΧΖ προς ΖΘ. και ο συγκειμενος αρα.
—— l. 7 τὸ ἀπὸ ΔΧ,	—— l. 40 • •	το απο ΔΚ
—— l. 8 πρὸς ΖΧ	—— ib. • •	προς ΖΚ
—— l. 9 τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ,	—— l. 41 • •	της ΒΖ προς ΒΧ
—— l. 12 Καὶ δὴ δεδόσθω τὴν ΔΖ τεμεῖν δίχα κατὰ	—— l. 43 • •	και εστω δεδοσθω την ΔΖ τεμειν δη κατα
—— l. 28 ὑπερβάλλειν	——30. l. 2 • •	επιβαλλειν
—— l. 29 ἑτέραν	—— l. 3 ἑκατέραν	ετεραν
—— l. 32 μή ποτε	—— l. 5 • •	μητε
—— l. 34 προειλημμένον	—— l. 6 προειλημμένον	προ λελημμενον
—— l. 38 ὀλίγον	—— l. 9 • •	ολιγον μεν
—— l. 41 γλώσσαις	—— l. 11 γλώσσαις	γλωσσαις
—— l. 42 ἐγέγραπτο·	—— l. 12 • •	εγγεγραπτο
—— l. 48 ἐννοίας	—— l. 15 • •	εννοιας
—— l. 51 διωρισμένων.	—— l. 17 διωρισμένων	διωρισμενων
——164. l. 12 οὕτως ἡ ΓΗ	—— l. 26 • •	ουτως το απο ΓΗ
—— l. 25 οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΜ,	—— l. 40 οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ. ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΜ	αλλ' ως το υπο ΓΗΖ προς το απο ΖΚ. αλλ' ως η ΓΗ προς ΗΜ
—— l. 31 διὰ τοῦ Η	—— l. 47 διὰ τοῦ Κ	δια το Η
—— ib. δύναται	—— l. 48 • •	deest
—— l. 38 γραφῇ ὑπερβολή,	——31. l. 2 • •	η γραφη υπο περβολη
—— l. 47 διὸ ἄρα	—— l. 7 • •	deest ἄρα
—— l. 48 βάσεις τὸ ἀπὸ	—— l. 8 • •	βασεις το απο
——165. l. 4 τῶν ὁμοίως	—— l. 10 • •	των ομοιων
—— l. 15 ἀναλύσει	—— l. 17 ἀναλύσει	αναλυσει
—— l. 22 καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ	—— l. 21 • •	desunt
—— l. 24 τὸ ΖΘ	—— l. 22 • •	το ΖΒ
—— l. 45 οὕτως	—— l. 44 • •	deest
——166. l. 1 παρὰ τὴν ΖΝ,	—— l. 48 • •	παρα την ΖΗ
—— l. 2 καὶ ἔστω ἡ ΜΞΖ.	—— l. 49 • •	και εστω ως η ΜΞΕ
—— l. 6 τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ	——32. l. 1 • •	desunt
—— l. 10 ὁ ΒΕΚ,	—— l. 4 ὁ ΒΚΖ	ο ΒΚΕ
—— l. 13 τὸ ΡΟ	—— l. 5 • •	το ΡΘ
—— l. 14 ἐπιζευχθῶ	—— l. 6 • •	επιζευχθω ευθεια
—— l. 20 τὸ Δ χωρίον,	—— l. 9 • •	ισον το Δ χωριον
—— l. 25 Ὅτι	—— l. 12 • •	οτι δε
—— l. 27 ἐπὶ τῆς ΕΑ,	—— l. 13 ἐπὶ τῆς ΒΑ	επι της ΕΑ
—— ib. ἐν τῷ	—— ib. ἐν τῆς	εν τω
—— l. 37 πάντων ὁμοίως	—— l. 29 • •	παντων των ομοιως
—— l. 42 ἔκειτο	—— l. 38 ἴσθιμεν	ευθειαν
——167. l. 9 παραβολῆς,	——33. l. 5 • •	υπερβολης
—— l. 15 Ἐφηπτέτω	—— l. 7 • •	αφηπτετο
—— l. 29 ἴσον ἄρα τὸ	—— l. 12 ἴσον γάρ τὸ	ισον γινεται το
—— l. 36 ΧΗΩ.	—— l. 14 • •	ΧΝΩ.
—— l. 39 ΧΗΩ,	—— l. 16 • •	ΧΗΩ.
—— l. 47 ἐπὶ τὴν ΖΑ	—— l. 20 • •	επι την ΒΑ
—— l. 49 συμβαλέτω	—— l. 22 • •	συμβαλλετω
—— l. 53 καὶ τῇ ΑΗ·	—— l. 24 • •	deest καὶ
——168. l. 2 τῷ ὑπὸ Β,ΗΜ·	—— l. 26 • •	τω υπο Β,ΗΩ
—— l. 13 μεταξὺ τῶν Ε, Β λαμβανομένων. Πάντων ἄρα	—— l. 32 μεταξὺ τῶν ΕΒ λαμβανομένων. πάντων ἄρα	μεταξυ των ΑΕ λαμβανομενων. ειληχθω δε και επι πασων των μεταξυ των ΕΒ παντων αρα
—— l. 15 Ἐπιζεύχθω δὲ	—— l. 34 • •	επιζευχθω δη
—— l. 19 τοῦ ἀπὸ τῆς	—— l. 37 • •	το απο τω της
——169. l. 6 εἶχεν	——34. l. 8 • •	ειχεν
—— l. 7 Προστιθεμένων	—— ib. προστιθεμένων	προστιθεμενων
—— l. 14 πρόκειται	—— l. 14 • •	προβαλουν
—— l. 18 ἐφ' ὑμῶν	—— l. 17 • •	αφημων
—— l. 25 καὶ μείζονα	—— l. 27 • •	και μειζονα
—— l. 32 ὡς δύο	—— l. 31 • •	ω δυο
—— l. 38 ἀδημῶς	—— l. 35 • •	ευδημων, ita enim videtur legi debere in nostro Codice potius quam αδημῶς
—— l. 41 συνέγραψε τὸν τρόπον	—— l. 37 συνέγραψε τὸ πρῶτον	συνεγραψατο τροπον
—— l. 44 ἠφανισμένας	—— l. 40 ἠφανισμένον	ηφανισμενα
—— l. 46 ΠΣ ΔΙΟΝΥΣΟΔΩΡΟΣ.		
——170. l. 11 ἐπὶ τὴν ΑΒ	——35. l. 3 ἐπὶ τὴν ΑΑΒ	επι την ΑΒ
—— ib. καὶ διὰ τῶν Η, Α	—— ib. • •	και δια ΗΑ
—— l. 14 αἱ ΑΒΚ,	—— l. 4 • •	δι αι ΑΒΚ
—— l. 22 ἴση ἐστί.	—— l. 6 • •	εστι ιση.
—— l. 32 τῷ ὑπὸ ΖΜ, ΑΗ,	—— l. 9 τῷ ὑπὸ ΖΜΑΗ,	τω υπο ΑΜΑΗ
—— l. 33 ὁ ΜΑ	—— l. 10 • •	ουτως ο ΜΑ
—— l. 40 οὕτως ὁ κύκλος,	—— l. 14 • •	ω ο κυκλος
—— l. 41 ἐπὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, ὃ ὁ ἐκ τοῦ	—— l. 15 ἐπὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ὁ ἐκ τοῦ	επι τη ΑΜ. και ως προς τον κυκλον η εκ τα
—— l. 42 Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, ὃ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ὁ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ,	—— ib. καὶ ὡς ὁ κύκλος οὗ ὁ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ὁ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ,	desunt hæc omnia.
—— l. 47 ἐπὶ τῇ ΒΜ,	—— l. 18 • •	επι τη ΑΜ
——171. l. 4 ἄρα ὁ βάσιν	—— l. 23 ὁ ἄρα βάσιν	αρα ο βασιν
—— l. 12 τὸ Β,	—— l. 28 • •	το Δ
—— l. 29 καὶ ὅτως	——36. l. 9 • •	deest καὶ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 171. l. 39 ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ		
— l. 40 Ἐν τῷ περὶ Πύρων.		
— l. 42 ἀπέδειξεν,	Pag. 36. l. 17 ἀπέδειξεν	αποδειξιν
— l. 44 τὸν αὐτὸν τῷ τμήματι,	— l. 18 • •	αυτου του τῳ τμηματι
— l. 51 τῶν ΒΑ, ΑΖ	— l. 22 • •	των ΒΖ ΖΑ
— 172. l. 1 πρὸς ΖΑ,	— l. 23 • •	προς ΖΔ
— l. 15 ὁ βάσις	— l. 28 • •	ου βασις εστιν
— l. 17 Καὶ γὰρ τοῦτο	— l. 29 • •	και γαρ και τουτο
— l. 18 ἐπὶ τῶν ἴσων	— ib. • •	επ' ισων
— l. 21 πρὸς τὴν ΖΒ·	— l. 31 • •	προς τον ΖΕ
— l. 29 ἀχθῶσιν	— l. 36 • •	ἀχθωσιν ευθειαι
— l. 40 αἱ ΘΑΚ,	— 37. l. 5 • •	αι ΘΑΖ
— l. 41 καὶ ἐπιζευχθεῖσαι	— l. 6 • •	deest καὶ
— l. 42 ἐκβεβλήσθωσαν	— ib. • •	εκβληθωσαν
— l. 43 διὰ τοῦ Α	— l. 7 • •	και δια του Α
— l. 48 ἡ ΖΑ τῇ ΘΑ.	— l. 9 • •	η ΖΑ προς ΘΑ
— l. 49 πρὸς	— l. 10 πρὸ	προς
— l. 52 τὸ ΑΒΕ,	— l. 12 • •	τας ΘΑΕ
— l. 53 τὸ ΘΑΕ	— ib. • •	τας ΑΕΒ
— 173. l. 14 ἴση ἡ ΕΟ·	— l. 31 • •	ιση η ΒΘ
— l. 18 κατὰ Τ, Υ.	— l. 32 • •	κατα το ΤΥ
— l. 19 διδομένον	— ib. • •	διδομενον
— l. 22 αἱ ΣΥ, ΡΥ	— l. 34 • •	αι ΣΡ ΤΥ
— l. 26 ἡ ΣΒ πρὸς ΒΕ·	— l. 37 • •	η ΣΒ προς ΒΣ
— l. 29 οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΣΡ.	— l. 38 οὕτως ἡ ΣΥ πρὸς ΕΡ	ουτως η ΣΒ προς ΒΡ
— ib. πρὸς ΟΥ, οὕτως	— l. 39 • •	προς ΟΤΣ ουτως ο ΣΕ προς ΣΡ, ουτως
— 174. l. 4 ἐλλείψεως.	— 38. l. 2 • •	ελλειψεως
— l. 5 τοῦ ΝΜ	— l. 3 • •	του ΗΜ
— l. 9 διδόσθαι,	— l. 5 • •	διδοσθαι
— l. 13 πρὸς ΒΣ,	— l. 8 • •	προς ΑΒ
		Heic quoque Schema, uti jacet in Codice, duximus depingendum, quum ab edito aliquantum discrepet.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
— l. 16 ἐπὶ τὸ	— l. 10 τῆς ἐπὶ	επι της
— l. 26 παρὰ τὴν Φ	— l. 16 περὶ τὴν Φ	παρα την Φ
— l. 28 ἀσυμπτώτους τὰς ΑΚ, ΚΜ,	— l. 17 ἀσυμπτώτους τὰς ΑΚ, ΚΜ	ασυμπτωτους τας ΑΒ ΚΜ
— l. 32 αἱ ΚΑ, ΜΒ	— l. 19 • •	αι ΚΜ, ΜΒ
— l. 46 Καὶ δι' ἴσου	— l. 28 • •	και δι' ισου
— l. 48 τὸ ἀπὸ ΟΥ,	— l. 29 • •	το απο ΟΡ
— l. 52 οὕτως	— l. 31 • •	ισως
— 175. l. 2 τὸ ἀπὸ ΒΟ,	— l. 33 • •	το απο ΞΘ
— l. 3 τὰ ἥμισυ·	— ib. • •	τα ημισυ
— l. 4 ἴση γὰρ ἡ ΞΟ	— l. 34 ἴση δὲ ἡ ΞΟ	desunt
— l. 6 ὡς συναμφότερος	— l. 35 • •	ως ο συναμφοτερος η
— l. 15 ἡ Γ πρὸς τὴν Δ,	— l. 40 ἡ Γ τὴν Δ	η Γ προς την Δ
— l. 18 ὡς τὸ ὑπὸ	— l. 41 • •	ως το απο
— l. 19 Καὶ ὡς ἄρα	— l. 42 • •	deest ἄρα
— 176. l. 27 τὰ παρὰ τὴν ΕΗ	— 39. l. 34 τὰ περὶ τὴν ΕΗ	τα παρα την Η
— l. 47 οὕτως	— 40. l. 11 • •	deest
— l. 48 ὡς ἡ ΚΔ	— ib. • •	ως η ΚΑ
— l. 49 ὡς ἡ ΚΒ	— l. 12 • •	ως η ΚΑΒ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 176. l. 51 ἐντὸς τοῦ Z	Pag. 40. l. 13 • •	εντος του B
——— l. 52 ἐντὸς τοῦ Θ·	——— ib. • •	εντος του ΘΔ
——— 177. l. 2 μεγεθῶν	——— l. 18 μεγέθων	των μεγεθων
——— l. 12 ὡς ΡΔ	——— l. 23 • •	ως η ΡΑ
	Cap. V.	
——— l. 33 καὶ ὡς	——— 38. l. 10 • •	ως δε
——— l. 42 Ἔτι δὲ	——— l. 12 • •	εσται δε
——— 178. l. 9 Λόγος ἄρα καὶ τοὺς	——— l. 20 λόγος ἄρα καὶ τοὺς	λογος αρα και τας
——— l. 14 Ἔσται ἄρα	——— l. 22 • •	εσται αρα
——— l. 43 Ἔτι δὴ	——— 39. l. 10 • •	εσται δη
——— l. 47 ὁ ΡΞ, ΞΥ πρὸς τὸν ΞΥ,	——— l. 12 ὁ ΡΞΥ πρὸς τὸν ΞΥ	η ΡΞ ΞΥ προς την ΞΥ
——— 179. l. 1 Ἴσος ἄρα ΨΘΚ	——— l. 13 • •	ισος αρα ο ΨΘΚ
——— l. 28 οὕτως	——— 40. l. 30 • •	deest
——— l. 33 πρὸς ΦΟ,	——— l. 31 • •	desunt
——— l. 54 ἴσον τῷ ὑπὸ	——— 41. l. 5 • •	ισον το υπο
——— 180. l. 5 ὡς συναμφοτέρῳ	——— l. 8 • •	ο συναμφοτερω
——— l. 6 Καὶ δοθεῖσα ἡ ΦΗ. δέδοται ἄρα	——— l. 9 καὶ δέδοται ἄρα	και δεδοται ο ΦΗ. δεδοται αρα
——— l. 11 ἐστὶ	——— l. 12 • •	εσται
——— l. 29 ἐναλλὰξ ὁ ΨΥ	——— l. 23 • •	εναλλαξ ως η ΨΥ
——— l. 32 αἱ βάσεις τοὺς	——— l. 24 • •	desunt αἱ βάσεις
——— l. 33 ἀλλήλας,	——— ib. ἀλλήλους	αλληλας
——— l. 41 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ γ'.		
——— l. 42 εἰσὶν αἱ ΑΒ, ΘΚ,	——— l. 30 • •	εισιν αι ΑΘ, ΘΚ
	Cap. VI.	
——— 181. l. 3 ὅ ἐστιν ἐν	——— 39. l. 21 • •	ο εστιν εν
——— l. 8 ὃ δὲ	——— l. 24 οὕτως δὲ	ου δε
——— l. 23 ὃ ὁ ἐν	——— l. 31 οὕτως ὁ ἐν	ου ο εν
——— l. 27 τμημάτων	——— l. 33 • •	των τμηματων
——— l. 31 οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ.	——— l. 35 • •	ουτως η ΘΒ προς ΘΠ
——— l. 36 ἀλλ' ὡς.	——— l. 37 • •	deest
——— 182. l. 18 κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ	——— 40. l. 10 • •	desunt omnia.
——— l. 24 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΖ τμήματος·	——— l. 14 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος,	desunt omnia.
——— l. 31 ὅμοιαί εἰσι	——— 41. l. 38 • •	ομοια εστιν
——— l. 32 πρὸς τοῖς Β, Α	——— ib. • •	προς τοις ΒΑΓ
——— l. 33 εἰσι	——— l. 39 • •	deest
——— l. 34 ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΘΓ, οὕτως ἡ ΑΝ πρὸς ΜΝ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ ΜΝ πρὸς ΝΡ, διὰ	——— l. 40 • •	ως ο ΘΒ προς ΘΠ. ουτως η ΑΠ προς ΠΡ. δια
——— l. 37 ἡ ΑΝ πρὸς ΝΡ.	——— l. 41 • •	ο ΗΑΝ προς ΝΡ
——— l. 46 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ζ'.		
——— l. 49 αἱ ΓΠ, ΜΡ·	——— l. 49 • •	η ΓΠ ΜΡ
——— 183. l. 6 πρὸς ΠΓ, οὕτως ἡ ΑΡ, πρὸς ΡΜ· καὶ	——— 42. l. 4 πρὸς ΠΑΡ, πρὸς ΡΜ. καὶ	προς ΠΓ. η ΑΡ προς ΡΜ. και
——— l. 8 ἄρα πρὸς	——— l. 5 • •	αρα ως προς
	Cap. VII.	
——— l. 18 τμηθὲν	——— 40. l. 18 τομεῦ	τμημα
——— l. 20 ἔχον	——— ib. • •	εχει
——— l. 36 δίς	——— l. 26 • •	δυο
——— 184. l. 3 τὸ ΑΒΓ	——— 41. l. 1 • •	το απο ΑΒΓ
——— l. 14 τῷ ΑΒΓ	——— l. 8 • •	desunt
——— l. 20 συναμφοτέρου	——— 42. l. 8 • •	συναμφοτερου
——— l. 21 διδύμαιον μέγεθος	——— l. 9 μέγεθος	διδυμαιον μεγεθος
——— l. 41 ΒΔ, ΔΖ	——— l. 22 ἡ ΔΒ τῆς ΔΖ	ο ΔΒ της ΑΒ
——— l. 42 ὁ ΕΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΔΖ	——— l. 23 ἡ ΒΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΘΖ,	ο ΕΔ αρα προς ΔΖ μειζονα λογον εχει
	Cap. VIII.	
——— l. 49 τὸ ἔλασσον,	——— 41. l. 12 • •	deest ελασσον
——— 185. l. 5 πρὸς τὸ ΑΔΓ,	——— l. 16 • •	προς τον ΑΔΓ
——— l. 17 πρὸς τὸ ἀπὸ	——— l. 22 • •	deest ἀπὸ
——— 186. l. 15 τοῦ ὑπὸ τῶν	——— 42. l. 4 τοῦ ὑπὸ τοῦ ΘΒΚ	του υπο των ΘΒΚ
——— l. 27 τὸ ἀπὸ ΒΔ	——— l. 9 • •	το απο ΒΑ
——— 187. l. 3 ὁ ἐκ τοῦ κέντρου ὁ ΒΓ,	——— l. 18 • •	ο εκ του κεντρου προς ΝΒΓ
——— l. 22 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ·	——— l. 31 • •	προς την ΘΓ
——— l. 23 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ,	——— l. 32 • •	προς το απο ΝΘ ΘΓ
——— l. 25 ἴσον ἐπὶ τὴν ΘΑ,	——— l. 33 ἐστὶ ἐπὶ τὴν ΘΑ	εστι προς την ΘΑ
——— l. 26 ἐπὶ τὴν ΘΑ	——— ib. • •	προς την ΘΑ
——— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΝ,	——— l. 34 • •	desunt
——— l. 30 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	——— ib. • •	προς την ΘΝ
——— l. 32 ἐπὶ τὴν ΖΘ,	——— l. 35 • •	επι την ΑΖ
——— l. 41 πρὸς ἐπιφάνειαν	——— l. 38 • •	desunt
——— l. 45 κύκλον	——— l. 40 κύκλον	κυκλον
——— 188. l. 6 καὶ ὁ τῆς ΑΘ	——— l. 43 καὶ ὄντως ΑΘ	και οὗ ΑΘ (illo autem nexu Codex indicare solet της)
——— l. 20 Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ·	——— l. 50 • •	desunt omnia.
——— l. 22 ἡμῶν	——— l. 51 • •	μεσων
——— l. 25 Δείξομεν ἄρα δὴ, ὅτι	——— 43. l. 1 • •	δειξομεν αρα δη οτι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 118. l. 27 ἀπὸ τῆς ΘΗ	— 43. l. 2 ὑπὸ τῆς ΘΗ	απο του ΘΗ
— 189. l. 12 οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΑ	— 42. l. 32 • •	ουτως το απο ΕΑ
— l. 16 πρὸς ΔΖ.	— l. 35 • •	προς Δ
— l. 34 πρὸς τὴν ΔΖ,	— l. 48 • •	deest τὴν
— l. 38 Ἔλαττον	— l. 49 • •	ελασσον
— l. 44 οὕτως τὴν Β	— 43. l. 4 • •	deest οὕτως
— l. 45 ὥσπερ δὴ	— l. 6 • •	ωσπερ δη
— 190. l. 2 ἀπὸ ΖΚ	— l. 11 • •	απο ΖΗ
— l. 5 τῇ ΒΔ,	— l. 12 • •	της ΕΔ
— l. 6 τὸν ΒΖΔ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΕΔ.	— l. 13 • •	τον ΒΕΔ τον υπο των ΒΖΔ
— l. 9 ἰσόγωνον	— l. 14 • •	αφορισμο
— l. 10 τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων. Ὥς τε εὐθεῖα	— l. 15 τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων, ὥς τε εὐθεῖα	τομαι ισου γι (quod alias in nostro Codice indicare solet γὰρ, et non γίνεται) το υπο των ισων. ως τι η ευθεια
— l. 20 ὑπὸ τῶν Α, ΖΕ.	— l. 20 ὑπὸ τῶν ΑΖΒ	υπο των ΑΖ
— l. 22 πρὸς τὸν ΖΒ ἐλάσσονα	— l. 21 • •	προς τον Ζ ελασσονα
— l. 23 Καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β	— l. 22 καὶ ὁ ΑΒ πρὸς τὸν Β	και ο Α αρα προς τον Β
— l. 26 πρὸς ΒΚ,	— l. 24 • •	προς ΘΚ
— l. 32 ὡς ΘΒ	— l. 28 • •	ως η ΘΒ
— l. 33 πρὸς ΒΚ'	— l. 29 • •	προς ΑΒ
— l. 40 Τὸ δὲ ἀπὸ ΘΖ	— l. 33 • •	το δε απο ΘΚ
— l. 41 ἁπάσαις ταῖς ΘΖ, ΖΚ	— l. 34 ἁπάσας ταῖς ΘΖ, ΖΚ	απασας ταις ΘΖ ΖΕ
— l. 44 διπλάσια. Τὸ ἄρα	— l. 36 • •	διπλασια του αρα
— l. 46 πρὸς ΒΕ,	— l. 37 • •	προς ΒΚ. τουτεστιν ο ΘΒ προς ΒΕ.
— 191. l. 10 τοῦ τῆς ΑΒ	— l. 44 • •	τω απο της ΑΒ
— l. 17 Ἡ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμιόλιον	— l. 49 ὁ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμιόλιον (reliqua desiderantur in editione)	η αρα ΒΖ προς Δ ημιολιον λογον εχει του ον εχει ο Γ προς Δ. ως τε ο ΑΒ προς Δ μειζονα ο ημιολιον λογον εχει του της Γ προς Δ.
— l. 20 ΛΗΜΜΑ		concordat
— l. 36 τὸ ἄρα	— 44. l. 9 ὁ ἄρα Ν	ο αρα Η
— l. 40 τοῦ Ο κατωτέρω	— l. 10 • •	του Β αναπαλιν
— l. 44 λόγος ὁ αὐτός	— l. 12 • •	desunt ὁ αὐτὸς
— 192. l. 2 Καὶ ὁ τοῦ Κ	— l. 17 • •	και ουτω ο του Κ
— l. 3 ὁ αὐτὸς	— ib. • •	deest ὁ
— l. 14 ὑπὸ ΑΒ	— l. 23 • •	υπο ΑΒΖ
— l. 18 μεγεθῶν	— l. 26 μεγέθων	μεγεθων
— l. 19 τὸ μέσον,	— ib. • •	το μεσον
— l. 20 Ὁμοίως δὲ	— l. 27 • •	ομοιως δη
— l. 27 πρὸς τὸν κῶνον	— l. 31 • •	deest τὸν
— l. 35 τῆς σφαίρας,	— 45. l. 1 • •	τη της σφαιρας
— 193. l. 5 ὁ διπλάσιον	— l. 13 διπλάσιον	διπλασιονα
— l. 6 ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ	— l. 14 ὅτι το απο ΑΘ ἐπὶ	οτι ο των απο ΑΒ εστι
— l. 13 τὸ ἀπὸ	— l. 17 • •	deest ἀπὸ
— ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ	— l. 18 • •	προς το απο ΒΘ
— l. 26 ὅτι μείζων	— l. 25 • •	οτι μειζων εστι
— l. 32 Ὥστε τὸ	— l. 28 ὡς δὲ	ως τε
— l. 35 Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Τὸ ἄρα	— l. 30 • •	αλλ' ως το απο ΑΘ προς το απο ΓΘ επι την ΘΗ. προς το απο ΓΘ το αρα
— 194. l. 7 τῆς ἡμιολίου	— l. 38 • •	deest τὴν
— l. 15 ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς	— l. 42 ΑΒ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον. ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς	desunt hæc omnia.
— l. 27 τὸ ἀπὸ ΓΘ	— l. 49 τὸ ὑπὸ ἀπὸ ἐπὶ	το απο ΓΘ εστι
— l. 29 ὁ τοῦ ἀπὸ	— l. 50 ὁ ἀπὸ ΑΘ	ο των απο ΑΘ
— l. 31 ὁ αὐτός ἐστι τῷ	— 46. l. 2 • •	ο αυτος γαρ τω
— 195. l. 4 ἀπὸ ΒΘΓ. Ὁ δὲ	— l. 12 • •	απο ΒΘΓ. ο δε
— l. 9 τὸ ἀπὸ	— l. 14 • •	deest ἀπὸ
— l. 20 ἔλασσον	— l. 21 • •	μειζον
— l. 21 πρὸς τὸ ὑπὸ	— ib. • •	deest ὑπὸ
— l. 48 ἡ ΚΛ, ΘΛ	— l. 37 ὁ ΚΛΘΛ	η ΚΘΛ
— 196. l. 6 τὸ ΒΘ	— l. 40 • •	της ΒΘ
— l. 14 πρὸς ΒΘ.	— l. 45 • •	προς ΑΘ
— l. 20 τὸ ἀπὸ ΓΘ	— l. 49 • •	το υπο ΓΘΒ
— l. 24 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα	— l. 50 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα	ουτως το απο ΑΘ προς το υπο ΓΘ επι την ΘΖ μειζονα
— l. 26 πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τῷ ἀπὸ ΒΘ	— 47. l. 2 • •	desunt
— l. 32 ΓΘ ἐπὶ τὴν	— l. 5 • •	inter verba ΓΘ, et ἐπὶ inserta sunt ab eadem manu ea quæ sequuntur: επι την ΘΗ προς το απο ΓΘ, et quidem in margine.
— l. 38 ἐπὶ τὴν ΘΖ	— l. 8 ἐπὶ ΘΖ	επι της ΘΖ
— l. 41 ΑΒ κύβῳ	— l. 11 • •	ΑΘ κυβω
— l. 42 ΒΓ κύβου λόγος,	— ib. ΒΓ κύβον λόγοι	ΒΓ κυβου λογος

Cap. IX.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
— 197. l. 2 Τῶν ἐπὶ τῷ	— 43. l. 7 • •	deest ἐπὶ
— l. 17 αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω ὅτι	— l. 14 • •	desunt omnia.
— l. 28 τὸ Σ σημεῖον,	— l. 27 • •	το Γ σημειον
— 198. l. 15 ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΓΞ	— 44. l. 2 • •	υπο των ΑΞ
— l. 19 ΜΚ, ΚΓ. Ὥς τε μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν	— l. 4 ΜΚΓ. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν	desunt
— l. 25 ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ	— l. 7 • •	desunt
— l. 27 ἐστὶν ἴση τῇ ΑΝ.	— l. 8 • •	εστιν ιση τη ΑΗ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		In fine Libri repetitur titulus hoc pacto: Αρχιμηδης περὶ σφαιρας και κυλινδρ β.
Pag. 199. l. 8 Ἔστω τῷ	Pag. 47. l. 22 • •	εστω και τῳ
—— l. 10 ἡμισφαιρίῳ.	—— l. 23 ἡμισφαιρίῳ	ημισφαιριω
—— l. 38 τοῦ ἀπὸ ΑΡ,	—— l. 40 • •	desunt
—— l. 39 τὸ ὑπὸ ΑΡΓ	—— l. 41 • •	deest ὑπὸ
—— l. 41 τοῦ ὑπὸ	—— l. 42 • •	τῳ μεν υπο
—— l. 42 μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ	—— l. 43 • •	μειζον γαρ εστι το υπο
—— – ib. τοῦ ἀπὸ ΑΡ,	—— – ib. τὸ ὑπὸ ΑΚΓ,	το απο ΚΓ
—— l. 44 ἴσον γίνεται	—— l. 44 • •	ισον γαρ εστι
—— 200. l. 4 ἴσον τοῦ	—— l. 48 • •	ισον εστι τω
—— l. 15 τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ.	—— 48. l. 4 τ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τ ΓΒ	της ΑΒ προς το απο της ΓΚ
—— l. 17 γίνεται	—— l. 5 • •	γρ ⁒ quo nexu indicari solent verba γαρ εστι
—— l. 21 τὸ ΑΒΚ	—— l. 8 • •	το απο ΑΒΚ
—— l. 25 ὁ ΜΚ πρὸς ΑΡ.	—— l. 10 • •	η ΜΝ προς ΑΡΚ
—— l. 26 τὰ ἥμισυ,	—— – ib. • •	τα ημισυ
—— l. 31 τῆς ΖΑ	—— l. 13 • •	τη ΖΑ
—— l. 32 τῇ ΑΖ·	—— l. 14 • •	τῃ ΑΖ
—— – ib. ἡ ΝΑ,	—— – ib. • •	η ΝΜΑ
—— l. 36 τὸν ΘΖ	—— l. 16 • •	τον ΒΘΖ
—— l. 37 τὸν ΒΔ,	—— – ib. • •	τον ΒΑ
—— l. 43 τ ΑΝ.	—— l. 20 • •	της ΑΝ
—— 201. l. 1 τοῦ ΝΘΖ,	—— l. 23 • •	τη ΝΘΞ
—— l. 4 τὸν ΑΒΔ	—— l. 25 • •	τον ΖΖΘ
—— l. 5 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου	—— l. 26 • •	
—— l. 8 Εὐτοκίῳ σοι τοῦ	—— l. 30 • •	
	Αρχιμηδους κυκλου μετρησις	Concordat titulus

Cap. I.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
—— 203. l. 5 κύκλος, ὡς	—— 44. l. 17 • •	κυκλος τριγωνῳ τῳ Ε ως
—— l. 6 τριγώνῳ τῷ Β.	—— l. 18 • •	desunt.
—— 204. l. 2 ἐλάττων,	—— l. 24 • •	μειζων
—— l. 11 τῆ ΡΑ ἴση	—— l. 29 • •	της ΡΑ ιση
—— l. 15 τρίγωνον	—— l. 34 • •	deest
—— l. 16 Ἔστιν ἄρα	—— l. 35 • •	εστι αρα
—— l. 17 ἔτι τοῦ Β ἔλασσον.	—— l. 37 • •	το Ε εστιν ελασσον
—— l. 29 εὐχῆς	—— 49. l. 8 ἴχνος	ευχης
—— l. 38 ὅτι τὸν	—— l. 13 ὅτι τὸ	οτι ταυτ
—— l. 39 ἐπιμελῶς,	—— l. 14 ἐπιμελῶς	επιμελως
—— 205. l. 1 δ' ὅτι	—— l. 24 δι' τι	δι τιν
—— l. 4 Ἀλλὰ, τῇ περιφερείᾳ	—— l. 26 • •	αλλα περιφερειας
—— l. 8 τὸ μεγεθος	—— l. 28 • •	τι μεγεθος
—— l. 12 ἴσον αὐτῷ,	—— l. 31 • •	ισον αυτο
—— l. 13 τρίγωνον τὸ	—— l. 32 • •	το τριγωνον το

Cap. II.

Cap. III.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
—— 206. l. 4 τρίτον	—— 45. l. 16 • •	τρίτῳ
—— l. 22 μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν	—— l. 24 • •	μειζον, η οι
—— l. 31 πλευρά ἐστι	—— l. 27 πλευρὰ ἐστὶν	desunt
—— l. 32 περιγραφομένου	—— l. 28 • •	εστι

Cap. IV.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
—— 207. l. 18 τρίτον	—— 46. l. 7 • •	τριτω
—— l. 21 Τετμήσθω	—— l. 8 • •	deest
—— l. 23 ΗΓΒ ἄρα,	—— l. 10 • •	deest ἄρα
—— l. 25 ἄρα ἴση	—— – ib. • •	desunt
—— l. 36 πρὸς ομ'.	—— l. 16 • •	προς ΣΝ
—— 208. l. 1 δ ιγ'.	—— – ib. ΔΙΓ.	ΔΙ γ' α'
—— l. 2 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— – ib. • •	desunt
—— l. 15 ἤπερ ͵ϛτλη' πρὸς ͵βιζ' δ'.	—— l. 21 ἤπερ ϛΤ ͵λη', πρὸς ͵βιζ' δ'	ηπερ ͵ϛ ΤΑ ς' προς ͵ζ ΙΖ δ'
—— l. 18 ἡ δίχα σα'.	—— l. 23 ἡ δίχα ο' α.	ο ιο ο' ιο'.
—— l. 20 ἡ δίχα σα'.	—— l. 24 ἡ δίχα ο' α.	η θ' α
		In fine repetitur titulus, ut in principio.
—— l. 30 Ἀριθμὸς μὲν	—— 49. l. 44 ἀριθμὸς μὲν	αριθμος μεν
—— – ib. πολλαπλασιαζόμενος,	—— – ib. πολλαπλασιαζόμενον	πολλαπλασιαζομενος
—— l. 33 δυναμένου	—— l. 46 δύναμιν	δυναμενη
—— l. 37 Ἐξῶν	—— l. 48 • •	εξων
—— l. 39 τρίτον	—— 50. l. 1 • •	τριτω
—— l. 41 τὸν ΒΖ· ὁ ὑπὸ ΓΕΖ, τρίτον	—— l. 2 τὸν ΕΖ. καὶ ὁ ὑπὸ ΓΕΖ τρίτον	τω ΖΖ εστι ο υπο ΓΕΖ τριτω
—— l. 44 πρὸς τῷ κέντρῳ	—— l. 4 • •	deest πρὸς
—— l. 45 τρίτον ἄρα ὀρθῆς.	—— l. 5 • •	τριτω αρα ορθη
—— l. 48 ἐπὶ τὸ Μ,	—— l. 6 • •	επι το Γ
—— l. 49 πρὸς τῷ Μ	—— l. 7 πρὸς τὸ Μ	προς το Γ
—— 209. l. 11 τὸ ἀπὸ ΕΓ,	—— l. 13 τὸ ἀπὸ Ε	το απο ΕΓ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 209. l. 18 col. 1 [illegible]	Pag. 50. l. 19 col. 1 • •	[illegible]
—— – ib. col. 2 [illegible]	—— – ib. col. 2 • •	[illegible]
—— – ib. col. 3 M [illegible]	—— l. 20 — ib. • •	[illegible]
—— l. 19 col. 2 [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	M
—— l. 21 — ib. M [illegible]	—— l. 21 col. 2 • •	M
—— l. 24 ὡς ΖΒ	—— l. 22 ὡ ΖΕ	ως ε ΖΕ
—— l. 28 πρὸς ΒΓ,	—— l. 24 πρὸς ΖΗ	προς ΖΗ corr. προς ΖΓ
—— l. 36 δίδονται,	—— 51. l. 2 δίδοται	διδονται
—— l. 40 [illegible]	—— l. 4 • •	deest •
—— l. 41 τῷ φζω' ὁ	—— l. 5 τῷ φζω' ἴσον	τω φζω', quæ quidem littera ultima ω' cum accentu videtur indicare ἴσον.
—— l. 42 Ἡ ἄρα ΒΗ	—— l. 6 • •	η αρα ΕΓ
—— l. 44 φζω'	—— – ib. φζω' ἴσον	φζω'
—— 210. l. 4 col. 1 M [illegible]	—— l. 11 col. 1 M [illegible]	M [illegible]
—— – ib. col. 2 [illegible]	—— – ib. col. 2 [illegible]	[illegible]
—— l. 5 — ib. [illegible]	—— l. 12 — ib. • •	[illegible]
—— l. 8 — ib. M [illegible]	—— l. 17 col. 1 • •	M [illegible]
—— l. 12 τῇ ΘΕ.	—— l. 18 • •	της ΘΕ
—— l. 13 πρὸς [illegible].	—— l. 19 ἴσον πρὸς	Η' προς (ex quo apparet litteram illam Η' accipi fine ullo dubio in Codice pro voce ἴσον)
—— l. 18 μορίω	—— l. 21 μορίου	μοριω
—— l. 19 Μείζονες	—— l. 22 • •	μειζονες
—— – ib. ὑπὲρ	—— – ib. ὑπὲρ	deest
—— l. 23 [illegible]	—— l. 24 [illegible]	[illegible]
—— l. 25 [illegible]	—— l. 25 • •	[illegible]
—— l. 26 M [illegible]	—— l. 26 M [illegible]	M [illegible].
—— l. 29 [illegible] ὑγίεια. λείπεται	—— l. 27 [illegible]. λείπεται	[illegible]. εγγιεα. λειπεται
—— l. 33 col. 3 MMM [illegible]	—— l. 31 col. 3 MMM [illegible]	MMM [illegible]
—— l. 34 col. 1 [illegible]	—— l. 32 col. 1 • •	[illegible]
—— – ib. col. 2 [illegible]	—— – ib. col. 2 • •	[illegible]
—— – ib. col. 3 [illegible]	—— – ib. col. 3 [illegible]	[illegible]
—— l. 35 col. 1 M [illegible]	—— l. 33 col. 1 • •	M [illegible]
—— – ib. col. 3 M [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	M [illegible]
—— l. 36 col. 2 M [illegible]	—— l. 34 col. 2 • •	M [illegible]
—— – ib. col. 3 [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	deest σ
—— l. 37 col. 1 [illegible]	—— l. 35 col. 1 • •	[illegible]
—— – ib. col. 3 [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	[illegible]
—— l. 38 col. 1 M [illegible]	—— l. 36 col. 2 M [illegible]	M [illegible]
—— l. 40 — ib. ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἐπὶ M [illegible].	—— l. 38 col. 1 ἀπὸ ΕΓ ΓΘ ἐπὶ M [illegible].	απο ΕΓ ΓΑ επι M [illegible] M [illegible].
—— – ib. col. 3 M [illegible].	—— – ib. col. 3 M [illegible]	M [illegible]
—— 211. l. 8 καὶ ἴση μορίω	—— l. 42 • •	και επιμοριον
—— l. 9 [illegible]. Συναμφότερος	—— l. 43 • •	[illegible] συναμφοτερω
—— l. 15 ἀπὸ ΕΓ	—— 52. l. 1 • •	deest ἀπὸ
—— l. 40 col. 1 ὁ ΕΓ [illegible] &c.	—— l. 4 col. 1 • •	ο ΕΒ [illegible] MM [illegible] MM [illegible] [illegible]

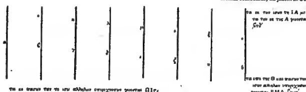
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		ς M ,θ χιλζ'
		η περιοχη
		φιαζζ' αιω
		φιδ M τιβετρο'
		εκ τουτων συναγεται το
		φιαζ απο ΕΚ M ,ςφδια'
Pag. 211. l. 20 col. 3 βυλδ' γ'	Pag. 52. l. 4 col. 3 • •	,βυλδ'
		απο ,βυλδ'
		υ ξ ς α MMMM ,πφ
		α θ MM ,βδφοε
		ς M θκυζζ'
		α M ,η ,ςφουαβδ'
		φιαζςδ' ω'
		φιαζ M ,ςαζ ω'
		ελλειπει αρα τα ακριβους
		α MM αζ'
—— l. 37 καὶ ἔτι μορίῳ	—— l. 17 • •	και ετι μοριω
—— – ib. μορίῳ	—— l. 18 • •	μορια τινος.
—— l. 38 μείζων ἐστὶν ἢ ,δχογζ'·	—— – ib. μείζων ,δχογζ'·	μειζων εστι ,δχογζ'.
—— 212. l. 2 ὀρθῶν·	—— l. 22 • •	ορων
—— l. 4 ζγ' ἄρα ἐστί·	—— l. 23 • •	γγ' αρα εστι
—— l. 5 ΑΕΓ, ρζβ'	—— l. 24 • •	λεγεβ'
—— l. 8 ζγ' ἐστὶ	—— l. 25 • •	ςδ' εστι
—— l. 10 ἔχοντος ζγ'.	—— l. 26 • •	εχοντος γδ'
—— l. 11 ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ, δίδοται,	—— – ib. • •	η ΕΑ προς ΑΓ διδοται
—— l. 12 ,δχογζ'	—— l. 27 • •	,δχογζ
—— l. 15 πρὸς ΑΓ,	—— l. 29 • •	προς ΑΑ
—— l. 17 ἔχοντος ζγ'·	—— l. 30 • •	εχοντος γγ'
—— l. 18 ,δχνο'·	—— l. 31 • •	,δχνο'
—— – ib. πολυπλασιαζόμενος	—— – ib. • •	πολλαπλασιαζομενος
—— l. 20 ,δχογζ'· Ἡ περίμετρος	—— l. 32 • •	,δχογζ οπου η διαμετρος
—— l. 22 χβζζ'·	—— l. 34 • •	χβζζ'.
—— l. 24 πολλαπλάσια τῶν χβζζ',	—— l. 35 • •	πολλαπλασια των χβζζ'
—— – ib. ,δχοθζ',	—— – ib. • •	,δχοθζ.
—— l. 31 περὶ διάμετρον	—— l. 40 • •	περιδιαμετρον
—— l. 43 σμγ M	—— l. 47 • •	ας M
—— l. 45 ρπβ M	—— l. 49 • •	εωζ M
—— 213. l. 3 col. 1 ρ υ ς MMM	—— 53. l. 5 col. 1 • •	ρ ς M λο M
—— – ib. col. 2 μβ M	—— – ib. col. 2 θ M	ιο M
—— l. 4 col. 1 α M	—— l. 6 col. 1 • •	α M
—— – ib. col. 3 α M	—— – ib. col. 3 • •	δ M
—— l. 5 — ib. ,βφι'	—— l. 7 — ib. • •	,ςφα'
—— l. 6 col. 1 σμγ M ,γχ'	—— l. 8 col. 1 ςμγ M ,γχ·	μγ γ M M ,γχ
—— l. 8 — ib. ΒΓ ἀπὸ τῆς ἀπὸ ΑΓ,	—— l. 10 — ib. • •	ΑΓ απο τη ΓΒ
—— l. 12 ὑπὸ ΗΓΒ	—— l. 14 • •	υπο ΓΒ
—— l. 18 καὶ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας	—— l. 17 • •	desunt verba ὑπὸ, et ἴσας
l. 20 ἡ ΑΗ	—— l. 18 καὶ ἡ ΑΗ	deest καὶ
—— l. 22 ἡ ΒΖ πρὸς ΓΖ.	—— l. 19 • •	η ΓΖ προς ΖΒ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 213. l. 27 βϡιαʹ	Pag. 53. l. 22 • •	ϛ λια (et sic infra in lineis editionis 23, 24, et 25. ubi pro numero ϡ Codex constanter habet λ)
—— l. 33 ϡι M	—— l. 26 • •	ρυ M
—— l. 34 γυγ∠ʹ γ	—— ib. • •	ηγυγ∠ʹ γ
—— ib. τὸ ἀπ' αὐτῆς	—— l. 27 • •	αυʹ αυτων της
—— l. 36 γυγ∠ʹ γ	—— l. 28 • •	γυτςʹ
—— l. 38 col. 1 ὁ ΑΗ βϡιαʹ	—— l. 29 col. 1 • •	η ΑΗ, ϛ, λαʹ επι ϛ λια ζυ να M M λ ϛ M θμʹ ϛ λια ωζ M γ λια τα απο του αυγʹ M ϛτια
—— ib. col. 2 ὁ ΗΓ ψαʹ	—— ib. col. 2 • •	η ΗΓ ΨΠ αδ ι M M ς M γ ς ςγ ξ M ω
—— ib. col. 3 γυγ∠ʹ γ	—— ib. col. 3 • •	γυγζʹ επι γυγ∠ʹ ϡ γ M M σαφψ θλαις∠ʹ μφιο∠ʹ το ψϛ∠ςʹ ι ιʹ M ϛχυθυ επειρχει το ακριβως M τξυεʹ
—— 214. l. 4 ὁ ΗΑΓ	—— l. 39 • •	η ΗΑ ΑΓ
—— l. 6 ἐλασσόν ἐστι	—— l. 41 • •	εστιν ελασσων
—— l. 7 ὁ ΗΑ, ΑΓ	—— ib. ὁ ΡΑ ΑΓ	ο ΗΑ ΑΓ
—— l. 11 μέρος ιγʹ.	—— l. 44 • •	μερος ιγʹ.
—— l. 16 αὐτῆς M ξχʹ	—— l. 46 • •	αυτας μερος η ξχ.
—— l. 19 πρὸς ΘΓ,	—— l. 48 • •	προς Θ
—— l. 21 col. 1 ὁ ΑΘ μυιγʹ	—— l. 50 col. 1 • •	η ΑΘ μυιγ επι μυιγ ξ γ ϛ MMM γ π λβ M M γδυ ϛ α M M γυξ γδυξθ λϛ γ M υιθ τουτους εστι το ΑΑΓ υλα M υιθγ
—— ib. col. 2 ὁ ΘΓ ςμʹ	—— ib. col. 2 ὁ ΘΓ ςμʹ	Concordant omnia.
—— ib. col. 3 μυλυθιαʹ	—— ib. col. 3 • •	μυλυθ ιαʹ επι μυλυθιαʹ ρ θ γ MMM ρμαθ∠ ιαʹ π ξβ λϛ θ MMM αγυιη M θυαʹ γ ϛ θ Γ α MM δτς M γγϛα θ γυςM ξθ Mια

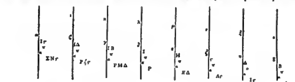
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		φαθν' υπγγυπα ͵γθ'
		ρια' ιδυ
		ζαι' πεθ' ρια
		τλη M μζπαγιπργγυς
		υπερεχει αρα το ακριβους M τια' εγγυς
Pag. 214. l. 44 τῶν δὲ ρμ',	Pag. 54. l. 17 • •	των δη ΣΜ
—— l. 45 λόγον ἔχει,	—— l. 18 • •	deeft ἔχει
—— l. 46 M	—— l. 19 ἐπὶ M	επι M
—— l. 48 ἔγγιστα· ὑπερέχει γὰρ τοῦ ἀκριβοῦς, τὸ ἀπ' αὐτῆς, M ιϛ γ' λε'. Ἡ ΑΓ	—— ib. ἔγγιστα. ἡ ΑΓ &c.	εγγιστα. υπερεχει γαρ το απ' αυτης του ακριβους M ι' ϛγ' λ' γ. η ΑΓ &c.
—— 215. l. 5 col. 1 M ͵δμθ'	—— l. 25 col. 1 • •	M ͵αΜι'
—— l. 20 col. 2 ἡ ΑΓ ξγ'	—— l. 36 col. 2 • •	η ΑΓ ξγ'
—— l. 22 col. 1 ͵βτλγ' γ'	—— l. 38 col. 1 ͵ϐτλ' γγ'.	͵βτλξγ'.
—— l. 24 — ib. M ͵βϡλγα'	—— l. 40 — ib. • •	M ͵ϐχλγα
—— ib. col. 2 ͵δτυ'	—— ib. col. 2 ͵δτυ'	γ ͵δτυ
—— ib. col. 3 M ͵δυϙθ∠' δ'	—— ib. col. 3 • •	M ͵δυϙθ∠ δ'.
—— l. 25 — ib. φϐ∠' α∠' δ' ιϛ'	—— l. 41 — ib. • •	φϐ∠ ατδ' ιϛ'
—— l. 26 col. 1 M ͵δτϙα' λε'	—— l. 42 col. 1 M &c.	M &c.
—— ib. col. 3 ͵δυξζ∠' ιϛ'	—— ib. col. 3 • •	M δυ∠∠ ιϛ'
—— l. 27 col. 1 Τούτοις ἴσοι, τὸ	—— l. 43 col. 1 • •	τουτοις ισοι οι το
—— l. 28 — ib M	—— l. 44 — ib. • •	M
—— ib. col. 3 M ηγ∠' κδ'	—— ib. col. 3 M ηγ∠ ο'	M γ∠ κ'
—— l. 30 ἡ ΑΓ πρὸς ΓΑ, μείζονα	—— l. 45 ἡ ΑΓ μείζονα	η ΑΓ προς ΓΑ μειζονα
—— l. 31 πρὸς ͵βιζ δ'.	—— l. 46 πρὸς ξγ'	desunt
—— l. 34 πλευρὰ,	—— l. 47 • •	πλευρας
—— ib. ἡ ΑΓ, ξγ'.	—— l. 48 • •	η ΑΓ ϛα'
—— 216. l. 1 Πανταδόν,	—— 55. l. 4 • •	οκυτοδιω
	Αρχιμηδους περι ελικων	Concordat titulus.
—— 217. l. 1 ΤΩΝ ποτὶ Κόνωνα ἀποσταλέντων	—— 81. l. 28 Των ποτὶ Κόνωνα ἀποσταλέντων	τω ποτι κονων. ο αποσταλεντων
—— l. 15 κὴ ἄλλα	—— l. 36 • •	deeft και
—— 218. l. 1 Κόνος	—— l. 38 τὰν κόνων	ταν κονωνος
—— l. 4 προειγμένας.	—— l. 40 προειγκέθαι	προειγκαθας
—— l. 5 κεχωρισμέναι.	—— ib. μὲν κεχωρισμένων	μη κεχωρισμενα
—— ib. δὲ ἀποτυγχάνοντα, ὅπως οἱ φάμενοι	—— l. 41 δὲ αντίσσομαι, ὅπως οἱ φάμενοι μὲν	δε αυτ' ισσομαι· οπως οι φανοι μεν
—— l. 11 ἐμφανίσω τοι.	—— l. 44 ἐμφανίσαι	εμφανιξας
—— l. 35 Τούτων μὲν	—— 82. l. 11 • •	τουτων μεν ου
—— l. 38 τμαθῇ εἰς ἄνισα,	—— l. 13 τμαθῇ ἴσαι ἴσα,	τμαθη. ισαι ισα·
—— l. 43 εἰς ἄνισα	—— l. 15 ἴσαι ἴσα	εισανισα
—— l. 47 ποτὶ τὸ ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν	—— l. 17 • •	ποτι το ελασσον αμεν
—— 219. l. 18 Εἰ δὲ κὴ	—— l. 30 • •	ει δε καρ
—— l. 30 ὄντω τοι	—— l. 37 αὐτῷ σοι	οντω τοι
—— l. 31 ἕλικος	—— ib. • •	ελικος
—— l. 37 εὐθεῖα γραμμὰ	—— l. 40 εὐθεῖαι γραμμαὶ	ευθεια γραμμα
—— l. 43 ὑπὸ τᾶς	—— l. 43 • •	υπο τι τας
—— l. 44 ἅψωνται.	—— l. 44 • •	αψωνται
—— 220. l. 1 περιφερῆ.	—— l. 49 • •	περιφερεια
—— l. 7 ἐσσεῖσθαι'	—— 83. l. 2 ἐσσεῖται	εσσειθαι
—— l. 10 πολλαπλάσια	—— l. 3 παλλαπλασια	πολλαπλασια
—— l. 17 περιαχθείσας	—— l. 7 περιαχθείσας	περιαχθεισας
—— l. 19 διαγματίσουσι	—— l. 8 διαγματίσουσι	διαγματισουσι
—— l. 20 κὴ ἐλάσσων	—— ib. • •	και α ελασσων
—— l. 37 Τᾶν ἀνίσων	—— l. 17 • •	τανισαν
—— l. 40 ὑπερέχειν	—— l. 19 • •	υπερεχειν
	Cap. I.	
—— l. 51 ἁ ΓΔ	—— l. 24 ἁ ΑΓ	α ΑΔ
—— l. 52 ὁ χρόνος Ι	—— l. 25 • •	οι ο χρονος ο
—— 221. l. 26 συνθέσαι	—— l. 41 • •	συντεθεισαι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. II.	
Pag. 221. l. 34 ὑπὲρ τῶν	Pag. 83. l. 46 • •	υπο των
	Cap. III.	
— 222. l. 10 ὅπερ οὗ	— 84. l. 11 • •	οπερ ου
— l. 13 Περιγεγραφέντος	— l. 12 • •	περιγραφεντος
	Cap. IV.	
— l. 22 γδ ὑπερεχῆ.	— l. 16 γδ ὑπερεχῆ	γαρ α υπερεχει. Interim notandum inter Caput III et IV. in margine adscriptum legi ab eadem manu : δείκνυται γὰρ ἐν τῷ α'. διαγράμματι τοῦ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου.
— l. 28 τᾶς δὲ μείζονος	— l. 19 • •	τας δε μειζονας
	Cap. V.	
— l. 37 ποτὶ τὰν	— l. 24 ὑπὸ τὸ τὰν	ποτι ταν
— l. 47 τῶ κέντρω	— l. 27 • •	τω Κ κεντρω
	Cap. VI.	
— 223. l. 15 τᾶς περιφερείας	— l. 43 • •	τας τε περιφερειας
— l. 26 ὅσας	— l. 49 • •	οσας
— ib. Ἄχθω δὲ καὶ	— ib. • •	deest καὶ
— l. 42 ποτὶ τὰν H'	— 85. l. 6 • •	deest τὰν
	Cap. VII.	
— l. 49 ἀναπολαφθείσας,	— l. 15 • •	τας αναπολαφθεισας
— 224. l. 1 τᾶς ἐκβεβλημένας	— l. 16 τῆς ἐκβεβλημένης	τας εκβεβλημενας
— l. 5 καὶ ἔστω ὁ	— l. 18 • •	και εστω α corr.
— l. 16 ποιοῦσας	— l. 24 • •	ποιουσαι
	Cap. VIII.	
— l. 29 ἀπὸ τᾶς	— l. 40 • •	απο της τας
— l. 33 ἀπ' αὐτᾶν	— l. 45 • •	επ' αυταν
— l. 37 ἔστω	— l. 50 • •	deest
— l. 41 αὕτα παράλληλος &c.	— l. 51 • •	E regione istorum verborum legitur adscriptum in margine ab eadem manu : ἁ γὰρ ΚΓ πρὸς ΓΑ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς ΞΓ, καὶ διὰ τοῦτο μείζων ἐστὶν ἡ ΞΓ τῆς ΓΑ.
— l. 51 ἄλλας	— 86. l. 3 ἀλλάλαις	αλλας
— 225. l. 3 καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΙΝ ποτὶ τὸ	— l. 4 καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ν ΚΙΙΝ πρὸς τὸ &c.	Inter verba ὑπὸ των, et ΚΙ ΙΝ πρὸς τὸ amanuensis inseruit, tamquam Archimedis verba, ea quae sequuntur, scilicet " ισον γαρ το μεν υπο ΙΚ ΝΙ τω υπο ΞΙ ΙΑ, εν κυκλω γαρ δυο ευθειαι τεμνουσιν αλληλας. το δη υπο ΚΙ ΓΑ τω υπο ΚΞ ΙΑ. τριγωνον γδ εστι το ΙΚΑ και ορθη μεση κατετος η ΞΓ. αναλογον αν εστιν ως ΙΚ προς ΚΞ η ΙΑ ΑΓ και διαταυτο το υπο των ακρων ισον εστι τω υπο των μεσων." quae tamquam Scholion margini debuerat adscribere ; quod postea animadvertens, ea omnia unciis inclusit, et adposuit in margine σχολιον.
— l. 4 τᾶν ΚΙ,	— l. 4 ν ΚΙΙΝ	deest ν et pro ΚΙΙΝ habet ΚΙΝ
— l. 9 καὶ ἐν ᾧ Η ποτὶ	— l. 7 καὶ ἐν ᾗ ποτι	και εν α Η ποτι
	Cap. IX.	
— l. 22 ἔχον	— l. 13 ἔχει	εχον
— l. 35 τᾶς ΓΑ.	— l. 20 ταῖς ΓΑ	της ΓΑ
— l. 51 οὕτως	— l. 35 • •	deest
— 226. l. 8 ἀπολαφθεῖσαι	— l. 39 • •	αποληφθεισαι
	Cap. X.	
— l. 25 ἁ Λ ἴσα	— l. 47 • •	deest ἁ
— l. 42 καὶ δυσὶ ταῖς	— 87. l. 6 καὶ δύο ταῖς	και δυσι ταις
— l. 43 περιεχομένοις.	— ib. περιεχομένοις	περιεχομενοις
— l. 44 Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ποτιλαβόντα	— l. 8 • •	ΙΚ ΛΜ ΝΞ ΟΠ. ποτιλαβοντα
— 227. l. 2 ἴσα ταῖς	— l. 14 • •	ισα εστι τοις
— l. 11 εἶμεν.	— l. 19 • •	ηπερ τας Θ.
— l. 20 καὶ τᾶς ἴσας	— l. 23 καὶ τῆς ἴσης	και τας ισας
— l. 33 τᾶν Β, Γ,	— l. 29 • •	των ΑΒΓ &c.
— l. 34 ἐντὶ τᾶν Β, Γ,	— l. 30 • •	εντι ταν ΑΒΓ &c.
— 228. l. 1 ἀπὸ τᾶς	— l. 40 ἀπὸ ταῖς	απο της

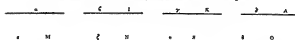
Schema ad hoc Caput pertinens, ficuti et fcholia, quæ funt in margine, ita ad amuffim exhibemus, uti jacent in Codice.



Cum autem hifce lineis a manu pofteriori additæ fuerint aliæ numerorum notæ, ut vetuftiores a recentioribus diftinguamus, operæ pretium duximus eamdem figuram iterum defcribere, adjectis iis, quas manus pofterior fuperaddidit.



Sequentes vero lineæ octo defcriptæ funt in inferiori Codicis margine.



Edit. Oxon.	Edit. Bafil.	Codex Florent.
	Cap. XI.	
Pag. 228. l. 17 τῷ δὲ μεγέθει	Pag. 87. l. 48 τῷ μεγέθει	τω δε μεγεθει
—— l. 20 τῆς ἐλαχίϛης.	—— l. 50 • •	της ελαχιϛης
—— l. 29 Ἔϛω	—— 88. l. 3 • •	εϛωσαν
—— – ib. ὑποτασῶν	—— – ib. ὑποτεῖν	υποτασι αι
—— l. 33 τὴν ΓΔ	—— l. 5 • •	τη ΓΔ
—— l. 39 τετράγωνα τὰ	—— l. 8 • •	τα τετραγωνα τα
—— 229. l. 4 ἔχει λόγον	—— l. 18 • •	εχει τον λογον
—— l. 6 τετραγώνου	—— l. 20 • •	τετραγωνου και το τετραγωνον
—— l. 9 ϗ τὰ ἀπὸ τῶν	—— l. 22 ἀπὸ τῶν	και τα απο των
—— l. 16 συναμφότερα.	—— l. 27 • •	τα συναμφοτερα
—— l. 18 Εἰ ἂν ἐκδείχθη	—— l. 28 εἰ ἂν Κ Λ δείχθῃ	ει αν καδειχθη
—— l. 21 τετραγώνου τῶν	—— l. 29 • •	των τετραγωνων των
—— l. 29 ἴσον τοῖς	—— l. 33 • •	ισα τοις
—— l. 37 ὑπὸ τῆς ΒΦ,	—— l. 37 • •	υπο της ΒΦ
—— 230. l. 3 τετράγωνα τὰ ἀπὸ	—— l. 43 • •	τα τετραγωνα τα
—— l. 21 τῇ ἴσῃ	—— 89. l. 2 ἴσῳ	τω ισω
—— l. 32 αὐτῆς, ἰσοταχίων	—— l. 7 αὐτῆς, ὁ ἰσοταχίως ὡς	αυτας, ισοταχει. ως
—— l. 42 περιφορᾷ	—— l. 12 τῇ περιφορᾷ	deeft τῇ
—— l. 43 τὸ κατὰ	—— – ib. • •	deeft τὸ
—— l. 45 διανύσῃ.	—— l. 13 διανύσει	διανυση
	Cap. XII.	
—— 231. l. 10 τὴν ἕλικα μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένην ἀπὸ	—— l. 22 τὴν ἕλικα τὴν μὲν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένην ἀπὸ	ταν ελικα ταν μεν μια. περιφορα οποια ει γεγραμμενα απο
—— l. 12 ὑποτασῶν	—— l. 23 • •	υποτασι αι
—— l. 34 αἱ λοιπαί.	—— l. 35 • •	αι λοιπαι
	Cap. XIII.	
—— l. 44 ἐπεζεύχθωσαν	—— l. 41 • •	επεζευχθωσαν
—— l. 52 πρὸς ἀλλήλας.	—— l. 46 ὑπό τ'	ποτ'
—— 232. l. 1 διπλασίαν	—— l. 47 διπλασίας	διπλασιαι
—— l. 3 μείζονι	—— l. 49 • •	μειζων
—— – ib. διπλασίονι.	—— – ib. • •	διπλασιαι
—— l. 6 ἐν τῇ ΓΗ	—— l. 51 • •	εν τα ΓΘΗ
	Cap. XIV.	
—— l. 15 ἐν ᾗ	—— 90. l. 4 • •	εν αι
	Cap. XV.	
—— l. 47 Αἱ ἄρα αὐτὶ τὰν ἐν τῷ	—— l. 25 • •	αι αρα ταν εν τα
—— 233. l. 30 αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι	—— l. 46 εἰρημέναι	αι ειρημεναι περιφερειαι
—— l. 35 ὁ ἐπὶ ἐλάσσων .	—— l. 49 ὁ ἐλάσσων	ο ει ελασσων

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XVI.	
Pag. 234. l. 2 ἐπιζεύχθω	— 91. l. 7 • •	επεζευχθω
— l. 20 διαιτίον ἐν.	— l. 20 • •	διαιτιον 8 (quo nexu aliquando Codex usus est pro ἐστιν)
— l. 21 εἰ δυνατόν,	— l. 21 δυνατόν	ει δυνατον
— l. 23 ἀντὶ τῶ	— l. 22 • •	α τω
— l. 44 Ὁμοίως δὲ	— l. 36 • •	deest δὲ
	Cap. XVII.	
— 235. l. 2 κατασκευάσθω.	— l. 40 • •	εκατεσκευασθω
— l. 7 Ἐπιψαύσω	— l. 42 • •	επιψαυσει
— l. 18 λόγον ἔχει	— l. 48 • •	εχει λογον
— ib. περιφέρεια μεθ' ὅλας	— ib. περιφερείας μεθ' ὅλας	περιφερεια μεθ' ολας
— l. 22 ΔΝΤΡ κύκλω περιφέρειας,	— l. 49 ΔΗΤΡ κύκλω περιφέρειας	ΔΝΤΡ κυκλω περιφερειας
	Cap. XVIII.	
— l. 52 ἐν ἀρχᾷ	— 92. l. 22 • •	deest ἐν
— 236. l. 2 ἁ μεταξὺ	— l. 23 • •	deest ἁ
— l. 30 ποτιβαλεῖν	— l. 41 ποτιλαβεῖν	ποτιβαλειν
— l. 33 ἔχειν λόγον,	— l. 43 ἔχει λόγον	εχειν λογον
— l. 48 ἄρα λόγον	— 93. l. 3 • •	deest ἄρα
— 237. l. 1 Ἔστω δὴ πάλιν,	— l. 6 • •	Ab hisce verbis exorditur Codex Caput novum, scilicet ιθ'. quare in posterum numeratio discrepat.
	Cap. XIX.	
— l. 51 τὰς ἕλικας,	— l. 44 • •	και τας ελικας
— 238. l. 17 ἔχει λόγον	— 94. l. 1 • •	deest λόγον
— l. 39 τῶ ΤΜΝ κύκλω	— l. 16 τῶ Μ κύκλω	τω ΜΝ κυκλω
— l. 54 λόγον ἔχει	— l. 33 • •	αρα λογον εχει
— 239. l. 5 ἐπιψαύῃ	— l. 37 ἐπιψαύει	επιψαυει
	Cap. XX.	
— l. 19 τᾶ ἀπὸ τᾶς	— l. 43 • •	deest τᾶ
— l. 21 ἐσσεῖται	— l. 44 • •	εσειται videtur corr. εσσειται
— l. 23 τᾶ μεταξὺ	— l. 45 • •	τας μεταξυ
— l. 25 προαγημένα	— l. 46 προαγουμένα	προαγγμενα corr. προαγμενα
— l. 31 ἐπιζεύχθω	— l. 49 • •	επιζευχθω
— l. 46 ποτιβαλεῖν	— 95. l. 8 ποτιλαβεῖν	ποτιβαλειν
— 240. l. 4 ἡ ἁ ΔΡ	— l. 21 καὶ ἁ ΔΡ	η α ΔΡ
— l. 11 ἁ ΚΜΡ	— l. 25 ἁ ΚΜΝ	α ΚΜΡ
— l. 16 ἡ ἁ ΑΧ	— l. 26 • •	η ΑΧ
— l. 27 ἀπὸ τᾶς	— l. 30 • •	και τας
— l. 31 περιφορᾷ	— l. 32 • •	περιφορας
— l. 32 κατασκευασθέντι·	— l. 33 • •	κατεσκευασθεντι
	Cap. XXI.	
— 241. l. 14 ἐφ' ἂν συμπίπτῃ τᾷ	— l. 49 καὶ συμπιπτέτω τᾷ	desunt
— l. 33 τομέων	— 96. l. 7 • •	τμαμων
	Cap. XXII.	
— 242. l. 8 τὸ αὐτὸ	— l. 29 • •	deest τὸ
— l. 41 τῶ ἐγγραφέντος σχήματος παντὸς τῶ προτεθέντος χωρίω.	— 97. l. 6 τοῦ ἐγγραφέντος τοῦ προτεθέντος χωρίω	τω εγγραφεντος σχηματος ελασσων παντος του προτεθεντος χωρω
— l. 48 ὥς τι τὸ	— l. 9 ὥστε τὸ	εσω το
	Cap. XXIII.	
— 243. l. 5 τῶ πρώτου	— l. 14 τοῦ πρώτου	των πρωτων
— l. 13 ἐπιζευχθεῖσαν	— l. 18 • •	επιζευχθεισαν
— l. 19 τομέως τῶ ΘΑΖ	— l. 19 τομέως τῶ ΘΑ	τομεως τω ΘΑΖ
— l. 23 προτεθέντος.	— l. 20 • •	τω προτεθεντος
— l. 30 προαγομένα	— l. 25 • •	προαγομενα
— l. 31 δή τι	— l. 26 δὴ τὸ	δη τι το
— l. 39 ὡς τὸ	— l. 36 • •	ως το
	Cap. XXIV.	
— 244. l. 2 τῷ η κύκλῳ.	— l. 43 τῶ ἴσω κύκλω	τω η κυκλω
— l. 9 ὁ η κύκλος	— l. 47 ὁ ἴσος κύκλος	ο η κυκλος
— l. 15 τῶ κύκλω.	— l. 49 • •	τω η κυκλω
— l. 25 καὶ ἐλαχίστα	— l. 51 • •	και α ελαχιστα
— l. 31 ὑπεροχᾶν,	— 98. l. 6 ὑπεροχᾶν	υπεροχαν
— l. 34 ἀλλάλαις	— l. 11 • •	αλλαλαι
— l. 35 οἱ τομέες	— l. 12 • •	οι μεν τομεες
— l. 46 Οὐδὲ τούτου	— l. 24 • •	Ab hisce verbis novum Caput exorditur Codex, nimirum κε'.
— 245. l. 10 ποτὶ τὰς ἕλικα ποτιπίπτουσαι, ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, καὶ ἔστιν ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐστὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν ποτιπεπτώκασι τῷ μὲν	— l. 42 ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπεπτώκασι, τὸ μὲν &c.	ποτι ταν ελικα ποτιπιπτουσαι ων εστι μεγιστα μεν α ΘΑ. ελαχιστα δε α ΘΕ. και εστι α ελαχιστα ισα τα υπεροχα. εντι δε και αλλαι γραμμαι απο του Θ ποτι ταν του ΑΖΗΙ κυκλου περιφερειαν ποτιπεπτωκασι τω μεν &c.
— l. 25 ὑπεροχᾶν	— l. 45 ὑπεροχᾶν	υπεροχαν
	Cap. XXV.	
— 246. l. 1 Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἔστω δὲ τὸ μὲν	— 99. l. 6 ἔστω δὲ τὸ μὲν	εστω ελιξ εφ' ας α ΑΒΓΔΕ εν τα δευτερα περιφορα γεγραμμενα. εστω δε το μεν

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 246. l. 29 ἐλάσσων.	Pag. 99. l. 32 • •	ελαττων
—— l. 30 γεγράφθαι	—— l. 33 • •	περιγραφθαι
—— l. 36 δὲ ὁ ΘΟΑ.	—— l. 36 • •	δε ο ΘΟΔ
—— l. 48 ὑπερεχουσῶν, χωρὶς τοῦ	—— l. 42 • •	υπερεχουσαι. απο δε τας ελαχιστας ουκ αναγραφεται. οι αρα τομεις οι απο των ισων τα μεγιστα ποτι τας τομεας τας απο ταν τα ισω αλλας υπερεχουσας. χωρὶς τω
—— 247. l. 23 Οὐδὲ τοίνυν	—— 100. l. 3 • •	Ab hisce verbis novum Caput exorditur Codex, et est κϛ'.
—— l. 51 μιᾷ ἐλάσσονας ἑαυτῶν,	—— l. 29 μία ἐλάσσονας αὐτῶν	μιαι ελασσους ταυτα
—— 248. l. 9 δὲ τοὺς μὲν	—— l. 34 δὲ τὸ μὲν τοῖς	δε τοις μεν
—— l. 20 καὶ τᾶς ΑΒ εὐθείας.	—— l. 40 καὶ τᾶς εὐθείας	και τας ΑΒ ευθειας
—— l. 29 μὲν ἐσὶ ἐλάσσονα	—— l. 45 μὲν ἐλάσσονα	μεν εν ελασσονα
—— l. 32 εἰρημένου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τῶ ἐλάσσονος κύκλω τῶν εἰρημένων ποτὶ	—— l. 46 εἰρημένου ποτὶ	Inter εἰρημένου et ποτὶ inferuntur ab eadem Scriptoris manu hæc verba, quæ scripta sunt in margine, nimirum: τας εκ τω κεντρω τω ελασσονος κυκλω του ειρημενου.
	Cap. XXVI.	
—— l. 44 ἃ ἐστι μεταξὺ	—— l. 51 • •	α εστι τα μεταξυ
—— l. 51 τᾶν ἀπὸ	—— 101. l. 4 τᾶ ἀπὸ	ταν απο
—— 249. l. 7 ἃν συναμφότερα,]	—— l. 14 • •	α εχει συναμφοτερα
—— l. 14 ποτὶ τὸ Θ.	—— l. 22 πρὸς τὰ Θ	προς τω Θ
—— l. 43 μιᾷ ἐλάσσονος	—— l. 36 μιᾷ ἐλάσσονι	μια ελασσων
—— ib. τῷ δὲ μεγέθει	—— l. 37 τᾶ μεγέθει	τω δε μεγεθει
—— l. 44 ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ	—— ib. ἀπὸ τοῦ ποτὶ	απο τω Θ ποτι
—— 250. l. 20 Οὐδὲ τοίνυν	—— 102. l. 1 • •	Ea hisce verbis novum iterum Caput exorditur noster Codex, scilicet λ.
—— l. 25 ἐλάσσων,	—— l. 3 • •	ελασσων
—— l. 26 Χ τομέως.	—— l. 4 ΧΞ τομέως	Χζ τομεω:
—— l. 28 ὁ ΘΒΗ,	—— l. 5 ὁ ΘΒΚ	ο ΘΒΓ
—— ib. δὲ ὁ ΟΘΞ.	—— ib. • •	deest articulus ὁ
—— l. 45 τᾶς ἑκάτας	—— l. 18 • •	deest τᾶς
—— l. 46 τομεῖς·	—— l. 19 • •	τομεις
—— l. 52 τᾶν ΘΑ, ΘΒ,	—— l. 24 • •	ταν ΘΑ ΑΒ
—— 251. l. 1 Ὡς τε καὶ	—— ib. ἔστι καὶ	εστι και
—— l. 5 Οὐκ ἄρα ἐστὶν	—— l. 26 οὐκ ἐστὶν οὐδὲ	ουκ αρα εστιν ουδε
	Cap. XXVII.	
—— l. 16 προειρημένα	—— l. 30 • •	προειρημενα
—— l. 32 ἀεὶ	—— l. 45 • •	αει
—— l. 37 Ἐπειδὲ τὸ	—— l. 50 ἐπεὶ δὲ τὸ	deest δὲ
—— l. 38 ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβ'·	—— l. 51 ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ πρὸς τὰ ΙΒ	Inter voces τὰ et ἑπτὰ, sed aliquanto superius appositum est hoc signum ☾, quod alteri simili respondet in margine posito, ubi instar scholii leguntur ea quæ sequuntur: Οτι δε η α' ελιξ προς τον α' κυκλον λογον εχει ον Ζ προς ΙΒ και ανωτερω δεδειχθαι ουχ ηττον δε και νυν δια αριθμων επιγνωναι ουτως και τα εφεξης συναποδεδειχθαι γινεται. επει γαρ εδεικνυτο η α' ελιξ προς τον α' κυκλον λογον εχουσα ον συναμφοτερα το τε υπο των ΒΘ ΘΑ· και του τριτου μερους του απο της ΑΒ προς το της ΑΒ υποκεισθω ειναι η ΑΘ μοναδων ουσα ΙΣ οι δυλον την ΒΘ γινεσθαι Μ ΑΒ γινεσθαι ουν το υπο ΒΘ ΘΑ Μ ΦΙΒ· το δε τριτον του απο της ΒΑ Μ ϡιϛ' ομου γινονται Μ φζϛ'. το δε απο ΒΘ Μ ,αωδ'. και εχει τα φζϛ' προς ,αωδ' λογον ον επτα προς ΙΒ. το δε απο της εκ του κεντρου του α' κυκλου Μ ,αωδ' το δε απο της εκ του κεντρου του α' κυκλου Μ CΝΣ. και εχει προς αλληλα λογον ον ΙΒ προς Γ'. τα λοιπα δε φανερα. συναγεται γαρ εν τω δε ισου και αλλοτε. /. hunc nexum extricare minime licuit, quemadmodum illum, qui sequitur in linea sequenti
—— 252. l. 1 καὶ τὸ τρίτον μέρος &c.	—— 103. l. 6 • •	Heic quoque ante vocem καὶ aliud signum appositum est, cui aliud simile respondet margini adscriptum, ubi sequens scholion legitur: Δηλον οτι ενταυθα προσυπακουστεον και δε ισου του υπο ΓΘ ΘΒ μετα το Γ' (hoc nexu arbitror significari τρίτου) μερους του απο του ΓΒ προς το υπο ΒΘ ΘΑ μετα του Γ' μερους του απο της ΒΑ λογον εχει ον τα ΚΑΜ χωρια προς τα ΚΑ. ταυτα δε φησιν το υπο ΓΘ ΘΒ μετα του Γ' μερους του απο της ΓΒ προς το υπο ΒΘ ΘΑ μετα το Γ' μερος το απο της ΒΑ. λογον εχει ον ΙΘ προς Ξ. το Γ' υπο ΓΘ ΘΒ Μ εστιν ,αφλε' το δε Γ' του απο της ΒΓ Μ ϙιϛ' εστι και το απο της CΗΣ (ita est in Codice, sed quid sibi velit, ignoro,) μεχρι Γ' εστι δε το υπο ΒΘ ΘΑ μετα του Γ' μερους του απο της ΒΑ Φ ζΖ Γ' αστε, ορες αλληλα λογον εχει ον Θ προς ΖΙ.
—— l. 6 λόγον ποτὶ ἄλλαλα,	—— l. 7 λόγον πρὸς ἄλλαλα	προς αλληλα λογον
—— l. 9 ποτὶ τὸ ζ'·	—— l. 9 • •	ποτι το Ζ

5 K

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 252. l. 10 ἐστὶ τὰ ς'.	Pag. 103. l. 9 • •	εστι τα ς'. Ante hæc verba aliud signum adscriptum est, quod ad marginem Codicis inferiorem remittit, ubi schema sequens depictum est:
—— l. 16 ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΞ	—— l. 12 • •	

ἃ ἴσα

—— l. 38 ἐν τῷ ἐπὶ	—— l. 22 • •	εν τω υπο
—— l. 42 τότε ἐπὶ ΓΘΒ,	—— l. 25 τὸ ἐπὶ ΘΓ, ΘΒ	deest ἐπὶ
—253. l. 4 Ταῦτα δὲ ἴσα ἐστὶ	—— l. 26 • •	E regione horum verborum, nullo adposito signo, scriptum est in margine: δηλον οτι και συνθεντι.
—— l. 14 ἐστὶ τὸ ἐπὶ τῆς ΘΓ, ΔΒ.	—— l. 31 • •	εστι το υπο τας ΘΔ. ΓΒ. εστι το υπο τας ΘΓ. ΔΒ.
		Schema pertinens ad Caput editionis XXVII.

	Cap. XXVIII.	Heic nulla Capitis numeratio occurrit in margine, sed cum superiori conjungitur.
—— l. 38 ἐν ᾧ ἐκ τῶ	—— l. 44 ἐν ᾗ ἐκ τοῦ	εν α εκ του
—— l. 41 τῶ κέντρω	—— l. 45 • •	του κεντρου του
—— ib. ποτὶ ταῖ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλω,	—— l. 46 πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου	desunt omnia
—— l. 42 τριταμορίω	—— ib. • •	τριτημοριον
—254. l. 1 Καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζευχθεῖσαι εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ·	—— l. 48 καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ	και απο των ΑΓ επιζευχθεισαι επι το Θ.
—— l. 5 ἁ ΘΑ	—— l. 50 • •	α ΗΘ
—— ib. τριταμόριον τᾶς ΗΑ	—— ib. • •	τριτημορια τας Η
—— l. 6 τάν τε ΘΑ, καὶ ἐν τριταμόριον τᾶς ΗΑ.	—— l. 51 • •	ταν τε ΗΘ. και ει τριταμοριον τας ΜΑ.
—— l. 9 ἔχειν	—104. l. 1 • •	εχειν
—— l. 18 τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸ ΝΠΞ	—— l. 6 τὸ ΝΠΞ χωρίον ποτὶ τὸ ΝΞ	το ΝΠ χωριον ποτι το ΝΗΞ
—— l. 22 ἀπὸ τᾶς ΗΑ,	—— l. 10 • •	απο τας ΗΑ
—— l. 24 ὁ δὲ ΝΠΞ	—— l. 11 • •	ο δε ΝΗΞ
—— l. 28 τομέα	—— l. 14 • •	deest
—— l. 31 χωρίω	—— l. 17 • •	deest
—— l. 33 ποτὶ	—— l. 20 • •	deest
—— ib. ΗΑ, ΘΑ,	—— ib. • •	ΗΑ, ΘΞ.
—— l. 38 ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ,	—— l. 22 • •	υπαι ΗΘΑ
—— l. 40 συναμφότερα,	—— l. 23 • •	τα συναμφοτερα
—— l. 44 χωρίον	—— l. 25 • •	deest
—— l. 45 ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΗΑ,	—— l. 26 • •	υπο τας ΘΗ, ΗΑ, et sic in sequenti linea, et in linea 28.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 255. l. 2 ἀπὸ τᾶς ΘΑ, ΗΑ	Pag. 104. l. 29 • •	απο τας ΘΗΑ.
—— l. 4 ἀπὸ ΘΑ	—— l. 30 • •	απο ΘΗ
—— l. 5 τὰν ΘΑ,	—— – ib. • •	ταν ΘΗ
—— l. 8 ἀπὸ ΘΑ,	—— l. 31 • •	απο ΘΗ
—— l. 9 τὰν ΘΑ,	—— l. 32 • •	ταν ΘΗ
		In fine repetitur titulus, qualis erat in principio. Schema vero ad hoc ultimum Caput pertinens, utpote ab editione diversum, ut infra depictum exhibemus.

Notandum heic est ad calcem hujus Libri περὶ ἑλικῶν occurrere Scholion valde longum, quod integram occupat paginam 92. quodque pertinet ad Caput X. ejusdem Libri. Hoc nos, ne Codicis collationem interrumpamus, ad ipsius finem rejiciendum duximus.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Αρχιμηδης περι κωνοειδεων και σφαιροειδεων.	Concordat titulus cum editione,
—— 257. l. 1 ΑΠΟΣΤΕΛΛΩ τοι	—— 47. l. 3 ἀποςέλλω σοι	αποςελλω τοι
—— l. 7 ἐπέρησα·	—— l. 4 • •	απερησα
—— l. 16 ὑπέκειτο	—— l. 10 ὑπέκειτο	υπεκειτο
—— l. 26 ἀποτέμῃ τὸ	—— l. 14 ἀποτέμη, τὸ τὸ	απο τι μη τι
—— 258. l. 1 ἐν τῷ τμάματι	—— l. 18 ἐν τῷ τμάματι	εν τω τμηματι, et sic infra.
—— l. 3 Προεβάλλοντο	—— l. 19 • •	προεβαλλοντο
—— l. 8 ὀρθογωνίου	—— l. 21 • •	τυ ορθογωνιυ
—— l. 14 ἁ διάμετρος	—— l. 24 διάμετρος	α διαμετρος
—— l. 15 ἀμβλυγωνίου	—— – ib. • •	αμβλυγωνιυ αυτυ
—— l. 20 ἐσσεῖται	—— l. 27 • •	εσσειται
—— – ib. ἔγγιστα	—— – ib. • •	αι εγγιστα
—— l. 27 ἔγγιστα	—— l. 30 τῷ ἔγγιστα	deest τῷ
—— l. 29 τᾶς τε κορυφᾶς	—— l. 31 τᾶς τε κορυφᾶς	τας τε κορυφας
—— l. 33 ἄλλο ἐπίπεδον	—— l. 34 ἄλλου ἐπίπεδον	αλλο επιπεδω
—— l. 39 ἄξονα	—— l. 36 • •	αξονα δε
—— l. 51 ὅν ὁ	—— l. 43 • •	deest ὁ
—— 259. l. 5 ὅτι ὁ	—— 48. l. 3 • •	deest ὁ
—— l. 11 ἀποκαταςαθῇ	—— l. 6 ἀποκαταςαθῇ	αποκαταςη
—— l. 12 περιγραφθὲν	—— – ib. • •	περιλαφθεν, et sic iterum in linea edit. 9.
—— l. 20 κορυφὰν δὲ τὸ	—— l. 10 κορυφὴ δὲ τὸ	κορυφαν δε το
—— l. 33 τας κορυφὰς	—— l. 17 • •	τα τας κορυφας
—— l. 45 ποτ' ἀλλάλους	—— l. 24 ποτ' ἀλλάλας	ποτ' αλλαλως
—— l. 52 Αἴκα δὲ ὀρθῶν μὲν	—— l. 27 • •	ειδικα ορθωμεν
—— 260. l. 1 τὰν αὐτὰν	—— l. 29 • •	τον ταν αυταν
—— l. 3 ἡμιολία	—— l. 30 ἡμιόλια	ημιολια
—— l. 4 τῷ ἐλάσσονος	—— – ib. • •	τω του ελασσονος
—— l. 16 Αἴκα δὲ μήτε	—— l. 37 • •	α δε κα μητε
—— l. 21 λόγον,	—— l. 39 • •	τον λογον
—— l. 37 ἰσοσφαιροειδέων	—— l. 48 • •	ισων σφαιροειδεων
—— l. 38 ἀπὸ τῶν	—— – ib. ἀπὸ τῶν	απο των
—— l. 49 προβλήματα.	—— 49. l. 3 • •	προκειμενα
	Cap. I.	Omittit hoc loco Codex numerationem, eamque inchoat a Capite sequenti, ac propterea quod in editione est secundum, in Codice est primum, ac sic deinceps
—— l. 54 Αἴκα δὲ ὁ	—— l. 6 εἴκα δὲ ὁ	α δε κ' α
—— 261. l. 9 δύο ἐπιπέδοισιν	—— l. 11 • •	δυοις επιπεδοις
—— l. 19 ὀξυγωνίου	—— l. 16 • •	των οξυγωνιων
—— l. 24 τῷ ἴσῳ ἀλλάλων	—— l. 18 τὸ ἴσον ἀλλάλοις	τ' ισω αλλαλων
	Cap. II.	
—— 262. l. 40 καὶ τῶν Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ μεγεθέων, τὰ μὲν Η, Θ, Ι, Κ, Λ λεγοντι ποτὶ	—— 50. l. 3 καὶ τῶν ΗΘΙΚΛΜ λέγονταί ποτὶ	και των ΗΘΙΚΛΜ τα μεν ΗΘΙΚΛ λεγονται ποτι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. III.	
Pag. 262. l. 50 καὶ αἱ ἐπιλοιπαὶ τῶν	—— 50. l. 7 • •	deest καὶ
—— 263. l. 25 γεγραμμένο	—— l. 36 • •	γραμμα
—— l. 26 ἑκάστα	—— l. 37 ἑκάστω	εκαστα
—— l. 34 καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ	—— l. 49 καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ	και αι υπερεχουσαι ισαι τα
—— 264. l. 6 ὑπερεχουσᾶν,	—— 51. l. 1 ὑπερέχουσαι	υπερεχουσαι
—— l. 14 τῶν δὲ	—— l. 5 τῶν δὲ	των δε
—— l. 21 Αἴκα κώνῳ	—— l. 9 Εἴκα κώνω	Ab hisce verbis exorditur Codex Cap. γ'.
—— l. 27 ἐσσεῖται	—— l. 12 • •	εσσειται
—— l. 30 ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.	—— l. 13 • •	Ad hæc verba in margine eadem manus adscripsit : εν τω γ'. των απολλωνιου κωνικων στοιχειωματων α'.
	Cap. IV.	Continuatur in Codice Caput γ'.
—— l. 35 εἰς αὐτὰ	—— l. 16 • •	εις αυτας
—— l. 47 ὁ ΘΓ	—— l. 28 • •	α ΒΓ
—— l. 49 ἂν δύνανται	—— l. 31 ἂν δύνανται	παραδυνανται
—— 265. l. 23 καὶ ὑπὸ τᾶς	—— l. 46 καὶ ὑπό τε τᾶς	desunt ὑπό τε
—— l. 39 τῷ διαμέτρῳ τᾶς	—— 52. l. 3 τᾷ διαμέτρῳ τᾶς	τομας τας
	Cap. V.	
—— 266. l. 2 ποτ' ἐγὼ	—— l. 9 • •	desunt
—— l. 5 ἔγω κύκλος	—— l. 10 • •	εγω δε κυκλος
—— l. 27 ἐπιζευχθεῖσαι.	—— l. 21 • •	επιζευχθωσαν
—— l. 28 εὐθύγραμμον	—— l. 22 • •	deest
—— l. 42 ἐξογωνίω	—— l. 36 • •	το εξογωνιω
—— l. 52 ἐξογωνίω	—— l. 42 • •	εξογωνιω ποιω
	Cap. VI.	
—— 267. l. 21 τι χωρίον	—— 53. l. 3 • •	τι χωριον
—— l. 27 τὸ Ψ·	—— l. 5 • •	deest τὸ
—— l. 39 τᾶς ΕΖ.	—— l. 18 τᾶς ΚΔ	τας ΕΖ
	Cap. VII.	
—— l. 45 ποτ' ἄλλαλα,	—— l. 20 • •	ποτι τα αλλα
—— 268. l. 22 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ	—— l. 40 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχονται δυνάμει ποτ' ἄλλαλα, ὃν αἱ	τον αυτον λογον εχοντι [adhibet enim Codex indiscriminatim, ut alias diximus, ω pro ο, et e contra, quod nos minime curavimus, nisi ubi sententiæ aliqua mutatio fiat] ποτ' αλλαλα ον εχοντι δυναμει ποτ' αλλαλας αι
	Cap. VIII.	
—— l. 33 Δεδείχθω τὰς ἐξογωνίου κώνω	—— l. 44 • •	deest κώνω
—— l. 40 ἀνεγκαῖον	—— l. 48 ἀναγκαῖον	αναγκαιον
—— l. 42 γεγραμμένα	—— l. 49 ἐγγεγραμμένα	γεγραμμενα
—— 269. l. 2 μείζων	—— 54. l. 4 • •	μειζω
—— – ib. ΑΔ, ΔΒ	—— l. 5 • •	ΑΔ ΑΒ
—— l. 7 αἱ ΓΑ, ΑΖ·	—— l. 9 αἱ ΓΑΖ	αι ΑΓ ΓΖ
—— l. 13 τῶ κώνω	—— l. 14 • •	του κωνου τουτου
—— l. 22 ἐπὶ τᾶν ΑΒ.	—— l. 22 ἐπὶ τὸν ΑΒ	επι ταν ΑΒ
—— l. 23 αἱ ΓΑΖ.	—— – ib. ἁ ΓΑΖ	α ΑΓ ΓΖ
—— l. 33 ὑπὸ ΕΠ, ΕΡ καὶ ἐν	—— l. 27 • •	desunt ὑπὸ, et καὶ
—— l. 34 ΑΔ, ΔΒ·	—— l. 28 • •	ΑΔ ΑΒ
—— l. 41 ΑΔ, ΔΒ,	—— l. 32 • •	ΑΔ ΑΒ
—— l. 47 ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 35 • •	deest τᾶν
	Cap. IX.	
—— 270. l. 20 ἔστω ὀρθὸν	—— l. 45 • •	ο εστω ορθον
—— l. 21 ὁ τοῦ	—— l. 46 • •	αυτου
—— l. 23 ἀναγκαίως	—— l. 47 • •	αναγκαιως
—— l. 40 ἐν ᾧ ἐστιν	—— 55. l. 1 ᾧ ἐν ἐστὶ	εν ο εστι
—— 271. l. 3 τομὰ	—— l. 17 • •	τομαι
—— l. 10 ἀχθεῖσα	—— l. 27 ἀχθεῖσαι	αχθεισα
—— l. 13 ἐσσεῖταί τι σαμεῖον	—— l. 29 • •	εσσειτι σαμειον
—— l. 36 τᾶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 40 τᾶς ΑΚ, ΚΒ	ταν ΑΚ ΚΒ
—— l. 38 ἐν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ καὶ	—— l. 41 • •	ως ποτ' α ΚΒ ουτω
	Cap. X.	
—— 272. l. 28 τὰν ΖΗ·	—— 56. l. 13 τὰν ΖΥ	ταν ΖΗ
—— l. 37 τὸ Θ καθετὸς	—— l. 19 • •	του Θ, α ΘΚ καθετος
—— l. 38 ἁ ΘΚ.	—— – ib. • •	desunt
—— l. 49 λόγον,	—— l. 25 • •	deest. Interim notandum, e regione verborum, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ ἁ ΖΗ τᾷ ἴσᾳ διαμέτρῳ, quæ incidunt in edit. pag. 56. lin. 23. et 24. adscriptum esse in margine ab eadem manu : δια το ε'. του α'. των κωνικων απολλωνιου.
—— 273. l. 5 παρὰ τὸν	—— l. 28 περὶ τὸν	παρα τον
—— l. 12 ἀγμένας	—— l. 31 ἀγμένας	αγμεναι
—— l. 14 Ἔστω πάλιν	—— l. 33 • •	Ab hisce verbis Codex inchoat novum Caput, scilicet ι'.
—— l. 19 ἐπέστω τὸ ἐν ᾧ	—— l. 40 ἐπέστω τὸ ἓν ἐν ᾧ	τι επεστω το εν ω
—— l. 29 Ἀλλ' ἔστω	—— l. 51 • •	Ab hisce vocibus iterum Codex exorditur Caput novum, scilicet ια'.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 273. l. 40 ἡμισείας τῆς	Pag. 56. l. 51 ἡμισείας τῆ	ημισειας της
—— l. 36 ἐστὶ τῷ	—— 57. l. 6 ἐστὶ τῷ	εἰ τω
—— l. 43 κύλινδρος	—— l. 10 • •	τῳ κυλινδρῳ
—— 274. l. 12 φωτὶ ἀπὸ τῆς	—— l. 26 • •	φωτι τω απο της
—— l. 14 φωτὶ ἀπὸ τῆς	—— l. 27 • •	φωτι τω απο της
—— l. 18 ἐστὶ τῷ	—— l. 28 • •	ει τη τω
	Cap. XI.	ιβ'.
—— l. 26 βάσιων	—— l. 32 • •	βασιων
	Cap. XII.	ιγ'.
—— 275. l. 12 ὑποτεμῶν ἐπιπέδῳ	—— l. 49 ὑποτεμῶν ἐπιπέδῳ	υποτεμων εν επιπεδω
—— l. 20 κύκλος ἐστιν τῆς,	—— 58. l. 2 • •	ο τομη κυκλος εστιν της
	Cap. XIII.	ιδ'.
—— l. 32 ἀπὸ τῆς	—— l. 8 • •	deest ἀπὸ
—— l. 35 διάμετρος	—— l. 9 • •	ο διαμετρος
—— l. 41 ΑΒΓ,	—— l. 15 • •	ΒΓ
—— 276. l. 2 εὐθειῶν	—— l. 35 • •	ευθειας
—— l. 11 μέσα γίνεται	—— l. 38 μέση γίνεται	μεση γαρ εστιν
—— l. 29 ὑπὸ τῆς ΑΘ, ΘΓ,	—— l. 40 ὑπὸ τῆς ΑΘΓ	υπο των ΑΘ ΘΓ
—— l. 37 ἔχοντα	—— l. 47 • •	εχοντι
	Cap. XIV.	ιε'.
—— l. 43 ἐπιπέδῳ	—— l. 50 • •	deest
—— 277. l. 13 φωτὶ τὸ ἐπίπεδον	—— 59. l. 7 • •	φωτι τω επιπεδω
—— l. 29 καθετᾶν	—— l. 15 • •	καθετον
—— l. 36 συμπίπτοντι.	—— l. 18 • •	συμπτωμα
	Cap. XV.	ιδ'.
		Codex enim repetit numerationem duorum C[illegible]itum superiorum, quare nos in posterum eam utpote erroneam minime curabimus.
—— 278. l. 12 τοῦ σφαιροειδέος	—— l. 30 • •	τα μεν σφαιροειδες
—— l. 21 τᾶ ΒΔ·	—— 60. l. 1 τῷ ΒΔ	τα δε ΒΔ
—— l. 25 καὶ ὁ ΜΑ	—— l. 2 καὶ ὁ ΝΑ	και ο ΜΑ
—— l. 28 ἀγομένας,	—— l. 3 ἀγομένας	αγμενας
	Cap. XVI.	
—— 279. l. 4 Ἐν τῷ	—— l. 16 Εἶναι τῷ	εν τω
—— l. 10 παράλληλος	—— l. 19 • •	παραλληλος
—— 280. l. 5 καὶ διὰ τᾶς	—— l. 50 • •	και τι δια της
—— l. 32 ὅτι καὶ τὸ	—— 61. l. 11 • •	deest καὶ
	Cap. XVII.	
—— l. 38 ἅψεται	—— l. 14 • •	αψεται
—— l. 46 εὐθεῖα	—— l. 18 εὐθεῖαν	ευθεια
—— 281. l. 10 κατ' ἄλλο σαμεῖον	—— l. 26 • •	κατ' αλλο ου σαμειον
—— l. 13 Ἐπεὶ γὰρ	—— l. 27 ἐπεὶ	επι γαρ
	Cap. XVIII.	
—— l. 26 ἁφᾶς	—— l. 33 • •	των αφαν
—— l. 38 εὐθειᾶν	—— l. 40 • •	ευθειας
	Cap. XIX.	
—— l. 43 ἀγόμεναι,	—— l. 45 • •	αγομεναι ευθειαι
—— l. 47 καὶ διὰ τοῦ	—— l. 48 • •	δια δε τω
—— l. 49 Τέμνει δὲ τοῦτο τὸ σφαιροειδὲς	—— l. 50 • •	τεμνει δε τουτο το τι σφαιροειδες
—— 282. l. 12 ἀγμένα·	—— 62. l. 4 • •	αγμενα
—— l. 16 παράλληλος	—— l. 6 • •	ακτας παραλληλος
	Cap. XX.	
—— l. 36 μέτε	—— l. 16 • •	μη
—— 283. l. 10 ἐπιπέδῳ	—— l. 40 • •	τω επιπεδω
—— l. 15 Καὶ λοιπὸν	—— l. 42 • •	και το λοιπον
—— l. 18 τὰν δὲ μεταξὺ	—— l. 44 τὸ δὲ μεταξὺ	ταν δε μεταξυ
	Cap. XXI.	
—— l. 34 ἀποτεμνομένω	—— 63. l. 1 • •	αποτετμημενω
—— l. 41 τμᾶμα,	—— l. 5 τμῆμα	τμαμα
—— l. 42 τμάματος, τομὰ ἔστω	—— l. 6 • •	τμηματος τομας εστω
—— l. 43 ἀποτέμνοντος	—— ib. • •	αποτετμημενος
—— 284. l. 8 ἔχων	—— l. 21 • •	ο εχων
—— l. 15 διαιρέσιων	—— l. 25 διαιρεσέων	διαιρεσιων
—— l. 19 Ἐφ' ἑκάτερα	—— l. 27 • •	αφ' εκατερα
—— l. 25 καὶ συγκείμενον	—— l. 31 • •	deest καὶ
—— l. 27 ἐφ' ὃ τὸ Β	—— ib. τῶν ἐφ' ὃ τὸ Β	deest τῶν
—— ib. Λοιπὸν δὲ	—— ib. • •	λοιπον δε εστι
	Cap. XXII.	
—— l. 42 ἡμίσεος	—— l. 39 • •	ημισεως
—— l. 43 ὁμοίως	—— ib. ὅμοιον	ομοιως
—— l. 44 ἐγγράψαι,	—— l. 40 • •	εγγεγραψας
—— l. 45 ὥστε τὸ	—— l. 41 ἔστω τὸ	ωστε το
—— l. 46 ἐγγραφέντος	—— ib. ἐγγραφέντος	εγγραφομενω
—— 285. l. 18 Ἔστιν	—— l. 51 ἐστὶν	εστι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 285. l. 41 τῷ ἐπιπέδῳ	Pag. 64. l. 16 • •	τω επιπεδω τω
—— l. 44 τομαὶ	—— l. 21 • •	τομαι ται
—— l. 48 εὐθεῖαι	—— l. 25 • •	ευθειαι
— 286. l. 9 τμάματι,	—— l. 33 τμήματι	τμηματι
—— l. 16 τὰν περὶ	—— l. 36 • •	deest τὰν
	Cap. XXIII.	
—— l. 46 περιγραφὲν	—— l. 51 περιγραφὲν	περιγραφεν
—— l. 51 τὰν ΑΓ,	— 65. l. 2 τὸν ΑΓ	ταν ΑΓ
—— l. 53 τὰν ΒΘ.	—— l. 5 • •	ταν ΒΓ
— 287. l. 9 ὅλος	—— l. 21 • •	ο ολος
—— l. 21 ἐγγεγραμμένον	—— l. 24 • •	περιγεγραμμενον
—— l. 29 καὶ τῷ ὃν	—— l. 28 • •	οσι τω ον
—— l. 37 τὰς διαμέτρω	—— l. 32 τῆς διαμέτρου	τας διαμετρω
—— l. 42 ἐγγεγραμμένον	—— l. 34 • •	γεγραμμενον
—— l. 49 ὅλῳ	—— l. 38 • •	deest
— 288. l. 6 πολλῷ ὑπερέχει	—— l. 43 καὶ ὑπερέχει	και υπερεχει
—— l. 7 κατασκευάσθω.	—— ib. • •	κατεσκευασθω
—— l. 22 τὰν ΒΕ,	—— l. 51 • •	τη ΒΕ
—— l. 26 τοῦτον λόγον,	— 66. l. 2 • •	τουτω τω λογω
—— l. 40 τὸν κύκλον	—— l. 9 • •	τω κυλινδρω
—— l. 48 τμάματι,	—— l. 13 τμήματι	τμηματι
	Cap. XXIV.	
— 289. l. 10 Τέμνει	—— l. 20 • •	τεμει
—— l. 12 τῶ κατὰ	—— ib. κατὰ τῶ τὰν	το κατα ταν
—— ib. Ἐπιψαύουσι	—— l. 21 ἐπιψαύει	επιψαυουσι
—— l. 18 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς	—— l. 23 ὀξυγωνίου τομῆς	οξυγωνιου κωνου τομης
—— l. 21 ἀνεστάσθω,	—— l. 25 • •	ανεστασθω
—— l. 39 ἔχει τὰν	—— l. 39 ἔχοντα τὰν	εχει ταν
—— l. 47 τμάματι,	—— l. 50 • •	τμηματι
—— l. 50 τμάματι,	— 67. l. 1 • •	τμηματι, et sic infra, quod in posterum minime adnotabimus, quum pro η more Dorico adhibeat α, et viceversa, quæ quidem inconstantia etiam in editione animadverti potest.
— 290. l. 20 τὰν ΒΕ μέσαν	—— l. 12 τὰν ΒΕ δυνάμει	ταν ΒΕ μεσαν
—— l. 33 ὁμοίως	—— l. 18 ὁμοίᾳ	ομοιως
	Cap. XXV.	
—— l. 46 ὀρθογωνίου	—— l. 25 • •	τω ορθογωνιω
—— l. 47 ἐπιπέδου,	—— ib. • •	επιπεδως
— 291. l. 18 καὶ αἱ	—— l. 51 • •	deest αἱ
—— l. 31 Ἄχθω δὲ καὶ	— 68. l. 2 • •	deest καὶ
—— l. 33 τὰν ΔΖ	—— l. 3 • •	ταν ΑΖ
—— l. 35 κορυφὰ τὸ Α. τὸ δὲ	—— l. 4 • •	κορυφα το Α. το δε
—— l. 37 ποτ' ἄλλαλα	—— l. 5 • •	ποτι ταλλαλα
—— l. 38 βάσιων	—— ib. • •	βασιων
—— l. 42 ὁ ΑΜ	—— l. 7 • •	ο ΝΑ
—— l. 50 ἁ ΑΜ	—— l. 11 • •	ο ΝΑ
— 292. l. 2 αἱ δὲ ΑΜ,	—— l. 13 • •	αι δε ΑΝ
—— l. 3 ἁ ΑΜ	—— ib. • •	α ΑΝ
—— l. 5 ἁ ΑΜ	—— l. 14 • •	α ΑΝ
—— l. 9 ὁ ΑΜ	—— l. 16 • •	α ΑΝ
—— l. 11 τᾶς ΑΚ ποτὶ ΑΜ.	—— l. 17 τῆς ΑΚ πρὸς ΑΜ	της ΑΝ προς ΑΚ
—— l. 13 ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΑΜ	—— ib. • •	α ΑΝ ποτι ταν ΑΚ
—— ib. ὁ ΑΜ	—— l. 18 • •	α ΑΝ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XXVI.	
Pag. 292. l. 22 ἀγμένους,	Pag. 68. l. 22 ἀγμένα	αγμενους
—— l. 23 ἄλληλα	—— l. 23 ἀλλήλα	αλληλα. Hæc quoque vox indiscriminatim exhibetur, modo cum α, et modo cum ε.
—— l. 24 αὐτῶν.	—— l. 24 αὐτοῖς	αυτοις
—— l. 26 ἔστω δὲ τῷ	—— ib. • •	εστω δε τω
—— l. 27 ἁ Λ.	—— l. 25 • •	α ΛΛ
—— l. 32 ἁ ΑΒΓ	—— l. 27 • •	deest ἁ
—— l. 34 τῷ Κ	—— l. 28 • •	τω ΙΚ
—— l. 40 ἴσον ἐστὶ	—— l. 30 • •	ισον εστι
—— l. 43 ἐπὶ τῷ Δ,	—— ib. • •	επι τω Δ
—— l. 45 καὶ τῷ αὐτῷ	—— l. 32 • •	ισον τω αυτω
—— l. 46 ἀπὸ τῶν Κ, Λ	—— l. 33 ἀπὸ τῶν ΚΔ	απο των ΚΛ
—— 293. l. 3 δύο κῶνοι βάσεις	—— l. 42 δύο κῶνοι βάσεις	δη κωνοι βασεις
—— l. 9 μακρ.	—— l. 46 μόνοι	μακοι
—— l. 26 ἴσα ἁ Κ,	—— 69. l. 4 • •	ισα α ΑΚ
	Cap. XXVII.	
—— l. 33 ὀρθῷ	—— l. 7 καὶ ὀρθῷ	deest καὶ
—— l. 45 ἁ ΔΓ.	—— l. 13 • •	desunt
—— 294. l. 31 ἢ τὸ τμᾶμα	—— l. 45 • •	deest ἢ
—— l. 36 Ἐσοῦνται	—— l. 47 • •	εσονται
—— l. 45 ὃν ἁ ΖΔ	—— l. 51 • •	deest ὃν
—— ib. Ἔστω δὲ αἱ	—— 70. l. 1 • •	εστωσαν δε αι
—— l. 46 ἐφ' ὧν τὰ Ξ,	—— ib. ἐφ' αὐτὰ Ξ	εφων τα Ξ
—— ib. ἴσαι ταῖς	—— ib. • •	ισα ταις
—— l. 50 ἔστω ἴσον τῷ	—— l. 3 • •	εστω ιο τω
—— l. 51 ἐλάχιστον ἴσον τῷ	—— ib. • •	ελαχιστον ιο τω
—— l. 52 τῷ ἴσῳ	—— l. 4 • •	των τω ισω
—— 295. l. 1 τὸ Μ, ἴσα	—— l. 6 τὸ Μ ἴσα	τωισα
—— l. 11 ὑπὸ τᾶν ΖΔ Β,	—— l. 10 • •	υπο τας ΖΔ ΒΔ
—— ib. ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ.	—— l. 11 • •	υπο τας ΖΕ ΒΕ
—— l. 16 τὸ ΞΜ χωρίον·	—— l. 13 • •	deest ΞΜ
—— l. 17 ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΝ. Ἃ γὰρ Ξ	—— ib. • •	desunt omnia.
—— l. 28 χωρίον	—— l. 19 χωρίς	χωριον
—— l. 35 δὲ τῶν	—— l. 23 τῶνδε	των τε
—— l. 45 Δεδείκται δὲ,	—— l. 28 δεικτέον δὲ	δεδεικται δε
—— l. 48 ἀμφοτέραις,	—— l. 29 • •	συναμφοτεραις
—— l. 51 ὃν ὅλος	—— l. 31 • •	ου ο ολος
—— 296. l. 12 κατασκευάσθω.	—— l. 37 • •	κατεσκευασθω
—— l. 26 τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω	—— l. 44 • •	λογον το Ω
—— l. 29 εἴρηται	—— l. 46 εἴρηκ	ειρη
	Cap. XXVIII.	
—— l. 51 ἔχοντος	—— 71. l. 6 • •	εχον
—— 297. l. 1 αἱ συναμφοτέραις ἴσαι, τῷ τε	—— l. 7 • •	αι συναμφοτεραι. ισα τω τε
—— l. 15 Τέμνει	—— l. 14 • •	τεμει
—— l. 19 ἀνεσπάσθω	—— l. 16 • •	ανεσπασθω
—— l. 24 Ἔστω δὴ ἑξαγώνιον κώνου τομᾶς	—— l. 18 • •	εστω αλλη εξαγωνιο κωνε τομα
—— l. 26 ἀνεσπασμένας	—— l. 19 ἀνεσπασμένας	ανεσπασμενας
—— 298. l. 8 περιγεγράφθω	—— l. 48 • •	περιγεγραφθω
—— l. 16 ἐπιφάνειαν	—— 72. l. 2 • •	την επιφανειαν
—— l. 20 ἔχων ἄξονα τὸν	—— l. 4 • •	εχων αυτα
—— l. 26 βάσεις	—— l. 7 • •	βασεις
—— l. 28 ποτ' ἀλλάλας,	—— ib. ποτ' ἀλλάλας	ποτ' αλλαλας
—— l. 43 τῷ ΔΕ,	—— l. 15 τὰν ΔΕ	τα ΔΕ
—— l. 50 ποτ' ἄλλας	—— l. 19 • •	ποτ' αλλαλας
—— 299. l. 4 ἐν τοῖς λόγοις,	—— l. 21 • •	εν τοις αυτοις λογοις
—— l. 7 χωρίς	—— l. 22 • •	τα χωρις
—— l. 9 ἁ ΜΞ	—— l. 23 ἁ ΓΞΝ	α ΞΝ
—— l. 12 ποτὶ	—— l. 25 ψοτὶ	ποτι
—— l. 17 μείζων ἐὸν	—— l. 28 • •	μειζων
	Cap. XXIX.	
—— l. 35 ἡμίσεον	—— l. 37 ἡμίσεα	ημισεον
—— l. 38 σχῆμα	—— l. 38 • •	τμημα
—— l. 41 σχήματος	—— l. 39 • •	τμηματος
	—— l. 47 τὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν	desunt omnia αυτον
—— 300. l. 9 τουτέστι ἁ		
—— l. 15 ἐχόντων	—— l. 51 • •	εχον τον
—— 301. l. 4 ἐφ' ὧν τὰ Ξ,	—— 73. l. 11 ἐφ' αὐτῷ Ξ	εφων τα Ξ
—— ib. τοῖς τμάμασι	—— ib. τοῖς τμήμασι	τοις τμημασι τοις
—— l. 13 πλάτος μὲν ἔχον ἴσον τμάματι,	—— l. 16 πλάτος μὲν ἴσον τμήματι	πλατος μεν ο τμηματι
—— l. 23 ἔχοντα	—— l. 21 • •	εχοντα
—— l. 26 τὸ ὑπὸ	—— l. 23 • •	desunt
—— l. 27 κύλινδρον	—— ib. • •	κυλινδρον
—— l. 34 γνώμονα,	—— 74. l. 2 γνώμονα	γνωμονα
—— l. 35 ἀφαιρημένοις.	—— ib. ἀφαιρημένω	αφαιρημενοι
—— l. 43 ὁμόλογα	—— l. 6 • •	τα ομολογα
—— l. 47 ἀφαιρημένοις	—— l. 9 • •	αφαιρημενοις, et sic infra lin. 11.
—— 302. l. 3 ΞΦ, τῷ ἴσῳ	—— l. 13 • •	ΞΦ. ΞΥ. ΞΩ. τω ισω
—— l. 4 ὑπερεχῇ.	—— ib. ὑπερεχόμενα	υπερεχη
—— l. 7 τὸν	—— l. 15 τὰ νῦν	τα νυν
—— l. 12 ἐλάσσων	—— l. 17 ἐλάσσων	ελασσων
—— l. 13 λοιπῶν μείζονά ἐστι	—— l. 19 • •	λοιπων (tum relicta est lacuna unius syllabæ) ον εστι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 302. l. 16 μείζων ἢ	Pag. 74. l. 19 • •	μειζων εστι η
—— l. 18 ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος	—— l. 20 • •	εστιν ημιολιος
—— l. 24 ἡμίσεως	—— l. 23 • •	ημισεος
—— l. 27 ἐγγεγραφέντος	—— l. 25 • •	εγγραφεντος
—— l. 29 κατασκευάσθω.	—— l. 26 • •	κατεσκευασθω
—303. l. 4 χωρὶς	—— l. 40 χώραν	χωρις
—— l. 12 ὅτι ἐλάσσων,	—— l. 44 • •	και ελασσων
		Ab hoc Capite in posterum nulla fit numeratio Capitum.
	Cap. XXX.	
—— l. 17 τοῦ κώνου,	—— l. 46 • •	τω κωνω τω
—— l. 19 σχῆμα	—— l. 47 • •	τμημα
—— l. 24 ἀγομένῳ· ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο	—— l. 50 • •	αγομενω επι το επιπεδον. υπεκειτο
—— l. 29 ἐπιψαύουσαν	—75. l. 2 • •	επιψαυουσαν
—— l. 33 ἐπιζευχθεῖσα,	—— l. 3 ἐπιζεύχθωσαν	επιζευχθεισα
—— l. 35 αἱ ΒΘ, ΘΔ.	—— l. 9 • •	αι ΒΘ ΘΔ
—— l. 36 εὑρεῖν κύλινδρον,	—— l. 11 • •	κυλινδρον ευρειν
—— l. 40 ἡμίσεος	—— l. 20 ἡμίσεως	ημισεως
—— l. 46 ἡμίσεος	—— l. 23 ἡμίσεος	το ημισεος
—— l. 50 Ἐγγεγράφθω	—— l. 25 • •	εγγραφθω
—— l. 52 περιγεγράφθω	—— l. 26 • •	περιεγραψα
—304. l. 15 ἡμιόλιος ἐών	—— l. 30 καὶ ὁ τόμος ἐών,	ημιολιος εων
—— l. 19 ἐγγεγράφθω	—— l. 32 • •	εγγραφθω
—— l. 30 τὸ ἥμισυ	—— l. 37 • •	το ημισυ
	Cap. XXXI.	
—— l. 39 τὸν ἄξονα τοῦ	—— l. 42 • •	τον αξονα τον του
—— l. 41 σχήματος,	— ib. • •	τμηματος
—— l. 46 σφαιροειδέος	—— l. 44 • •	το σφαιροειδες
—— l. 48 Πεποιήσθω δ'	—— l. 45 • •	ποιησω δε
—305. l. 2 ἔστω ὁ ΖΗ.	—— l. 48 • •	εστω του ΑΖΗ
—— l. 6 ποτὶ τὰν ΔΖ.	—— l. 49 • •	ποτι τα ΔΖ
—— l. 21 ἐστὶ τὸ	—76. l. 16 • •	εστι και το
—— l. 25 τᾶς ΒΘ, καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσια ἔσται καὶ	—— l. 20 • •	
		defunt omnia:
—— l. 41 ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ.	—— l. 29 • •	α ΔΗ ποτι ταν ΔΖ
—— l. 46 ἐφ' ἃν τὰ ΞΝ,	—— l. 31 ἐφ' αὐτᾶ ΞΝ	εφαι τα ΞΝ
—— l. 47 ἐν τᾷ ΒΔ,	—— l. 32 • •	deest ἐν
—— l. 49 Τᾶν ἐν	—— l. 33 • •	τα εν
—— l. 52 τᾶς διαμέτρου	—— l. 34 • •	τας διαμετρους
—— l. 53 τᾶ ΒΞ·	—— l. 35 • •	ταν ΒΞ
—306. l. 8 τὰν ΝΟ,	—— l. 39 • •	ταν Θ
—— l. 20 τῷ δὲ μεγέθει	—— l. 45 τῷ μεγέθει	τω δε μεγεθει
—— l. 25 ἀπὸ τᾶς ΔΓ	—— l. 48 • •	απο τας ΔΕ
—— l. 34 ἐν τῷ ὁμοίως	—77. l. 1 • •	deest ἐν
—— l. 44 ἀφαιρημένας,	—— l. 6 • •	αφαιρημενας
—307. l. 2 ἐφ' ἃν	—— l. 11 ἐφ' αὐτᾶ	εφαι τα
—— — ib. παραπεπτωκότων	—— — ib. παραπέπτωκε	παραπεπτωκοτων
—— l. 16 τᾶς ΒΟ.	—— l. 18 • •	τα ΞΟ
—— l. 36 ὑπερέχειν	—— l. 28 • •	υπερεχει
—— l. 38 κατασκευάσθω.	—— l. 29 • •	κατεσκευασθω
—— l. 46 λόγον,	—— l. 33 • •	τον λογον
—— l. 48 τᾷ ΒΔ,	—— l. 34 τᾶ ΞΞ	τα ΒΔ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 307. l. 33 συνθέντων,	Pag. 77. l. 37 • •	συμπαντεθεντων
— 308. l. 8 Καὶ πάντες	— l. 41 • •	και παντες
— l. 31 ἄρα λόγον	— 78. l. 2 • •	deest ἄρα
— l. 33 ὁ ἐστὶ	— l. 3 • •	deest ὁ
	Cap. XXXII.	
— l. 49 τμῆμα	— l. 11 τμῆμα	τμημα
— 309. l. 2 κατὰ τὰν ΑΓ,	— l. 14 • •	κατον ΑΓ
— l. 3 κατὰ τὰ Β, Ζ·	— ib. • •	κατα το ΒΖ
— l. 31 τῷ ΘΕ.	— l. 36 • •	τω ΔΖ
— 310. l. 1 ὑπερέχειν	— l. 49 • •	υπερεχει
— l. 2 Πάλιν δὲ	— ib. • •	παλιν δη
— l. 3 περιγεγραμμένον	— l. 30 • •	περιγεγραμμενο σχημα
— l. 7 ἐσσεῖται οὖν	— 79. l. 1 • •	εσσειται ου
	Cap. XXXIII.	
— l. 30 ὃν ἁ ΕΗ	— l. 13 • •	ο εχει α ΒΗ
— l. 32 γινομένω	— l. 14 • •	του γινομενου
— 311. l. 14 τὰν ΚΑ.	— l. 38 τὰν ΚΑ	το ΚΑ
— l. 21 τὸ τμᾶμα	— l. 42 τὸ τμῆμα	το τμημα το
— l. 24 ὑπὸ ΖΕ, ΕΔ,	— l. 43 • •	υπο ΕΕ ΒΕ
— l. 33 ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεος	— l. 48 τὸ ἥμισυ	το ελασσον του ημισυ
— 312. l. 3 τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΖΔ. τῷ ὑπὸ	— 80. l. 5 τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΕΔ, τοῦ ὑπὸ τᾶν	του υπο των ΖΗ ΕΔ ο υπο των
— l. 6 ποτὶ τὸ	— l. 7 πρὸς τὸ	ποτι το
— l. 11 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ·	— l. 10 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ	τουτον εχει τον λογον ον το περιεχομενον υπο τας ΖΕ ΕΔ. ποτι το υπο τας ΒΕΔ τον γαρ αυτον εχει λογον ον α ΖΘ ποτι τας ΒΕ.
— l. 19 ἐπὶ βάσιν	— l. 12 • •	επιβασιν
— l. 21 τοῦτον τὸν λόγον, ὃν	— l. 13 • •	desunt
— l. 23 ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΗΕ,	— l. 14 • •	υπο των ΖΘ ΗΕ
— l. 30 τὸ ἀνάλογον	— l. 18 • •	το αναλογον τι
— l. 33 τᾶν ΕΔ, ΕΗ,	— l. 20 τᾶν ΗΔ, ΖΔ	των ΗΕ ΕΔ
— l. 37 ἴσον ἐστὶ	— l. 21 • •	ισον εστι
	Cap. XXXIV.	
— 313. l. 31 ποτικείσθω δὲ ἁ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ,	— l. 30 • •	ποτικεισθω δε τας ΔΗ ισα α ΔΘ
— l. 38 παραλλήλω	— 81. l. 2 παραλλήλω	παραλληλω
— l. 44 ἐγγεγραμμένω,	— l. 5 ἐγγεγραμμένω	εγγεγραμμενου
— l. 49 ἔχειν	— l. 8 • •	εχοντα
— 314. l. 1 ὑπὸ τᾶν ΗΔ, ΒΘ	— l. 10 ὑπὸ τῶ ΗΔ, ΒΘ	υπο των ΗΔ ΒΕ
— l. 6 τᾶν ΒΘ, ΗΔ.	— l. 13 • •	των ΒΗ ΒΔ
— l. 22 ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένω, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τῶ κώνω τῶ ἐν τῷ	— l. 21 ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένω, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τῶ κώνω τῶ ἐν τῷ	desunt omnia
— l. 26 τῶν ὑψέων	— l. 23 τούτων ὑψέων	του των υψεων
— l. 30 τῶ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένω,	— l. 25 • •	το εν αυτω εγγεγραμμενω. In calce vero repetitur Titulus, et quidem ita: περι κωνοειδεων και σφαιροειδεων.
	Ἀρχιμήδους Ψαμμίτης	Concordat titulus.
— 319. l. 1 ΟΙΟΝΤΑΙ τινές, Βασιλεῦ Γέλων,	— 120. l. 18 Οἴονταί τινες βασιλεῦ Γέλων	οιονται τινες βασιλευ γελων
— l. 2 τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον	— ib. τὸν ἄπειρον	τον απειρον corr. a manu posteriori τον αριθμον απειρον
— l. 3 τῶ περὶ	— l. 19 • •	τον περι
— l. 6 ἄπειρος μὲν εἶμεν	— l. 21 ἄπειρος εἶμεν	απειρος ειμεν
— l. 8 Οἱ δὲ οὕτως δοξάζοντες,	— l. 23 οἱ δὲ ὁ δοξάζοντες	οι δε ουτως δοξαζοντες
— l. 9 νόησαιεν	— ib. • •	νοησαιεν
— l. 14 ἁπαρεῖ	— l. 26 • •	απαρει
— l. 13 τοῦτο δεικνύειν	— ib. • •	του δεικνυειν
— l. 19 τῶ ψάμμω τῶ	— l. 29 τὸν ε τιο	τον και του
— l. 21 τῷ μεγέθει	— l. 30 τοῦ μεγέθεος	του μεγεθεος
— l. 23 πλειόνων	— ib. • •	πλειστον
— l. 24 κέντρω ἴσαν τᾷ εὐθείᾳ	— l. 31 κέντρω εὐθείας	κεντρου αι ευθειαι
— l. 28 ὑποθεσίων	— l. 33 • •	υποθεσιων τινων
— l. 31 ἀκίνητον	— l. 35 • •	μενειν
— 320. l. 3 ὡς τε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν	— l. 37 ἐγὼ ὥς τε τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν	εγω τον κυκλον καθ' ουτον
— l. 8 Τοῦτο δὲ	— l. 39 τοῦτο δ'	τουτο γ'
— l. 11 αὐτᾶ.	— l. 41 • •	αυτου.
— l. 16 καθ' ὃ	— l. 43 • •	καθ α
— l. 17 ὑποτίθεται	— ib. ὑποτίθενται	υποτιθεται
— ib. ἀπλανέων	— l. 44 ἀπλανῶν	ο πλανων
— l. 25 ἐνται τινὲς	— 121. l. 1 ὅ τινες	ωτως τινες
— l. 26 κατονομασίαν	— ib. κατονομαζόντων	κατονομαζων
— l. 29 περίμετρον	— l. 2 • •	ταν περιμετρον
— l. 30 μυριάδων	— l. 3 • •	μυριαδων
— l. 31 πειράματων	— ib. • •	πεπειραμενων
— l. 35 ὡς τ' μυριάδων σταδίων	— l. 6 τῶν λ' λ σταδίων	Ψ' μ' σταδιων
— ib. καὶ μὴ μείζω.	— ib. καὶ μείζων	και μη μειζων
— l. 49 ἀναμφίλογον	— l. 14 ἀμφίλογον	αναμφιλογον
— l. 51 τριακονταπλασίαν	— ib. τριακονταπλασίας	τριακονταπλασιαν
— l. 32 μειζόνα.	— l. 13 μειζόνων	μειζον
— 321. l. 10 λαβεῖν,	— l. 20 • •	διαλαβειν

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 321. l. 25 ὁ ἅλιος	— 121. l. 23 ὁ ἅλιος	ο αλιος
— l. 17 ἅ τίς ἐστιν	— l. 24 ἅ τις ἐστὶν	ατις εστι
— l. 19 τῷ ὕψει.	— ib. τῷ ὕψει	τω ω υψει
— l. 21 ἤμελλον ἀποστελεῖν	— l. 25 ἤμελλον ἀποστελεῖν	ημελλον αποστελλων
— l. 22 καὶ τεθέντος	— l. 26 καὶ τεθὲν	και τεθεντος
— l. 25 ἐς τὸν	— l. 28 • •	εις τον
— l. 26 καὶ ὁ ὀφθὶς κατοράθη	— ib. • •	και οψος κατοραθη
— l. 36 ἐναρμόζει.	— l. 33 • •	εναρμοζει
— l. 43 τοῦ μεγέθεος,	— l. 36 • •	του τε μεγεθεος
— l. 46 ὕψεος,	— l. 38 • •	τας οψιος
— l. 47 τόνδε τὸν τρόπον	— ib. • •	τον δε τον τροπον
— ib. κυλίνδρια ἀναλαμβάνοντα	— l. 39 κυλίνδρια ἀναλαμβάνονται	κυλινδρια λαμβανονται
— l. 48 ἰσοπαχέα ἀλλάλοις,	— ib. ἰσοταχέα ἀλλήλοις	ισοπαχεα αλλαλοις
— l. 49 ποτιθέντα	— l. 40 • •	ποτιθενται
— l. 51 τᾶς ὕψιος,	— l. 41 • •	τας οψιας
— 322. l. 2 εἰ μὲν κα	— l. 43 εἴποιμι	ειπαν
— l. 4 ἐφ' ἑκάτερα	— l. 44 • •	εφ' εκατερα
— l. 9 Ἁ δὲ γωνία,	— l. 47 ἡ δὲ γωνία	α δε γωνια
— l. 13 ἐναντίον	— l. 49 • •	εναντιον
— l. 14 ὅλα ἀλίῳ,	— ib. • •	ολα τω αλιω
— l. 24 ἁ γωνία, ἐς ἃν ὁ ἅλιος	— 122. l. 3 ἡ γωνία ἡ ἴσον ὁ ἥλιος	και α γωνια ες αν ο αλιος
— l. 25 ἐστιν, ἃ διαιρεθείσας	— l. 4 ἐστὶν, ἡ διαιρεθείσας &c.	εστιν ο διαιρεθεισας ες ΡΞΔ ταλαν. α δε ελαττων διαιρεθεισα τας ορθας ας C μειζων. ο το μερος τουτων. δηλον ων οτι και α γωνια α ωσπερ ο αλιος εναρμοζη τας κορυφας εχουσας ποτι τα οψει. ελαττων μεν εστιν α διαιρεθεισας &c. quæ est repetitio superiorum verborum.
— l. 28 διάμετρος	— l. 5 • •	και α διαμετρος
— l. 39 τοῦ Δ	— l. 11 • •	deest Δ
— ib. ἐπιψαυόντων	— ib. • •	επιψαυοντων, et sic iterum in eadem linea.
— l. 42 αἱ ΘΜ, ΘΟ	— l. 12 • •	αι ΘΚ ΘΟ
— l. 50 ἐς ἃν	— l. 16 εἰς ἂν	ο ωσαν
— 323. l. 14 τοῦ ΣΗ κύκλω'	— l. 25 • •	τω ЄΗ κυκλω
— l. 21 τοῦ ΣΗ κύκλω.	— 123. l. 3 • •	το ЄΗ κυκλω
— l. 23 ποτὶ τὰν ΤΣ ἐλάττων	— 3. 4 ποτὶ τὰν ˉ ς ἐλάττων	ποτι ταν VC (ubi notandum est litteram illam V ubi agitur de litteris schematibus appositis, accipi in Codice pro littera Υ quemadmodum etiam in sequentibus duabus variis lectionibus)
— l. 25 ἁ μὲν ΘΚ	— ib. • •	α μεν ΘΚV
— ib. ἁ δὲ ΣΥ	— l. 5 ἡ δὲ ΣΝ	α δε CV
— l. 26 λόγον ἔχει	— ib. • •	λογον εχει
— l. 28 τριγώνου	— l. 6 • •	deest
— 324. l. 4 Εἰ γὰρ κα δύο	— l. 9 • •	ει γαρ κα δυω (illa autem κα scripta sunt non tamqaam litteræ lineam aliquam in schemate depictam designantes, sed tamquam encliticæ.)
— l. 5 ἄτεραι	— ib. • •	ατεραι
— l. 10 ποτὶ τὰν	— l. 11 • •	deest ποτὶ
— l. 16 Ὡς τε	— l. 14 • •	ωστε και
— l. 19 ὁ περιεχομένα	— l. 17 • •	deest ὁ
— l. 23 δισμύρια,	— ib. δισμύρια	δισμυρια
— 325. l. 13 δῆλον, ὡς	— l. 40 • •	δηλον ως ο
— l. 27 δακτυλιαίου	— l. 47 • •	δακτυλιαιω
— 326. l. 3 ἀριθμῶν μύριαι	— 124. l. 10 • •	ἀρ μυριας (illa autem sigla in Codice denotat vocem ἀριθμῶν, et sic deinceps, ubi recurrit vox illa, quemadmodum ἀρ denotat ἀριθμοί, et ς ἀριθμός &c.— quod semel adnotasse sufficiat.)
— l. 7 γεγωνισκομένων.	— l. 12 • •	γεγωνισκομενων
— l. 24 ἑξῆς κείμενοι,	— l. 21 ἐξηκειμένοι	εξηκειμενοι
— l. 25 δεκάς ἐστ'	— ib. δεκὰς τὸ	δεκας η
— l. 31 ὄγδοος	— l. 24 • •	ο ογδοος
— l. 39 Φανερὸν δὲ, ὅτι	— l. 29 • •	φανερον δε οτι και
— l. 40 ἑξοῦντι,	— ib. ἑξοῦντι	εξουντι
— l. 49 ἀπὸ μονάδος	— l. 34 • •	απομοναδος, et sic recurrit in linea editionis 35. et 37.
— l. 52 παραπολλαπλασιάσθω	— l. 35 • •	πεπολλαπλασιασθω
— 327. l. 1 ὅτι ἴσος	— l. 37 ὅτι ἴσοι	οτι ισος
— l. 7 γενόμενος	— l. 40 • •	ο γενομενος
— l. 8 πολλαπλασιαξάντων	— l. 41 • •	των πολλαπλασιαξαντων
— l. 16 τοσοῦτοι	— l. 44 τοσοῦτοις	τοσουτοι
— l. 26 ἀλλάλας	— l. 50 ἀλλάλαις	αλλαλας
— l. 28 μέγεθος,	— l. 51 • •	μεγεθεος
— l. 30 κα εἴη ὁ ἀριθμὸς	— 125. l. 1 ΚΑΙΝ ὁ ἀριθμός	ο αυτος αριθμος
— l. 37 δακτυλιαίαν	— l. 4 δακτυλιαίας	δακτυλιαιαν
— l. 38 τριπλάσιον	— l. 5 • •	τριπλασιω λογω
— l. 39 ἀλλάλας	— ib. ἀλλάλαις	αλλαλας
— l. 40 ταλικαύτα	— l. 6 τηλικαύτη	ταλικαυτα
— l. 43 πολλαπλασιασθεισᾶν	— l. 7 πολλαπλασιασθέντων	πολλαπλασθεισαι
— 328. l. 5 τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	— l. 15 ἀριθμῶν	δευτερων αριθμων
— l. 7 μέγεθος	— ib. μέγεθος	μεγεθος
— l. 11 πολλαπλασία	— l. 17 • •	πολλαπλασια εστι
— l. 14 μυριάδων	— l. 19 • •	μυριων
— l. 16 τᾶν χιλιᾶν	— l. 20 τάς χιλίας	ταν χιλιαν
— l. 20 ἀνάλογον·	— l. 22 ἀναλογίας	αναλογιας
— l. 24 ἐστί·	— l. 25 ἐστὶν	εστι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 328. l. 29 τὰν διάμετρον	Pag. 125. l. 27 • •	τα τας διαμετρω
—— l. 32 ἐχούσας	—— l. 29 ἐχούσας	εχουσας
—— l. 34 τῷ μέγεθος	—— ib. τοῦ μεγέθεος	τω μεγεθος
—— 329. l. 1 μονάδες	—— l. 40 μυριάδες	μονοδος
—— l. 3 μέγεθος	—— l. 41 μεγέθεος	μεγεθος
—— l. 5 τῶν	—— l. 42 τῶν δὲ	deest δε
—— l. 15 αὐτὸ μονάδες	—— l. 47 • •	αυτομαδος
—— l. 22 ἄλλοι	—— l. 51 • •	οι αλλοι
—— l. 30 μυριάδων,	—— 126. l. 4 • •	μυριαδες
—— l. 33 ταλικαῦτα,	—— l. 6 • •	ταλικαυτα το μεγεθος
—— l. 36 τῶν δέκα μονάδων	—— l. 7 τᾶν δὲ μονάδων	ταν δεκα μοναδων
—— l. 44 καλουμένων	—— l. 11 καρμένων	καρμενων corr. καλεομενων
—— 330. l. 4 σφαῖρα	—— l. 16 • •	σφαιρας corr.
—— l. 11 χιλιᾶν	—— l. 20 χιλίαν	ταν χιλιαν
—— l. 24 μυριάδες	—— l. 27 μυριάδων	μυριαδων
—— l. 25 μέγεθος	—— ib. μεγέθεος	μεγεθος
—— l. 34 μυριάδων	—— l. 32 • •	μυριαδων P.
—— l. 49 ἴσον	—— l. 40 ἴσα	ισον
—— 331. l. 7 Ὅτι μὲν ὁμοίως	—— l. 43 • •	Inter μ̃, et ὁμοίως relicta est Lacuna trium circiter syllabarum.
—— l. 25 ἀλλάλας	—— 127. l. 2 ἀλλάλαν	αλλαλας
—— l. 28 δέδεικται δὲ,	—— l. 3 δέδεικται γάρ	δεδεικται δε
—— 332. l. 5 ἐπιθεωρῆσαι	—— l. 17 ἐπιθεωρέεται	επιθεωρεεται
		In fine repetitur titulus, nimirum Ἀρχιμήδης ψαμμίτης.

Tandem pro coronide hujus Collationis subjiciemus Scholion illud, quod supra diximus * incidere in paginam Codicis 92, quodque pertinet ad Caput X. Libri Περὶ ἑλικῶν, in quo cum siglæ quædam occurrant, quas minime extricare potuimus, eas, sicuti jacent in Codice, ita depingere conabimur. Ita igitur habet.

ΣΧΟΛΙΟΝ ΕΙΣ ΤΟ Ι ΘΕΩΡ.

Ινα δε και των αριθμων ακολουθως τη λεξει σαφηνισθη το θεωρημα υποκεισθω τα αυτα και οι αριθμοι υπογεγραφθωσαν ως υποκειται συν τοις πολλαπλασιασμοις. εστι ουν συνθεντι κειμενον τῳ απο του τη ισω αλληλων υπερεχοντι μετα του απο ΙΚΛΜΝΞΟ και του απο της Α. μχλδ. τω δε απο των τη ισω αλληλων υπερεχουσων ΩΙγ. δηλον ουν το λεγομενον. λοιπον αποδειξαι βουλεται οτι τω δις υπο παντα μετα του απο ΙΚΛΜΝΞΟ του υπο της Β και πασων των τη ισω αλληλων υπερεχουσων ισον εστι των τε πασων των τη ισω αλληλων υπερεχουσων. και επι μεν αυτοθεν υποκειμενων των αριθμων προχειρον. ο δε γε Αρχιμηδης γραμμικως αυτο βουλομενος δειξαι μεταγει τον λογον και φησι. επει δυο μεν τα υπο των ΒΙ περιεχομενα ισα τω υπο της διπλασιας τῆς Β και της Θ και τα εξης. φανερα δε ταυτα αναγραψαντι σοι τα χωρια. δηλον δε οτι και οι αριθμοι συναποτιθεται. ως γαρ απο του δις υπο ΒΙ. εστι η μεν ΒΙΔ ο δε ΙΒ. αυτο και το υπ' αυτων §γ†, Νγ και εστι η ΒΙΔ. η αρα διπλη ΚΗ επι του Β δια το ισον ειναι της Ι της Θ ‡ΓΧ. ομοιως δε ο τετραπλη της Γ. Νγ. γινεται ΜΗ. η δε εξαπλη της Δ γινεται Ξ. η δε οκταπλη της Ε γινεται ΞΔ και εφεξης ομοιως. αυτη η εκ πασων της τε διπλης και τετραπλης και εξαπλης και των λοιπων ‡ τη διαγραμματι γινεται ΤΛγ. επει παλιν τα συν συμπαντα συλλαβοντα το περιεχομενον υπο τε της Θ και της ισης πασαις ταις ΑΒΓΔΕΖΗΘ εσονται ισα τω περιεχομενω υπο τε της Θ και της ισης πασαις. τω τε Α και τω τριπλασιω της Β και εξης. επει γαρ λειποντο δις υπο της Β και τετραπλης της Γ και εξης επαγει συν αυτοις τω τε υπο της Θ και της ισης πασαις των τη ισω αλληλων υπερεχουσων· ελαττον η οτι το διπλη της Β. επαγει και ετερας ως γινεσθαι τριπλην και τη τετραπλη της Γ επαγει και πενταπλην και εξης ομοιως. γινεται ουν ως ειρηται η διπλη της Β. και τετραπλη της Γ και εξης των λοιπων ΤΛγ και εστι ο ΘΒ το υπο δηλον οτι ΧΟΒ η δε ιση πασαις ταις τη ισω αλληλαις υπερεχουσαις γινεται ΟΒ α επι των Β γινεται ΡΜΔ μετα του ΧΟΒ γινεται ΩΙγ. η δε τριπλη της Β γινεται ΜΒ. και εξης ως υποκειται εστι ουν η συγκειμενη εκ της Α και της τριπλης της Β και πενταπλης και των εξης ΥΗ επι των δυο γινεται ΩΙγ. ωστε εστι και τα απο των ΑΒΓΔΒΖΗΘ.

Sequentes lineas cum suis supputationibus, ad hoc Scholion pertinentes, ideo transverse descripsimus, ut idem ordo, quem habent in Codice, servaretur.

---

* Vide pag. 411.

§ Hoc nexu fortasse indicatur vox γίνεται, vel γίνονται, et occurrit etiam aliàs inferius, ubi pro γίνεται illud accepimus.

‡ Hunc nexum minime extricare valuimus.

α	β ι	γ κ	δ λ	ε μ	ζ ν	η ξ	θ ο
π M Ιϛ α M ΣΝϛ	M ΙΔ M Β α M α M	M ΙΒ M Δ α M α M	M Ι M ϛ α M α M	M Η M Η α M α M	M ϛ M Ι α M α M	M Δ M ΙΒ α M α M	M Β M ΙΔ α M α M
	ϛξϛ Δ δσυ M Νϛ	ΡΜΔ Ιϛ δσυ M ξϛ	Ρ Δϛ δσυ M ΡΚ	ΞΔ ΞΔ δσυ M ΡΚΗ	Δϛ Ρ δσυ M ΡΚ	Ιϛ ΡΜΔ δσυ M ξϛ	Δ Ρξϛ δσυ M Νϛ
	η διπλη της Β M ΚΗ	η τετραπλη της Γ M ΜΗ	η εξαπλη της Δ M Ξ	η οκταπλη της Ε M ΞΔ	η δεκαπλη της Ζ M Ξ	η δωδεκαπλη της Η M ΜΗ	η τεσσαρεσκαιδεκαπλη της Θ M ΚΗ

αι πασαι συναγονται ΤΔϛ επι των δυο μετα του υπο της ΘΚ της ισης πασαις ταις τω ισω αλληλων υπερεχουσων τουτεστι ΡΜΔ M Ω Ιϛ

η Γ της Β M ΜΒ	η Ε της Γ M Ξ	η Ζ της Δ M Ο	η Θ της Ε M ΟΒ	η ΙΑ της Ζ M Ξϛ	η τγ της Η M ΟΕ	η ΙΕ της Θ M Δ

η εκ πασων συγκειμενη τριπλης τε και επταπλης και των λοιπων M ΤΗ επι των δυο γινεται Ω Ιϛ.

Hoc opus absolutum fuit die XXIII. Mensis Junii, Ann. MDCCLXXXVI.

curante Angelo Maria Bandinio, I.V.D. Mediceæ Bibliothecæ, et Publicæ Marucellianæ

Regio Præfecto, ac Moderatore.

COLLATIO OPERUM

ARCHIMEDIS

QUÆ EXTANT IN MSS.

BIBLIOTHECÆ REGIÆ PARISIENSIS;

No. 2359, 2360, 2361, 2362.

NEC NON

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIORUM

QUI EXTANT IN IISDEM CODICIBUS;

INITA CUM

EDITIONE BASILEENSI

PER JOANNEM HERVAGIUM, ANNI MDXLIV.

Litera *A* notatur Codex 2359, Litera *B* Cod. 2360, Litera *C* Cod. 2361, Litera *D* Cod. 2362.

Edit. Oxon.			Edit. Basil.			Codices Parisien.
	Tit.	Ἀρχιμήδης ἐπιπέδων &c.		Tit.	• •	Tit. Ἀρχιμήδης περὶ ἐπιπέδων
Pag. 1.	l. 1	τῶν	Pag. 104.	l. 33	• •	deest. *A.*
——	l. 2	ἰσοῤῥοπεῖν	——	– ib.	• •	ἰσοῤῥόπων. *A.*
——	l. 3	ἰσοῤῥοπεῖν ἀλλὰ ῥέπειν	——	l. 34	• •	ἰσοῤῥοπεῖν ἀλλὰ ῥέπειν. *A.*
——	l. 6	ποτιτεθῇ τι	——	l. 36	ποτιτεθῇ	ποτιτεθῇ τι. *A.*
——	l. 7	προστεθῇ	——	l. 37	• •	ποτιτεθῇ. *C.* προστεθῇ. *D.*
——	l. 11	καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζειν ἐπ' ἄλληλα	——	l. 39	καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζῃ ἐπ' ἄλληλα	desunt. *C.*
——	l. 12	ἐφαρμόζειν	——	l. 40	ἐφαρμόζῃ	ἐφαρμόζει. *B. D.*
——	l. 19	ᾖ αἱ περίμετρος	——	l. 43	ᾖ ἀπερίμετρος	εἶναι ἀπερίμετρος. *B.* ἦν ἁ περίμετρος. *C. D.*
——	l. 20	εἶμεν δεῖ	——	l. 44	εἶναι δεῖ	ἐστι. *A.*
—— 2.	l. 2	τὸ λέγει	—— 55.	l. 23	• •	τὸ λέγει. *D.*
——	l. 6	βιβλίῳ	——	l. 26	• •	deest. *D.*
——	l. 11	βάρος	——	l. 31	• •	βαρας. *A.*
——	l. 32	ὑποτεταγμένοις	—— 56.	l. 3	• •	ὑποτεταγμένοις. *A. C. D.*
——	l. 35	πάσιν	——	l. 5	• •	πασῶν. *A.*
——	l. 44	ΣΘ πρὸς ΘΚ καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ.	——	l. 12	ΣΘ πρὸς καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΛ καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ ἡ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ. ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ	Ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
——	l. 49	τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ	——	l. 18	τῶ δὲ Ζ τριγώνω	τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. *B. C.*
			——	l. 22	ὁ ΔΕΖ ad ἡ ΒΓ l. seq. inc.	desunt. *D.*
—— 3.	l. 1	ΑΒΓ τριγώνῳ ὥστε καὶ ἐν τῷ	——	l. 27	• •	desunt. *D.*
——	l. 2	αἱ ἀπὸ τοῦ Θ	——	l. 27	ἀπὸ τοῦ Θ	αἱ ἀπὸ τοῦ Θ. *C. D.*
——	l. 4	ᾖ ἁ περίμετρος	——	l. 29	• •	εἶναι ἁ περίμετρος. *B.* ἦ κα ἁ περίμετρος. *C.* ἐν ἁ περίμετρος. *D.*
——	l. 6	ἡμῖν	——	l. 30	• •	deest. *A.*
——	l. 7	προειρημένοις	——	– ib.	• •	προειμένοις. *B. C. D.*
——	l. 12	τοῦ ΑΒΓ	——	l. 34	τοῦ ΑΒ	τοῦ ΑΒΓ. *C. D.*
——	l. 16	συμπίπτουσιν	——	l. 36	• •	συμπιπτοῦσαι. *D.*
——	l. 26	ὅπερ	——	l. 45	deest	ὅσερ. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 3. l. 31 ἰσοῦται	Pag. 104. l. 45 ἰσοῦνται	ἰσοῦνται. B. C. ἰσοῦται. A. D.
—— l. 39 γάρ τᾶς	—— 105. l. 1 τᾶς	γάρ τᾶς. A. B. C. D.
—— l. 42 ποτιτεθῇ	—— l. 3 • •	ποτιτεθῇ. A. B. D.
—— l. 46 τὸ μεῖζον ἀπὸ	—— l. 4 τὸ ἀπὸ	τὸ ΓΖ ἀπό. A. τὸ μεῖζον ἀπό. B. τὸ ΨΖ ἀπό. C. D.
—— l. 48 ἔστω μεῖζον τὸ Α	—— l. 5 τὸ Α • ἔστω	ἔστω ΓΖ τὸ ΑΣ. A. D. ἔστω μεῖζον τὸ Α. B. ἔστω ΨΖ τὸ Α. C.
—— l. 51 μὴ γάρ ἔστω ἔλασσον	—— l. 6 μὴ γίνεται ἔστω	μὴ γάρ ἔστω ἔλασσον. A. C. D.
—— 4. l. 1 ζεύξας ἐπὶ τὸ Β	—— l. 8 • •	desunt. D.
—— l. 6 ταῦτα	—— l. 14 τὰ αὐτά	ταῦτα. A. B. C. D.
—— l. 9 μεῖζον	—— l. 17 μεῖζον	μεῖζον. C. D.
—— l. 13 ἔχοντι	—— l. 19 • •	ἔτι. D.
—— l. 15 μεγεθέων	—— l. 20 • •	μεγεθῶν. A.
—— l. 31 ἰσορροποῦντι	—— l. 32 • •	ἰσορροπήσοντι. C. D.
—— l. 37 κέντρον	—— 56. l. 46 • •	ἔστω κέντρον. A. B. C. D.
—— l. 47 πάντων	—— 105. l. 36 • •	πάντων τῶν. B. C. D.
—— 5. l. 2 αὐτῶν κέντρον	—— l. 37 • •	τὸ αὐτὸ κέντρον. C. D.
—— l. 3 a κείσθω ad ΑΒΓ l. seq.	—— l. 38 • •	repetuntur hæc verba. D.
—— l. 3 ἴσως	—— l. 39 • •	deest. A.
—— l. 14 δῆλον	—— l. 45 • •	δῆλον ὦν. B.
—— l. 19 ὅτι ὁμοίως καὶ τοῦ	—— l. 49 • •	ὁμοίως κάτω. A.
—— l. 22 μεγέθεος	—— l. 51 • •	μεγέθεα. A. B. C. D.
—— l. 24 μεγεθέων	—— 106. l. 1 μεγέθεος	μεγεθέων. C. D.
—— l. 25 κέντρον	—— l. 2 • •	κέντρα. A.
—— — ib. a τὸ σαμεῖον ad βάρεος l. 38.	—— — ib. • • ad lin. 15.	desunt. A. D.
—— l. 45 καὶ ὡς	—— l. 18 • •	καὶ ἔστω ὡς. A. C. D.
—— 6. l. 2 Α	—— l. 20 • •	deest. B.
—— l. 4 κοινὸν μέτρον	—— l. 21 • •	τὸ κοινὸν μετρον. B. κοινὸν κεντρον. C.
—— l. 11 ἑκατέρου	—— l. 24 ἑκατέρου	ἑκατέρα. C.
—— l. 13 ἡμίσυ	—— l. 26 ἡμίσυ	ἡμίσεα. B. C. D.
—— l. 20 ἔστω τὸ	—— l. 34 • •	ἔστω καὶ τό. B. C. D.
—— l. 25 πολλαπλάσιον ἐν	—— l. 37 πολλαπλασίων ὄν	πολλαπλάσια. A. D. πολλαπλάσιον ὄν. B. C.
—— l. 27 τῷ Ν	—— l. 38 τὸ Ν	Ν. A. D.
—— l. 28 ἴσα ἐντί	—— l. 39 • •	ἴσα. A. ἴσοι. D.
—— l. 32 μεγέθεα	—— l. 41 • •	deest. D.
—— l. 40 κέντρον	—— l. 45 • •	μέτρον. A. B. D.
—— l. 41 ἀλλ' ὦν	—— ib. — • •	ὦν. A. D. ἔχει ὦν. B. C.
—— l. 44 δύναται	—— l. 46 • • —— 47 δυνάμει	deest. C. —— δύναται. A. B. C. D.
—— 7. l. 6 ἀντιπεπονθότως	—— 107. l. 1 • •	ἀντιπεπονθότων. A. B. C. D.
—— l. 18 ὥστε — τῶ Γ ἢ ἁ	—— l. 9 • • —— 10 • •	ἢ ὥστε. B. —— τῶ γε οὕτως. A.
—— l. 23 ποτὶ τὸ Γ, ἢ ἁ ΔΕ	—— l. 16 • •	ποτὶ τὸ ΓΗ ἁ ΔΕ. A.
—— l. 25 τὸ Ζ, —— τὸ Δ.	—— l. 17 • • —— • •	τῶ Ζ —— τῶ Δ. B.
—— l. 26 τῷ ΑΒ.	—— — ib. τὸ Α	τῶ. Α. B.
—— l. 31 ἔλαττον	—— 57. l. 3 • •	τὸ ἔλαττον. A. C. D.
—— l. 32 τῶν	—— — ib. • •	τῶ. B. C. D.
—— l. 33 Ὥστε	—— l. 4 • •	deest. A. B. C. D.
—— l. 42 τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ,	—— 107. l. 18 μέγεθος ἀφαιρεθῇ	ἀφαιρεθῇ τι μεγέθεος. A. et μέγεθος. B. C. D.
—— l. 47 ἐπὶ	—— l. 20 ἐφ' ᾧ	ἐφ' ᾧ. D.
—— 8. l. 3 ποτὶ τὸν	—— l. 22 πρὸς τὸν	ποτὶ τὸν. C.
—— l. 4 τὸ ἀφῃρημένον μεγέθεος	—— — ib. • •	τῶν ἀφῃρημένων μεγεθέων. A. B. C. D.
—— l. 20 τμάματα	—— l. 36 • •	τα τμαματα. B. C. D.
—— — ib. ἀντιπέπονθε μὲν	—— — ib. ἀντιπεπονθέμεν	ἀντιπεπόνθαμεν. A. ἀντιπέπονθεν μὲν. C. ἀντιπέπονθε μὲν. D.
—— l. 22 ἔσται	—— — ib. • •	ὅσα. A.
—— l. 45 Τῶν δύο παραλληλογράμμων τῶν ἴσων τε καὶ ὁμοίων τῶν ΚΖ	—— l. 51 • •	desunt. D.
—— l. 47 αὐτῶν	—— 108. l. 1 αὐτῶ	αὐτῶ in marg. ex mane ead. αὐτῶν. B.
—— 9. l. 7 βάρεος	—— l. 5 βάρη	βάρεος. D.
—— l. 16 δίχα τέμνουσα	—— l. 9 τέμνουσι	δίχα τέμνουσα. C. D.
—— l. 28 Τὰ ἐν ΑΔΒ, ΒΔΓ	—— l. 21 desunt	τὰ ἄρα ΑΒΔ ΒΔΓ. A. B. τὰ δὲ ΑΒΔ ΒΔΓ. C. τὰ ἄρα ΑΒΔ. D.
—— l. 32 Καὶ τετμάσθω δίχα ἁ ΑΒ κατὰ τὸ Θ,	—— l. 24 • •	desunt. A. B. C. D.
—— l. 38 ΑΒΔ	—— l. 29 • •	ΑΒΓ. D.
—— — ib. ΒΔΓ	—— l. 30 • •	ΑΔΓ. D.
—— l. 39 τᾶς ΑΒ	—— l. 31 • •	τᾶς μὲν ΑΒ. B. C. D.
—— l. 42 ΒΔΓ	—— l. 34 ΑΔΓ	ΒΔΓ. B.
—— l. 46 τὸ μέσον τᾶς ΕΖ εὐθείας ὅπερ ἐστὶ	—— l. 36 • •	desunt. D.
—— 10. l. 6 σαμεῖα	—— l. 40 σαμεῖον	σαμεῖα. A.
—— l. 19 Μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ	—— 109. l. 2 • •	καὶ γὰρ ἄλλη D.
—— l. 32 τὸ Ν σαμεῖον, ὅπερ	—— l. 8 • •	desunt. B. C D.
—— — ib. ὅπερ	—— — ib. • •	ἐστὶν ἄρα. A.
—— l. 37 βάσιν	—— l. 10 • •	τὰν βάσιν. A. B. C. D.
—— l. 38 ὁμοίως	—— l. 11 ὁμοίας	ὁμοίως. C. D.
—— 11. l. 2 καὶ γεγονέτω ὡς	—— l. 19 • •	καὶ πεποιήσθω. A. καὶ πεποιήσθω ὡς. B. C. πεποιήσθω. D.
—— l. 7 ΑΗΒ	—— l. 28 • •	ΑΗΒ γωνία. B. C. D.
—— l. 19 ποτὶ	—— l. 34 • •	ποτὶ τᾶς. C. D.
—— l. 20 καὶ	—— — ib. • •	deest. D.
—— l. 31 δι' αὐτοῦ	—— l. 39 • •	διὰ τῶ. A. C. D. διὰ τῶ Θ. B.
—— l. 32 Ἀεὶ δὴ	—— — ib. ἁ εἶδε	ἀεὶ δὴ. C. D.
—— l. 34 ΒΔ, ΔΓ	—— l. 40 • •	ΒΑ, ΑΓ. B.
—— l. 35 παρὰ τὰν ΑΔ	—— — ib. • •	calamo in transversum ducto deleta.
—— 12. l. 7 λόγος	—— l. 50 • •	deest. C.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 12. l. 7 λόγος ὁ αὐτός ἐστι τοῦ ὅλου τᾶς ΦΡ ποτὶ ΡΠ· διὰ τὸ ὅμοια εἶμεν τὰ τρίγωνα.	—109. l. 50 • •	μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἁ ΦΡ ποτὶ τὰ τρίγωνα. *A. D.*
—— l. 17 τι	—110. l. 4 τὸ	τό. *A. C. D.*
—— l. 29 ᾗ ἀπολαφθείσας,	—— l. 20 • •	desunt. *D.*
—— l. 33 διὰ τοῦ Κ	—— l. 22 • •	διὰ τῶ Κ. *A.*
—— l. 34 ἐπὶ τ' αὐτὰ πάντα ἐστί,	—— l. 23 • •	ex correctione in marg. ἐπὶ τὰ αὐτὰ πάλιν πεσοῦνται ταυτὰ κέντρα. *B.*
—— l. 43 ὡς ἄρα	—57. l. 12 • •	ὥστε. *C.*
—13. l. 5 αὐτὰ	—— l. 20 • •	αὐτὰ τά. *C. D.*
—— l. 7 βάσιος. Ἀλλὰ	—— l. 21 • •	βάσιος, πρὸς ἄλλα. *A. D.*
—— l. 15 ἄρα	—— l. 25 • •	deest. *A.*
—— l. 17 τὰν	—— l. 26 • •	τᾶς. *A.*
—— l. 18 δῆλον ὅτι	—— l. 28 • •	δηλονότι. *C. D.*
—— l. 20 τῶν μὲν παραλληλογράμμων	—— l. 29 • •	τῶ μὲν παραλληλογράμμω. *D.*
—— l. 27 αἱ ΒΔ, ΖΒ	—110. l. 27 • •	ΕΔ. *D.*
—— l. 28 παρὰ τὰν ΑΘ	—— ib. • •	παρὰ τὰν ΑΔΒ ΑΘ. *C.*
—— l. 32 τὸν ΒΑ	—— l. 29 τὸν ΒΑ	τὰν ΒΑ. *B.*
—14. l. 8 διά τε	—111. l. 1 • •	δὲ διὰ τῶ. *C.*
—— l. 12 Θ, Κ, Α ἐν	—57. l. 30 ΘΜΑΒ	ΘΚ ΑΓ, ΘΚ ΑΓ. *D.*
—— l. 13 ΑΘ, ΒΚ, ΖΑ	—— ib. ΑΘΒ ΚΖΑ	ΑΘΓ, ΚΖΓ. *D.*
—— l. 23 Ἔτι δὴ	—111. l. 5 εἰ δὲ	ἐπὶ δέ. *B.*
—— l. 33 ἔχει	—— l. 14 • •	ἔχοι. *C. D.*
—— l. 34 τῷ διπλασίῳ	—— ib. τᾶς διπλασίας	τὰ διπλασία. *B.*
—— l. 35 τᾶς μείζονος μετὰ	—— l. 15 • •	desunt. *D.*
—— l. 44 ΒΑΗ,	—— l. 19 • •	ΒΗ. *A.*
—15. l. 9 ἄκταν	—— l. 32 ἐκ τᾶς	ἄκτιν. *A. B. C. D.*
—— l. 10 τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, καὶ ἐπὶ τᾶς ΔΖ. Ὥστε τὸ Β κέντρον τοῦ βάρεος	—— l. 33 • •	desunt. *C.*
—— l. 12 Διὰ ταῦτα δὲ	—— l. 36 • •	διὰ τὰ δέ. *C.* διὰ τὰν αὐτὰ δέ. *D.*
—— l. 15 τραπέζιον	—— l. 38 τραπεζίου	τὸ τραπέζιον. *B.* τετραπέζιον. *D.*
—— l. 17 καὶ ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος	—— l. 39 • •	desunt. *C.*
—— l. 25 ποτὶ δύο τὰς ΑΔ,	—— l. 43 • •	ποτὶ τὰς ΑΔ. *A.*
—— l. 28 τετόρων	—— l. 45 • •	deest. *A. D.*
—— l. 39 τᾶς ΒΔ.	—57. l. 40 • •	desunt. *D.*
—— l. 44 τῶν πλευρῶν	—— l. 44 • •	τὰς πλευράς. *D.*
—— ib. ἐπιζευγνύμεναι	—— l. 45 ἐπιζευγνύμεναι	ἐπιζευξόμεναι. *A. B. C.* ἐπιζευξοῦνται. *D.*
—— l. 47 ΑΔ, ΒΔ,	—— l. 46 • •	ΑΔ, ΔΒ. *A.*
—— l. 49 βάσιος	—58. l. 1 βάσις	βάσεις
—16. l. 3 Ὥστε	—— l. 3 • •	ὥστε καὶ
—17. l. 1 ὅτι	—127. l. 18 ὡς	ὥς. *B. C.*
—— l. 4 οἰκεῖον	—— l. 19 • •	deest. *C.*
—— ib. ὑποτιθέμενοι,	—— l. 20 ἐμπλήθημεν	ὑποτίθεμεν. *B. C. D.*
—— l. 9 ὑφ' ἡμῶν	—— l. 23 ὑφ' ὑμῶν	ὑφ' ὑμῶν. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ὑφ' ὑμῶν	—— l. 30 ὑφ' ὑμῶν	ὑφ' ἡμῶν. *A. B. C. D.*
—18. l. 15 προκειμένων	—— l. 40 • •	προειρημένων. *B. C. D.*
—— l. 17 τῶν ἄνω τούτω	—— l. 41 τοῦ τόπου	τῶν ἄνω τούτου τοῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 19 ἀναγομένων	—— l. 42 ἀναγομένου	ἀναγομένου. *B.*
—— ib. ὑφ' ἡμῶν	—— ib. • •	ὑφ' ὑμῶν. *A.*
—— l. 21 ἀποστέλλομεν	—— l. 43 ἀποστέλλομεν	ἀποστέλλομεν. *C. D.*
—— l. 27 ἁ ΑΒΓ, ἃ δὲ ἁ μὲν ΒΔ	—128. l. 1 ἁ ΒΓ, ὁ δὲ ἁ μὲν ΒΔ	ἐφ' ἃς ἁ ΑΒΓ. ὁ δὲ ΒΔ. *A. B. C.* ἐφ' ἃς ΑΒΓ. ἁ δὲ ΒΓ. *D.*
—— l. 29 ΑΔΓ	—— l. 3 • •	ΑΓ. *A.*
—— l. 32 κατὰ τὸ Β· ἰσοῦνται αἱ ΑΔ, ΑΓ ἴσαι. Κ' ἂν ἴσα ᾖ ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ, παράλληλοι ἐσοῦνται ἅτε ΑΓ, καὶ ἁ καλὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς	—— l. 5 καλὰ τὸ Β, ἰσοῦνται αἱ ΑΔ, ΑΓ ἴσαι	ἴσα ἄρα ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ καὶ ἴσα ἁ ΑΔ παράλληλοι ἐσοῦνται ἅτε ΑΓ καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. *A. D.* et ἄρα mutato in ἴσαι *C.* ἴσα ἴσαι ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ καὶ ἴσα ᾖ ἁ ΑΔ τᾷ ΑΓ παράλληλοι ἐσοῦνται ἅτε ΑΓ καὶ ἁ καλὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. *B.*
—— l. 37 ἃ	—— l. 7 • •	deest. *C.*
—— l. 38 ΑΒΓ, ἃ δὲ ἁ ΒΔ	—— ib. ΑΒ, ἃ δὲ ἁ ΒΔ	ΑΒΓ ἃ δὲ ἁ μὲν ΒΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ᾗ ἁ ΓΒ	—— l. 10 • •	ἁ δὲ ΕΓ. *A. B. C. D.*
—19. l. 1 ἃ	—— l. 13 • •	deest. *C.*
—— ib. ΑΒΓ,	—— ib. ΑΒ	ΑΒΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 2 ἁ διάμετρος,	—— l. 14 τᾶς διαμέτρου	αἱ διάμετροι. *B.*
—— ib. ἀχθεῖσα	—— l. 15 • •	ἄχθωσαν. *C.*
—— l. 3 παρὰ τὰν	—— ib. • •	desunt. *A. C. D.* παρὰ τὰν margine. *B.*
—— l. 4 κατὰ τὸ Β	—— l. 16 • •	ἐπιψαύουσαι. *B.* corr. marg. ἐπιψαύουσα.
—— ib. ἐπιψαύουσαν	—— ib. • •	deest. *A. D.*
—— l. 6 μόνον	—— l. 17 • •	deest. *B. C. D.*
—— l. 7 ὅπως δυνάμεθα	—— ib. • •	ex correctione μόνα. *B.*
—— l. 17 τέμνουσα	—— l. 24 τέμνοντας	τέμνουσα. *A.*
	—— l. 25 διά τινος non rep. in Ed. Ox.	διὰ τῶν. *A. C.* διὰ τᾶς. *D.*
—— l. 21 Ἄχθω	—— l. 27 ἤχθω	ἄχθω. *C.*
—— l. 22 ΚΗ.	—— ib. • •	ΚΙ
—— l. 23 τὰν	—— l. 28 • •	deest
—— l. 25 ΚΗ	—— l. 29 • •	ΚΙ. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ διαίρεσιν.	—— l. 31 • •	ΒΓ ΒΘ ΒΙ γραμμαί. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ποτὶ τὰν ΔΖ, ὅπως ἁ ΘΖ	—— l. 33 • •	desunt. *A.* hiatus est lineæ dimidio æqualis. *B. C. D.*
—— l. 43 ἐν τῷ ΖΑΓ	—129. l. 1 • •	desunt. *D.*
	—— l. 8 ἀνάλογον non in Ed. Ox.	ἀνάλογον. *C. D.*
—20. l. 5 παρὰ τὰν	—— l. 4 • •	ποτὶ τάν. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 20. l. 20 ΒΕ. Εἰ μὲν ἂν ἔχῃ τίμημα ἀχθεῖσα τῶν	Pag. 129. l. 13 • •	defunt. *D.*
—— 21. l. 3 ὡς σὺν κεῖται	—— l. 31 • •	ὡς σύγκειται. *C.*
—— l. 3 ἑστεῖται	—— l. 33 ΕΚ καὶ	ex ea fine accentu. *A. C. D.*
—— l. 7 ἀγόμεναι	—— l. 36 • •	ἀγμέναι. *C.*
—— l. 8 καθέτου	—— l. 39 • •	καθέτους. *A. B. C. D.*
—— l. 9 διπλασίονα	—— l. 44 • •	διπλάσιον. *A.*
—— l. 10 εἶμεν	—— ib. • •	ἐστι μὲν. *A. D.*
—— l. 14 ὁ μὲν	—— l. 47 ὁ μὲν	μὲν. *C.*
—— l. 17 τριγώνου,	—— ib. • •	τρίγωνον. *A.*
—— l. 33 βάσιν	—— 130. l. 7 • •	βάσιν μὲν. *C. D.*
—— l. 37 χωρίον	—— l. 13 • •	deest. *C.*
—— l. 44 γάρ τι	—— l. 18 • •	γάρ τι. *B. C.*
—— 22. l. 32 κρεμάσθω	—— l. 51 • •	κεκρεμάσθω. *B. C. D.*
—— l. 34 τὰ Γ, Β.	—— ib. • •	ΓΒ. *C.* τὰ ΓΒ. *D.*
—— l. 35 κρεμάσθω	—— ib. • •	συγκρεμάσθω. *C. D.*
—— 23. l. 18 ἔχοι τὰν ΕΗ	—— 131. l. 20 • •	ὃν ἔχει τὰν ΕΗ. *A. D.* ὃν ἔχει ἁ ΕΗ. *B. C.*
—— l. 25 ἰσοῤῥοπησοῦντι	—— l. 24 • •	ἰσοῤῥοπεόντω. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ἄρα λόγον ἔχει	—— l. 26 • •	λόγον ἔχει. *C. D.*
—— l. 31 ὅπερ ἐστὶ τὸ Α· ἐστὶ καὶ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 27 • •	defunt. *D.*
—— l. 31 λόγον ἔχει, ὅπερ	—— ib. • •	λόγον ἔχον τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ, ὅπερ. *A.*
—— l. 46 τὸ Β, Η,	—— l. 43 τὸ ΒΗ	τὰ ΒΗ. *B. C. D.*
—— l. 47 τὸ Ζ	—— ib. τῷ Ζ	corr. τὸ Ζ. *B.*
—— 24. l. 2 τὸ Ζ	—— l. 44 • •	Ζ. *D.*
—— ib. τοῦ Α.	—— ib. • •	αὐτῷ Α. *D.*
—— l. 19 τοῦ Α	—— l. 50 • •	τοῦ μὲν Α. *A. B. C. D.*
—— l. 26 τοῦ Ζ,	—— 132. l. 5 • •	τῷ Ζ. *C.* τὰ Ζ. *D.*
—— l. 44 ἰσοῤῥοπείτω	—— l. 26 ἰσοῤῥοπέντω	ἰσοῤῥοπείτω. *B. C. D.*
—— 25. l. 14 καθ' ἃ τέμνοντι	—— l. 38 • •	κατατέμνοντι. *C.*
—— l. 17 ΑΖ, ΜΗ,	—— l. 40 • •	ΑΖ ΜΗ. *A. D.*
—— l. 21 ἁ ΓΒ·	—— l. 42 ἁ ΑΒ	ἁ ΑΒΓ. *B. C. D.*
—— l. 29 ζυγῷ	—— l. 44 • •	τῷ ζυγῷ. *A. D.* τὸ ζυγῷ. *B. C.*
—— l. 38 ΤΗ·	—— l. 45 ΘΗ	ΤΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ἁ ΓΔ,	—— l. 48 • •	defunt. *A. D.*
—— 26. l. 4 ἔχουσα	—— l. 51 ἔχειν	ἔχοντι. *A. C. D.* ἔχουσα. *B.*
—— l. 16 ἔχει,	—— 133. l. 21 ἔχει	ἔχει. *B.*
—— l. 23 τὸ αὐτὸ	—— l. 29 • •	ταῦτα. *C.*
—— l. 27 μὲν	—— l. 30 • •	deest. *B.*
—— l. 29 τὸ δὲ ΝΙ τοῦ Ω,	—— l. 32 • •	defunt. *D.*
—— l. 31 χωρίω. Ἔστι δὲ τὸ ΡΧΨΩΔ	—— l. 33 • •	defunt. *D.*
—— l. 36 τὸ δὲ ΘΗ τοῦ Ψ,	—— l. 35 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 45 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ	—— l. 41 ἐπὶ τὰ τῷ	ἐπὶ τῷ. *A. D.* ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ. *B.*
—— 27. l. 1 τὰν ΒΓ.	—— ib. • •	τὰ ΒΓ. *D.*
—— l. 2 τὸ Β·	—— l. 42 τῷ Β	τὸ Β. *B.*
—— l. 3 ἀπὸ τοῦ Β ἁ ΒΔ. Καὶ	—— ib. • •	defunt. *D.*
—— l. 13 ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον· τῶν δὲ ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τῶ ΓΟΙ τριγώνω	—— l. 47 • •	defunt. *A. D.*
—— 28. l. 17 ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ, ΠΟ.	—— 134. l. 40 ΜΦ ΝΡ ΖΘ	ΜΦ ΝΡ ΞΘ ΠΣ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τριγώνου, ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ τμάματος. Καὶ τῷ ΒΓΞ	—— l. 42 • •	defunt. *D.*
—— l. 25 ΘΟ,	—— l. 43 • •	defunt. *D.*
—— l. 26 γὰρ	—— l. 44 • •	deest. *A.*
—— l. 28 ΘΡ· καὶ τὸ ΧΞ ἴσον τῷ	—— ib. • •	defunt. *D.*
—— l. 39 μεῖζον ἢ	—— l. 48 • •	μεῖζον ὂν ἢ
—— 29. l. 10 τμάματος	—— 135. l. 11 • •	χωρίω
—— ib. ἔλασσον εἴη καὶ τὸ ΓΒΒ τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων·	—— ib. • •	defunt. *A. D.*
—— ib. εἴη καὶ	—— ib. • •	εἴη ἂν καί. *B.*
—— l. 31 παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὰν ΒΓ· καὶ ἁ ΒΓ ἐπὶ	—— l. 27 • •	defunt. *A.*
—— l. 34 τμᾶς	—— l. 28 τμᾶς	τομᾶς. *A. B. C. D.*
—— 30. l. 1 δὲ	—— 136. l. 2 μὲν	abest. *D.*
—— ib. τριπλάσιον· δῆλον	—— ib. • •	τριπλάσιον ἐστὶ τοῦ δὲ ΒΘΓ τριγώνου τετραπλάσιον, δῆλον. *A. B. C. D.*
—— l. 2 ΒΘΓ τμᾶμα ΒΘΓ τριγώνου.	—— ib. ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ ΒΘΓ τριγώνου	ΒΘΓ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. *A. C. D.*
—— l. 6 ἀπὸ τᾶς	—— l. 4 • •	ἀπὸ ἐπὶ τᾶς. *C.*
—— l. 7 ἀγομέναις	—— ib. ἀποτομέναις	ἀγομέναι *B.*
—— l. 16 εὐθείας καὶ	—— l. 14 εὐθείας	εὐθείας καί. *D.*
—— l. 23 παραλλήλος	—— l. 17 • •	παράλληλοι
—— l. 29 ἀχθῶντι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας·	—— l. 20 • •	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ἔτι μέντοι	—— l. 32 ἔσται μὲν τοι	καὶ μὲν τι. *A. C. D.*
—— l. 44 ἔχοντι	—— ib. • •	deest. *C.*
—— l. 45 ΖΘ δυνάμει. Τετραπλασία ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΒΔ τᾶς ΒΘ μάκει. Φανερὸν	—— l. 33 • •	defunt. *D.*
—— 31. l. 6 Ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα,	—— l. 38 • •	defunt. *D.*
—— l. 16 τῶν Α, Γ	—— l. 48 • •	τας ΑΓ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 31. l. 19 τὸ ΑΒΓ	Pag. 136. l. 49 • •	ΑΒΓ. *C.*
——— l. 22 διδυγμένου,	——— l. 50 • •	διδυγμένα. *A.*
——— – ib. δῆλον ὅτι	——— – ib. • •	δηλονότι. *D.*
——— l. 23 περιλαμβανόμενα	——— l. 51 • •	περιεχόμενα. *A. D.*
——— 32. l. 1 τμήματος	——— 137. l. 17 • •	τοῦ τμήματος. *A. C. D.*
——— l. 2 τρίγωνον ἄρα τὸ ΑΖΒ	——— – ib. • •	τὸ δὲ ΑΖΒ τρίγωνον. *A. B. C. D.*
——— l. 10 ΑΖΒ	——— l. 21 • •	ΑΖΒ ἐστὶ. *C. D.*
——— l. 12 τμᾶμα	——— – ib. • •	τμήματος. *C. D.*
——— l. 20 κωνου τομᾶς·	——— l. 28 τομᾶς	κωνου τομᾶς. *A.*
——— l. 21 ἑξῆς κειμένα	——— l. 29 • •	ἐξῆςκειμένα. *D.*
——— l. 23 δὲ ἔστω τὸ Ζ	——— l. 30 • •	δὲ ἔστω τὸ ἐγγραφόμενον τοῦ ἐσχάτου μέγιστον δὲ ἔστω τὸ Ζ. *A. B. C. D.*
——— l. 28 μείζω	——— l. 33 μείζων	μεῖζον. *A. C. D.*
——— l. 34 δῆλον ὅτι	——— l. 38 • •	δῆλον ὅτι. *A.*
——— l. 40 ἴσα ἐστὶ τῷ Θ·	——— l. 43 ἴσων ἐστιν ΤΘ	ἴσων ἐστιν τοῦ Θ. *A. C. D.* ἴσα ἐστὶ τοῦ Θ. *B.*
——— l. 42 τῷ Ι	——— – ib. τοῦ ΗΩΙ	τοῦ ϛΩΙ. *C. D.* τοῦ Ι. *B.*
——— 33. l. 6 ἑξῆς κειμένα	——— l. 48 • •	ἐξῆςκειμένα. *D.*
——— l. 44 μείζω,	——— 138. l. 25 • •	μείζω ἐστὶ. *C. D.*
——— l. 46 ΑΔΒΕΓ	——— l. 27 ΑΔΕΒ	ΑΔΕΒΓ. *A. B. C. D.*
——— 34. l. 1 δὲ εἰς	——— l. 30 • •	δὲ καὶ εἰς. *A.*
——— l. 15 ἔστω,	——— l. 49 • •	εἶναι. *A. D.*
——— l. 17 Κ	——— l. 51 • •	deeſt. *D.*
——— l. 26 τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων	——— 139. l. 4 τῶ μὲν ΖΗΘΙ χωρίω	τῶν μὲν ΖΗΘΙ χωρίων. *B. C.*
——— l. 28 μείζονι τοῦ Ι· δῆλον ὡς μείζονα ἐστὶ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τοῦ τμήματος.	——— l. 5 • •	deſunt. *A. D.*
——— 35. l. 3 παραβαλεῖν,	——— 112. l. 2 • •	παραλαβεῖν. *D.*
——— l. 5 αὐτῶν	——— l. 3 • •	τῶν. *D.*
——— l. 7 διαιρέω	——— l. 5 διαιρέων	διαιρημενας ex corr. in marg. διαιρέοντα. *B.*
——— l. 8 τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν,	——— – ib. • •	τας ειρημένας εὐθείας. *B.*
——— – ib. αὐτᾶς ἀντιπεπονθότος	——— l. 6 αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως	αὐτᾶς αντιπεπονθοτ. *B.*
——— l. 16 βαρεος	——— l. 7 • •	βάρεος ἔστω. *B. C. D.*
——— 36. l. 4 ΗΒ	——— l. 10 • •	ΗΘ. *B. C. D.*
——— – ib. ἴσα ἁ ΕΑ. Ἔστω καὶ	——— – ib. • •	ἴσα ἁ ΕΑ ἄρα καὶ. *D.*
——— l. 7 Παραβεβλήσθω	——— l. 11 • •	παραβεβλήσθω. *B. C. D.*
——— – ib. παρὰ	——— l. 12 • •	περὶ. *A.*
——— l. 9 ΜΝ	——— – ib. • •	μὲν. *D.*
——— l. 17 ΘΚ,	——— l. 16 ΑΚ	ΘΚ. *A. C. D.*
——— l. 20 Καὶ τοῦ	——— l. 18 Καὶ τοῦ	ὅτι καὶ τοῦ. *A.*
——— l. 25 εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέντα τὰς αὐτὰς βάσιας ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ	——— l. 20 et 21 • •	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
——— l. 29 γνωρίμως	——— l. 23 • •	γνωρισμοῦς. *A.*
——— l. 32 καὶ τὰς ἑξῆς, παρὰ τὰν βάσιν ἐσσοῦνται τοῦ τμάματος.	——— l. 26 • •	deſunt. *C.*
——— l. 33 Καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τῶ τμάματος	——— l. 27 • •	deſunt. *D.*
——— l. 37 δὲ διαιτέον	——— l. 33 διδείσθαι	δὲ διαιτέον. *A. B. C. D.*
——— l. 43 διδοῦσαι	——— 58. l. 10 • •	διδοῦσαι εὐθεῖαι. *A.*
——— 37. l. 10 Εἰ δὲ καὶ	——— 112. l. 34 • •	εἰ καί. *A.* οὐκ καί. *D.*
——— l. 13 ἐπὶ τᾶς τοῦ	——— l. 36 ἐπὶ τοῦ	ἐπὶ τᾶς τοῦ. *A.*
——— l. 17 τὸ	——— 113. l. 1 • •	τὸ δὲ. *C.*
——— l. 18 Διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ἁ ΒΔ.	——— – ib. • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 24 τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΑ· τοῦ δὲ ΖΗΘΙ	——— l. 3 • •	deſunt. *A.*
——— l. 26 κέντρον ἐπὶ	——— l. 4 • •	κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ. *C.*
——— l. 33 ἀσαφὲς	——— 58. l. 19 • •	σαφ. *A.*
——— l. 35 παραβολᾶς	——— l. 20 • •	περιβολᾶς. *A.*
——— l. 41 ἀγμένα.	——— l. 24 ἀγομένα	ἀγομένων. *A. B. C.* deeſt. *D.*
——— l. 44 ΖΟ·	——— l. 26 • •	οὐκ. *A. B. C. D.*
——— l. 48 ἐφαπτόμενος	——— l. 29 ἐφαπτόμενα	ἐφαπτόμενος. *B. C. D.*
——— 38. l. 1 ϛ'	——— l. 31 • •	καὶ. *D.*
——— l. 3 πρὸς	——— l. 32 • •	deeſt. *A.*
——— l. 5 Ἴσα ἄρα καὶ	——— l. 33 • •	ἴσα ἄρα ἐν. *A.*
——— l. 6 τῷ ΚΓ ἴσα ἐστί. Ἴσα δὲ ἐστὶν ἡ ΑΔ τῷ ΔΓ· ἴσα ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΔΚ·	——— – ib. • •	deſunt. *C.*
——— l. 11 ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ·	——— l. 37 • •	αἱ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. *D.*
——— l. 13 παρὰ	——— l. 38 • •	περὶ. *C. D.*
——— l. 15 αἱ ΤΑΦ, καὶ ΠΔϛ.	——— l. 39 π β γ δ ε ϛ	π β γ δ ε ϛ ϛ'. *B.* Π Β Γ Δ Ε ϛ ϛ. *C.* Π β γ δ ε ϛ ϛ. *D.*
——— l. 19 ἁ ΒΔ,	——— l. 41 • •	ἁ ΒΔ. *B. C. D.*
——— l. 24 πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΑ,	——— 59. l. 3 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 31 Τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΕΑ τοῦ ἀπὸ ΤΑ.	——— l. 7 • •	διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΤΑ. *D.*
——— 39. l. 2 ἁ ΣΔ τριῶν,	——— l. 10 • •	deſunt. *D.*
——— l. 3 καὶ οὕτω ἄρα ἁ ΔΒ διπλάξ, ἁ ΒΔ ἴσαι,	——— l. 11 • •	deſunt. *B.*
——— l. 11 ἑξῆς ἀριθμὸς τέμνονται.	——— l. 16 ἑξῆς ἀριθμοὺς,*	ἑξῆς κειμένους ἀριθμούς. *A.* ἑξῆς κειμένους ἀριθμούς. *B. C.* ἐξῆςκειμένους ἀριθμούς. *D.*
——— l. 14 ΑΠΕΤΒΧΖϛΓ	——— l. 18 • •	ἀπὸ ΓΒΑΖϛΓ. *A. B. C. D.*
——— l. 28 ἴσαι.	——— 113. l. 30 ἴσαι	ἴσαι. *B. C. D.*
——— l. 36 περισσοῖς λόγοις· καὶ ΡΟ, ὁμοίως	——— l. 27 • •	περισσοῦ λόγος καὶ ΠΡΟ. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 39. l. 41 ἐξῶνται.	Pag. 113. l. 25 • •	ἐξῶντι. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἐστὶ	—— l. 29 ἐστὶ	καί. *D.*
—— l. 47 AM, ΩΥ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΥ τραπεζίοις τὰ	—— l. 33 • •	MN ϛT δὲ καὶ τῶν ἐ ΒΘΧΟΥ τριγώνων τά. *A. D.*
—— ib. AM, ΩΥ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΥ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρῶν ἐπεὶ ὁμοίως διαιρέονται τὰς MN, ϛΥ. Ἔστω	—— ib. • •	MN, ϛT. ἴσαι. *B. C.*
—— 40. l. 1 αὐτὸν	—— l. 36 • •	τὸν αὐτόν. *C.*
—— l. 3 ἐγγεγραμμένον τὸ κέντρον	—— l. 37 • •	ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον. *B.* ἐγγεγραμμένου τὸ Ο κέντρον. *C. D.*
—— l. 11 ταῖς κορυφαῖς	—— 59. l. 21 • •	πρὸς ταῖς κορυφαῖς. *C. D.*
—— l. 12 ὅτι	—— l. 22 • •	deest. *A.*
—— l. 18 καὶ	—— 113. l. 40 • •	τε καί. *D.*
—— l. 43 Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ,	—— l. 49 • •	desunt. *A. B C. D.*
—— l. 45 ἐγγεγραμμένου	—— l. 50 • •	ἐγγεγραμμένου ἄρα. *C. D.*
—— l. 48 τοῦ ἐγγεγραμμένου	—— l. 51 • •	τὸν τῷ εὐθυγράμμῳ. *A. B. C. D.*
—— 41. l. 2 λοιπῷ	—— 114. l. 3 • •	λοιπόν. *B. C. D.*
—— l. 7 οἷον	—— l. 16 • •	ὅν ἄν. *B.*
—— l. 15 δευτέρῳ	—— 60. l. 4 • •	δευτέρου. *B. C. D.*
—— l. 16 τῶν	—— l. 5 • •	τῷ. *A.*
—— l. 19 τὸ	—— 114. l. 21 • •	deest. *C. D.*
—— l. 21 εὐθύγραμμον	—— l. 22 εὐθύγραμμον	εὐθυγράμμου. *B.*
—— l. 23 ἐγγεγράφθω	—— l. 23 • •	γεγράφθω. *D.*
—— l. 25 τὰν ΒΕ	—— l. 24 • •	ἁ ΒΕ. *A.*
—— l. 38 ἁ ΘΙ.	—— l. 39 ἁ ΘΙ, ΖΗ	ἁ ΘΙ. *C. D.*
—— l. 39 καὶ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΝ ἁ ΝΗ,	—— ib. • •	desunt.
—— l. 40 τοῦ	—— l. 40 • •	deest. *C.*
—— l. 45 Ε	—— l. 42 • •	deest. *C. D.*
—— 42. l. 3 ΚΑ	—— l. 44 • •	κα. *C. D.*
—— l. 11 ὅλω	—— l. 48 • •	deest. *B.*
—— l. 13 ΑΚΒ	—— l. 49 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 17 καὶ ἐπεζεύχθω τὰ Θ, M, I, N. Ἴσα ἄρα ἐστὶν ἁ ΘΧ τᾷ ΧΜ, ἁ δὲ ΙΤ τᾷ ΤΝ. Ἀλλὰ καὶ τρίγωνον τὸ ΑΚΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΒΑΓ τμάματι, δὲ τὸ ΑΚΒ τμάματι τῷ ΒΑΓ. Δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτριτα εἶμεν τῶν τριγώνων.	—— l. 51 • • ad l. 2 pag. seq.	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ὧν	—— 115. l. 2 • •	ὅν. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ΑΒΓ	—— l. 10 • •	ΑΒΓ τριγώνου. *A. B. C. D.*
—— l. 43 τριγώνου τοῦ τὰ ΚΑΒ, ΑΒΓ	—— l. 22 • •	desunt. *D.*
—— l. 44 τὰ τμάματα	—— ib. τμάματα	τὰ τμήματα. *A. B. C. D.*
—— l. 49 ἀπὸ	—— 60. l. 6 • •	ἐπί. *D.*
—— 43. l. 4 παραβολῆς,	—— l. 9 • •	περιβολῆς. *A.*
—— l. 10 ὄντα	—— l. 14 • •	deest. *B.*
—— l. 26 Ἐπεὶ	—— l. 19 ἐπεὶ	ἐπεί. *B. D.*
—— l. 31 κέντρον	—— l. 22 • •	τὸ κέντρον. *B.*
—— l. 34 ἐς τὸ	—— 115. l. 26 • •	ἐπί. *A. D.*
—— l. 36 εὐθείας	—— l. 27 • •	εὐθείας αι. *A.*
—— l. 37 εἶμεν πάσας τᾶς	—— l. 28 εἶμεν τᾶς	εἶμεν πασας τᾶς. *A. B. C. D.*
—— 44. l. 15 περιλειπόμενα	—— l. 47 • •	τὰ περιλειπόμενα. *B. C. D.*
—— l. 16 ἄλλαι	—— ib. • •	ἄλλα. *D.*
—— ib. ἔστω μείζων τᾶς ΒΘ. Καὶ ἔστω ἁ ΘΗ.	—— l. 48 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 18 εὐθυγράμμω δὲ τῶ ΑΚΒΑΓ τὸ Ε,	—— l. 49 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 26 ἐσσοῦντι	—— 116. l. 2 ἐστὶ τῶν.	ἡ 'στιν. *A.* ἐς τω sine accentu. *B.* ἐν τῷ margine ἴσως. ἴσον. *C.* ἴσον. *D.*
—— l. 27 Ζ. Ἔδει	—— l. 3 • •	Ζ. δεῖ. *C.* ΤΕ δεῖ. *D.*
—— l. 40 κοινὸ	—— l. 4 • •	deest. *D.*
—— 45. l. 13 εὐθυγράμμω	—— l. 21 • •	deest. *D.*
—— l. 21 γνωρίμως·	—— l. 27 • •	γνωρίμων. *C.*
—— l. 24 ἁ ΒΚ	—— l. 31 ἁ Β.	ἁ ΒΚ. *A. B. D.*
—— l. 29 ΑΒΓ	—— 60. l. 34 ΑΒ.	ΑΒΓ. *A.*
—— ib. γνωρίμως ἐσσουμένως εἶμεν ταῖς ἐν τῷ ΚΖΗ ἐγγεγραμμένου	—— ib. • •	desunt. *A D.*
—— l. 34 κέντρον	—— 116. l. 32 • •	τὸ κέντρον. *D.*
—— l. 38 οἷοι	—— l. 34 • •	ὅμοιοι. *A. B. D.*
—— l. 43 ΑΒ, ΒΓ, κατὰ τὰ Ζ, Η· καὶ ἄχθωσαν παρὰ τὰν ΒΔ αἱ ΚΖ, ΗΛ·	—— l. 46 • •	ΒΑ ΑΓ καὶ ἄχθων αἱ ΚΖΗ. *A. C. D.* ΒΑ ΑΓ καὶ ἄχθωσαν αἱ ΓΛ ΖΛΗ. *B.*
—— 46. l. 5 τμαμάτων	—— l. 50 • •	τῶν τμαματων. *A. B. C. D.*
—— l. 9 τὰν ΚΖ,	—— 117. l. 1 • •	τᾶς ΚΖ. *A C. D.*
—— ib. οὕτως ἁ ΘΛ ποτὶ τὰν ΜΖ. Ἁ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	—— ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 2 ὁ Θ	ὁ χλῖος. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τριπλὰ	—— l. 4 • •	τριπλασία. *C.*
—— l. 23 γάρ	—— l. 5 τῶς	γάρ. *A. B. C. D.* In schemate, quod ad Propositionem hanc pertinet, Θ et Χ mutuo mutantur. *C. D.*
—— l. 41 Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.	—— l. 15 desunt	ο: . *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 46. l. 50 καὶ δίχα τέμνεσθαι ἡ AB κατὰ τὸ Z, καὶ διὰ τοῦ Z	Pag. 60. l. 41 • •	καὶ διὰ τοῦ Z δίχα τετμήσθω ἡ AB κατὰ τοῦ Z. *A. D.*
—— 47. l. 3 παρατεταγμένως	—— l. 43 • •	περὶ τεταγμένως. *A.*
—— l. 25 Τριπλῆ	—— 61. l. 18 • •	διπλῆ. *A. D.*
—— ib. Τριπλῆ δὲ ἡ BΣ τῆς ΣΠ· οἷον ἄρα ἡ BΣ τριῶν,	—— ib. • •	defunt. *C.*
—— l. 35 EΔ τριπλασία ἡ BΔ.	—— l. 24 BΔ τριπλασίω	BΔ τριπλασία ἡ ΔB. *A.* τριπλασία ἡ ΔB. *B. C. D.*
—— l. 38 τοιούτω	—— l. 26 • •	τούτων. *B. D*
—— l. 43 συνεχοῦ	—— 117. l. 16 • •	συνεχεία. *A. D.*
—— l. 46 ἡ	—— l. 18 ἂς	ἡ. *B.*
—— l. 47 τῶν ἀναλόγων	—— ib. τῆς ἀνὰ λόγον	τῶν ἀνάλογον. *B. C. D.*
—— l. 48 τῶν ἀναλόγων.	—— l. 19 τῆς ἀνὰ λόγον	τῶν ἀναλογιῶν. *A. B. C. D.*
—— 48. l. 11 ἡ ZΘ	—— l. 27 • •	τὰ AZΘ. *B. C. D.*
—— l. 17 καὶ αἱ AΓ, ΓΔ,	—— l. 28 • •	defunt. *A.*
—— l. 19 τὸν BΔ	—— l. 29 • •	τὸν B τῆς BΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 πρὸς τὸν EB·	—— l. 30 • •	defunt. *D.*
—— l. 24 τὸν BE.	—— l. 32 • •	τὰ BE. *D.*
—— l. 25 τῆς AB,	—— ib. • •	τῆς B. *C. D.*
—— l. 29 Ἔξει ὧν	—— l. 35 • •	defunt. *D.*
—— l. 30 OA	—— ib. • •	ΘA. *A. B. C. D.*
—— l. 31 καὶ δ' τῆς ΓB,	—— l. 36 • •	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἐντεταραγμένων	—— l. 40 ἐντεταραγμένων	ἐντεταραγμένα. *B. C. D.*
—— l. 40 OA	—— l. 41 • •	A. *A. C. D.*
—— ib. πενταπλασία	—— ib. • •	τετραπλασία πενταπλασία. *A.* ΔE. *B. C. D.*
—— l. 42 ἐστι τῆς διπλασίας	—— l. 42 • •	ἐστι τῆ. *D.*
—— l. 44 Ἀλλ' ἡ	—— l. 43 • •	ἀλλά. *C. D.*
—— l. 48 ΓB, BΔ.	—— 118. l. 2 • •	ΓB EΔ. *C.*
—— l. 49 AO	—— l. 3 AOE	AO ἄρα. *A. B. C.*
—— ib. AO πρὸς HΘ λόγον ἔχει, ὃν ἔχουσι πρὸς δύο.	—— ib. • •	defunt. *D.*
—— 49. l. 1 OΔ	—— ib. • •	ΘΔ. *A. C. D.*
—— l. 3 τῇ συγκειμένῃ	—— l. 4 • •	τὰς συγκειμένας. *A. C. D.*
—— l. 5 AΔ	—— l. 5 • •	ΔB. *B. C. D.*
—— l. 7 BΔ.	—— l. 7 • •	HBΔ. *B. C. D.*
—— l. 8 τῶν λόγων	—— ib. τὸν λόγον	τὸν λόγον. *C.*
—— l. 9 OΔ	—— l. 8 • •	ΘΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 10 τῆς AB, μετὰ	—— ib. • •	defunt. *D.*
—— l. 13 EO	—— l. 10 • •	ΘE. *A. B. C. D.*
—— ib. ὅτως	—— ib. • •	ὡς. *B. C. D.*
—— l. 19 ὁ β'	—— l. 12 • •	AB. *C. D.*
—— l. 20 ὁ γ'	—— l. 13 • •	Γ. *B. C. D.*
—— l. 24 EO	—— l. 15 • •	EΘ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 τῆς γ'	—— l. 16 • •	defunt. *B. C. D.*
—— l. 26 τῆς δ'	—— ib. • •	τῆς A. *C.*
—— l. 27 OB	—— l. 17 • •	ΘB. *A. B. C. D.*
—— l. 28 πρὸς τὰς EB	—— ib. • •	πρὸς B. *B. C. D.*
—— l. 32 ἑκάστη	—— l. 20 • •	ἑκάστῳ. *D.*
—— l. 33 ΓB, ΓA·	—— ib. ΓΔ, ΓA.	ΓB BA. *A. B. C. D.*
—— l. 36 ὡς	—— l. 22 • •	deest. *B. C. D.*
—— l. 39 συναμφοτέρω	—— l. 23 συναμφοτέρως	συναμφοτέρω. *C. D.*
—— l. 40 BΔ, BA,	—— l. 24 • •	BΔ, ΔA. *B. C. D.*
—— l. 43 μετὰ τῆς δ' συναμφοτέρου τῆς ΓBΔ, πρὸς τὰς β' συναμφοτέρω τῆς ABΔ,	—— l. 25 • •	repetuntur hæc verba. *A. C. D.*
—— l. 45 τῆς ΓB. Ὥστε ἡ EA	—— l. 26 • •	τῆς ΓE ὥς τε καὶ ὡς ἡ BA. *A. B. C. D.*
—— l. 46 ἡ συγκειμένη	—— l. 27 • •	συγκειμένα. *D.*
—— l. 47 ἔστω τῆς β'	—— ib. ἔστω τῆς	ἔστω τῆς B. *A. B. C. D.*
—— 50. l. 7 δὴ ὡς OB	—— l. 32 • •	δὴ καὶ ὡς ὁ AB. *A. B. C. D.*
—— l. 11 ὡς ἡ OB πρὸς ZH,	—— l. 33 ὡς ἡ OB	ὡς ἡ EB πρὸς ZH. *A. B. C. D.*
—— l. 16 καὶ ε'	—— l. 36 • •	καὶ ἐν τῷ. *A.*
—— l. 17 καὶ δ' τῆς ΓB,	—— l. 37 τῆς ΓB	καὶ Δ τῆς ΓB. *B. C. D.*
—— l. 20 καὶ ἡ AO	—— l. 38 • •	καὶ ἡ A. *A. C. D.*
—— l. 21 BA	—— l. 39 • •	BΘ. *C. D.*
—— l. 23 AB.	—— l. 40 • •	ΔB. *C. D.*
—— l. 29 πρώτως	—— 61. l. 32 • •	deest. *D.*
—— l. 30 ὅπως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον καὶ μέσον πρὸ ἑπόμενον.	—— ib. • •	defunt. *A. D.*
—— l. 31 Ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ AΓ, ΓΔ, τουτέστιν ἡ AΔ, πρὸς ΔE, οὕτως συναμφότερος ἡ AB, ΓB πρὸς ΔB.	—— l. 33 • •	defunt. *C.*
—— l. 32 AB, ΓB	—— l. 34 • •	AΓ, ΓB. *B. D.*
—— l. 33 AB, ΓB	—— ib. • •	AΓ, ΓB. *B. C. D.*
—— l. 39 πρότερος	—— l. 38 • •	πρότερα. *A. D.*
—— l. 42 ὅπαντα	—— l. 40 • •	ὅτως ἅπαντα. *D.*
—— 51. l. 3 ΓB,	—— l. 45 • •	ΓΔ. *B. C. D.*
—— l. 4 β'	—— ib. • •	Δ. *B.*
—— l. 5 ΓB,	—— l. 46 • •	Γγ. *D.*
—— l. 6 BΔ,	—— l. 47 • •	ΔE. *B. D.* AB. *C.*
—— l. 19 αὐτὸν	—— 62. l. 5 • •	αὐτὸν λόγον. *D.*
—— l. 31 δὶς δὲ ἐν τοῖς δευτέροις·	—— l. 12 • •	defunt. *D.*
—— l. 32 ὁ	—— l. 13 • •	deest. *D.*
—— ib. τρὶς	—— ib. • •	τρίτον. *C. D.*
—— l. 35 ι	—— l. 15 • •	deest. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 51. l. 35 ΓΒ, ΒΔ,	Pag. 62. l. 15 • •	ΓΔ, ΒΔ. *C. D.*
— l. 37 ἐστ	— l. 16 • •	ἡ. *D.*
— l. 42 ἐστι	— l. 19 • •	deest *D.*
— l. 44 μεγέθεσιν,	— l. 20 • •	μεγέθεσιν. *D.*
— l. 47 δ'	— l. 22 • •	deest. *D.*
— ib. ΓΒ, ΔΒ· ὡς	— ib. ΓΒ, ΔΒ ὡς τι	ΓΒ ΒΑ ὡς δὲ. *C. D.*
— l. 50 ὁ	— l. 24 • •	ὁ. *D.*
— ib. ΓΒ, ΒΔ,	— ib. • •	ΓΒ. *D.*
— 52. l. 1 καὶ τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο·	— l. 28 • •	defunt. *A. D.*
— l. 7 ὅτι ἡ	— l. 31 • •	ὅτι τι. *A.*
— l. 10 μετὰ τῆς	— l. 33 μετὰ τὴν	μετὰ τῆς. *A. B. C. D.*
— l. 11 ἡ ΑΛ πρὸς ἄλλοτε τὴν ΔΒ, ὅτως ἐν τοῖς δευτέροις μαθήσονται	— l. 34 • •	defunt. *A. D.*
— l. 15 τετραγμένως ἐστὶ	— l. 36 • •	τετραγωνισμένως ὡς ἐστι. *B.* τετραγωνισμένως ἐς ἐστι. *C.* τετραγμένως ἐς. *D.*
— l. 22 ἀνασκρίψαντι,	— l. 41 • •	ἀνασκρίψαντες. *D.*
— l. 33 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρου	— l. 47 • •	defunt. *D.*
— l. 37 ΓΒ.	— l. 49 • •	desunt. *D.*
— l. 39 Ἔτι δὲ καὶ	— l. 51 • •	ἐπὶ δὲ ὧν. *A.*
— l. 44 ΕΒ. Τὰ γὰρ	— 63. l. 2 • •	ΕΒ· ὡς ἄρα ἡ Γ τῆς ΔΒ, οὕτως ἡ Β τῆς δὲ πρὸς τὴν Β τῆς ΕΒ. τὰ γάρ. *D.*
— ib. πολλαπλασίους	— l. 3 • •	πολλαπλάσια. *A.*
— l. 47 τῆς γ	— l. 4 • •	defunt. *A. B. C. D.*
— l. 49 τῆς ΕΒ.	— l. 5 • •	defunt. *A. B. C. D.*
— l. 51 μεγέθεσιν ἡ	— l. 7 • •	μεγέθεσιν ὑγιῶς ἡ. *B. C. D.*
— l. 52 καὶ β' τῆς ΒΕ,	— ib. • •	defunt. *A. D.*
— 53. l. 1 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρου	— l. 8 • •	defunt. *A. B C. D.*
— l. 8 ΓΔ, καὶ ἡ β'	— l. 12 • •	ΒΔ καὶ ἡ Δ. *D.*
— l. 10 πρὸς ΒΕ,	— l. 13 • •	defunt. *D.*
— l. 12 ΓΒΔ,	— l. 15 • •	ΑΒΔ. *A.*
— l. 15 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρου	— l. 17 • •	defunt. *A. B. C. D.*
— l. 19 μίαν,	— l. 19 • •	μία. *A.*
— l. 20 ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς δ'	— ib. • •	ἀφαιρεθεῖσα ἡ Δ. *A. B. C. D.*
— ib. γίνεται	— ib. • •	γάρ. *C. D.*
— l. 22 ἀπὸ τ δ' τῆς ΔΒ γ',	— l. 21 απο της ΔΒ, Γ	ἀπὸ τῆς Α τῆς ΔΒΓ. *A. B. D.* ἀπὸ τῆς Α τῆς ΑΒΓ. *C.*
— l. 24 οὖν	— l. 22 • •	ὃν καὶ. *A.*
— l. 26 γ'	— l. 23 • •	ἡ Γ. *A.*
— l. 28 ΒΔ, ΔΓ, ΓΑ	— l. 24 • •	ΕΔ ΔΙ. *B. C. D.*
— l. 40 ΔΒΓ	— l. 32 • •	ΔΒΙ. *D.*
— l. 41 ΑΒΔ, καὶ δὶς τῇ ΓΒ,	— ib. • •	ΒΔΑ καὶ δὶς τῇ ΑΓ. *B. C. D.*
— l. 42 ἴσον	— l. 33 • •	εἶναι. *A. D.*
— l. 43 β'	— ib. • •	deest. *A.*
— l. 47 τῆς ΕΒΔ, μετὰ τῆς δ' συναμφοτέρου	— l. 36 • •	defunt. *D.*
— 54. l. 6 μετὰ	— l. 43 καὶ μετὰ	μετὰ. *D.*
— l. 7 ΓΒ, πρὸς ἑκάτερον, τὴν β' συναμφοτέρου τῆς	— l. 44 ΓΒ προς την β συναμφοτερου της	defunt. *D.*
— ib. δ'	— ib. • •	deest. *A. D.*
— l. 9 τῆς ΖΗ,	— l. 45 • •	τὰ τρία σημεῖα τῆς ΖΗ. *A. B. C. D.*
— ib. τῆς ΑΒΕ, καὶ ἡ δ' συναμφοτέρου	— ib. • •	defunt. *D.*
— l. 10 τῆς ΓΒΔ	— l. 46 • •	τῆς ΔΕΓ. *B. C. D.*
— l. 12 τεταγμένης	— l. 47 • •	τεταραγμένως. *C. D.*
— l. 13 ΟΒ	— ib. • •	ἡ ΕΒ. *A. C. D.*
— l. 14 καὶ τ' τ ΓΒ, πρὸς τὰ τρία σημεῖα τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς β' συναμφοτέρου τ ΑΒΔ,	— l. 48 • •	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
— l. 16 δ'	— l. 49 • •	deest. *D.*
— ib. Ἡ δὲ	— ib. ἡ ΔΕ	ἡ δὲ. *C. D.*
	a " καὶ τ " l. 50. ad " ΑΒΔ " l. 51.	repetuntur hæc verba. *A. D.*
— l. 25 Ἑκάτερον γὰρ ἑκατέρῳ	— 64. l. 3 • •	ἑκατὸν γὰρ ἑκάτερος. *A. B. C. D.*
— l. 26 Καὶ	— l. 4 • •	deest. *A. B. C D.*
— ib. δεκαοκτώ.	— ib. • •	δὲ καὶ ὀκτώ. *A. B. C. D.*
— l. 34 ἡ μὲν	— l. 6 • •	ἡμῶν. *A.*
— l. 39 σώματος,	— 118. l. 42 • •	κειμένη. *B.*
— l. 43 ἔχειν	— l. 44 ἔχει	ἔχει. *C. D.*
— l. 44 ἡμίσεως	— l. 45 • •	deest. *A. B. C. D.*
— l. 45 ὕψος δὲ τῶν ἴσων συναμφοτέρου, τοῦτο διπλασίον τῆς ἐλάσσονος τῶν βάσεων, καὶ τῆς μείζονι, πρὸς τὸ τερόν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσεως τῆς ἐλάσσονος τῶν βάσεων τοῦ τόμου,	— ib. • •	defunt. *C.*
— l. 46 τῇ μείζονι,	— l. 46 τὸ μείζον	τῷ μείζονι. *B. D.*
— l. 48 ἡμίσεως	— l. 47 • •	deest. *B. D.*
— l. 49 ἀμφοτέρας,	— ib. ἀμφοτέρας	ἀμφοτέρα. *B.* συναμφοτέρας. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 55. l. 2 Διάμετρος δὲ	Pag. 118. l. 49 • •	desunt. *D.*
—— l. 3 ΑΔΕΓ τόμου διάμετρός ἐστιν ἁ ΝΖ· κὴ ἀφ' μὲν	—— – ib. • • " τόμου " excepto	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 8 διαιρεθείσας	—— l. 31 • •	deest. *D.*
—— l. 14 ἔχον	—— 119. l. 1 ἔχων	ἔχοι. *A. B. C. D.*
—— – ib. τᾶς ΑΖ	—— – ib. τῶν ΑΖ	τῆς ΑΖ. *B.* τὰς ΑΖ. *C. D.*
—— l. 15 τετράγωνον,	—— – ib. τετραγώνων	τετράγωνα. *B. C.*
—— l. 16 ΔΝ,	—— l. 2 • •	ΖΝ. *C. D.*
—— l. 17 ἔχον	—— – ib. ἔχων	ἔχοι. *A. B. C.*
—— l. 22 μέσα	—— l. 12 μετὰ	μέσα. *B. C. D.*
—— l. 24 ΤΜ	—— l. 15 • •	ἡ ΤΜ. *B. C D.*
—— l. 25 ὅπου ἂν ἔρχηται τὸ ἕτερον σαμεῖον·	—— l. 17 • •	ὅπῃ ἐὰν ἔρχηται τὸ τομεύς. *A. D.* et cum " ὅπου." *C.*
—— l. 26 εἴτε κὴ μεταξὺ τῶν Ζ, Η,	—— l. 19 • •	desunt. *D.*
—— l. 28 δὲ ἤτοι ἀρχά	—— l. 20 • •	ἤτοι ἀρχικά. *A. B. C. D.*
—— l. 30 τεταγμένας	—— l. 21 τεταγμένων	τεταγμένως. *B. C. D.*
—— l. 32 ἐφαπτόμεναι,	—— l. 22 • •	ἐφαπτόμεναι. *D.*
—— l. 33 τουτέστιν ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει. Καὶ ὡς	—— l. 23 • •	τουτέστιν ἁ ΜΝΧ ποτὶ ΝΞ δυνάμει κὴ ὡς. *A.*
—— l. 34 ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἁ ΜΝ	—— – ib. • •	desunt. *B. C. D.*
—— 36. l. 2 ποτὶ τὸν ἀπὸ ΑΖ αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ β' τᾶς ΔΗ, μετὰ τᾶς ΑΖ	—— l. 31 • •	desunt. *D.*
—— l. 4 ποτὶ ΝΜ·	—— l. 32 • •	desunt. *D.*
—— l. 8 τᾶς διπλασίας	—— l. 34 • •	desunt. *A. B. D.* διπλασίας. solum. *C.*
—— l. 10 ἐστι τὰς διπλασίας τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ· ὡς τε καὶ ἁ ΤΝ ποτὶ τὰν συζευγμέναν	—— l. 33 • •	desunt. *C.*
—— – ib. τᾶς διπλασίας	—— – ib. • •	desunt. *A. B. D.*
—— l. 15 καὶ ὁ ἀπὸ ΑΖ	—— l. 38 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 20 τᾶς ΝΞ, καὶ	—— l. 41 • •	desunt. *D.*
—— l. 21 καὶ ἑτέρῳ	—— – ib. καὶ ἕτερον	καὶ τὸ ἑτέρου. *A.*
—— l. 23 β'	—— l. 42 • •	ΒΚ. *A.*
—— – ib. γίνεται,	—— – ib. • •	γενέσθαι. *A. B. C. D.*
—— l. 28 τᾶς ΑΖ, κὴ τᾶς ΔΗ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐστι τᾶς β'	—— l. 45 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 33 οὕτως ἁ	—— l. 48 οὕτως ἡ	desunt. *D.*
—— l. 35 πενταπλῆ	—— l. 49 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 37 ται ΝΤ.	—— l. 50 • •	ΝΤ. *C. D.*
—— l. 42 οὖν	—— 120. l. 2 • •	δὲ. *C.*
—— 37. l. 24 ΡΙ. Καὶ ἐπὶ μὲν τοῦ ὅλου τμάματος κεντρον	—— l. 15 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ἐφαπτόμενα	—— 64. l. 10 • •	ἐφαπτόμενα. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ΒΖ.	—— l. 12 • •	ΒΖΗ. *D.*
—— l. 42 πρὸς τὸ τμᾶμα,	—— l. 16 • •	desunt. *D.*
—— l. 43 ἥμισυ	—— l. 17 • •	ἡμίσει. *A. B. C. D.*
—— 38. l. 2 παραλληλογράμματα	—— l. 18 • •	παραλληλόγραμμα τὰ. *C. D.*
—— l. 6 πρὸς τὸ τμᾶμα	—— l. 21 • •	desunt. *D.*
—— l. 8 Ὁ γὰρ τῆς ΖΒ πρὸς ΒΗ	—— l. 22 • •	desunt. *D.*
—— l. 16 μὲν	—— l. 27 • •	deest. *D.*
—— l. 21 πρὸς ΝΜ,	—— l. 30 • •	πρὸς . . . μ. *A.*
—— l. 23 πρὸς ΝΜ,	—— l. 31 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 24 πρὸς ΑΖ.	—— – ib. • •	desunt. *A. D.*
—— l. 25 ὅτι ἀπὸ ΜΝ	—— l. 32 • •	ὁ ἀπὸ ΔΝ. *A.*
—— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον.	—— l. 34 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 30 Ὡς δὲ	—— l. 35 ὡς τε	ὡς δὲ. *B. C. D.*
—— l. 32 οὕτως ὁ ΔΝ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ.	—— l. 36 • •	desunt. *A. C. D.*
—— l. 40 ΔΗ,	—— l. 40 • •	ΑΖ. *B. C. D.*
—— l. 41 πρῶτον,	—— l. 41 • •	πρῶτον μὲν. *B. C. D.*
—— l. 43 β' τᾶς	—— l. 42 • •	desunt. *D.*
—— – ib. δεύτερον	—— – ib. • •	καὶ δεύτερον. *A.*
—— l. 44 ΔΝ κύβος·	—— l. 43 Δ κύβος	ΔΗ κύβος. *B. C.* ΔΗ. *D.*
—— l. 45 ΔΝ	—— – ib. ΑΗ	ΔΝ. *C.*
—— l. 47 λόγῳ	—— l. 45 • •	deest. *B.*
—— 39. l. 8 συγκειμένα	—— l. 49 συγκειμένας	ἡ συγκειμένη. *A. C. D.*
—— l. 11 Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΙ πρὸς ΙΚ,	—— 65. l. 1 • •	desunt. *D.*
—— l. 12 τῆς β'	—— l. 2 • •	desunt. *D.*
—— l. 20 ΖΚ	—— l. 6 πρὸς ΖΗ	desunt. *D.*
—— l. 22 ε'	—— l. 8 • •	deest. *D.*
—— l. 23 καὶ ε' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν β' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ,	—— – ib. • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 24 πρὸς τὴν β' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ δ' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ.	—— – ib. • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 32 ἐκ τῆς ε' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ε' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην	—— l. 13 • •	desunt. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 59. l. 34 καὶ μόνος τῆς Ν Τ, καὶ τῆς β̄ συναμφοτέρω τ̄ Μ Ν Τ,	Pag. 65. l. 14 • •	desunt. *D.*
—— l. 36 καὶ δ̄ τῆς Ν Ε,	—— l. 15 • •	καὶ Δ τῆς parvo cum hiatu. *A. B. C.* desunt. *D.*
—— l. 46 λάβωμεν	—— l. 21 • •	λάβωμεν. *A.*
—— l. 51 ἔχει,	—— l. 24 • •	ἕξει
—— 60. l. 1 Ν Τ·	—— l. 25 • •	desunt hiatu intercedente. *A. B. C. D.*
—— l. 5 καὶ ἴσα	—— l. 27 • •	ἴσαι. *A. C. D.*

In MS. No. 2360. Epistola Archimedis ad Dositheum, Libro 1. de Sphæra et Cylindro præmissa ita se habet:

Ἀρχιμήδους τοῦ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου τὸ προοίμιον λείπει ὁ πρῶτος γὰρ στίχος τοῦ ἀντιγράφου ἀφανὴς ἦν ὡς ὁρᾷς·

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὐπράττειν· πρότερον μὲν ἀπεσταλκα ... ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπὶ τρίτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον ... τοιούτων θεωρημάτων ... τας ἀποδείξεις ... σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου ... συγγραμμα ... κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ ... εἶτα δὲ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος πρὸς δὲ τούτοις ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας· ταῦτα ... τῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα ... γνοει ... πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀνε ... συνιδόντος ὅτι τούτων τῶν σχημάτων ... ἀντιπαραβαλεῖ αὐτά ... τα θεωρημένα· καὶ πρὸς τὰ δέξαντα τελ ... ἔχει περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον· καὶ γὰρ τούτων προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα πολλῶν πρὸ ... εὐδόξῳ γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινεν ὑπὸ πάντων ... ειδης μηδ' ὑφ' ἑνὸς κατανοηθῆναι· ἐξέσται ... δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυναμένοις· ὤφειλεν μὲν Κόνωνος ἔτι ζῶντος ἐκδοθῆναι ταῦτα· τοῦτον γὰρ ὑπολαμβάνομεν που μάλιστα δύνασθαι κατανοῆσαι ταῦτα καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι. δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημα ... ἀλλὰ μέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι ἐῤῥωμένως.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
—— 64. l. 19 ἀποστέλλομέν	—— 1. l. 1 • •	deest. *A.* deest hiatu intercedente. *D.*
—— l. 21 Ἔῤῥωσο.	—— l. 2 • •	ἐῤῥωμένως. *A. C. D.*
—— l. 22 τάδε ἀξιώματα,	—— l. 3 • •	τάδε ἀξίωμα. *A. D.*
—— l. 24 α΄. Εἰσὶ	—— l. 4 εἰ εισι	εἰσί. *B. C.*
—— l. 28 κοῖλον	—— l. 6 • •	κοινη. *A.* κοινῆ. *D.* κοῖλον altera manu.
—— l. 34 ἐπ' ἐν	—— l. 10 ἐπ' ἐν	ἐπ' ἐν. *B.* ἐπ. *D.*
—— ib. ἔχουσιν	—— ib. • •	ἔχουσαι. *B. D.*
—— l. 36 ἔχουσιν	—— l. 11 • •	ἔχουσαι. *A. B. C. D.*
—— l. 43 Τομεὺς δὲ στερεὸς καλῶ,	—— l. 14 • •	τομεα ᾗ στερεὸν καλῶν. *C.* τὸ με cum hiatu. *D.*
—— l. 44 ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας,	—— l. 15 • •	τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. *A.* πρὸς τὸ τῆς σφαίρας. *C.* desunt lacuna relicta. *D.*
—— 65. l. 7 Τῶν τὰ	—— l. 19 • •	τῶ τῶν τὰ. *B. C. D.*
—— l. 9 ἐν	—— l. 20 • •	deest. *D.*
—— l. 15 τὴν περιλαμβανομένην.	—— l. 23 • •	τῶν περιλαμβανομένων. *D.*
—— l. 16 Ὁμοίως καὶ	—— ib. • •	Ὁμοίως δὲ καί. *D.*
—— l. 20 εἰ ἴσας	—— l. 25 • •	ἀνίσους. *B. D.*
—— l. 26 Ἔτι	—— l. 28 • •	ἐπί. *A.*
—— l. 27 μείζων	—— l. 29 μεταξὺ	μείζον. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἑαυτὸ	—— l. 30 • •	αὐτό. *A. C.*
—— l. 32 εὑρὼν	—— 2. l. 2 εὑρεῖν	εὕρον. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ἐκτίθεσθαι	—— l. 5 • •	ἐκθέσθαι. *A.*
—— ib. δυσθεώρητα,	—— ib. θεωρήματα	δυσθεωρήματα. *A.* δυσθεώρητα. *B. C. D.*
—— l. 36 μηδένα που καθεῖναι	—— ib. μηδένα πω τὰ θεῖναι	μηδέναπω καθεῖναι. *C.* μηδένα πω καθεῖναι. *D.*
—— l. 39 ἐπὶ τέλος	—— l. 8 • •	ἐπιτελέσαντες. *C.* ἐπιτελῶς. *D.*
—— l. 40 παρὰ μέλος	—— ib. παραμέλος	παράμελος. *A. D.* παρὰ μέλος. *B. C.*
—— 66. l. 6 διαμαρτάνειν,	—— l. 12 • •	διαμαρτάνειν. *A.*
—— ib. ἔχοντα	—— ib. ἔχει	ἔχοις. *A. C. D.* ἔχειν. *B.*
—— l. 9 μέλλοντα	—— l. 15 μένοντα	μέλλοντα. *A. D.*
—— l. 10 τῶν συνήθων	—— ib. τῶ συνήθων	τῶ συνήθει. *C.* τῶν συνήθων. *D.*
—— ib. τηρῶν,	—— l. 16 • •	τῷ. *A. D.*
—— l. 13 βούλεται·	—— l. 17 • •	deest. *D.*
—— l. 14 ἐπιζευγνυουσῶν	—— l. 18 • •	ἐπιζευγνυουσῶν. *D.*
—— l. 20 ἁπλῶς	—— l. 21 deest	ἁπλῶς. *A. B. C. D.*
—— ib. τὴν παρὰ τὴν	—— l. 22 παρὰ τὴν	τὴν παρὰ τήν. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἤτοι ἐκ περιφερῶν, ἤτοι ἐξ εὐθειῶν καὶ περιφερῶν, συμπέπληρωμένον ὀνομάζω.	—— l. 23 • τῷ Α Β Γ Δ	lacuna relinquitur lineæ dimidioque æqualis, et in margine hæc nota ἐν ἄλλω σελίδιον ἢ καὶ δύο λείπει. *B.*
—— l. 26 ὁ τὰς	—— l. 24 • •	ὅσας. *A.*
—— l. 34 ἐπ' αὐτὸν δὲ	—— l. 33 ἐπ' αὐτὸν	ἐπ' αὐτὸν δὲ. *A. C. D.*
—— l. 39 ἐπιφανειῶν.	—— l. 36 • •	τῶν ἐπιφανειῶν. *B.*
—— l. 41 ἐμφανίζων	—— l. 37 • •	ἐμφανίζει. *D.*
—— l. 43 εἰς τὰς	—— l. 38 • •	πρὸς ταῖς. *A. B. C. D.*
—— ib. καὶ ἐξ αὐτῆς	—— l. 39 • •	ἐξ αὐτῆς. *D.*
—— l. 45 ἐστι τῶν	—— l. 40 • •	ἐκ τῶν. *C.*
—— l. 46 αἰτημάτων	—— ib. • •	τῶν αἰτημάτων
—— l. 51 ἐν	—— l. 44 • •	ὃ. *B.*
—— l. 52 σημεῖον τὸ Ζ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Γ, Γ Β. Φανερὸν δὴ, ὅτι αἱ Α Γ, Γ Β	—— ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 54 ταῖς Α Γ Β γραμμαῖς	—— l. 45 • •	τὰς Α Γ Β γραμμάς. *A. C. D.*
—— 67. l. 2 Ε Β.	—— 2. l. 1 desunt	Ε Β. *A. B. C. D.*
—— l. 20 περιλαβεῖν.	—— l. 17 • •	περιλαμβάνειν. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ἀνίσους	—— l. 18 • •	deest. *D.*
—— l. 25 περιλαμβάνη,	—— l. 20 • •	περιλαμβάνει. *B.*
—— l. 26 περιλαμβάνη,	—— l. 21 • •	περιλαμβάνει. *B.*
—— l. 27 περιλαμβάνονται	—— ib. περιλαμβάνονται	περιλαμβάνονται. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 67. l. 28 κάθελον	Pag. 2. l. 22 • •	κατάθελον. *A. B. C.* κατὰ θέλον. *D.*
— l. 42 καὶ	— l. 36 • •	deest. *A. C. D.*
—68. l. 4 τ̃ ΑΖΗΘΚ. Ἀλλ' αἱ ΒΘΚ ἐλάττους	—3. l. 1 • •	desunt. *D.*
— l. 10 μείζων τ̃ ΑΖΗΘΚΕ.	— l. 2 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
— l. 15 καὶ	— l. 4 • •	deest. *A. D.*
— l. 18 ἁρμόσει	— l. 6 ἁρμόσει	ἁρμόσει. *C. D.*
— l. 22 ποιεῖθαι.	— l. 9 ποιεῖθαι	ποιεῖσθαι. *B.*
— l. 24 καὶ ἐπιθῆναι	— l. 11 και ἐθηναι	προτιθῆναι, *A. C. D.* καὶ προτιθῆναι. *D.*
— l. 29 ὡς	— l. 15 • •	ὡς. *A.*
— l. 35 ἑτέραν	— l. 19 • •	ἑκατέραν. *B. C. D.*
— l. 37 κειμέναις,	— l. 21 • •	κειμέναις. *C. D.*
— l. 40 ταυτὸ διὰ	— l. 23 • •	τὸ διὰ. *A. B. C. D.*
— l. 44 τὰ	— l. 28 • •	deest. *A.*
— l. 48 ὑπὸ ἀλλήλων, ἀλλ' ὅτως	— l. 30 • •	ὑπὸ ἀλλήλων cum hiatu parvo. *A.* ὑπὸ ἀλλήλων ἀλλ'. *C.* ὑπὸ ἀλλήλων οὐ cum parvo hiatu. *D.*
— l. 49 ἴσαι εἰσὶν,	— l. 31 • •	ἴσαι εἰσιν. *A.*
— l. 50 σαφῶς	— ib. • •	σαφὲς. *A. C. D.*
— l. 56 ἴση δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ, καὶ αἱ ΒΖΓ ἄρα τῆς ΑΓ μείζους εἰσί.	— l. 38 • •	desunt. *B.*
—69. l. 2 ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα ΔΖΓ τῶν ΒΑΓ	— l. 41 • •	ΑΒΓ αἱ ἄρα ΒΖΓ τῶν ΒΑΖ. *A.*
— l. 13 τοῦτο ἐστὶ	— l. 48 • •	τοῦτο τὸ ἐστί. *A.*
— l. 26 ΚΛ	—4. l. 5 ΚΔ	ΚΛ. *A. C. D.*
— l. 33 ὑποκείσθω διαιρέσις καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, ἀπὸ πάντων τῶν προειρημένων, ὅπως αἱ λαμβανόμεναι	— l. 23 ὑποκείσθω • αἱ λαμβανόμεναι	ut in Edit. Oxon. *A. D.* ἀπὸ πάντων ἐν ἅπασι. *B. C.*
—70. l. 8 ΑΘ· συναμφότερος	—1. l. 41 • •	ΑΘ συναμφότερος Ἀλλ' ἡ ΑΚ ΚΘ τῆς ΑΚ· συναμφότερος. *C.*
— l. 17 Ἔστω	— l. 47 • •	ἔστι. *C.*
— l. 18 μείζων τὸ ΑΒ.	—2. l. 1 μείζων τὸ ΑΒ	μείζων τὸ ΑΒ. *A.* μείζων τὰ ΑΒ
— l. 19 ὅπως	— ib. • •	ὅπως. *B. C. D.*
— l. 20 Κείσθω τῷ	— l. 2 κείσθω διὰ τὸ δεύτερον τοῦ πρώτου τῶν εὐκλείδου	κείσθω διὰ τὸ δεύτερον τ̃ πρώτου τ̃ εὐκλείδου. *D.*
— l. 24 τοσαπλάσιος	— l. 4 • •	τοσαυταπλάσιος. *A. B. C. D.*
— l. 25 ΗΕ.	— l. 5 • •	ΖΕ. *A. B. D.*
— l. 26 ὡς τὸ ΘΑ	— ib. ὡς ΘΑ	ὡς τὸ ΘΑ. *A.*
— l. 27 ΗΕ.	— ib. • •	ΖΕ. *B. D.*
— l. 29 μείζον	— l. 6 μείζων	μείζων. *D.*
— l. 36 Εἰργασμένη	— l. 10 • •	εἰργασμένη. *D.*
— l. 38 ἔχον	— l. 12 ἔχει	ἔχει. *B. C. D.*
— l. 40 δὴ	—4. l. 24 • •	δὲ. *A.*
— l. 41 καὶ	— ib. • •	deest. *A.*
— l. 42 πολλαπλάσιον ἐπὶ μέρος,	— l. 25 πολλαπλασιεπιμέριοι	πολλαπλάς ἐπὶ μέρος. *A. D.* πολλαπλασιεπιμέριος. *B. C.*
— l. 43 πολλαπλασιεπιμερὴς,	— l. 26 • •	πολλαπλάσιος ἐπὶ μερές. *A. D.*
— l. 47 Καὶ	— l. 28 • •	ς' καὶ. *C.*
— ib. ὅπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ. Ὅτι γὰρ ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ,	— l. 29 • • excepto ἔχει pro ἔχῃ	desunt. *C.*
—71. l. 1 τέταρτον, καὶ συνθέντι ὁ αὐτὸς λόγος ἀκολουθεῖ, δειχθήσεται οὕτως. Ἔστωσαν	— l. 30 • •	desunt. *A. D.*
— l. 10 τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ	— l. 35 • •	desunt. *D.*
— l. 21 ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔτερ καὶ τὸ ΘΕ	— l. 42 ΖΕ καὶ τὸ ΘΕ	ΖΕ πρὸς ΖΘ ἔσται τὸ ΘΕ. *A. B. C. D.*
— l. 28 ἀναστρέψαντος,	— l. 47 • •	ἀναστρέψαντι. *A. B. C. D.*
— 39 καὶ ἄλλο περιγράψῃ,	—2. l. 14 • •	desunt. *A. C.*
— l. 42 ἔχει	— l. 16 ἔχει	ἔχη. *D.*
— l. 46 δὲ	— l. 18 • •	γάρ. *B. C. D.*
— l. 47 ὅτι τὸν Θ	— l. 19 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—72. l. 2 Ἐπείπερ	— l. 25 • •	ἐπεὶ γάρ. *D.*
— l. 6 ἡ ΓΝ.	— l. 27 • •	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 15 ἐστὶ	— l. 31 • •	deest. *A. C. D.*
— l. 18 τῇ ΗΞ.	—3. l. 1 • •	τη, ν. ξ. *A.*
— l. 13 ὅ ἡ ΜΚ	— ib. • •	ὅπερ η. μ. η. *A.*
— l. 21 μὲν	— l. 2 • •	ἡ μὲν. *B. C. D.*
— l. 26 Καὶ ἐκβληθεῖσης	—5. l. 4 • •	προσεκβληθείσης. *A. C.* προσεκβεβλημένης. *D*
— l. 30 τὸ ΚΧ	— l. 6 • •	τῇ ΚΧ. *C.*
— l. 31 Ἔτι	— ib. • •	deest. *A.*
— l. 34 τοῦ	— l. 8 • •	deest. *D.*
—73. l. 1 δῆλον ὅτι καὶ	— l. 11 • •	δηλονότι καὶ. *D.*
— l. 3 μίαν	— l. 14 • •	μία. *A.*
— l. 5 ἴσον ἰσοπλεύρου	— l. 16 • •	desunt. *D.*
— l. 11 γωνίας	— l. 21 • •	deest lacuna relicta. *A.* deest. *D.*
— l. 33 Κ γωνίας	— l. 41 • •	ΚΓ cum hiatu. *A. D.*
— l. 35 τῶν Λ, Μ	— l. 42 τῶν ΛΜ	τῶ ΛΜ *C.*
— l. 46 ἴσον.	— l. 43 • •	ἴσον καὶ ἴσον. *A. B. C. D.*
— ib. οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Ὥστε καὶ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΛ	— ib. • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
— l. 41 τὸν τοῦ	—3. l. 5 τὸν	τὸν τοῦ. *A. C. D.*
—74. l. 2 τῆς ΚΛ,	— l. 12 τῆς ΘΑ	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 3 ἐπείπερ	— ib. ἐπεὶ ἂν	ἐπεὶ. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 74. l. 9 τῶ	Pag. 3. l. 17 • •	τῆς. *C.*
— l. 10 κ᾽ ἀγάγωμεν	— ib. • •	ἀγάγωμεν. *B. C. D.*
— l. 12 ὁμοίω	— l. 19 • •	ὅμοιος. *A. C. D.*
— l. 23 μείζων	— l. 26 • •	μείζων. *C. D.*
— l. 27 ἀνίσως	— l. 28 ἀνίσως	ἄνισος. *C.* ἀνίσως. *D.*
— l. 30 τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.	— l. 30 • •	τὸν Ε πρὸς τὸν Ζ. *A. B. D.* τοῦ Ε αὐτοῦ τὸν Ζ. *C.*
— l. 32 μείζων ἄρα καὶ ὁ Γ τοῦ Η.	— l. 31 • •	desunt. *D.*
— 75. l. 8 καὶ	— 4. l. 5 • •	deest. *A. C. D.*
— l. 14 πρὸς τὸ ἐγγραφὲν	— l. 8 • •	desunt. *D.*
— l. 22 παραλείπεται.	— l. 12 • •	παραλείπεται. *A. D.*
— l. 25 ἡ τομέα,	— l. 14 • •	ἢ τὸν τομέα. *A. C. D.*
— l. 27 Ἔστω	— l. 15 • •	ἔστω. *A.*
— l. 32 εἶναι	— l. 18 • •	ἐστὶ. *D.*
— l. 46 τὸ συναμφότερον,	— l. 26 • •	τόσον ἀμφότερον. *D.*
— 76. l. 12 ἀλλὰ	— l. 37 • •	ἄλλα. *A. B. C. D.*
— l. 13 περιλείμματα	— ib. • •	περιλείμματα. *B. C.*
— l. 19 κύκλου. Ὥστε τὸ	— 5. l. 47 • •	κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχει ὅπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον· ὥστε. *A. B. C. D.*
— l. 21 ἐστι	— l. 48 • •	εἶναι. *A.*
— l. 32 τρίγωνον τὸ	— 4. l. 41 • •	βάσιν το. *A.* βάσιν τοῦ. *B. C. D.*
— ib. ΑΒΓ. Λέγω	— ib. • •	desunt. *D.*
— 77. l. 1 Ἔστω	— l. 50 • •	ἔστι. *B. C. D.* alterâ manu ἔστω. *B.*
— l. 2 κύκλος,	— ib. • •	deest. *D.*
— l. 27 τῶν	— 5. l. 14 • •	deest. *A.*
— l. 29 διπλάσιον	— l. 17 • •	διπλάσιον ἐστὶ. *A. D.*
— l. 39 περὶ τὸν	— l. 28 περὶ τοῦ	περὶ τὸν. *C. D.*
— l. 40 ἴσος·	— ib. • •	ἐστὶ. *D.*
— 78. l. 1 τοῦ κώνου	— l. 31 • •	αὐτοῦ κώνου. *B. C. D.*
— l. 20 τῇ ΗΑ.	— l. 41 • •	τῃ. μ. α. *A.*
— l. 24 τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΓΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΗΖ τριγώνου·	— l. 43 • •	desunt. *B.*
— l. 26 διπλάσιον τῶν ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΛΜ,	— l. 46 • •	desunt. *D.*
— l. 32 Αἱ ἀπὸ	— 6. l. 1 • •	αἱ ἄρα ἀπὸ. *B. C. D.*
— l. 50 πρὸ τούτου	— l. 13 • •	πρῶτον τοῦ. *A. D.*
— ib. τὸ	— l. 14 • •	deest. *B.*
— 79. l. 8 [illegible]	— 6. l. 3 • •	[illegible]. *B.* [illegible] altera manu.
— l. 13 ἐπιζευχθεῖσαι	— l. 6 • •	ἐπιζευχθεῖσι. *C.*
— l. 19 ἐπιζευχθεῖσαι	— l. 7 • •	ἐπιζευχθεῖσαι. *C.*
— l. 21 μείζονα	— l. 9 • •	deest. *C.*
— l. 22 Ὧ δὲ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου,	— l. 10 • •	desunt. *C.*
— 80. l. 21 ΑΔΓ	— l. 44 • •	ΑΔΕ. *A. C. D.*
— l. 34 γωνία γωνίᾳ·	— 6. l. 29 • •	γωνία. *D.*
— l. 41 ὡς ἐστι	— 6. l. 45 • •	ὅσον *A. D.*
— 81. l. 36 τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὲ Θ χωρίον, ἤτοι ἔλαττόν ἐστι τῶν περιλειμμάτων τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἢ οὐκ ἔλαττον. Ἔστω πρότερον οὐκ ἔλαττον. Ἐπεὶ οὖν	— 7. l. 19 • •	In MSS. *A. B. C.* lacuna relinquitur cujus in media sunt ἤτοι ἔλαττον ἐστὶ. sed in *D.* supplentur ante haec altera manu τὸ Θ χωρίον. τὸ δὲ χωρίον. τὸ δὲ Θ χώριον.
— l. 41 τὸ Ε,	— l. 24 • •	τοῦ Ε. *A.*
— ib. κοινὴ	— ib. • •	κοινὴ. *C.*
— l. 48 ΑΗΒ, ΒΖΓ	— l. 32 • •	ΑΗ ΒΚ ΒΖ ΓΛ. *A. B. C. D.*
— l. 50 ΑΗΒ, ΒΖΓ	— l. 33 • •	ΑΗ ΒΚ ΒΖ ΓΛ. *A. B. C. D.*
— 82. l. 2 ΖΕΓ	— l. 35 • •	desunt. *A. D.*
— l. 7 ἴσον·	— l. 36 • •	τομα, *A.*
— l. 11 ἴσον	— l. 39 • •	τομα. *A. D.*
— l. 15 ΖΕΓ	— l. 40 • •	desunt. *D.*
— l. 16 ἴσαι	— l. 41 • •	τίνα. *A.*
— l. 17 τὸ δὲ ὕψος	— ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 19 βάσιν	— l. 42 βάσις	βάσιν. *A. B. C. D.*
— l. 25 ἴσαι	— l. 45 • •	τίνα. *A.*
— l. 34 Ἤχθω	— 6. l. 34 • •	ἄχθω. *A.*
— l. 35 δίχα τμηθείσης	— l. 35 • •	διατμηθείσης. *C.*
— l. 36 ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐστι	— l. 36 • •	desunt. *A. D.*
— ib. ἐστι	— ib. • •	γίνεται. *B. C.*
— l. 40 γωνία ἄρα γωνίᾳ	— l. 39 • •	ἄρα γωνία. *A. D.*
— l. 49 τμήματα	— 7. l. 5 • •	τὰ τμήματα. *A. C. D.*
— 83. l. 7 ζ' θεωρήματος,	— l. 9 ς θεωρήματος	καὶ θεωρήματος. *B.*
— l. 17 ΔΖ ἐστὶ	— l. 13 ΔΖΕ	ΔΖ ἄρα. *C. D.*
— l. 19 μείζων	— l. 14 • •	μείζων. *A. B. C. D.*
— l. 36 περιφερειῶν	— 8. l. 4 • •	deest. *A. B. C. D.*
— l. 39 ΑΕ μείζων	— l. 5 • •	ΑΒ διαμέτρου μείζων. *A. B. C. D.*
— l. 41 παραλληλόγραμμα,	— l. 6 • •	παραλληλογράμματα. *A.*
— l. 52 τμήματα	— l. 10 • •	τρίγωνα. *A. B. C. D.*
— 84. l. 4 τρίγωνα,	— l. 13 • •	ἐπίπεδα. *A.*
— l. 7 κοῖλα	— l. 15 • •	κοῖλα. *C. D.*
— l. 13 οὖν	— l. 21 • •	ἄρα. *A. D.*
— l. 18 τοῦ κυλίνδρου.	— l. 24 • •	κυλίνδρῳ et saepe hac paginâ. *D.*
— l. 19 βάσεις	— l. 25 βάσεις	βάσεως et non infrequente hac prop. *B. D.*
— l. 20 κυλίνδρου,	— l. 26 • •	τοῦ κυλίνδρου. *B.*
— l. 21 ἀποτετμημένη	— l. 27 • •	ἡ ἀποτετμημένη. *A.*
— l. 31 οὖν	— l. 32 • •	πρὸς. *A.*
— l. 34 τὰ παραλληλόγραμμα,	— l. 34 • •	τῶν παραλληλογράμμων. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 84. l. 36 τῶν παραλληλογράμμων,	Pag. 8. l. 35 • •	τὰ παραλληλόγραμμα. *A. B. C. D.*
——— l. 45 κοινὰ	——— l. 40 • •	μόνα. *A.*
—— 85. l. 7 Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα ὧν βάσεις μὲν αἱ AE, EB, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ,	——— l. 47 • •	defunt. *C.*
——— l. 16 Λοιπὸν	—— 9. l. 1 • •	λοιπόν. *A. D.*
——— l. 17 τοῦ ΑΓΔΒ	——— – ib. • •	defunt. *A. D.*
——— l. 18 παραλληλογράμμων.	——— l. 2 παραλληλογραμμένα	παραλληλογράμμων. *B. C. D.*
——— l. 19 ἐν	——— l. 3 • •	deeſt. *D.*
——— l. 21 αἱ εἰσὶ βάσεις	——— l. 4 αἱ εἰσὶ βάσεις	οἱ εἰσὶ βάσεις. *B.* εἰσὶν βάσεις. *C.* οἱ εἰσὶ βάσεις. *D.*
——— l. 28 ἔσονται	——— l. 7 • •	ἔστω. *A.*
——— l. 29 τὰ Α, Γ	——— l. 8 • •	ΑΓ. *B. C.*
——— l. 44 τῶν πλευρῶν	——— l. 16 • •	τῆς πλευρᾶς. *A. B. C. D.*
——— l. 45 εἰσὶ,	——— l. 17 • •	εἶναι. *A.*
——— l. 48 χωρίον. Τῷ δὲ K	——— l. 19 • •	defunt. *D.*
——— l. 50 ΑΒ, ΒΓ	——— l. 20 ΑΔΒ ΒΘΓ	ΑΔ ΑΒ ΒΘ ΘΓ. *A. B. C. D.*
—— 86. l. 1 ἐν τῷ	——— l. 24 • •	defunt. *C. D.*
——— l. 4 περίμετρος	——— – ib. • •	περίμετρον. *A.*
——— l. 9 ἀπεναντίον	——— l. 27 ἀπεναντίον	ἀπεναντίου. *B. C. D.*
——— l. 19 ἀπεναντίον	——— l. 33 • •	ἀπεναντίον. *D.*
——— l. 21 τὰν ΑΒΓ περιφέρειας,	——— l. 34 • •	τῆς ΑΒΓ περιφερείας. *B. C. D.*
——— l. 24 ΑΕΒ, ΒΖΓ,	——— l. 35 • •	ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. *A. B. C. D.*
——— – ib. ἀπεναντίον	——— – ib. • •	ἀπεναντίον. *D.*
——— l. 25 εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων,	——— l. 36 εἰρημένων σχημάτων	ut in Edit. Oxon. *A.* et *C* εἰρημένων primo omiſſo.
——— l. 33 περιφέρειαι.	——— l. 39 • •	περιφερείας. *A. D.*
——— l. 35 κύκλου	——— l. 40 • •	deeſt. *A.*
——— l. 43 ἐλάσσων	——— l. 44 • •	ἐλάσσω. *C.*
—— 87. l. 7 Καὶ	——— l. 52 • •	deeſt. *D.*
——— l. 29 Νεῖλον	—— 10. l. 10 • •	νεῖλον. *D.*
—— 88. l. 14 ὥσπερ αἱ	——— l. 32 • •	ὥσπερ καὶ αἱ. *D.*
——— l. 16 ΤΔ πρὸς τὴν	——— l. 35 • •	ΤΔΖ τὴν. *A.*
——— l. 18 ἐν τῷ κέντρῳ.	——— l. 37 • •	ἐκ τοῦ κέντρου
——— – ib. ΤΔ πρὸς τὴν	——— l. 38 • •	ΤΔΖ. *A.* ΤΔ πρὸς. *B. C. D.*
——— l. 24 ὅτως	——— l. 44 • •	ὦ. *A.*
——— l. 26 ὑπὸ τῶν ΓΔ,	——— l. 45 • •	ὑπὸ τῆς ΓΔ. *B. C. D.*
——— – ib. τῆς	——— – ib. • •	deeſt. *B. C.*
——— l. 29 ὡς	——— l. 47 • •	deeſt. *B. D.*
——— – ib. οὕτως	——— – ib. • •	deeſt. *B. C. D.*
——— l. 31 ὅσως	——— l. 48 • •	deeſt. *A.*
——— l. 33 ὁμοίως ἀναγεγραμμένον.	——— l. 49 • •	ὁμοίω ἀναγεγραμμένον. *A.*
——— l. 46 τοῦ Α	—— 11. l. 3 • •	defunt. *A.*
—— 89. l. 5 τὸ δὲ	——— l. 8 • •	τοῦτο δέ. *D.*
——— l. 10 ἐγγεγραμμένον,	——— l. 10 • •	γεγραμμένον. *D.*
——— l. 11 ὥστε τὸ περιγεγραμμένον	——— – ib. • •	defunt. *D.*
——— l. 12 ἔχειν,	——— l. 11 • •	ἔχει. *A.*
——— l. 15 ἐγγεγραμμένον	——— l. 12 • •	ἐγγεγραμμένου. *C.*
——— l. 17 ἔστω	——— l. 13 • •	ἐστί. *C. D.*
——— l. 19 ἴσον	——— l. 14 • •	deeſt. *D.*
——— l. 25 τῶν παραλληλογράμμων	——— l. 17 • •	τῶ παραλληλογράμμῳ. *A.*
——— l. 27 ὅ ἐστι	——— l. 19 • •	ὅς ἐστί. *B. C. D.*
—— 90. l. 1 περιγεγραμμένον, καὶ ἐγγεγραμμένον,	—— 7. l. 17 περιγεγραμμένον τῷ περὶ	ut in Edit. Ox. *A. B. C. D.*
——— l. 4 ἑτέρῳ	——— l. 19 • •	ἐν ἑτέρῳ. *C. D.*
——— l. 6 Περὶ δὲ τὸν	——— l. 20 περὶ τὸν	περὶ δὲ τόν. *A. B. C. D.*
——— l. 24 εἰσὶ	——— l. 31 • •	εἰσί. *A. B. C. D.*
——— l. 27 ἔχουσι	——— l. 34 • •	εἰσί. *A. B. C. D.*
——— – ib. ὡς	——— l. 35 ὥς τε	ὥς. *A.*
——— l. 28 πολύγωνα. Καὶ	——— l. 36 • •	defunt. *D.*
——— l. 29 εἰσι	——— l. 38 • •	εἰσί. *A. B. C. D.*
——— l. 30 γωνιῶν, ὁμοίων	——— l. 39 ὁμοίων	γωνίων ὁμοίων
——— l. 40 πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον.	——— l. 44 deſunt	πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. *B.* πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον altera manu.
——— l. 41 αἱ ἐκ τῶν	——— l. 45 ἐκ τῶν	αἱ ἐκ τῶν. *B.*
—— 91. l. 3 ἢ ἐλάσσονα.	—— 8. l. 4 καὶ ἐλάσσων	ἔχον καὶ ἐλάσσον. *A. B. C. D.*
——— l. 15 δὲ	—— 11. l. 39 • •	δὲ. *A.*
——— l. 20 ὥστε τὸ περιγεγραμμένον	——— l. 43 • •	defunt. *A.*
——— – ib. πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον	——— – ib. • •	defunt. *D.*
——— l. 22 ἔχειν,	——— l. 44 • •	ἔχει. *A.*
——— l. 33 ἐν	——— l. 50 • •	ὧν. *A.*
——— l. 34 τῶν κέντρων	——— l. 51 • •	τοῦ κέντρου. *B. C. D.*
——— l. 40 γὰρ	—— 12. l. 3 • •	deeſt. *C.*
——— l. 41 δὲ Δ	——— – ib. Δ	δὲ Δ. *B. C. D.*
——— l. 46 περιγεγραμμένον	——— l. 6 • •	τῆς περιγεγραμμένης. *D.*
——— l. 49 ἐλάσσονα	——— l. 8 • •	ἐλάσσω. *A.*
—— 92. l. 8 ἐστι	——— l. 13 • •	deeſt. *A. D.*
——— l. 12 ἔχειν	——— l. 16 • •	ἔχει. *A. C. D.*
——— l. 18 τοῖς Α, Β	——— l. 19 • •	τοῖς ΑΒ σημείοις. *B. C. D.*
——— l. 21 μονάς. Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ	——— l. 21 • •	defunt. *D.*
——— l. 21 λόγον ἔχει,	——— – ib. • •	defunt. *C.*
——— l. 25 τῆς πλευρᾶς,	——— l. 23 πλευρὰν	τὴν πλευράν. *A. C. D.*
——— l. 28 πρὸς τὴν ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου,	——— l. 24 • •	defunt. *C. D.*
——— l. 45 ὧρα	——— l. 34 ἴσα	ὧρα. *A. B. C. D.*
—— 93. l. 2 Νεῖλον	—— 8. l. 9 • •	νεῖλον. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 93. l. 9 ἡ κάθετος γίνεται	Pag. 8. l. 14 • •	ὅτις κάθετος γάρ ἐστι. *A.* ἥτις κάθετος γίνεται. *B. C.* ὅτις κάθετος γάρ. *D.*
—— l. 24 κοινοῦ ὕψους	—— l. 26 κοινοῦ ὕψος	κοινὸς ὕψος. *A.* κοινοῦ ὕψος. *B. C. D.*
—— l. 25 λαμβανομένου.	—— – ib. • •	λαμβανομένος. *A. B. C. D.*
—— l. 38 τῷ δὲ ἑτέρῳ	—— 12. l. 39 • •	τῷ δευτέρῳ. *C.*
—— l. 43 τῶν	—— l. 42 • •	τὸν. *A.*
—— l. 51 διὰ τὸ	—— l. 47 • •	διατοῦ το. *A.*
—— 94. l. 3 ἥμισυ,	—— l. 49 ἡμίσυ	ἡμίσυ. *A. B. C.*
—— l. 9 ἔτυχεν	—— 13. l. 39 • •	ἔτυχε. *A.*
—— l. 15 καὶ ὑπὸ	—— l. 43 • •	καὶ τῷ ὑπὸ. *B. C. D.*
—— l. 16 ΔΖ, ΑΗ.	—— l. 44 • •	ΔΖ ΑΛ. *B. C. D.*
	—— – ib.	In margine αἱ γ' κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶ πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. *C.*
—— l. 18 ὅσον ἐστὶ τὸ ΒΗ·	—— l. 45 • •	desunt. *D.*
—— l. 33 ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— 8. l. 37 • •	ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΖ. *A. B. D.* ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΖ. *C.*
—— l. 35 ΒΔ, ΑΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ	—— l. 38 • •	desunt. *C.*
—— l. 39 ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ	—— l. 39 • •	desunt. *D.*
—— 95. l. 1 ἐπιφανία	—— 13. l. 2 • •	τῇ ἐπιφανείᾳ. *B. C. D.*
—— l. 17 τοῦ ΑΒΓ κώνου· ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 18 • •	desunt. *C.*
—— l. 28 Α	—— l. 33 ΚΑ	Α. *A. B. C. D.*
	—— l. 37	In margine sine accentuatione οι γαρ κυκλοι προς αλληλους εισι προς τα απο των διαμετρων τετραγωνα. *B.*
—— 96. l. 2 ταῖς βάσεσι. Καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον	—— 14. l. 1 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 5 ἔστω ὁ	—— l. 2 • •	ἐστὶν ὡς ὁ. *C. D.*
—— – ib. ὡς	—— l. 3 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 9 τῶν ἴσων κώνων	—— l. 5 • •	τῷ ἴσῳ κώνῳ. *A. D.*
—— l. 14 ἀλλήλας	—— l. 18 • •	ἀλλήλοις. *A. B. D.*
—— l. 31 ὡς ἄρα	—— l. 8 • •	ὥσπερ. *C.*
—— l. 35 ΔΘ	—— l. 20 • •	ΒΘ. *A. C. D.*
—— l. 40 τουτέστιν ἡ ΔΕ	—— l. 22 • •	ἡ ΔΕ τουτέστι. *A.*
—— l. 41 πρὸς ΘΕ,	—— l. 23 πρὸς ΘΔ	desunt. *C.*
—— – ib. ΔΘ	—— – ib. • •	ΒΘ. *A. C. D.*
—— l. 43 Ὡς ἄρα	—— l. 24 • •	ὥσπερ. *C.*
—— 97. l. 24 οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον.	—— 15. l. 4 • •	desunt. *A.*
—— l. 35 Ὡς	—— l. 10 • •	ὅτι. *A. C. D.*
—— 98. l. 1 ΗΘΚ	—— – ib. • •	ΝΘΚ. *A.*
—— l. 5 ΗΘΚ	—— l. 12 • •	ΝΘΚ. *A.*
—— l. 13 ἴσον τῷ	—— l. 17 • •	τ τῷ. *A.* τὸ τῷ. *C. D.*
—— l. 23 ἀχθεῖσαι	—— l. 23 ἀχθεῖσαι	ἀχθεῖσαι. *A.*
—— 99. l. 2 τοῦτο	—— l. 41 • •	τούτῳ. *A. D.*
—— l. 6 τοῦ ΜΝΞ κώνου· ἡ δὲ τοῦ ΔΕΞ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει	—— l. 48 • •	desunt. *A. C. D.*
—— l. 9 βάσεσι	—— l. 51 • •	ταῖς βάσεσι. *A. B. C. D.*
—— l. 18 κύκλοι αὐτῆς	—— 16. l. 4 • •	κώνου κύκλος. *A. B. C. D.*
—— 100. l. 1 ΞΑ,	—— l. 12 • •	ΒΔ. *A.*
—— – ib. ἐπ' εὐθείας αὐτῇ.	—— – ib. • •	ἐπευθείας. *C.* ἐπ' εὐθείας αὐτῷ. *D.*
—— l. 12 ἐν τῆς	—— l. 17 • •	ἔστω τῆς. *B. C. D.*
—— l. 48 ΖΚ·	—— l. 32 ΖΗ	ΖΚ. *A.*
—— 101. l. 9 καὶ ὅτι ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ,	—— 17. l. 7 • •	desunt. *D.*
—— l. 11 εἰς τῶν λόγων	—— l. 9 • •	τὸν λόγον. *A.*
—— – ib. ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ,	—— l. 10 • •	ἡ ΕΞΑ. *C.*
—— l. 13 Ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΓΞ πρὸς ΞΑ. Ἔστω ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως πᾶσαι αἱ ΞΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.	—— l. 12 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 14 Ἔστω	—— l. 13 • •	deest. *D.*
—— l. 18 τὰς	—— l. 21 • •	αἱ τὰς. *A. B. C. D.*
—— l. 19 τοῦ πολυγώνου,	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 37 πρὸς ΒΞ,	—— l. 28 • •	desunt. *A.*
—— l. 42 ἐστὶν ὡς	—— l. 32 • •	ὅτι. *A.*
—— l. 43 ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ,	—— l. 34 • •	desunt. *D.*
—— l. 44 εἰς τῶν λόγων	—— l. 35 • •	εἰς τὸν λόγον. *A.*
—— l. 47 Ὡς ἄρα ὁ ΔΖ πρὸς ΖΒ,	—— l. 39 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 48 ΖΗ,	—— l. 40 • •	desunt. *D.*
—— 102. l. 6 Α, Γ	—— l. 46 • •	τῆς ΑΓ. *A. C. D.*
—— l. 8 γεγραμμένης ὀρθῶν	—— l. 47 • •	γεγραμμένου ὀρθοῦ. *A.* γεγραμμένους ὀρθοῦ. *B. C.* γεγραμμένου ὀρθοῦ. *D.*
—— l. 13 τὴν	—— l. 50 τῷ	τὴν. *B.*
—— l. 35 σχῆμα ἐγγραφόμενον	—— 18. l. 12 • •	σχῆμα ἐγγεγραμμένον. *C.* σχῆμα ἐγγεγραμμένον. *D.*
—— l. 37 ἐπιφάνεια	—— l. 15 • •	ἡ ἐπιφάνεια. *C. D.*
—— l. 48 ἐν	—— l. 30 • •	deest. *D.*
—— 103. l. 3 ὑπομένου	—— 8. l. 43 • •	ὑπομένω. *B.*
—— – ib. ἐν τοῖς	—— – ib. • •	ἐν τῆς. *A.*
—— l. 7 παραλλήλους	—— l. 46 παράλληλα	παραλλήλως. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 103. l. 14 ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι, ἢ παραλλήλως	Pag. 18. l. 42 (τετραπλεύρῳ) παραλλήλως	τετραγώνως. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τοῦ κέντρου	—— 19. l. 6 • •	τοῦ μὲν κέντρου. *D.*
—— 104. l. 6 τῶν	—— l. 12 τὸν	τῶν. *D.*
—— l. 12 ΓΔ,	—— l. 14 • •	desunt. *C.*
—— – ib. ὅλαι	—— l. 15 • •	ὅλη. *D.*
—— l. 32 αὐτὸ	—— l. 24 • •	ὑπό. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ΕΙ, ΘΜ,	—— l. 27 ἄρα Ι, ΘΜ	ΖΙ ΘΜ. *A. B. C. D.*
—— 105. l. 3 ἴσον	—— l. 31 • •	καί. *A.*
—— l. 18 Ὁ δὲ Ρ	—— l. 51 ὁ Ρ	ὁ δὲ Ρ. *A. C. D.*
—— l. 23 ἴσος	—— 20. l. 4 • •	καί. *A.*
—— l. 26 ἴσον	—— l. 5 • •	καί. *A.*
—— l. 34 ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 7 • •	τῇ ἐπιφανείᾳ. *A.* ταῖς ἐπιφάνειαις. *C. D.*
—— l. 38 ἴσον	—— l. 8 • •	καί. *A.*
—— 106. l. 4 ἐπὶ	—— l. 12 • •	deest. *B.*
—— l. 11 ΗΜΧ,	—— l. 17 • •	ΝΜΧ. *A.*
—— l. 14 ἴσον	—— l. 21 • •	deest. *A.*
—— l. 15 Ἔτι	—— l. 23 • •	ἐπί. *C.*
—— l. 19 ἴσον ἔσται κώνῳ	—— l. 30 • •	ἴσον τῷ κώνῳ. *B. C.* τῷ κώνῳ. *D.*
—— l. 22 ἴσον	—— l. 33 • •	deest. *A. D.*
—— l. 28 ἴσον	—— l. 41 • •	deest. *A. D.*
—— l. 29 ἴσον	—— l. 43 • •	deest. *A. D.*
—— l. 32 ἐκκειμένῳ	—— l. 45 • •	εἰρημένῳ. *D.*
—— l. 36 τῶν	—— l. 48 • •	τῷ. *A.*
—— l. 39 μὲν	—— l. 49 • •	deest. *A.*
—— l. 48 ἴσον τῇ	—— 21. l. 4 • •	desunt. *A.* τῇ. *D.*
—— l. 49 ἐπιφάνειαι	—— l. 6 • •	ἡ ἐπιφάνεια. *B. C. D.*
—— 107. l. 1 ἴσον	—— l. 9 • •	deest. *A. D.*
—— l. 51 ἐπὶ τοῦ πρώτου.	—— l. 36 ἐπὶ τῶν πρὸ τοῦ	ἐπὶ τὸ πρῶτον *B. C. D.*
—— – ib. Ἔσται ἂν τὸ σχῆμα	—— l. 37 ἐπὶ ἂν τὸ σχῆμα	ἄν. *A. D.* ἔσται ἂν τὸ σχῆμα. *B. C.*
—— 108. l. 1 περιγεγραμμένου, ἐν δὲ τῷ μείζονι ἐγγεγραμμένου. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ	—— l. 39 • •	desunt. *C.*
—— l. 7 αἱ δύο πλευραὶ	—— l. 47 • •	desunt. *B. C. D.*
—— l. 8 Διῃρημένης	—— l. 49 διῃρημένης	διῃρημένης. *B. C. D.*
—— l. 26 Τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 22. l. 8 • •	τῆς ἐπιφανείας. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἴσον	—— l. 9 • •	deest. *A. D.*
—— l. 35 τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 13 • •	τῆς ἐπιφανείας. *A. B. C. D.*
—— l. 45 Ἔστω γὰρ ἔτι σφαῖρα	—— l. 17 • •	desunt. *C.*
—— 109. l. 1 τῷ ΘΖ, πρὸς τὸν ΖΘ	—— l. 20 • •	τῷ ΖΘ πρὸς τὸν ΖΕ. *A.*
—— l. 7 τῆς ἴσης πάσαις	—— l. 24 τῆς πάσαις	τῆς ἴσης πάσαις. *B.*
—— l. 12 ἴσος	—— l. 27 • •	deest. *A. D.*
—— l. 14 Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου τῆς ΘΚ.	—— l. 28 • •	desunt. *D.*
—— l. 20 ἡ	—— l. 33 • •	deest. *A.*
—— l. 23 τοῦ	—— l. 38 • •	τῶν. *A. C. D.*
—— l. 26 ΚΖ	—— 9. l. 2 ΚΞ	ΚΖ. *A.*
—— l. 34 ἴσος	—— 22. l. 40 • •	deest. *D.*
—— l. 35 ἴσος	—— – ib. • •	deest. *A. D.*
—— l. 38 ἐν τῇ	—— l. 42 • •	οὕτω. *A. D.*
—— l. 40 ἴσος	—— l. 43 • •	deest. *A. D.*
—— l. 41 ἴσον	—— l. 44 • •	deest. *A. D.*
—— l. 42 ἴσον	—— – ib. • •	deest. *A. D.*
—— 110. l. 4 τῶν	—— l. 47 τῷ	τῶν. *A.*
—— l. 5 γὰρ	—— l. 48 • •	deest. *A. D.*
—— l. 12 Μείζων	—— 23. l. 1 • •	μείζων. *B. C.*
—— l. 15 ἴσος	—— l. 3 • •	ὁ ἴσος. *A.*
—— l. 16 ὁ τετραπλάσιος	—— – ib. • •	ἤ τε τετραπλάσιος. *A.* τετραπλάσιος. *D.*
—— – ib. εἰρημένον	—— – ib. • •	εἰρημένῳ κώνῳ. *A. C. D.*
—— l. 27 τὸ ἐγγεγραμμένον,	—— l. 9 • •	desunt. *A. D.*
—— 111. l. 2 ἴσος	—— l. 30 • •	deest. *A. D.*
—— l. 7 τὸ ὑπὸ	—— l. 36 • •	τῷ ὑπό. *B. C. D.*
—— l. 8 τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου.	—— l. 38 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ἄλληλα	—— l. 45 • •	ἀλλήλας. *B. C. D.*
—— l. 18 τῶν πολυγώνων	—— l. 48 • •	τῷ πολυγώνῳ. *A.*
—— l. 20 ἴσον	—— l. 49 • •	deest. *B.*
—— l. 21 ἐγγεγραμμένου.	—— l. 50 • •	τοῦ ἐγγεγραμμένου. *A. C. D.*
—— 112. l. 4 Τὸν ἄρα	—— 24. l. 9 • •	τὸ ἄρα. *A.*
—— l. 7 ἔχει	—— l. 10 • •	ἕξει. *B. C. D.*
—— l. 11 ἔχει,	—— l. 12 • •	ἕξει. *B. C. D.*
—— l. 14 ὀρθῶν γωνιῶν	—— 9. l. 7 • •	ὀρθω. γινομένων. *A.* ὀρθῶν γινομένων *B. C. D.*
—— l. 15 ἄρα	—— l. 8 γὰρ	γίνεται. *B.* γάρ ἐστι. *C. D.*
—— l. 16 τοῦ ΓΚΑ τριγώνου.	—— – ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 22 περιγεγραμμένου	—— l. 12 • •	ἐγγεγραμμένου. *A. C. D.*
—— l. 26 οὕτως ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν·	—— l. 14 • •	desunt. *D.*
—— l. 29 ΕΑ,	—— l. 16 • •	desunt. *B.*
—— l. 36 ΕΑ, οὕτως	—— l. 21 • •	ΕΑ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ οὕτως. *C.*
—— l. 37 τὸ ἀπὸ ΑΚ.	—— – ib. • •	τὸ ΑΚ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἄρα	—— l. 22 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 40 ἐκ κέντρου	—— l. 23 • •	ἐκ τοῦ κέντρου. *C. D.*
—— l. 44 τὸν	—— 24. l. 13 • •	τό. *D.*
—— l. 45 Ἔστω	—— – ib. • •	ὡς. *A. C. D.*
—— l. 49 Ἔτι δὲ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας,	—— l. 16 • •	desunt *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 113. l. 9 εἰσαί	Pag. 24. l. 21 • •	ἐςί. *D.*
—— l. 10 πολυγώνῳ.	—— ib. • •	deest. *D.*
—— l. 17 ἐπιφάνειαι	—— l. 28 • •	deest. *A.*
—— l. 47 Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα	—— l. 50 • •	desunt. *D.*
—— l. 50 γὰρ τοῦ	—— 25. l. 2 • •	γάρ. *D.*
—— l. 52 Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας	—— l. 3 • •	desunt. *A. D.*
—— 114. l. 5 βάσιν	—— l. 6 • •	τῇ βάσει. *A.*
—— l. 13 ἴσον	—— l. 10 • •	deest. *A.*
—— l. 17 λόγον ἐλάσσονα, τοῦ	—— l. 12 • •	λόγον, τοῦ. *A. C. D.*
—— l. 48 τοῦ K	—— l. 22 τοῦ K	τοῦ K. *D.*
—— 115. l. 19 ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου	—— l. 47 • •	desunt. *D.*
—— l. 30 πρὸς τὸν I. Ἡ δὲ K	—— 26. l. 2 • •	desunt. *A. B. C. D.* sed in *B* lacuna relinquitur, et verba Edit. Baf. man. alt. scrib.
—— l. 43 H. Τὸ	—— 9. l. 26 • •	H. τὸ. *A.*
—— l. 44 προκείμενον	—— ib. • •	προγεγραμμένον. *B.*
—— l. 46 Ποιεῖτε	—— l. 27 ποιεῖ τε	ποιεῖται. *A. B. D.* ποιείτω. *C.*
—— 116. l. 2 H, Θ	—— l. 31 Θ, I, H,	OH. *A. B. C. D.*
—— l. 5 τοῦ ὃν ἔχει	—— l. 33 • •	τοῦτο ἔχει. *A.* desunt. *D.*
—— l. 11 τῆς H·	—— l. 37 τὸ H	τῆς H. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ὥστε ἡ H τῆς A. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ AB τῆς H,	—— l. 38 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 28 σφαίρας.	—— 26. l. 11 • •	σφαίρας καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. *A. B. C. D.*
—— l. 39 γίνεται	—— l. 17 • •	γάρ. *A. C. D.*
—— 117. l. 15 ὄν, ὅτι ὁ A κύκλος	—— l. 50 • •	ὅτι ὁ κύκλος. *B. C. D.*
—— l. 19 Γίνεται	—— 27. l. 1 • •	deest. *A. D.* γίνεσθω. *B.* γάρ. *C.*
—— l. 31 τῶν	—— l. 6 τοῦ	τῶν. *A. D.*
—— l. 33 αἱ	—— l. 7 • •	deest. *A. D.*
—— 118. l. 1 ἔςαι	—— l. 10 • •	ἐςί. *D.*
—— l. 7 τμῆμα πολύγωνον	—— l. 12 πολύγωνον	τμῆμα πολύγωνον. *A. B. C. D.*
—— l. 9 περιεχθῇ τὸ	—— l. 14 • •	περιεχθήτω σχῆμα. *A.*
—— l. 21 τούτε	—— l. 20 • •	τουτέςι. *C.*
—— l. 39 ἔςω	—— l. 32 • •	ἔςι. *A.*
—— 119. l. 1 ὑπὸ	—— l. 39 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— ib. ἴσον ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΔ.	—— ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 2 ἐπιφανείᾳ	—— ib. • •	τῇ ἐπιφανείᾳ. *B. C. D.*
—— l. 15 ἴσον	—— 10. l. 6 ἴσων	ἴσον. *A. C. D.*
—— l. 22 τῶν	—— 27. l. 45 • •	τῇ. *D.*
—— l. 25 καὶ κέντρον τὸ E. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ	—— l. 46 • •	desunt. *C.*
—— l. 28 BE,	—— l. 47 • •	BA. *A.*
—— ib. τοιούτω σχῆμα τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, τῷ ἀπὸ τοῦ	—— ib. • •	ποιεῖ τῷ σχήματι ὑπὸ τῶ. *D.*
—— l. 42 σχήματι,	—— l. 51 • •	τμήματι. *A. B. C. D.*
—— 120. l. 9 βάσις	—— 28. l. 11 • •	ἡ βάσις. *A. B. C. D.*
—— l. 15 κώνῳ,	—— l. 19 • •	τῷ κώνῳ. *A. D.*
—— l. 21 ἴσως	—— l. 23 • •	ἴσως. *B. C. D.*
—— l. 24 ἐςὶ	—— l. 25 • •	deest. *D.*
—— l. 43 ἐλάσσων	—— l. 39 • •	ἐλασσων. *B.*
—— l. 46 τομεῖ	—— l. 43 • •	τὸ μὲν A. *C.*
—— l. 50 ἐπιφανείας	—— l. 49 • •	ἐπιφάνειαι. *C.*
—— 121. l. 2 γράψωσιν,	—— l. 51 • •	γράψωσιν. *A.*
—— l. 12 ἔςαι	—— 29. l. 3 • •	ἐςί. *A.*
—— l. 26 ἐςί.	—— l. 8 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ἐςὶ ἡ	—— l. 11 • •	γὰρ ἐςὶ ἡ. *A.* γίνεται ἡ. *B.* γὰρ ἐςὶν. *C. D.*
—— l. 39 Δ	—— 10. l. 7 • •	ΔE. *D.*
—— l. 43 ἐςὶ	—— l. 10 • •	γάρ. *A. C. D.* γίνεται. *B.*
—— l. 45 κώνου ἐπιφανείας εὐθεῖαι,	—— l. 11 ἐπιφανείας εὐθεῖαι	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 46 ἔχει	—— ib. • •	ἐπί. *A. C. D.*
—— 122. l. 12 πασῶν	—— 29. l. 16 • •	πάσας. *D.*
—— l. 13 καὶ τῆς ὑπὸ	—— ib. • •	καὶ ὑπὸ τῆς. *B. C. D.*
	—— l. 17 ἐγγεγραμμένου	deest. *C.*
—— l. 31 ὁ N.	—— l. 23 • •	οὐ. *D.*
—— 123. l. 5 Ἐὰν γὰρ	—— l. 38 ἐὰν	ἐὰν γάρ. *A. B. C. D.*
—— l. 29 περὶ διάμετρον τὸν KA κύκλον,	—— l. 48 • •	περιδιάμετρος τὸν —— KA κύκλος. *D.*
—— l. 30 ἴσον	—— l. 49 • •	ἴσος. *B. C.*
—— l. 36 αὐτὸ	—— 30. l. 1 • •	αὐτό. *A.*
—— 124. l. 12 ποιήσουσι	—— l. 13 • •	ποιήσουσιν. *D.*
—— l. 16 ἔχει, ἡ	—— l. 19 • •	inter ἔχει et ἡ parva lacuna relinquitur. *B.*
—— l. 28 Ἔςω	—— l. 28 • •	ἐςί. *D.*
—— l. 37 γωνίας	—— l. 30 αγωνίας	γωνίας. *B. C. D.*
—— ib. Ἔςαι	—— l. 31 • •	ἐςί. *D.*
—— l. 41 ὡς ἄρα	—— l. 32 • •	ὥσπερ. *C.*
—— l. 43 καὶ ἡ	—— l. 33 • •	desunt. *D.*
—— l. 45 τὸν	—— l. 35 • •	deest. *D.*
—— 125. l. 1 ἐςὶν	—— l. 36 • •	deest. *A.*
—— l. 5 Ἔςω	—— l. 38 • •	ἐςί. *D.*
—— l. 10 ὄντος	—— l. 41 ὡς	ὄντος. *B. C. D.*
—— l. 12 ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου,	—— l. 42 • •	desunt. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 125. l. 17 Ὅμοιοι ἄρα	Pag. 30. l. 45 ὅμοιοι	ὅμοιοι ἄρα. *B. D.* ὅμοιοι δή. *C.*
—— l. 26 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΑ.	—— 10. l. 25 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΑΑ	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 42 τῆς ΕΚ	—— l. 34 τῶ ΕΚ	τῆς ΕΚ. *B.*
—— l. 44 ἀπὸ τῆς ΕΚ, καὶ ἐπαφῶν, πρὸς τὸ	—— l. 33 • •	defunt. *D.*
——126. l. 5 ἔσται	—— l. 39 • •	ἔστω. *A. D.*
—— ib. ΕΔ	—— ib. ΕΑ	ΕΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 6 κέντρῳ ἐπὶ τὴν ἁφὴν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ τῆς ἐλάσσονος	—— l. 40 κέντρῳ τῆς ἐλάσσονος	κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθεῖσαν. τουτέστιν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος. *B. C. D.*
—— l. 21 τῷ ΑΒΓ κύκλῳ·	——30. l. 51 • •	τὸ ΑΒΓ κύκλος. *C.*
—— l. 23 ἴση ἐστὶ τῷ ΑΒ. Δεῖ δεῖξαι ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος,	——31. l. 1 • •	defunt. *C.*
—— ib. Δεῖ δεῖξαι	—— ib. δείκνυται	δεῖ δεῖξαι. *B. D.*
—— l. 41 τὸν κύκλον.	—— l. 10 • •	τὸν Ζ κύκλον. *B. C. D.*
—— l. 45 ἔστω,	—— l. 17 • •	ἐστὶν. *D.*
——127. l. 18 πρὸ τούτου,	——10. l. 45 • •	περὶ τούτου. *A. B. C. D.*
—— l. 23 αὐτὴ τῶν ἐκ τῶν κέντρων.	——11. l. 2 • •	ὡς τῆς τῶν ἐκτὸς κέντρων. *C.*
—— l. 24 ἄρα	—— l. 3 • •	deest. *A.*
—— l. 26 Ἐὰν	——31. l. 27 • •	καὶ ἐάν. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἐστὶ	—— l. 28 ἐστὶ	ἐστί. *D*
—— l. 35 ἀπὸ τῶν ΒΓ	—— l. 30 • •	ἀπὸ τῆς Γ. *B.* ἀπὸ τῶν Γ. *C. D.*
——128. l. 25 ὅπως	——32. l. 1 ὅπερ	ὅπως. *A.*
—— ib. λόγον ἔχει	—— l. 2 • •	λόγον ἔχει. *B. C.*
—— l. 27 πρότερον	—— l. 3 • •	πρότερόν. *D.*
—— l. 30 σημείου, πρὸς τὸ	—— l. 4 • •	σημείου πρὸς τὰ περιεχόμενα πρὸς τό. *D.*
—— l. 33 ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν	—— l. 5 • •	τῷ περιγεγραμμένῳ. *D.*
—— l. 42 Ἡ δὲ Δ πρὸς Ε	—— l. 10 • •	ἡ δὲ Δ πρὸς Ζ. *A.*
——129. l. 2 Τὸ ἄρα	—— l. 15 • •	ἢ τό. *B. C. D.*
—— l. 3 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον.	—— l. 16 • •	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 19 τομέως	—— l. 25 • •	τομεύς. *A.*
—— l. 30 Δ πρὸς Ε·	—— l. 30 • •	ΔΕ. *C.*
—— l. 35 Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος.	—— l. 33 • •	defunt. *A. D.*
——130. l. 1 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	——11. l. 8 • •	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 5 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ πρῶτον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.	—— l. 10 • •	defunt. *A. D.*
——131. l. 6 πάσης σφαίρας	——33. l. 3 • •	πάσης partim deletâ et marg. alt. man. corr. ἐπιφανείας τμήματος. *B.*
—— l. 8 δὲ ὅτι	—— l. 5 • •	δῆλον ὅτι. *C.*
—— ib. τμήματος	—— ib. • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 11 δὴ ὅτι	—— l. 7 διότι	δὴ ὅτι. *B.*
—— l. 16 τῆς σφαίρας·	—— l. 9 • •	defunt. *D.*
—— l. 21 διὰ τούτων θεωρημάτων,	—— l. 12 διὰ τοῦ τῶν θεωρημάτων	διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων. *B.* δι' αὐτῶν. *C.* δι' αὐτῶν τούτων θεωρημάτων. *D.*
——132. l. 13 δ	—— l. 19 • •	deest. *C.*
—— l. 18 Ε	—— l. 22 • •	Β. *A.*
—— l. 39 εὐθειῶν	—— l. 36 • •	deest. *D.*
—— l. 40 τὴν	—— l. 39 • •	τὴν τῆς. *A. B. C. D.*
——133. l. 5 ἔστω τὴν ΗΘ	—— l. 43 • •	τὴν ΗΘ. *B. C.* defunt. *D.*
—— l. 12 ὡς τὸ ἀπὸ	——34. l. 1 • •	ὡς ἀπὸ. *C.*
—— l. 24 δὲ	——11. l. 13 • •	δή. *C. D.*
—— l. 26 εἰπεῖν,	—— l. 15 • •	ποιεῖν. *B. C. D.*
—— l. 36 ἔσται	—— l. 22 διὰ	ἴσαι. *B. C.* ἄρα. *D.*
—— l. 42 ΑΥ.	—— l. 26 • •	ΑΓ κῶν. *A. B. C. D.*
—— ib. Ὁ γὰρ κύλινδρος	—— ib. • •	defunt. *D.*
——134. l. 1 ὁ δύο	—— l. 36 • •	ὁδὶ ἰσ. *A.*
—— l. 7 κείσθω αὐτῷ ἡμίσεια ἡ ΗΜ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΝ	—— l. 38 • •	defunt. *A. D.*
—— l. 16 περιγεγράφθω.	——12. l. 3 • •	γεγράφθω. *A. B. C. D.*
—— ib. Ἔσται	—— ib. • •	ἔστω. *A.*
—— l. 21 τρίτῳ	—— l. 6 • •	τριγώνῳ. *C.*
—— l. 22 συνεστάμενα	—— ib. • •	παρεστάμενα. *D.*
—— l. 36 τὴν ΖΗ	—— l. 20 • •	τὸν ΖΗ. *B. D.*
—— l. 40 δὲ δύο	—— l. 25 δύο	δὲ δύο. *A. B. C. D.*
—— l. 55 ΤΥ,	—— l. 36 • •	τῷ ΤΥ. *A. D.*
——135. l. 9 ἐντετυχήκαμεν	—— l. 47 • •	ἐντετυχήκαμεν. *A.*
—— l. 10 γράφειν.	—— l. 48 • •	γραφῆν. *D.*
—— l. 12 πρὸ	—— l. 49 • •	πρός. *D.*
—— ib. περιγράφεσθαι	—— ib. • •	περιγράφεσθαι. *A.*
—— l. 14 χρῆται·	—— l. 50 • •	χρῆται. *A.*
—— l. 19 στοιχεῖ	——13. l. 3 • •	στοιχεία. *B.*
—— l. 27 τὸ ΘΜ.	—— l. 8 • •	τῷ ΘΜ. *D.*
—— ib. Σωλῆνι σχισθέντων	—— ib. σωλῆνι σθέντων	σωληνοειδοῦς. *B. C. D.*
—— l. 34 Τούτων	—— l. 10 • •	τῶν. *A.*
—— l. 38 οὐ	—— l. 13 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ψαίῃ	—— l. 15 • •	ψαύει. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 136. l. 13 ἀποτέμνει	Pag. 14. l. 7 ἀποτέμνεις	ἀποτέμνει εἰς. *B.*
— l. 14 τὰς	— l. 8 • •	τά. *A.*
— l. 19 δῆλον ὅτι	— l. 13 • •	δηλονότι. *D.*
— ib. δίχα τέμνεται	— l. 14 • •	δίχα τέτμηται. *A. C. D.*
— l. 23 ἴσοι ἐστὶ ταῖς ἀπὸ ΖΘ, ΘΣ.	— l. 17 • •	desunt. *D.*
— l. 27 ἴσον ἐστὶ	— l. 20 • •	ἴσοι. *D.*
— l. 33 ὥστε	— l. 23 • •	deest. *D.*
— l. 35 ἡ ΑΒ.	— l. 24 • •	desunt. *D.*
ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.	• •	desunt. *D.*
— l. 39 δεδόσθαι	— l. 26 • •	deest. *A.*
— l. 41 γεγράφθω	— l. 27 • •	ἐγγεγράφθω. *C.*
— 137. l. 3 ἔχει ἡ ΔΒΕΖ, ἴσας οὔσας, ὡς εἴρηται, τῆς ΔΒ τῇ ΒΖ. Λέγω ὅτι	— l. 34 • •	desunt. *A. D.*
— l. 25 τῇ ἡ ΔΑ	— l. 49 ἡ ΔΑ	καὶ ἡ ΔΑ. *B. C. D.*
— l. 28 Ἥρωνος κατασκευή.	— 15. l. 1 ἥρωνος κατασκευῆς	ἥρωνος· τὸ γὰρ ΒΘ παραλληλόγραμμον τὸ αὐτὸ ἐστὶ τῷ ληφθέντι ἐπὶ τῆς ἥρωνος κατασκευῆς. *A. B. C.* in *D.* τῷ ante ληφθέντι deest.
— l. 39 Πολὺ γὰρ	— l. 7 • •	πολλῷ. *D.*
— l. 40 πρὸς τὰ Δ, Ζ.	— l. 8 • •	πρὸς τὸ ΚΖ. *A. B. C. D.*
ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.	• •	desunt. *A.*
— l. 43 Καὶ κέντρῳ	— l. 10 κέντρῳ	καὶ κέντρῳ. *D.*
— 138. l. 11 παραγομένῳ	— l. 21 • •	παραγενομένου. *C.*
— l. 27 διὰ τῶν ΑΕ	— l. 35 • •	διὰ τὸ τῶν ΑΒ. *B. C. D.*
— l. 38 ΗΖ,	— l. 45 • •	desunt. *D.*
— l. 40 ΜΒ,	— l. 47 • •	αἱ ΜΒ. *A.*
— l. 46 ἐπὶ τεταγμένως	— 16. l. 2 • •	ἐπὶ τὰ γινόμενα. *A. C. D.*
— l. 47 ὁμοίως	— ib. • •	ὁμοίως. *A. B. C. D.*
— l. 49 ὡς	— l. 3 • •	deest. *B. C. D.*
— l. 50 παραθέσει	— l. 4 • •	παραθέσεις *A. B. C. D.*
— l. 52 ἔσονται ἡ	— l. 6 καὶ ἡ	ἔσω ἡ. *A. D.*
— 139. l. 4 τῷ ἀπὸ τῷ	— l. 8 • •	τῷ ἀπὸ τῆς. *C. D.*
— l. 6 δύο εὐθεῖαι,	— l. 9 • •	desunt. *D.*
— l. 31 ἀπὸ	— l. 33 • •	deest. *A. C. D.*
— l. 33 ἐὰν ὀφειλουσῶν μέσων εὑρεθῶσι,	— l. 37 • •	ἐὰν τῶν εὑρεθῶσι τῶν ὀφειλουσῶν μέσων. *A.* ἐὰν τῶν ὀφειλουσῶν μέσων εὑρεθῶσι. *B. C. D.*
— l. 40 σημεῖον·	— l. 45 • •	σημεῖον ἐστι. *A. C. D.*
— l. 52 μεταξὺ	— 17. l. 1 μεταξὺ	μεταξύ. *C. D.*
— ib. μεταξὺ τῶν Β, Γ, ἕως οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτῷ μέρος	— ib. • •	desunt. *B.*
— ib. οὐ	— l. 2 • •	ὅ. *D.*
— 140. l. 2 μετάγοντες	— l. 3 • •	μεταγαγόντες. *C.*
— l. 4 ΒΔ κύβος,	— l. 5 • •	desunt. *D.*
— l. 7 ἐπὶ τὸ Α,	— l. 7 ἐπὶ τὸ Α	ἐπὶ τὸ Α. *D.*
— l. 8 τῷ ΑΗ,	— ib. • •	desunt. *A. C. D.*
— l. 10 ΑΓ,	— l. 8 • •	ΑΓ. *C. D.*
— l. 15 τῆς	— l. 11 • •	deest. *A.*
— l. 20 ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ.	— l. 14 • •	desunt. *A. D.*
— l. 27 ἄρα	— l. 17 • •	γάρ. *A.*
— l. 37 ὡς	— l. 24 • • initio lineæ	deest. *D.*
— l. 50 ΜΑ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΜ πρὸς ΜΗ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ· ὡς δὲ ἡ ΓΜ πρὸς ΜΑ, ἡ ΑΜ	— l. 31 • •	desunt. *A. D.*
— 141. ΣΠΟΡΟΣ.	• •	ΠΟΡΟΣ. *B.*
— l. 1 αἱ δοθεῖσαι	— l. 34 • •	δύο δοθεῖσαι. *A.*
— l. 2 μόνας	— ib. • •	εὐθείας. *A.*
— ib. στοιχεῖ	— l. 35 • •	σύνεχεια. *B.*
— l. 20 πρὸς ΜΚ, ὁ ΚΜ πρὸς ΜΕ· ὡς ἄρα ὁ ΔΜ	— l. 47 • •	desunt. *D.*
— l. 22 ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	— l. 50 • •	desunt. *D.*
— l. 23 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	— ib. • •	desunt. *D.*
— l. 29 τουτέστιν ἡ ΔΜ πρὸς ΜΒ,	— 18. l. 3 • •	desunt. *D.*
— l. 34 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΒ	— l. 6 • •	desunt. *D.*
— l. 35 πρὸς ΒΓ	— l. 7 desunt	πρὸς ΒΓ. *A. B. C. D.*
— l. 37 Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΒ πρὸς Ξ,	— l. 8 • •	desunt. *D.*
— l. 40 εἰρημένη.	— l. 9 γεγραμμένη	γεγραμμένη. *A. D.*
— l. 43 πεπερασμένη	— l. 11 περασμένη	πεπερασμένη. *B. C. D.*
— l. 46 αἱ	— l. 13 • •	deest. *B.*
— l. 49 τὸ Θ,	— l. 15 τῆς Θ	τῷ Θ. *A. D.*
— 142. l. 20 ἴσον	— l. 31 • •	ἴσον ἐστί. *A.*
— ib. Δ, Γ,	— ib. • •	ΔΑΖ. *D.*
— l. 21 ἐστὶν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ Δ, Β ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΖΑ,	— ib. • •	desunt. *C.*
— l. 23 Ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ, καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε.	— l. 33 ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε	ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΑ πρὸς τὴν Ε, ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ πρὸς ΖΑ καὶ ὁ ΖΑ πρὸς Ε. *D.*
— l. 29 πρὸς	— l. 36 • •	αἱ πρός. *A. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 142. l. 34 ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΔΒ	Pag. 18. l. 41 ἡ ΔΒ	ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ ἡ ΔΒ. *A. B. C. D.*
——— l. 41 τὴν	——— l. 46 • •	τῆς. *A.*
——— l. 42 Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΕ,	——— ib. • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
——— l. 43 ἡ ΒΕ	——— l. 47 • • fine lineæ.	desunt. *D.*
——— l. 47 τὴν ΒΔ. Ἥττων δὲ καὶ ἑτέρας εὐθείας τῆς περὶ	——— 19. l. 1 • •	desunt. *D.*
——— l. 49 Καὶ δοθεῖσα ἄρα	——— l. 2 καὶ δοθεῖσα	δοθεῖσα ἄρα. *A. B.* δοθεῖσα δὲ. *C.* δοθεῖσα. *D.*
——— l. 52 ΒΔ, ΒΕ.	——— l. 4 • •	desunt. *A. B. C. D.*
——— 143. l. 3 Τεμοῦσι δὲ ἀλλήλας	——— l. 6 • •	τεμοῦσι δὲ ἀλλήλας. *B. D.* τεμοῦσαι δὲ ἀλλήλας. *C.*
——— l. 17 καμαρικῶν.	——— l. 15 • •	μακαρικῶν. *A.*
——— l. 18 αἱ δοθεῖσαι	——— l. 16 • •	δοθείσης. *A. D.*
——— ib. ΑΔ, Γ.	——— ib. • •	ΑΒΓ. *D.*
——— l. 19 ΑΔ, Γ	——— ib. • •	ΑΒΓ. *D.*
——— l. 27 τέμνει	——— l. 21 • •	τεμεῖ. *C. D.*
——— l. 33 τῇ ΑΠ εὐθείᾳ,	——— l. 24 • •	τῆς ΑΠ εὐθείας. *A. C. D.*
——— l. 42 τὸ	——— l. 26 • •	τὸ μὲν. *A. B. C. D.*
——— 144. l. 5 ΘΒ, ΘΖ,	——— 20. l. 8 • •	ΘΕΖ. *B. C.* ΘΒ. *D.*
——— ib. ΘΑ, ΘΙ,	——— l. 9 • •	ΘΑΙ. *B. C.* ΘΑ Ι. *D.*
——— l. 7 ΜΑΘ·	——— l. 10 • •	desunt. *D.*
——— l. 10 οὕτως ἡ ΙΑ	——— l. 11 • •	desunt. *D.*
——— l. 17 σηκὸν	——— l. 16 • •	σηκόν. *A.*
——— ib. κύβον	——— ib. • •	καλῶ. *A. B. C. D.* corr. marg. *B.* man. alt. κύβου.
——— ib. σφαλεὶς, διπλασιάζων	——— ib. σφαλεὶς, διπλασιάζων	σφαλεὶς, διπλασιάζει. *A. D.*
——— l. 25 πρῶτος	——— l. 21 • •	πρῶτοι. *A. C. D.*
——— l. 28 συνεχεῖ	——— l. 23 • •	συνεχεία. *B.*
——— l. 30 τινα	——— l. 24 • •	τινὰς. *C. D.*
——— ib. ἐμβαλλομένας οὕτω,	——— ib. • •	ἐμβαλλομένας. *A. B.* ἐμβαλλομένους. *C.* ἐμβαλλομένας. *D.*
• ——— l. 31 ὑποταχθέντες,	——— l. 25 • •	deest. *A. B. C. D.*
——— l. 32 Διαπεμψαμένους	——— l. 26 διαπεμψαμένους	διαπεμψαμένων. *B. C. D.*
——— l. 34 ἐπιδόντων	——— l. 27 • •	ἐπιδόντων. *A.*
——— ib. δοθεισῶν	——— ib. • •	τῶν δοθεισῶν. *B. C. D.*
——— l. 39 ἐπὶ βραχύ τι	——— l. 30 ἐπὶ βραχύ τι	ἐπὶ βραχύτατον. *B. C. D.*
——— l. 40 ὀργανικὴν	——— l. 31 • •	ὀργανικὴν δεῖξις. *B. C. D.*
——— ib. εὑρίσκομεν,	——— ib. • •	εὑρίσκομαι. *C.*
——— l. 44 σχηματίζειν,	——— l. 34 • •	μετασχηματίζειν. *A. B. C.* καταςχηματίζειν. *D.*
——— l. 45 καὶ τοὺς,	——— l. 35 • •	desunt. *D.*
——— l. 47 καθεῖναι,	——— l. 36 • •	καθαιρεθῆ. *B. C. D.*
——— 145. l. 2 καταμετρήσεις,	——— l. 42 • •	καταμετρήσεις. *A.* καταμετρήσεις. *D.*
——— l. 3 μέλλει	——— l. 45 μόνα	μέλλοι. *B. C.* μέλλει. *D.*
——— l. 4 δυνατὰ	——— l. 48 • •	δύναται. *B.*
——— l. 7 στοιχεῖ	——— 21. l. 2 • •	στοιχεία. *B.* ut semper
——— l. 20 σημείου εὐθεῖα,	——— l. 7 • •	εὐθεῖαι. *A.*
——— l. 30 καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ,	——— l. 12 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
——— l. 32 ὡς δὲ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ,	——— l. 13 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
——— l. 36 ἀποδέδεικται.	——— l. 16 ἀποδέδεικται	ἀποδέδεικται. *A. C. D.*
——— l. 39 πινακίσκους	——— l. 18 • •	πινακίσκῳ. *A.*
——— l. 42 ὡσαύτως	——— l. 20 • •	ὡς αὐτῶ. *A.*
——— l. 47 μεμολυβδοχημένων.	——— l. 23 μεμολυβδοχημένων	μεμολυβδοχημένων. *A. C. D.*
——— l. 50 ἔχεις	——— l. 25 • •	ἔχει. *C.*
——— 146. l. 2 ἔχῃ	——— l. 29 • •	ἔχει. *B.*
——— l. 6 ἀλλήλας,	——— l. 31 • •	ἀλλήλας εἰσίν. *A. D.*
——— l. 7 ΒΖ πρὸς ΓΗ.	——— ib. • •	ΚΖ πρὸς ΚΗ. *D.*
	——— 22. Carminis titulus	τεῦχος ἦν ἐλεγεῖον. *A.*
——— l. 18 Φράζεαι	——— l. 2 • •	Φραζέτω. *A.*
——— l. 23 δυσμήχανα	——— l. 7 δυσμήχανα	δυσμήχανον. *C. D.*
——— l. 28 μὴ	——— l. 12 • •	μὶ. *B.*
——— l. 29 Πτολεμαῖε	——— l. 13 Πτολεμαῖε	Πτολεμαῖε. *A. B. C. D.*
——— ib. σύνδρομα	——— ib. σύνδρομα	σύνδρομα. *A. C. D.* σύνδρομον. *B.*
——— l. 37 χρεῖος.	——— l. 20 deest	χρείαν. *A.*
——— l. 40 τοῦτ' ἀνθέλῃς.	——— l. 22 τοῦτ' ἐὰν ἐθέλοις	τοῦτ' ἐὰν ἐθέλοις. *A.* τοῦτ' ἀνθέλοις. *C. D.*
——— l. 41 Ἐρατοσθένειον	——— l. 23 • •	ἐρατοσθένιον. *A.*
——— 147. l. 3 πολλαπλασίου,	——— l. 25 • •	πολλαπλασιῇ. *A.*
——— l. 4 μέρος τὸ	——— l. 26 • •	μέρος. *D.*
——— l. 5 καὶ μέσον	——— ib. • •	πρὸς μέσον. *B. C. D.*
——— l. 6 ὑπερέχον	——— 23. l. 1 • •	ὑπερέχον *B.*
——— l. 9 περιέχει	——— l. 2 • •	περιμένει. *A.*
——— ib. τῷ	——— l. 3 • •	τῶ. *A.*
——— l. 10 πρὸς δὲ τῷ	——— ib. • •	πρὸς τῶ. *A. D.*
——— l. 11 ἐγκείσεται εἰς τὸ	——— ib. ἐγκείσεται εἰς τὸ	ἐγκείσεται εἰς τῷ *C.*
——— l. 14 πολλαπλασίου	——— l. 4 • •	πλάτει ὅτι δεῖ. *D.*
——— l. 18 πρὸς Δ	——— l. 5 πρὸς τὸ Ζ	πρὸς τῷ Ζ. *D.* in hac prop. ferme πρὸς τῷ. in *C.* et *D.*
——— l. 27 ἐπὶ τῷ	——— l. 8 • •	ἐπὶ τῷ. *D.*
——— l. 28 κυλίνδρῳ	——— ib. • •	κυλίνδρου. *A. D.*
——— l. 29 κυλίνδρῳ	——— l. 9 • •	κυλίνδρων. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 147. l. 30 νοημένης,	Pag. 23. l. 9 • •	νοούμενης. *C.*
— l. 36 τῇ γραμμῇ	— l. 14 • •	γραμμῇ. *C.*
— 148. l. 3 τοῖς	— l. 21 • •	deest. *D.*
— l. 10 τοῦτο δὲ	— l. 26 • •	τοῦτο δὶς. *A.*
— l. 11 γίνεται	— ib. • •	γάρ τό. *D.*
— l. 19 ὅπερ ἀδύνατον.	— l. 30 ἀδύνατον	ὅπερ ἀδύνατον. *B. C. D.*
— l. 20 διαγραμμένη	— l. 31 • •	διαλεγομένη. *A.*
— l. 26 διάγειν	— 24. l. 4 • •	διαγαγεῖν. *D.*
— l. 29 τοῦ ΔΘ	— l. 6 • •	ΔΘ. *D.*
— 149. l. 3 τῇ δοθείσῃ.	— l. 8 • •	δοθείσῃ. *D.*
— l. 10 ἴση οὖσα τῇ ΑΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ ΓΘ.	— l. 13 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
— l. 13 τῇ	— l. 14 • •	deest. *A. D.*
— l. 16 M.	— l. 16 ΜΓ	M. *A. B. C. D.*
— ib. ΓΑ	— ib. ΦΑ	ΓΑ. *A. B. C. D.*
— l. 25 ἀπὸ ΚΕ, ΕΖ, τουτέστι τῷ	— 25. l. 6 • •	desunt. *D.*
— l. 37 συντεθέντι	— l. 16 • •	συνθεῖσι. *A.*
— l. 39 ΑΔ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΜΔ τῷ ἀπὸ ΖΚ. Κοινὸν τῷ μὲν	— l. 19 • •	desunt. *A.*
— ib. ΑΔ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ	— ib. • •	desunt. *D.*
— l. 41 ὑπὸ ΒΜΑ,	— l. 21 • •	ὑπὸ ΒΜ. *B. C.* ἀπὸ ΒΜ. *D.*
— l. 43 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΚ·	— l. 24 • •	desunt. *A. C. D.*
— l. 44 ἀπὸ	— ib. • •	deest. *A.*
— l. 48 ἔσται ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ.	— l. 26 • •	ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ. *A.* desunt. *D.*
— l. 49 ΓΚ, ἡ ΜΑ	— l. 27 • •	ΓΚ καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΓΚ ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ΑΓ πρὸς ΓΚ ἡ ΜΑ. *A.*
— 150. l. 5 πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.	— 34. l. 8 • •	desunt. *C.*
— l. 8 τῷ διὰ τῶν	— l. 9 • •	τῶν διὰ τῶν. *C.*
— l. 15 ἔχοντες	— l. 12 • •	ἔχοντα. *A.*
— l. 18 ποιείσθω	— l. 14 • •	ποιείσθω. *A.*
— l. 21 μὲν	— l. 15 • •	deest. *B. C. D.*
— l. 24 Ἔστι	— l. 17 • •	ἔσται. *B. C.*
— l. 26 βιβλίῳ.	— l. 18 • •	scribuntur in marg. *C.* ἐν τῷ ΑΖ
— l. 30 ἐστιν.	— l. 20 • •	deest. *B.*
— ib. ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.	— ib. • •	repetuntur ἡ ΘΔ mutatis in ἄρα ΘΔ. *A.*
— l. [illegible] πρὸς	— l. 23 πρὸ	πρός. *B. C.*
— l. 37 ἄξων	— ib. ἄξωνι	ἄξονι. *A.*
— 151. l. 8 ἄρα	— l. 28 • •	ἄρα ἐστίν. *A. C D.*
— l. 9 κύκλος,	— ib. κύκλου	κύκλος *C.*
— l. 21 ἐστιν ὡς	— l. 34 • •	ὡς ἡ. *B.* ἐστὶν ἡ. *C. D.*
— l. 28 τῇ ΑΒ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ	— l. 37 • •	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 39 τοῦ Ν κώνου,	— 35. l. 5 τῷ κώνῳ	τῷ Ν κώνῳ. *B. C. D.*
— l. 41 ΒΘΖΑ	— l. 7 • •	ΒΘ ΖΑ. *A. B. C.* ΚΒ ΖΑ. *D.*
— ib. ΒΘΖΚ	— ib. • •	ΒΘ ΖΑ. *D.*
— 152. l. 3 διάξονος	— l. 13 • •	deest. *A. C. D.*
— l. 7 τῆς σφαίρας.	— l. 17 • •	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 22 ΔΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ, ΘΑ.	— l. 23 ΔΘΚ, ΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ	ΔΚΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘΚ. *A. C. D.* et τῶν mutato in τοῦ. *C.*
— l. 24 ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ.	— l. 24 • •	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 31 ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν	— l. 26 • •	desunt. *D.*
— 153. l. 16 ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	— 25. l. 29 • •	desunt. *D.*
— l. 22 ΓΒ	— l. 33 • •	ΓΘΒ. *B. C. D.*
— l. 23 ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΣ· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην,	— l. 34 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
— l. 28 τὸ ἀπὸ ΒΕ.	— l. 36 τὸ ΒΕ	τὸ ἀπὸ ΒΕ. *C. D.*
— l. 33 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	— l. 39 • •	desunt. *D.*
— l. 43 ἀποδείκνυται	— l. 43 • •	ἀποδείκνυμεν. *C. D.*
— ib. κώνου,	— l. 44 deest	κώνῳ. *C. D.*
— l. 44 τέμνει	— l. 46 • •	τεμεῖ. *D.*
— 154. l. 4 ὑπὸ κωνικῆς	— l. 48 • •	ὑπὸ τῆς κωνικῆς. *A.*
— l. 6 κώνῳ.	— l. 50 • •	κώνῳ σφαίρας. *A.*
— ib. οὖν	— ib. • •	καί. *A. B. C. D.*
— l. 13 ποιείσθω	— 26. l. 4 • •	ποιείσθω *B. C. D.*
— l. 18 ὅπερ	— l. 8 • •	ὅπερ ἦν. *C. D.*
— l. 21 ἐκ	— l. 10 deest	ἐκ. *A. D.*
— l. 24 τὸ Α,	— l. 11 τῷ Α	desunt. *A.* τὸ Α. *B. C. D.*
— l. 30 ἐπιφάνειαν τοῦ	— l. 15 • •	ἐπιφάνειαν τῇ κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ. *D.*
— l. 36 ἴσος	— l. 19 • •	ἴσον. *A.*
— l. 45 ΒΑΖ τμῆμα	— l. 27 • •	ΑΒΓ τμῆμα. *B. C. D.*
— 155. l. 1 σφαίρας	— ib. • •	τῆς σφαίρας. *A. D.*
— l. 2 ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ·	— l. 28 • •	desunt. *A. D.*
— l. 13 καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ.	— l. 34 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
— l. 19 ὡς τὸ	— 27. l. 2 • •	ὅτως τό. *A. B. C. D.*
— l. 24 ὑπὸ ΑΕΓ	— l. 5 • •	ἀπὸ ΑΕΓ. *A.*
— ib. ἀπὸ ΕΓ,	— ib. • •	ὑπὸ ΔΕΓ. *A. C. D.* ἀπὸ ΔΕΓ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 155. l. 25 ἀπὸ ΘΑ, ὅπως τὸ	Pag. 27. l. 6 • •	desunt. *D.*
—— l. 27 ΓΑ.	—— l. 7 • •	ΓΑ. *B. C. D.*
—— l. 31 τμηῶ,	——35. l. 37 • •	τομῶν. *A.*
—— l. 36 τὴν	——39. l. 1 • •	deest. *D.*
—— l. 38 αἱ ΑΔ, ΒΑ	—— l. 2 • •	desunt. *D.*
—— l. 39 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος εὐθεῖς· ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος	—— ib. • • omisso εὐθεῖς	desunt. *A.*
—— l. 41 ἐπὶ τῷ ΑΔ· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, ὃ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση	—— l. 3 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ΑΒ·	—— l. 4 • •	ΑΒ. *B.*
——156. l. 6 Ὁ δὲ εὐθεῖς λόγος ὁ τῆς Ζ πρὸς Η· καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ,	—— l. 10 • •	desunt. *C.*
—— l. 15 ὁ μὲν Θ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῷ ΑΔ, ὁ δὲ Κ	—— l. 16 • •	desunt. *D.*
—— l. 19 ὁ δὲ Κ τῷ ΔΒΕ τμήματος.	—— l. 18 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 23 τουτέστιν ἡ Ζ πρὸς Η, τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ,	—— l. 20 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ἀλλήλους	——27. l. 9 ἀλλήλοις	ἀλλήλας. *C.*
—— l. 33 πρὸς	—— l. 12 • • initio lineæ	deest. *C.*
—— l. 35 τὸ ἴσον	—— ib. • •	ἴσον. *B.*
—— l. 38 οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ.	—— l. 14 • •	ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 45 καὶ	—— l. 19 • •	deest. *A. D.*
——157. l. 1 τὰ τμήματα	——36. l. 25 • •	τὰ τμήματα τὰ *A.*
—— l. 19 ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον. Λόγος ἄρα τῆς ΑΧ πρὸς ΧΡ εὐθείας.	—— l. 32 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 20 τὴν ΑΓ	—— ib. • •	τὴν ΑΓ. *B. C. D.*
—— l. 26 Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΑ πρὸς ὅλην τὴν ΚΑ ἐστίν, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΔ,	—— l. 35 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 37 ἐστι	——37. l. 3 • •	ἐπὶ. *D.*
——158. l. 17 Λοιπὸς	—— l. 12 • •	λοιπόν. *C. D.*
—— l. 18 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, τέμνει πρὸς ὀρθάς.	—— ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 20 δὴ	—— l. 13 • •	deest. *B.*
—— l. 23 λεγόμενον ἔχει	—— l. 15 λεγόμενον ὃν ἔχει	λεγόμενον ἔχει. *B. C.* λέγομεν ἔχει. *D.*
—— l. 26 κατὰ τὴν	—— l. 17 • •	τὴν κατὰ τὴν. *A.*
—— l. 27 ἔσται	—— ib. • •	ἐπὶ. *D.*
—— l. 35 μείζων	—— l. 21 • •	μείζονος. *B.* μείζων. *D.*
——159. l. 4 Ἔσται	—— l. 29 • •	ἐπὶ. *D.*
—— l. 5 ὑπὸ	—— ib. ὑπὸ	ἀπὸ. *B. C D.*
—— l. 7 Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ.	—— l. 30 • •	ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΑ πρὸς ΑΔ ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. *B. C.* bis. *A.* et ter repetita. *D.* et postea ut in Edit. Baf.
—— l. 30 οὕτως ἡ ΡΧ	——27. l. 22 • •	desunt. *D.*
——160. l. 1 Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ,	—— l. 25 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 4 πρὸς ΑΔ.	—— l. 26 • •	desunt. *D.*
—— l. 5 ἡγούμενα	—— l. 27 • •	τὰ ἡγούμενα. *A. D.*
—— l. 8 οὕτως τὸ	—— l. 28 • •	οὕτως πρὸς τό. *A.*
—— l. 10 Ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΑ,	—— l. 30 desunt	ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΚ. *A. D.* ἀπὸ ante ΡΑ omisso. *C.* et ΑΚ mutatis in ΑΔ. *B.*
—— l. 20 γὰρ ὡς	—— l. 35 • •	γάρ ἐστιν ὡς. *B. C. D.*
—— l. 27 τῆς ΔΒ	—— l. 39 • •	ΑΒ. *A.*
—— l. 41 ἀδιαφθόρως,	—— l. 48 • •	ἀδιαφθόρως. πῶς. *A B. C. D.*
—— l. 44 ἀποδεικτικῶς,	——28. l. 2 ἀποδεικτικῶς	ἀποδεικτικῶν. *A.* ἀποδεικτικῶς *B. C.* ἀποδεικτικῷ. *D.*
—— l. 45 οὐδὲ ὄντως	—— ib. οὐδὲν τούτων	οὐδὲ ὄντως. *B. C. D.*
—— ib. ἀναστρέψαντας	—— l. 3 • •	ἐπιστρέψαντας. *A. B. C. D.*
—— l. 49 τὸν μέσον,	—— l. 5 • •	τὸ μέσον. *A.*
—— l. 55 τὸ περὶ	—— l. 9 • •	περὶ. *A. C. D.*
—— ib. Ἥρωνος	—— ib. • •	ἥρων. *B.*
——161. l. 3 ἐν ἔτι	—— l. 12 • •	ἐν ἐπὶ. *C.* ἐκεῖνο. *D.*
—— l. 5 αἱ καὶ	—— l. 13 • •	ἢ καί. *B.*
—— l. 12 τὸν ἠγμένον,	—— l. 18 • •	τὸν ἠγμένον. *C.*
—— l. 13 ὅ ἐστι μονάς	—— ib. • •	ἔστιν ἡ μονάς. *B. C. D.*
—— l. 14 ποιεῖ	—— l. 19 • •	ποιεῖ. *C.*
—— l. 17 οἱ Α, Β,	—— l. 21 • •	ἡ ΑΒ. *A.*
—— l. 22 Ε τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω.	—— l. 24 • •	Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ· ὁ δὲ Β τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ· ὁ δὲ Δ τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω. *A. B C. D.*
—— l. 23 τοῦ τοῦ	—— l. 25 • •	τοῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ἄρα ὁ Η	—— l. 35 ἄρα Η	ἄρα ὁ Η. *A. C. D.*
—— l. 36 ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἴσος ἄρα	—— l. 36 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 39 τοῦ τοῦ	—— l. 38 • •	τοῦ. *B. C. D.*
—— l. 46 ὅτι ὁ τοῦ	—— l. 43 ὁ τοῦ	ὅτι ὁ τοῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 48 τῶν λόγων	—— l. 45 • •	desunt. *D.*
—— l. 50 γίνεται	—— l. 46 • •	deest. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 161. l. 57 πρὸς	Pag. 29. l. 1 • • initio lineæ	deest. *A. C. D.*
— 162. l. 1 ὁ	— ib. • •	deest. *C.*
— ib. τοῦ δ'	— ib. • •	desunt. *A.*
— l. 2 καὶ	— l. 2 • •	ποτὲ. *C.*
— l. 3 ἐστὶν	— l. 3 • •	deest. *B.*
— l. 4 τὸν β'	— ib. • •	τὸ B. *A.*
— ib. γίνεται	— ib. • •	deest. *A. D.*
— l. 5 μονὰς	— ib. μονὰς A	μονὰς μία. *C.*
— l. 7 διπλασιεπιτετάρτω,	— l. 5 • •	διπλάσιον ἐπὶ τετάρτω. *A. D.*
— l. 9 διπλασιεπιτετάρτω,	— l. 6 • •	διπλασίω ἐπὶ τετάρτω. *A. D.*
— l. 13 ὁμοίως	— l. 8 • •	δὲ ὁμοίως. *B. C. D.*
— ib. Συμφανὴς	— l. 9 • •	σύμφανής. *A.*
— l. 16 ὤν	— l. 11 • •	ὅν. *B.*
— ib. οἱ	— ib. • •	ὁ. *A.*
— l. 17 κείμενον,	— ib. • •	κείμενοι ὅροι. *A. B. C. D.*
— l. 19 ὅρων	— l. 12 • •	ὄντων ὅρων. *C. D.*
— l. 27 ἓν ὁ A	— l. 19 • •	ἂν ἔχῃ ὁ A. *A. B. C. D.*
— l. 39 γίνεται	— l. 27 • •	deest. *A.* lacuna relinquitur. *D.*
— l. 40 διάδηλον	— l. 29 • •	ἔσω δῆλον. *A. D.* ἔσται δῆλον. *B. C.*
— l. 45 KP	— l. 51 • •	KB. *B. C. D.*
— l. 46 BP. Ἀναστρέψαντι ἡ PA πρὸς AX ἐλάσσονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἡ BZ πρὸς ZP. Ἐὰν	— l. 32 ZP. ἐὰν	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
— l. 49 ἔσται πρὸς	— l. 33 • •	ἔσω ἄρα. *A.*
— 163. l. 4 ΔX.	— l. 38 • •	ΔK. *C. D.*
— ib. ZX·	— ib. • •	ZK. *C. D.*
— ib. ὁ αὐτὸς δὲ καὶ τῆς BZ πρὸς ZΘ ἐστί,	— ib. • •	τῷ δὲ αὐτῷ τῷ τῆς BZ πρὸς ZΘ ὁ αὐτός ἐστι. *A. B. C. D.*
— l. 6 λόγω	— l. 40 • •	deest. *B. C. D.*
— l. 12 δὴ διαθεῖναι τὴν	— l. 43 • •	διαθεῖναι τῆς. *A. D.* ἔσται διαθεῖναι τῆς. *B.* ἔσται διαθεὶς ἂν τῆς. *C.*
— l. 13 δεῖ	— ib. • •	δὴ. *C.*
— l. 15 ἁπλῶς	— l. 45 • •	deest. *A.*
— l. 16 λεγόμενον	— ib. • •	λέγονται. *D.*
— l. 26 ἔνεστι τὸ δὲ	— 30. l. 1 ἔνεστι δὲ τὸ	ἔνεστι τὸ. *B.*
— l. 27 Διονυσόδωρον	— l. 2 • •	Διονύσιος δῶρον. *A.*
— l. 29 ἑτέρας	— l. 3 ἑκατέρας	ἑτέρας. *A. D.*
— l. 50 αὐτὸς	— l. 4 αὐτὸ	αὐτῆς. *A. D.*
— l. 32 μή ποτε	— l. 5 • •	μήτε. *A. C. D.*
— ib. δὲ τὸ	— ib. • •	τὸ. *B.*
— l. 34 αὐτὸ	— l. 6 • •	αὐτὸς. *C.*
— ib. ἔχον	— ib. • •	ἔχων. *C.*
— ib. προβαλλημμένω	— ib. προλαλημμένω	παραλελημμένα. *A. C. D.*
— l. 35 Διονυσοδώρῳ	— l. 7 • •	Διονύσιον δώρῳ. *A.*
— l. 36 τῆς	— l. 8 • •	deest. *B.*
— l. 58 ὀλίγον τὴν	— l. 9 • •	ὀλίγον μὲν τὴν. *B. C. D.*
— l. 51 διωρισμένον.	— l. 17 διωρισμένως	διωρισμένον. *A. B. C. D.*
— 164. l. 12 ὅτως ἡ ΓH	— l. 26 • •	ὅτως τὸ ἀπὸ ΓH. *A. B. C. D.*
— l. 21 ἀπὸ ZK.	— l. 37 • •	ΓZ ZK. *B.*
— l. 25 ὅτως	— l. 40 • •	ἀλλ' ὡς. *A.*
— l. 29 ἄρα	— l. 46 • •	ἐστὶ. *C.*
— l. 51 διατεθῆναι	— l. 48 • •	deest. *B. C. D.*
— l. 32 ἄξει	— ib. • •	ἄξων. *B.*
— ib. ἔσται	— ib. • •	deest. *A. D.*
— l. 38 γραφῇ ὑπερβολῆς	— 51. l. 2 • •	ἡ γραφὴ περιβολῆ. *A. D.* ἡ γραφὴ ὑπερβολῆ. *B.* ἡ γραφὴ ὑπὸ περιβολῆς. *C.*
— l. 42 ἡ KB	— l. 4 • •	ἡ. HK. *B.* H. K. *C.* ἡ K. *D.*
— l. 45 Ἠιλεῖτο δὲ καὶ διὰ διδυμαίας παραβολῆς.	— l. 5 • •	desunt. *B.*
— l. 47 ὅρα	— l. 7 • •	deest. *A. B. C. D.*
— l. 48 βάσεις	— l. 8 • •	βασεῖς. *C. D.*
— ib. καὶ	— ib. • •	ποτὶ. *C.*
— 165. l. 4 ὁμοίως	— l. 10 • •	ὅμοιον. *D.*
— l. 10 τομεῖ	— l. 14 • •	τομεῖον. *C.*
— l. 13 μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς BE ὑπὸ τῶν EA, ἢ ἴσον ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν ἂν	— l. 16 • •	desunt. *A. D.*
— l. 15 ὑπάλληλον	— l. 17 ἀναλόγου	ἀναλόγου. *C. D.*
— l. 22 καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓE	— l. 21 • •	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 24 ZΘ	— l. 22 • •	ZB. *A.*
— l. 25 E	— l. 23 • •	deest. *D.* delin. huj. fig. Z superior Edit. Bas. est B. *D.*
— l. 41 ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓZ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓZH, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓZN πρὸς τὸ ἀπὸ HM. Καὶ ἐναλλάξ,	— l. 58 • •	desunt. *C.*
— l. 45 ὅτως	— l. 44 • •	deest. *A. B. C. D.*
— 166. l. 6 τοῦ δευτέρου βιβλίου	— 52. l. 1 • •	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 7 BΞK,	— l. 2 BK	desunt. *C.*
— l. 14 ἐπιζευχθῇ εὐθεῖα, ἄξει	— l. 6 ἐπιζευχθῇ ἄξει	ἐπιζευχθῇ εὐθεῖα ἄξει. *B. C. D.*
— l. 20 τοῦ	— l. 9 τὸ	τὸ. *B.* corr. τοῦ
— ib. τὸ Δ	— ib. • •	ἴσοι τὸ Δ. *A.*
— l. 25 Ὅτι	— l. 12 • •	ὅτι δὲ. *A. B. C. D.*
— l. 27 ἐπὶ τῆς	— l. 13 • •	ἐπὶ τὰς. *C. D.*
— ib. ἐν τῷ	— ib. ἐν τῆς	ἐν τῷ. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 166. l. 37 πάντων	Pag. 32. l. 29 • •	πάντων τῶν. A. B. C. D.
—— l. 44 κατὰ τὸ Ν· ἢ διὰ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΝΓΗ,	—— l. 42 • •	τὰς τὰς. ΝΓΗ. D.
—— 167. l. 3 τὰς ΚΘ·	—— 33. l. 2 • •	desunt. D.
—— l. 8 Ἡ ἄρα ΟΚΩ	—— l. 5 • •	desunt. D.
—— l. 9 παραβολῆς.	—— — ib. • •	ὑπερβολῆς. C. D.
—— l. 15 δὲ	—— l. 7 • •	deest. D.
—— l. 34 ἢ διὰ τοῦ Τ	—— l. 10 • •	καὶ διὰ τούτου. C. desunt. D.
—— l. 29 ἄρα τὸ	—— l. 12 γὰρ τὸ	γάρ ἐστι. A. γίνεται τὸ. B. γάρ ἐστι τὸ. C.
—— l. 34 ἐστὶ	—— l. 13 • •	deest. A.
—— l. 52 ... τὸ Β,. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν ὑπερβολὴν, ἴσον ἐστὶ τὸ Γ, ἢ ἢ τοῦ ΑΗ· ὁ ἀπὸ τοῦ Γ ἐστὶ	—— l. 24 • •	desunt. D.
—— 168. l. 2 Β Η Μ	—— l. 26 • •	ΒΗΩ. B. C. D.
—— l. 3 τὸ ἀπὸ	—— l. 27 • •	desunt. D.
—— l. 8 Βγ ἐπὶ τὴν γΑ, ἴσον	—— l. 29 • •	Βγ ἐπὶ τὴν ΓΑ καὶ μείζων ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ τοῦ ἀπὸ Βγ ἐπὶ τὴν γΑ ἴσον. D.
—— l. 12 τῶν Ε, Α λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ	—— l. 32 • •	repetuntur hæc verba. D.
—— — ib. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν Ε, Β	—— — ib. • •	repetuntur hæc verba. A.
—— l. 13 τῶν Ε, Β	—— — ib. • •	τῶν ΑΕ. C.
—— — ib. λαμβανομένων.	—— — ib. • •	deest. B.
—— l. 15 Ἐσιώπησαν	—— l. 34 γ ἐπισῶσαι	ἐπισῶσαι. A. D. ἐπισῶσαι sine lacuna. B.
—— l. 19 ἀπὸ τῆς ΒΕ	—— l. 37 • •	ἀπὸ τοῦ τῆς ΒΕ. B. C. τῆς ΒΕ. D.
—— l. 21 γίνεται	—— l. 38 • •	deest. A. D.
—— l. 31 ἴσον	—— l. 43 • •	ἄρα. B.
—— l. 35 τῶν Ε, Β,	—— l. 46 • •	τὸ ΕΒ. A.
—— l. 44 ἡ δὲ	—— 34. l. 2 • •	desunt. A.
—— 169. l. 2 ἐπὶ τὴν ΒΖ,	—— l. 5 • •	desunt. D.
—— l. 6 εἶχον	—— l. 8 • •	εἶχεν. C. D.
—— l. 8 τῆς ΖΒ, καὶ τὸ μείζονα εἶναι τὴν ΒΖ	—— l. 9 • •	desunt. D.
—— — ib. μείζονα	—— — ib. • •	μείζον. A.
—— l. 12 μείζονα	—— l. 12 • •	μείζω. A.
—— l. 14 πρόσεστιν	—— l. 14 • •	προσθῶμεν. A. B. C. D.
—— l. 25 μείζονα	—— l. 27 • •	μείζω. A.
—— l. 27 ἔτι	—— l. 28 • •	deest. A. D.
—— l. 32 ἐστὶ	—— l. 31 • •	deest. C.
—— l. 34 Ὥστε τὸ	—— l. 32 • •	ὡς τὸ. A.
—— l. 37 ἀνεγράψαμεν.	—— l. 34 • •	ἀντιγραψόμεθα. A. B. D.
—— l. 38 ἐδείκνυμεν	—— l. 35 • •	ἐδείκνυ. A. B. C. D.
—— l. 40 ἑτέρων	—— l. 36 • •	ἑκατέρων. D.
—— l. 44 ἀφαιρουμένοις	—— l. 40 ἠφαιρημένοις	ἀφαιρούμενα. B. C. D.
—— 170. l. 9 ΖΒΚ	—— 35. l. 2 • •	ΒΚ. D.
—— l. 11 ΑΒ	—— l. 3 Α ΑΒ	ΑΒ. B. C. D.
—— — ib. διὰ τῶν Η, Α	—— — ib. • •	desunt. A. D. ἡ ΗΑ. B. C.
—— l. 14 ΑΒΚ,	—— l. 4 • •	αἱ ΑΒΚ. A. ἡ ΑΒΚ
—— l. 33 ἡ ΜΑ	—— l. 10 • •	ἔσται ἡ ΜΔ. A. B. C. D.
—— l. 38 Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ,	—— l. 13 • •	desunt. C.
—— l. 41 ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν	—— l. 15 • • ἄρα omissa	ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ καὶ ὡς πρὸς τὸν. A. C. D. ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ inde sequitur lacuna lineæ dimidio æqualis et ἢ ὡς πρὸς τ. B.
—— l. 43 οὐ	—— l. 16 • •	deest. D.
—— l. 46 τὴν ΑΗ,	—— l. 18 • •	τῇ ΑΗ. D.
—— — ib. ἴσος	—— — ib. • •	ἴση. A.
—— 171. l. 1 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 20 • •	ὕψος δὲ τῷ. B.
—— l. 7 ὕψος δὲ τὴν ΖΜ,	—— l. 24 • •	ὕψος δὲ τῷ. B.
—— l. 9 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 26 • •	ὕψος δὲ τῷ. B.
—— l. 11 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 27 • •	ὕψος δὲ τῷ. B.
—— l. 25 τμήματι.	—— 36. l. 7 • •	τμήματος. A.
—— l. 29 καὶ	—— l. 9 • •	deest. B. C. D.
—— l. 33 ΜΖ	—— l. 11 • •	ΜΒΖ D.
—— l. 34 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 12 • •	ὕψος δὲ τῷ. B.
—— l. 36 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 13 • •	ὕψος δὲ τῷ. B.
—— l. 39 τοῦ	—— l. 15 • •	deest. A.
—— l. 42 τὴν αὐτὴν	—— l. 17 • •	οὕτω τὴν. A.
—— l. 43 κορυφῆς	—— l. 18 • •	κορυφῆ. A.
—— 172. l. 15 βάσεις	—— l. 27 • •	βάσις ἐστίν. B. C. D.
—— l. 26 ἀχθεῖσα·	—— l. 34 • •	ἀχθεῖσαι. A.
—— l. 28 εὐθεῖαν	—— — ib. • •	εὐθεῖαι. A.
—— — ib. πρὸς τὴν ΖΒ· ὡς δὲ τὴν ΗΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὴν αὐτὴν ἀχθεῖσαν	—— — ib. • •	desunt. C.
—— l. 29 ἀχθεῖσαι	—— l. 35 • •	ἀχθεῖσαι εὐθεῖαι. A. B. D.
—— l. 42 ἐκβληθείσης	—— 37. l. 6 • •	ἐκβληθεῖσαν. A.
—— l. 48 τῇ	—— l. 9 • •	πρὸς. A.
—— l. 50 οὕτως συναμφότερος ὁ ΚΑΒ πρὸς συναμφότερον τὴν ΑΒΕ.	—— l. 11 • •	repetuntur hæc verba, ΑΒΕ mutatis in ΜΒΕ. C.
—— l. 52 ΑΒΕ, ἢ συναμφοτέρων τῆς ΘΑΕ ἐστιν	—— l. 12 • •	ΑΒ ἴσον. A.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 172. l. 56 συναμφότερος δὲ ὁ ABE ἴσον τῇ ZH συναμφοτέρῳ δὲ KAE ἴσον τὸ PE.	Pag. 37. l. 14 • •	desunt. *D.*
—173. l. 2 ZEH ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ PEΣ.	— l. 21 • •	ΖΕΣ. *D.*
— l. 9 Τὸ δ' ὑπὸ ZEH ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ PEΣ. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ PEB πρὸς τὸ ἀπὸ BH.	— l. 28 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
— l. 18 αὐτῇ κατὰ Τ, Υ.	— l. 32 • •	τῷ κατὰ τὰ ΤΥ. *B.* αὐτῇ κατὰ τὰ ΤΥ. *D.*
— l. 19 δεδομένον	— ib. • •	δεδομένον. *B. C. D.*
— l. 23 τὰ Τ, Υ. Δεδόσθω ἄρα ἐστὶν ἡ	— l. 35 • •	desunt. *D.*
— l. 29 ΣΕ	— l. 38 ΣΤ	ΣΕ. *A. C. D.*
— l. 30 ΟΤ, οὕτως	— l. 39 • •	ΟΤ οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ οὕτω. *A. B. C. D.*
— l. 35 τοῦ ἀπὸ BB.	— l. 42 • •	desunt. *D.*
— l. 36 τοῦ	— ib. • •	τό. *A.*
— l. 38 Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ EH λόγον ἔχει, ὃν ὁ διπλασίων τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ.	— l. 43 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
— l. 40 EH ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ	— l. 44 • •	desunt. *D.*
— l. 42 καὶ δίδοται ὁ τοῦ διπλασίως τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ	— l. 46 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
— l. 47 γωνίᾳ,	— l. 49 γίνεται	γωνία. *D.*
— l. 48 παρὰ τὴν	— l. 50 • •	περὶ τὴν. *A D.*
—174. l. 9 δεδόσθω,	—38. l. 5 • •	δεδόσθω. *A. C. D.*
— l. 10 ἀσυμπτώτους.	— ib. • •	ἀσυμπτώτοις. *C.*
— ib. Γεγράφθω,	— l. 6 • •	γεγράφθαι. *B.*
— l. 16 ἐπὶ τὴν	— l. 10 τὴν ἐπὶ	ἐπὶ τῆς. *C. D.*
— l. 17 ὁ	— ib. • •	deest. *D.*
— l. 26 παρὰ	— l. 16 περὶ	παρά. *A. B. D.*
— l. 28 ἀσυμπτώτους	— l. 17 ἀσυμπτώτους	ἀσυμπτώτους. *B. C.*
— ib. AK, KM,	— ib. • •	AB KM. *C.*
— l. 30 ἐπὶ τὸ Π. Διὰ δὲ τοῦ Ξ τῇ AB παράλληλος	— l. 19 • •	ὑπὸ τὸ Ξ καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν AB κάθετος. *A. D.*
— l. 47 πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΤ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΞΕΡ	— l. 28 • •	desunt. *D.*
— l. 50 ἀπὸ ΟΤ τοῦ ἀπὸ ΕΡ διπλάσιον, διὰ τὸ καὶ τὸ	— l. 30 • •	desunt. *D.*
—175. l. 3 ἥμισυ·	— l. 33 • •	ἥμισυ. *A. B. C. D.*
— l. 4 ἴση γάρ ἡ BO	— l. 34 ἴση δὲ ἡ ΞΟ	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 15 Γ πρὸς τὸν Δ,	— l. 40 Γ τὸν Δ	Γ πρὸς τὸν Δ. *C. D.*
— l. 19 ἄρα	— l. 42 • •	deest. *D.*
— l. 45 τμηθέντα	—39. l. 6 τμηθέντα	τμηθέντων. *D.*
— l. 52 ἔστιν	— l. 7 • •	deest. *A.*
—176. l. 3 πρὸς AZ.	— l. 12 • •	desunt. *D.*
— l. 7 πρὸς	— l. 15 • •	καί. *A.*
— l. 23 καὶ τῷ	— l. 31 • •	καὶ τό. *A.*
— l. 27 παρὰ τὴν EH	— l. 34 περὶ τὴν EH	παρὰ τὸν H. *A. C. D.*
— l. 36 διὰ τὸ	—40. l. 3 • •	δι' αὐτό. *D.*
— l. 46 οὕτως	— l. 10 • •	deest. *B. C. D.*
— l. 47 πρὸς XB. Ἐναλλὰξ ὡς ἡ KΞ πρὸς PΞ,	— l. 11 • •	desunt. *D.*
— l. 50 τοῦ Z	— l. 12 • •	τῷ Ξ. *B. C. D.*
— l. 51 ἐκτὸς τοῦ Θ·	— ib. • •	ἐκτὸς τῷ ΘΔ. *B. D.* ἐν τούτῳ ΘΔ. *C.*
— ib. ὁμοίως	— l. 13 • •	ὅμοιον. *C.*
—177. l. 2 μεγεθῶν	— l. 27 • •	τῶν μεγεθῶν. *A. D.*
— l. 9 τὸν ZΘ· ὡς δὲ ὑπόμενον	— l. 21 • •	desunt. *D.*
— l. 12 PA	— l. 22 • •	ἡ PA. *C. D.*
— l. 13 ἄλλῳ	—38. l. 2 • •	ἄλλο. *C. D.*
— l. 22 αὐτῷ	— l. 6 • •	αὐτῷ. *C.*
— l. 27 κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ.	— l. 8 • •	τὰ πρὸς κέντρα. *A.*
— l. 35 ΩΦ	— l. 11 • •	ΟΦ. *A.*
— l. 37 βάσεις	— ib. βάσις	βάσιν. *B.*
— l. 38 διαμέτρους	— ib. διαμέτρου	διαμέτρων. *B.*
— l. 41 Ἔτι	— l. 12 • •	ἔστι. *D.*
—178. l. 5 ὅμοιος	— l. 18 • •	ὁμοίως. *D.*
— l. 11 ἄρα	— l. 21 • •	deest. *A.*
— l. 17 ἐναλλάξ, ὡς ἡ AB	— l. 24 • •	ἐναλλὰξ ὡς ἡ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ AB. *A. D.*
— l. 28 HO·	—39. l. 3 • •	HΘ. *A.*
— ib. τὰ Π, Σ.	— ib. • •	αὐτῶν Πσ. *B.*
— l. 31 ΩΦ	— l. 4 • •	ΟΦ. *A.*
— l. 43 Ἔτι	— l. 10 • •	deest. *D.*
— ib. τμῆμα	— ib. τμήματι	τμῆμα. *A. B. C. D.*
— l. 47 PΞ, ΞΥ	— l. 12 PΞΥ	PΞ ΞΥ. *A.*
—179. l. 1 ΨΘΚ	— l. 23 • •	ὁ ΨΘΚ. *A. B. C. D.*
— l. 15 ἄλλῳ	— l. 20 • •	ἄλλο. *B. C. D.*
— l. 27 οὕτως	—40. l. 28 • •	deest. *A. B. C. D.*
— l. 32 πρὸς ΦΟ,	— l. 29 • •	desunt. *A. C. D.*
— l. 43 πρὸς ΦΖ,	— l. 44 • •	desunt. *D.*
—180. l. 5 συντεθέντι ὡς	—41. l. 8 • •	συντεθέντι ὁ. *C. D*
— l. 7 Δέδοται ἄρα	— l. 9 καὶ δέδοται ἄρα	καὶ δέδοται ἡ ΦΗ· δέδοται ἄρα. *A. B. C.* καὶ δέδοται ΦΗ δέδοται ἄρα. *D.*
— ib. Ἀλλὰ μὴν	— l. 10 ἀλλὰ μὴν	ἄλλων. *A.*
— l. 11 ἐστὶ	— l. 12 • •	ἄρα. *A.*
— l. 14 δοθῇ	— l. 14 δοθεῖ	δοθῇ. *B.*
— l. 26 ἡ ΦΗ.	— l. 21 • •	ΞΦ. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 180. l. 28 οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἐπεὶ γὰρ γέγονεν ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ, ἡ ΧΥ πρὸς Δ· ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΧΥ, ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΧΥ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν κώνων	Pag. 41. l. 22 • •	repetuntur hæc verba. *D.* et cum "ὡς" post "ἐναλλάξ." *A.*
—— l. 32 αἱ βάσεις	—— l. 24 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ἀλλήλαις,	—— ib. ἀλλήλαις	ἀλλήλαις. *B. C.*
—— l. 34 ὡς ἄρα	—— l. 25 • •	ὥσπερ. *C.*
—— l. 41 Ἐπειδὴ	—— l. 29 • •	ἐπειδὴ δὲ. *D.*
—— l. 43 ἐὰν	—— l. 30 • •	deest. *C.*
—— l. 46 ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον, ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τέταρτον. Ἀλλ'	—— l. 32 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—181. l. 23 τῇ ΕΖ.	—39. l. 31 • •	τῇ ΑΜ τοῦ κύκλου οὕτως ὁ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ. *A. C.* τῇ ΑΜ τοῦ κύκλου· οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ τοῦ κύκλου· οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ. *D.*
—— l. 26 τμημάτων	—— l. 33 • •	τῶν τμημάτων. *A. B. C. D.*
—— l. 27 τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΑΜ	—— ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 35 εὐθείας.	—— l. 37 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 36 εὐθείας.	—— l. 38 • •	deest. *A. B. C. D.*
—181. l. 18 κύκλου οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ	—40. l. 10 • •	desunt. *A B. C. D.*
—— l. 21 τῇ ΑΜ, ἴσος ἐστὶ	—— l. 12 • •	desunt. *A.*
—— l. 24 τῇ συναφῇ τοῦ ΔΣΖ τμήματος·	—— l. 14 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ἐστι	—41. l. 37 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ὁ ΘΒ πρὸς ΘΓ, οὕτως ὁ ΑΝ πρὸς ΜΗ. Ἀλλ' ὡς ὁ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ ΜΗ πρὸς ΝΡ, διὰ τὴν	—— l. 38 • •	ἡ ΘΒ πρὸς ΘΠ οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς ΗΡ διὰ τὴν. *A. C. D.* ἡ ΘΒ πρὸς ΘΠ οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς ΝΡ διὰ τὴν. *B.*
—— l. 41 καὶ ὀρθὴν	—— l. 43 • •	καὶ μὴ ὀρθὴν. *D.*
—— l. 43 πρὸς ΕΖ	—— l. 44 • •	desunt. *C.*
—183. l. 4 Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΡΜ.	—42. l. 3 • •	desunt. *D.*
—— l. 6 ἡ ΠΒ πρὸς ΠΓ, οὕτως ἡ ΑΡ, πρὸς ΡΜ·	—— ib. ὁ ΠΒ πρὸς ΠΑΡ πρὸς ΡΜ	ἡ ΠΒ πρὸς ΠΓ ὁ ΑΡ πρὸς ΡΜ. *A. B. C. D.*
—— l. 34 ΕΔ, ΔΒ πρὸς ἡ ΕΔ· ἡ δὲ ΒΔ δὶς ἡ ΕΔ· συναμφότερος ἄρα ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς	—40. l. 26 • •	desunt. *A.* et excepto "πρὸς." *D:*
—— l. 35 δὶς	—— ib. • •	δύο. *B C.*
—— l. 47 πρὸς ΔΒ.	—— l. 36 • •	desunt. *A.*
—184. l. 14 τοῦ ΑΒΓ	—41. l. 8 • •	desunt. *A. C. D.*
—— l. 18 συναμφότερος	—42. l. 7 • •	συναμφοτέρῳ *A.*
—— l. 19 ἐὰν δεδομένον μέγεθος	—— l. 8 ἐὰν μέγεθος	ἐὰν δεδομένου μεγέθους. *A. B. C. D.*
—— l. 20 λόγῳ	—— l. 9 • •	deest. *D.*
—— l. 22 πρὸς	—— l. 10 • •	deest. *C.*
—— l. 25 γὰρ	—— l. 12 • •	ἄρα. *A.*
—— l. 35 πρὸς ΔΒ.	—— l. 19 • •	desunt. *D.*
—— l. 41 ΔΖ	—— l. 22 ΘΖ	ΔΖ. *C. D.*
—— l. 46 ἔλασσον,	—41. l. 12 • •	deest. *A. C. D.*
—— l. 48 τὸν τοῦ	—— l. 13 • •	τοῦ. *D.*
—185. l. 17 τὸ ἀπὸ ΔΔ,	—— l. 22 • •	τὸ ΔΔ. *B. C. D.*
—— l. 33 μείζω	—— l. 30 • •	μείζων. *B. C. D.*
—186. l. 1 Ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖ, ΖΗ, τοῦ ἀπὸ ΖΚ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘΖ, ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ,	—— l. 34 • •	ἐλάσσονα ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. *D.*
—— l. 3 τοῦ ὃν ἔχει	—— l. 36 • •	desunt. *D.*
—— l. 7 ὁ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Ὡς δὲ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει	—— l. 37 ἡ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει	desunt. *A. D.*
—— l. 15 ὑπὸ τῶν	—42. l. 4 ὑπὸ τοῦ	ὑπὸ τῶν. *C. D.*
—— l. 26 ΑΒΓ	—— l. 8 • •	desunt. *D.*
—— l. 29 τμήματος.	—— l. 10 • • fine lineæ	deest. *C.*
—187. l. 3 ὁ ΒΓ,	—— l. 18 • •	πρὸς ΗΒΓ. *B. C. D.*
	—— l. 21 Marg. MS. δηλαδὴ τοῦ κώνου μέσου λαμβανομένου. *C.*	
—— l. 22 ΑΘ, ΘΗ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ·	—— l. 30 • •	ΗΑΘ ἐστὶν πρὸς τὴν ΘΓ. *A. C.*
—— l. 23 ΘΓ.	—— l. 32 • •	ΗΘ ΘΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἐστὶν ἐπὶ	—— l. 33 • •	ἐστὶν πρὸς. *A. B. C. D.*
—— ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ δὲ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ, ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ	ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐστι ποτὶ τὰν ΘΗ. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 187. l. 26 ἐπὶ	Pag. 42. l. 33 * * fine lineæ.	πρὸς. *B. D.*
—— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ,	—— l. 34 * *	desunt. *A. B. D.*
—— l. 30 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— ib. * *	πρὸς τὴν ΘΗ. *A. B. D.* ut vid. supra in. *C.*
—— l. 32 ΖΘ.	—— l. 35 * *	ΑΖ. *A. B. C. D.*
—— l. 33 διπλασίω, ὡς	—— ib. διπλάσιον	διπλασίου. *B. C.*
—— l. 39 Φημὶ δὴ ὅτι	—— l. 37 φημὶ δὴ ὅτι	φημὶ δὴ ὅτι sed marg. ut videtur ex scriptoris ipsius manu φημὶ δὲ ὅτι. *B.*
—— l. 41 πρὸς ἐπιφάνειαν	—— l. 38 * *	desunt. *A. C. D.*
—— l. 45 κύκλω	—— l. 40 * *	κύκλου. *A. C. D.*
—— 188. l. 1 κύκλος.	—— ib. * * Lineæ MS. quæ concordant cum iis inter 36 et 41. Edit. Baf paginæ hujus, duobus asterismis notantur et manu eâdem ac supra scribuntur hæc verba	εὑρέθη οὐδὲ τῷ ἀντιγράφῳ οὕτω συγκείμενα τῷ τεταραγμένα ὅσα ἐτύγχανον ὡς αὐτά. *B.*
—— l. 4 ὁ ἀπὸ τ	—— l. 42 * *	ὁ τῆς. *A. C. D.*
—— l. 5 ὁ τὸ ἀπὸ ΑΘ	—— l. 43 * *	ὁ τοῦ ΑΘ. *C.*
—— ib. ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, καὶ ὁ τοῦ	—— ib. * * ὅταν pro ὁ τ excepto	desunt. *D.*
—— l. 6 ὁ τῆς	—— ib. ὅταν	ὁ τῆς. *B. C.*
—— l. 9 ὁ τοῦ ἀπὸ ΔΘ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ	—— l. 45 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 12 τὴν ΘΗ	—— l. 46 * *	τὸν ΘΗ. *A.*
—— ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ	—— ib. * *	desunt. *A. D.*
—— l. 20 Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ·	—— l. 50 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ὑμῶν	—— l. 51 * *	μείζων. *B. C. D.*
—— l. 25 δῆλον ὅτι	—— 43. l. 1 * *	ἐστι. *A. C. D.*
—— l. 27 ἀπὸ	—— l. 2 ὑπὸ	ἀπό. *B. C. D.*
—— 189. l. 18 ὑπὸ ΔΒΖ ἴσον τὸ ἀπὸ	—— 42. l. 35 * *	desunt. *D.*
—— l. 32 πρὸς τὴν ΔΖ,	—— l. 46 * *	πρὸς ΔΖ. *C. D.*
—— l. 42 οὕτως	—— 43. l. 4 * *	deest. *A. B. C.*
—— ib. οὕτως τὴν Β	—— ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 43 ἴσην πρὸς	—— l. 5 * *	desunt. *A. D.*
—— 190. l. 1 πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ	—— l. 11 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 9 τῷ ὑπὸ	—— l. 15 * *	τῶν ὑπό. *A. D.*
—— l. 11 γίνεται	—— ib. * *	γάρ. *B. C. D.*
—— l. 14 ἀντιτέμω	—— l. 17 * *	ἀντιτέμω. *B.*
—— l. 16 πρὸς ΔΖ.	—— l. 18 * *	desunt. *D.*
—— l. 23 Καὶ ὁ Α ἄρα	—— l. 22 καὶ ὁ ΑΕ	καὶ ὁ ἄρα. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ἄπειρος	—— l. 34 ἄπειρος	ἄπειρος. *A. D.*
—— l. 46 ΝΚ, τουτέστιν	—— l. 37 * *	ΝΚ τουτέστιν ὁ ΘΒ πρὸς ΒΕ τουτέστιν. *A.* ΝΚ τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΘΚ τουτέστιν. *B.* ΝΚ τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΕΚ τουτέστιν. *C. D.*
—— 191. l. 10 διπλάσιος	—— l. 44 διπλάσιον	διπλασίους. *B.*
—— l. 13 ὡς ὁ Ε	—— l. 46 * *	desunt. *D*
—— ib. ὁ Γ	—— ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 18 λόγον ἔχει τῷ τῆς Γ πρὸς Δ. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς Δ.	—— l. 50 desunt	λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ. *A. D.* λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς Δ· καὶ ἡ ΑΒ πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ. *B. C.*
—— l. 22 τ Β πρὸς τὸ	—— 44. l. 2 τὴν Β πρὸς τὸ	τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ τὴν Ε πρὸς τό. *D.*
—— l. 30 τ Ο. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τ ΑΒ ὁ Κ ἐστιν, ὁ δὲ Κ τ Β πολλαπλασιάσας	—— l. 7 * *	desunt. *A.*
—— l. 34 τί ἄρα Ν ἐστιν ὁ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τ Β. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ἀπὸ Γ ὁ Λ ἐστιν, ὁ δὲ Δ τ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ο πεποίηκε·	—— l. 8 * * τὸ initio mutato in ὁ	desunt. *D.*
—— l. 41 ὁ αὐτός	—— l. 11 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 44 τ Ν, Β	—— l. 12 * *	τῶν ΝΒ. *B. C. D.*
—— l. 46 τῶν Β, Δ	—— l. 13 * *	τὸν ΒΔ. *A.*
—— 192. l. 2 Κ πρὸς	—— l. 15 * *	desunt *D.*
—— ib. Καὶ ὁ τ Κ	—— l. 16 * *	καὶ ἐστὶν ὁ τοῦ Κ. *B. C D.*
—— l. 16 ληφθῇ τὸ	—— l. 24 * *	ληφθέν τι. *A. B. C. D.*
—— l. 28 καὶ τὸ ΒΓΔ	—— l. 31 * *	καὶ ΒΓΔ. *A.*
—— ib. λαμβανομένων τῶν	—— ib. * *	συλλαμβανομένων. *D.*
—— l. 32 ἐν ἑαυτῷ	—— l. 33 * *	ἐν αὐτῷ. *C.*
—— l. 33 τῆς σφαίρας.	—— 45. l. 1 * *	τῷ τῆς σφαίρας. *B. C. D.*
—— l. 34 πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.	—— l. 2 * *	desunt. *D.*
—— l. 41 καὶ τὸ τῶν ΔΘ πρὸς ΘΖ.	—— l. 6 * *	desunt. *B. C.*
—— ib. ΘΖ.	—— ib. * *	ΘΓ. *D.*
—— 193. l. 1 καὶ τοῦτο συναποδέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι. Ὁ ἄρα τ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ.	—— l. 11 * *	desunt. *C.*
—— l. 5 διπλάσιον	—— l. 13 * *	διπλασίονα. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 193. l. 6 ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ	Pag. 45. l. 14 • •	ὅτι ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ. *A. B. D.*
—— l. 8 ὃν	—— l. 15 • •	deest. *A.*
—— l. 13 ἀπὸ	—— l. 18 • • initio lineæ	deest. *B. C. D.*
—— l. 18 Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— l. 20 • •	desunt. *C.*
—— l. 23 τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ	—— l. 23 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 26 μείζων	—— l. 25 • •	μείζων ἐςί. *C.* μείζω ἐςί. *D.*
—— l. 30 τῆ. ΘΗ μείζων ἐςί,	—— l. 27 • •	desunt. *D.*
—— l. 32 Ὥςε	—— l. 28 ὡς δὲ	ὥςε. *B. C.* ὡς οὖν. *D.*
—— l. 35 τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ.	—— l. 30 • •	τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ *A. B. C.* τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. *D.*
—— l. 39 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιός ἐςι τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ	—— l. 32 • •	repetuntur hæc verba *A.*
—— l. 43 τοῦ	—— l. 34 • •	τὸ. *A.*
—— 194. l. 2 ὂν	—— l. 35 • •	deest. *D.*
—— l. 5 τὸ	—— l. 37 • •	deest. *D.*
—— l. 7 τὴν	—— l. 38 • •	deest. *A. C. D.*
—— l. 11 κύβον	—— l. 41 • •	κύκλω. *D.*
—— ib. ΒΓ κύβου τουτέστιν, ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ κύβον. Τοῦ γὰρ τῆς	—— ib. ΒΓ κύβου τοῦ γὰρ τῆς	desunt. *D.*
—— l. 15 ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν	—— l. 42 • • κύβου omisso	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 16 κύβον,	—— l. 43 • •	κύβος. *C.*
—— l. 27 τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 τὸ ὑπὸ αὐτὸ	οὐ ἀπὸ ΓΘ. *A: B. C. D.*
—— l. 28 ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς	—— l. 50 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ὁ τοῦ ἀπὸ	—— ib. ὁ ἀπὸ	ὁ τοῦ ἀπὸ. *A. B. C.*
—— l. 31 προσλαβὼν	—— 46. l. 2 • •	λαβὼν. *B.*
—— l. 32 ἐςι	—— ib. • •	γάρ. *B. C. D.*
—— l. 38 μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐςι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ,	—— l. 5 • •	desunt. *A. C. D.*
—— l. 40 Ἀλλ' ὁ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ	—— l. 6 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— 195. l. 1 ἢ τοῦ ἀπὸ ΒΘ	—— l. 10 • •	desunt. *D.*
—— l. 7 ἀπὸ	—— l. 14 • •	deest. *B. C. D.*
—— l. 19 ἄρα	—— l. 20 • •	deest. *D.*
—— l. 20 ἐλάσσων	—— l. 21 • •	μείζων. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ἤπερ ὁ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ὁ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 23 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 37 ἤπερ ὁ ΓΘ πρὸς ΘΒ καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 31 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 47 ἤπερ	—— l. 37 • • initio lineæ	deest. *A.*
—— 196. l. 4 ἤπερ ἡ ΚΑ πρὸς ΑΘ. Συνθέντι ὁ ΚΓ πρὸς ΒΑ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 39 • •	desunt. *D.*
—— l. 6 τῇ	—— l. 40 • •	τῆς. *C. D.*
—— l. 16 ΘΒ.	—— l. 46 • •	ΑΘ. *C. D.*
—— l. 22 ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 • •	ὑπὸ ΓΘΒ *B. C. D.*
—— l. 24 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ,	—— l. 50 • •	ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΘ. *A. B. C. D.*
—— ib. ἀπὸ ΓΘ	—— 47. l. 1 ὑπὸ ΓΘΒ	ὑπὸ ΓΘ. *A.*
—— l. 26 πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΘ	—— l. 2 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 27 σύγκειται	—— ib. • •	deest. *D.*
—— l. 28 καὶ τοῦ ἀπὸ ΒΘ	—— l. 3 • •	desunt. *D.*
—— l. 29 ὑπὸ ΒΘΓ·	—— ib. • •	ΒΘΓ. *C.*
—— ib. ἢ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ	—— ib. • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 30 τοῦ τῆς ΒΘ	—— l. 4 • •	τοῦ τε ΒΘ. *C.*
—— l. 31 ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 5 • •	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
—— l. 38 ἐπὶ τὴν ΘΖ	—— l. 8 ἐπὶ ΘΖ	ἐπὶ τὴν ΘΖ. *B. C. D.*
—— l. 39 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ ΑΘ	—— l. 9 • •	πρὸς τὸν ἀπὸ ΑΘ. *D.*
—— l. 42 κύβου λόγος,	—— l. 11 κύβου λόγου	κύκλου λόγος. *A. D.* κύβου λόγος. *B. C.*
—— 197. l. 1 ἐςὶ	—— 43. l. 7 • •	deest. *A. D.*
—— l. 8 ὁ δὲ ἑτέρα μετὰ τοῦ κέντρου.	—— l. 10 • •	desunt. *D.*
—— l. 16 καὶ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφανειῶν, λόγω ὃν	—— l. 14 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 18 ἡμισφαιρίου, τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν	—— l. 16 • •	desunt. *A.*
—— 198. l. 11 ΑΡ, ΡΓ, μείζων ἐςι τοῦ περιμεχθέντος	—— 44. l. 1 • •	desunt. *D.*
—— l. 15 ΑΚ, ΓΞ·	—— l. 2 • •	ΑΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 19 τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὥστε μείζων ἐςὶ	—— l. 4 • •	desunt. *A. B. C D.*
—— l. 25 ἀπὸ ΑΡ, πρὸς τὸ	—— l. 7 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ΑΝ.	—— l. 8 • •	ΑΗ. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 199. l. 4 AK τοῦ ἀπὸ KB, τὸ ἀπὸ AB τοῦ ἀπὸ	— 47. l. 18 • •	defunt. *D.*
— l. 8 Ἔσω τῷ	— l. 21 • •	ἔσω καὶ τῷ. *A. B. C. D.*
— l. 17 ἴσω	— l. 27 • •	deest. *A.*
— l. 18 μὲν	— ib. • •	deest. *D.*
— l. 23 ἄλλο ἢ ἄλλο	— l. 31 • •	ἄλλο καί. *D.*
— l. 32 πρὸς	— l. 36 • •	deest. *C*
— l. 37 τὸ συναμφοτέρω.	— l. 39 • •	defunt. *C.*
— l. 38 τῷ ἀπὸ AP,	— ib. • •	defunt. *A. B. C. D.*
— l. 39 ὑπὸ APΓ	— l. 40 • •	APΓ. *A.*
— l. 41 τῷ ὑπὸ APΓ	— l. 41 • •	τῷ μὲν ὑπὸ APΓ. *A. B. C. D.*
— l. 42 γίνεται τὸ	— l. 42 • •	γάρ ἐστι τό. *A. D.* γάρ ἐστι. *C.*
— l. 43 τῷ ὑπὸ AKΓ,	— ib. • •	τῷ ἀπὸ KΓ. *B.*
— ib. τῷ ὑπὸ AKΓ, μετὰ τῷ ὑπὸ AK, ΓΞ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ APΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ AP,	— ib. • •	defunt. *C.*
— ib. μετὰ τῷ ὑπὸ AK, ΓΞ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ APΓ,	— ib. • •	defunt. *D.*
— l. 44 γίνεται	— l. 43 • •	γάρ ἐστι. *C.* γάρ. *D.*
— l. 48 ὑπὸ AKΞ. Τῷ δὲ	— l. 45 • •	defunt. *D.*
— 200. l. 1 ΞKA	— ib. • •	ΞAK. *C.*
— l. 2 συνθέντι	— l. 46 • •	συνθέντα. *A.*
— l. 4 ΞKA	— l. 47 • •	ΞAK. *C. D.*
— l. 6 ΓAP.	— l. 48 • •	AΓP. *C. D.*
— ib. ΓAP	— ib. • •	AΓP. *C. D.*
— l. 12 ὅπερ ὁ τρίτος ὁ KΓ πρὸς τετάρτην τὴν AP. Καὶ ἐναλλὰξ, ἡ ΓA πρὸς KΓ μείζονα λόγον ἔχει,	— 48. l. 3 • •	defunt. *A. D.*
— l. 15 AB πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς BK.	— l. 4 AΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓB	AB πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓK. *B. C.* et *D.* τῆς omisso.
— l. 17 γίνεται	— l. 5 • •	deest. *A. D.*
— l. 26 AP.	— l. 10 • •	APK. *D.*
— ib. ἥμισυ,	— ib. • •	ἡμίσει. *A. B. C D.*
— l. 28 ἡμίσεια	— l. 11 • •	ὁ ἡμίσεια. *A. C. D.*
— l. 38 μὲν	— l. 17 • •	deest. *D.*
— 201. l. 1 αὐτῆς	— l. 23 • •	deest. *C.*
— l. 2 καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν EZΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι	— l. 24 • •	defunt. *A. D.*
— l. 4 ABΔ	— l. 25 • •	EZΘ. *A.*
— l. 5 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ δεύτερον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παρακολουθηθείσης ὑπὸ τοῦ Μιλησίου μηχανικοῦ Ἰσιδώρου ἡμετέρου διδασκάλου.	— l. 26 • •	defunt. *D.*
— 203. l. 4 ὡς ἐπίκειται· λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ E.	— 44. l. 17 • •	τριγώνῳ τῷ E ὡς ὑπόκειται λέγω ὅτι ἴσος ἐστί. *A B. C D.*
— l. 16 Ἐλάσσων ἄρα ἡ NΞ	— l. 22 • •	defunt. *D.*
— 204. l. 5 ἔλαττον	— l. 25 • •	μεῖζον. *A. D.*
— l. 6 E	— ib. • •	deest. *D.*
— l. 14 τιμαῖς	— l. 31 • •	τιμῇ. *D.*
— l. 15 τριγώνου	— l. 33 • •	deest. *D.*
— l. 16 Ἔσω	— l. 34 • •	ὅτι. *B. C. D.*
— l. 17 ὅτι	— l. 36 • •	ἐστιν. *B. C. D.*
— l. 25 ὑπεξεργασίας	— 49. l. 3 • •	ὑπεργασίας. *D.*
— l. 28 εὐχῆς	— l. 5 ἔχοι	εὐχῆς. *B.* εὐχῶς. *D.*
— ib. ἄξιον	— ib. • •	ἀξίως *A.*
— l. 34 γνωρίζομαι.	— l. 8 • •	γνωρίζομεν. *B. C. D.*
— l. 36 πρὸς τὸν	— l. 10 • •	καὶ τόν. *C.*
— ib. ἐξητημένον.	— ib. ἐξητημένων	ἐξητημένου. *C. D.*
— l. 37 ὅτι τοῦ	— ib. ὅτι τὸ	ὅτι τὸ τί. *A. C. D.*
— l. 38 ἐπιμελῶς.	— l. 11 ἐπιμελῶς	ἐπιμελοῦς. *A. D.*
— l. 52 ἀνελλιπῶς	— l. 20 • •	ἀνελλειπῶν. *D.*
— 205. l. 1 δ᾽ ὅτι	— ib. δέ τε	δὲ τοί. *A. B. C. D.*
— l. 5 λαβεῖν,	— l. 23 • •	λαβόντι. *C.*
— l. 6 ὅμως	— l. 24 • •	ὁμοῦ. *A.*
— l. 7 ἐπ᾽	— ib. • •	deest. *D.*
— ib. Εἶναι	— ib. • •	ποτί. *C.*
— l. 8 τὸ μέγεθος	— ib. • •	τι μέγεθος. *B. C. D.*
— l. 12 αὐτῆς,	— l. 27 • •	αὐτό. *B. C. D.*
— ib. ἐστι	— ib. • •	deest. *A.*
— l. 13 τριγώνου	— l. 28 • •	τὸ τρίγωνον. *B. C. D.*
— l. 15 ἀθυμιᾶς	— l. 29 ἀθυμίαν	ἀθυμίας. *B. C.*
— l. 17 ῥᾳδίως	— l. 31 • •	ῥᾳδίως. *D.*
— l. 29 ΓHΔ·	— 45. l. 1 • •	ΓH. *A. D.*
— 206. l. 13 EH	— l. 20 • •	ΣN. *A.*
— l. 14 M ϑυδ πρὸς M γηϑ·	— ib. μ ϑYN πρὸς μ γYΘ	AΔM ΘYN πρὸς M TYΘ. *A.* M ΘYN πρὸς M ΓYΘ. *C.* AΔM ΘΓN πρὸς MB TYΘ. *D.*
— l. 22 μείζονα λόγον ἔχει,	— l. 24 • •	μείζων. *A. D.* μεῖζον. *B. C.*
— l. 28 ὀρθὴ ἐστὶν μη. Κείσθω δὲ αὐτῷ ἴση, πρὸς τῷ E, ἡ ὑπὸ ΓEM· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ZΓ ἐπὶ τὸ M. Ἡ ἄρα ὑπὸ AΣM,	— l. 26 • •	defunt. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 206. l. 31 πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου	Pag. 45. l. 27 • •	τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστί. *A. B. C. D.*
—— 207. l. 2 ͵δχνγL'	—— 46. l. 1 • •	͵δχνγ. *C.*
—— l. 10 M ͵δχπ'	—— l. 3 μ ͵δχπη	M ͵Δ XΠH. *C.*
—— l. 18 τρίτον ὀρθῆς.	—— l. 7 • •	τρίτου ὀρθῆ. *A.*
—— l. 19 ͵ατια	—— l. 8 • •	τια. *A.*
—— ib. ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ͵αφξ πρὸς ψπ'. Τετμήσθω	—— ib. • •	desunt. *A. D.*
—— l. 20 ͵αφξ πρὸς ψπ'.	—— ib. • •	͵ΑΦΞΖ ΨΠ. *C.*
—— l. 21 Τετμήσθω	—— ib. • •	deest. *B. C.*
—— l. 23 ἄρα,	—— l. 10 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἄρα ἴση	—— ib. • •	desunt. *B. C. D.*
—— l. 33 ͵γυγL' δ'	—— l. 14 • •	͵ΓΙΓΓ Δ'. *D.*
—— l. 35 ΘΓ,	—— l. 15 • •	desunt. *D.*
—— l. 36 ͵ετκδL' δ'	—— ib. ͵ετκδL δ'	͵ΕΤΚΔ ϛ' δ. *B.* ͵ΕΤΚΔ ϛ' δ'. *C. D.*
—— ib. σν'.	—— l. 16 • •	ΣΝ. *D.*
—— 208. l. 1 δ' ιγ'.	—— ib. • •	Δ' ιγ' α'. *B.* ΔΙ γ' α'. *C. D.*
—— l. 2 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 5 ξς'	—— l. 18 • •	ΣΞΓ. *B. C. D.*
	—— ib. ἀνάλογον	ἀνάλογον. *B. D.* ἀνάλογον omisso. *C.*
—— l. 15 ͵ττλς' πρὸς βιζ' δ'.	—— l. 21 ͵ΓΤΙλς πρὸς ͵αιζδ'	͵ΓΤΛΓ' πρὸς ͵ΖΙΖ δ'. *A. B. C. D.*
—— l. 16 καὶ δίχα οα'. Καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ϟς' πολυγώνου	—— l. 22 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 18 ἡ δίχα οα'.	—— l. 23 • •	ἡ ἢ ὁ ια'. *A. B. C.* ἡ δ' ια'. *D.*
—— l. 19 Ὥς τε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα'.	—— ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 20 ἡ δέκα οα'.	—— l. 24 • •	ἡ δ' ια'. *A. B. C.*
		In tractatu hocce pro τρίτον ὀρθῆς in Edit. Bas. semper est τρίτου vel τρίτῳ ὀρθῇ. *D.*
—— l. 28 Ἀριθμὸς	—— 49. l. 39 ἀριθμὸν	ἀριθμός. *B. C. D.*
—— ib. πολλαπλασιαζόμενος,	—— ib. πολλαπλασιαζόμενον	πολλαπλασιαζόμενος. *A. B. C. D.*
—— l. 31 δυνάμενον	—— l. 41 δυνάμενα	δυναμένου. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ἡμᾶς	—— l. 43 • •	ἡμῶν. *B.*
—— ib. Ἐξῆν	—— ib. • •	ἐξῆν. *A.*
—— l. 37 τρίτον	—— 50. l. 1 • •	τρίτου. *C. D.*
—— l. 39 ΕΖ· ἡ	—— l. 2 ΕΖ καὶ ἡ	ΕΖ ἡ. *A. D.* ΕΖ ἴση ἡ. *B. C.*
—— ib. ὑπὸ ΓΕΖ,	—— ib. • •	bis repetuntur hæc verba.
—— l. 40 τρίτον	—— ib. • •	τρίτου. *A. C.*
—— l. 43 τρίτον ἄρα ὀρθῆς.	—— l. 5 • •	τρίτου ἄρα ὀρθῇ. *A.* τρίτου ἄρα ὀρθῆς. *C.*
—— l. 46 ἐπὶ τὸ Μ,	—— l. 6 • •	ἐπὶ τὸ Γ. *C. D.*
—— l. 47 τοῦ Μ (θ)	—— l. 7 • •	τοῦ Γ. *C. D.*
—— 209. l. 7 Μ	—— l. 11 • •	μέγεθος. *D.*
—— l. 8 ἀπὸ ΕΖ	—— l. 12 • •	ΕΖ. *D.*
—— l. 11 ἀπὸ ΕΓ,	—— l. 13 ἀπὸ Ε	ἀπὸ ΕΓ. *A. B. C. D.*

In MSS. 2359 et 2362 Multiplicationes quæ subjiciuntur ad illustrandas propositiones, scribuntur (forte ad unius exemplaris communis imitationem) more perturbate et sine ullâ curâ divisionum limites servandi; quamobrem earum collatio visa est et perdifficilis et infructuosa, præsertim eo magis quia in MS. 2362 notantur ut falsæ, lineis calamo superductis.

	—— l. 18 col. 3. ἐπεὶ ἐξελεύσεται ἄρα Μ β (θ)	ἐπεὶ ἐξελεύσεται ἄρα Μ β (δ) *B.*
—— l. 18 col. 1 ͵αωλς'	—— l. 19 col. 1. ͵αωλς	͵ΑωΛΓ. *C.*
—— ib. col. 2 ͵ξχι' (θ)	—— ib. col. 2. ͵ξχι (θ)	͵β ΦΡΝΓ. *B. C.*
—— l. 19 col. 1 Μ ͵γχλς'	—— l. 20 col. 1. Μ ͵γΧΛΓ	Μ Γ͵χλς. *C.*
—— ib. col. 2 υθ'	—— ib. υθ.	τρθ. *B.* ͵τρθ. *C.*
—— l. 20 —ib. Μ ͵γυθ' (β)	—— l. 21 col. 2. Μ ͵γΥΘ (β)	Μ ͵ΓΥΘ. *B. C.*
—— l. 25 Καὶ συνθέντι,	—— l. 22 • •	desunt. *A.*
—— l. 28 ΖΓ,	—— l. 23 ΖΗ	ΖΗ ex corr. alt. man. ΖΓ. *B.*
—— l. 30 μείζων εἰσὶν	—— l. 25 μείζων εἰσὶν	μείζων ἐστίν. *C.* μείζων ἐστί. *D.*
—— l. 36 δέδεικται,	—— 51. l. 2 δέδεικται	δείκται. *A.* δέδεικται. *B. C. D.*
—— l. 38 δὲ	—— l. 3 • •	deest. *A.*
—— l. 40 ἴσαι Μ ͵θν (λβ)	—— l. 4 • •	͵α Μ ͵ΘΝ (λβ). *D.*
—— l. 41 φ∠α α'	—— l. 5 Φ∠Α ἴσον	Φ∠Α α'. *C. D.*
—— l. 44 φ∠α' α'	—— l. 6 Φ∠Α ἴσον	Φ∠Α α'. *B. C. D.*
—— 210. l. 4 col. 1 Μ ͵ϛδλι' (γ)	—— l. 11 col. 1. Μ ͵ϛδλι (γ)	͵ϛφξβζ. *B. C.*
—— l. 5 col. 3 ͵ϛφξβL'	—— ib. • •	͵ϛ ͵δλ. *B.* ͵ϛ ͵δλ. *C.*
—— l. 4 col. 2 ͵ϛβφρ'	—— ib. ͵ϛβ Φ ΡΝ	͵ϛω ΦΡΝ. *C.*
—— l. 5 —ib. ͵τρθ'	—— l. 12 • •	ΓΡΝΘ. *C.*
—— l. 7 col. 3 ͵θυκηL' δ' ξδ'	—— l. 14 ΥΚΗ ζ' δ' ΞΔ	ΥΚΗ ζ' δ' δ' ΞΔ. *B.* υκηζδξδ. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 210. l. 12 τῆ ΘΕ.	Pag. 51. l. 18 • •	τῆς ΘΕ. *A.*
—— l. 13 μοιρ. ν'	—— – ib. μοιρ. ΞΒ ἴσον	ΑΡΞΒΗ. *A. D.*
—— – ib. Γίνεται	—— l. 19 • •	deest. *A. D.*
—— l. 18 μοιρῶν	—— l. 21 μοίρων	μοιρῶν. *A. B. C. D.*
—— l. 19 Μείζονος	—— l. 22 • •	μείζονος. *A.*
—— – ib. ὅπερ	—— – ib. • •	deest. *D.*
—— l. 23 αριθ. ν'	—— l. 24 ΑΞΒΗ'	,ΑΡΟΒΗ'. *B. C. D.*
—— l. 26 $\overset{ρλδ}{M}$ φλδ∠' ξδ'.	—— l. 26 $\overset{ϛσλ}{M}$ ΦΛΔΕ'∠ξ δ'	$\overset{ϛλς}{M}$ φλδξδ. *A.* $\overset{ρλδ}{M}$ ΦΛΔ Ξ δ'. *B.* $\overset{ρλδ}{M}$ ΦΛΔς ΞΔ'. *C.* $\overset{ϛλς}{M}$ ΦΛΔ. *D.*
	—— l. 27 • •	ϰ. *D.*
—— l. 28 ἔσται	—— – ib. $\overset{ρλξ}{M}$ ΓϡΜΓ∠ξδ	$\overset{ϐλξ}{M}$,ΓΛΜΓ∠Ξδ'. *C.* $\overset{ρλξ}{M}$ Γ,ΑΜΓς ΞΔ. *D.*
—— – ib. $\overset{ρλξ}{M}$,γϡμγ∠' ξδ'.	—— – ib. ,ΑΡΟΒ	,ΑΡΟΒ ν' ἔγγιστα. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ,αροβ ν' ἔγγιστα		

MULTIPLICATIONUM FORMULÆ PROUT INVENIUNTUR IN MSS. *B. C.*

B.

ὑπὸ ΕΓ ,ΑΡΞΒ ν'	ὑπὸ ΘΓ ΡΝΓ	μοιρ. ν'
ἐπὶ ,α ρξβ ν'	ἐπὶ ΡΝΓ	ἐπὶ ,αρξβ ν'
$\overset{ρ}{M}\overset{ι}{M}\overset{ς}{M}$,β ΡΚΑ	Μ α ,ςτ	$\overset{ρ}{M}\overset{ς}{M}$ ι M βρπ
$\overset{ι}{M}\overset{ο}{M}$,ςτθζ	,ϛ βφϙ	$\overset{ι}{M}\overset{ο}{M}$ ζϛθζ
$\overset{ς}{M}$,ς ,ς ,τχξηζ∠	$\overset{β}{M}$ τῦ	$\overset{ξ}{M}$ ζ ,δϡμηζδ'
βϡπδ δ'		βϙμδδ'
ΡΚΕ ιβ∠' ζ∠δ' ξδ'		ϙμ ιβ∠ηζϑξδ'
$\overset{ρλς}{M}$ φλδ∠ ξδ'		$\overset{ο}{M}$,αλζτμζξδ'
τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς		ἐλλείπει ἄρα τῶ ἀκριβῶς
ἀπὸ ΕΓ ΓΑ ἐστὶ $\overset{ρλξ}{M}$,τ		$\overset{ο}{M}$ ξτ∠
ϡΜΓξδ'		

C.

ὑπὸ ΒΓ ,αρξβ ν'	ὑπὸ ΘΓ ΡΝΓ	αρξβ ν'
ἐπὶ ,αρξβ ν'	ἐπὶ ΡΝΓ	ἐπὶ αρξβ ν'
$\overset{ρ}{M}\overset{ι}{M}\overset{ς}{M}$,ΒΡΚΒ	μα ,ςτ	$\overset{ρ}{M}$ μ $\overset{ζ}{M}$ βρπ
$\overset{ι}{M}\overset{ο}{M}$,ςτιθζ	,ϛ βφϙ	$\overset{ι}{M}\overset{ο}{M}$ ζςιθζ
$\overset{ς}{M}$,ς ,τχξη ξ∠	$\overset{β}{M}$ τυ θ	$\overset{ϰ}{M}$ ζ ,Δ λημηζδ'
βϙπΔΔ'	M τυ	βϙμδΔ
ΡΚΒ' ΙΒ ∠' Ζ∠ Δ' ξδ'		μιιβ∠ηζΔ Δξδ'
τὸ ἀπὸ ΣΘ ἴσον τοῖς		$\overset{ο}{M}$ ς ,λζτιηζξδ'
ἀπὸ ΕΓ ΓΑ ἐστὶ $\overset{ρλξ}{M}$,τ		ἐλλείπει δὲ τῶ ἀκριβῶς
ϡμγξδ'		$\overset{ο}{M}$ ξτ∠.

——211. l. 3 ὑπὸ	—— l. 40 • •	deest. *D.*
—— l. 7 ἐπὶ μοιρῶν	—— l. 42 • •	ἐπὶ μοιρῶν *C. D.*
—— l. 18 τῶ ἀκριβῶς	——52. l. 3 • •	τῆς ἀκριβῶς. *A.*

——20, &c.

B.

ὑπὸ ΕΒ τλδ'	Col. 2. ut in Edit. Oxon.	βτλδ'
$\overset{υ}{M}\overset{ζ}{M}$ ηφ		ἐπὶ βτλδ'
$\overset{ζ}{M}\overset{ρ}{M}$,δα ,αρ ,ιι		$\overset{υ}{M}\overset{ξ}{M}\overset{ς}{M}\overset{ο}{M}$ ηφ
ἐπὶ βτλδ'		$\overset{ο}{M}\overset{θ}{M}$,θ βφοι
$\overset{ς}{M}$,βϡμηζ∠		$\overset{ς}{M}$,βϡ ,τηζ∠
,α ,α τφιτια		$\overset{ο}{M}$,α ,βφτοιαδδ'
φυζ∠αιτ		φυζτιδδ' ιτ'
$\overset{φιδ}{M}$ α ,ψατια		$\overset{φμζ}{M}$ βτ∠ιτ'
ἐκ τούτων σὺνάγεται τὸ		ἐλλείπει ἄρα τῶ ἀκριβῶς
ἀπὸ ΕΚ $\overset{φμζ}{M}$ βρλβιτ		$\overset{ο}{M}$ M α∠ :–

C.

ὑπὸ ΕΒ τλδΔ'	Col. 2. ut in Edit. Oxon.	βτλδ'
$\overset{ο}{M}\overset{z}{M}$ ηφ		ἐπὶ βτλδ'
$\overset{z}{M}\overset{ρ}{M}$,θα ,αρ ,ιι		$\overset{υ}{M}\overset{ξ}{M}\overset{ς}{M}\overset{ο}{M}$ ηφ
ἐπὶ ξτλΔδ'		$\overset{ο}{M}\overset{θ}{M}$,θ ζφοι
$\overset{ς}{M}$,ξϡμηζ∠		$\overset{ς}{M}$,θηιζ∠
ναιρειτια		$\overset{ο}{M}$ α βφτοιαβδ'
φυζ∠αιτ		φυζτιβΔ' ιτ'
$\overset{φιδ}{M}$ α ,ψατιτ'		$\overset{φμζ}{M}$ βτ∠ιτ'
ἐκ τούτων συνάγεται τὸ		ἐλλείπει δὲ τῶ ἀκριβῶς
ἀπὸ ΕΚ $\overset{φμβ}{M}$ βρλβιτ'		$\overset{ο}{M}$ μα∠

—— l. 37 ὑπὸ Β ΕΓ, βτλδ' δ' καὶ ἔτι μοιρῶν	——52. l. 17 • •	defunt. *C.*
—— – ib. μοιρῶν τινὸς	—— – ib. μοιρῶν	μοιρῶν τινὸς. *A. D.*
—— l. 38 μείζων	—— l. 18 • •	μείζων ἐστὶν. *A. C. D.*
——212. l. 3 ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΘΕΓ, ὡς τι μοι' ἐπί	—— l. 22 • •	defunt. *C.*
—— l. 4 μα'	—— l. 23 ΜΙΘ	μα'. *A.*
—— l. 8 ΑΕΓ, ζτ'	—— l. 25 ΑΕΓ ζτ	ΑΕΓ ΟΒ. *B. C. D.*
—— – ib. ὀρθῶν.	—— – ib. • •	ὀρθῶν. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 212. l. 10 ζς′.	Pag. 52. l. 26 • •	ζΒ B. ςΒ. C. ζςβ. D.
—— l. 11 ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ,	—— ib. • •	ΕΑ πρὸς τὴν ΑΓ. B. ΒΑ πρὸς ΑΓ. C. D.
—— l. 15 ΑΜ πρὸς ΑΓ,	—— l. 29 • •	ΑΜ πρὸς ΑΛ. C. D.
—— l. 17 περίμετρος	—— l. 30 • •	περιδιάμετρος. D.
—— l. 18 ,δχπς′	—— l. 31 • •	ΔΧΟΗ· Μ ΑΧΟΗ. C. ,ΔΧΟΗ. D.
—— l. 19 περίμετρος	—— ib. • •	περιδιάμετρος. D.
—— l. 20 Ἡ περίμετρος	—— l. 32 • •	ἥτις ἡ διάμετρος. B. C. D.
—— l. 22 χξζL′	—— l. 34 • •	χξζς′. B. C. D.
		Pro L. est fere in MSS. ς.
—— l. 24 ἐπιπολλαπλάσια	—— l. 35 • •	πολλαπλάσια. B. C. D.
—— ib. χξζL′,	—— ib. • •	χξζς′. B. C. D.
—— l. 26 περίμετρος	—— l. 36 • •	τρίμετρος. D.
—— l. 37 Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, τρίτον	—— l. 42 • • τρίτου mutato in τρίτω	defunt. D.
—— l. 43 Μ (σμγ)	—— l. 46 • •	Μ (ες). B. C. Μ (π). D.
—— l. 44 Μ (ξ) μς′.	—— l. 47 • •	Μ Μς. D.
—— l. 45 Μ (ρνβ)	—— l. 48 • •	Μ (ενβ). B. D. Μ (ενβ). C.
—— 213. l. 3 col. 1 Μ Μ Μ (ρ ν ς) Μ (μθ)	—— 53. l. 5 • •	Μ λο Μ (ρ ς) Μ (ιθ). B. C.
—— l. 4 col. 3 Μ (ο)	—— l. 6 • •	Μ (α). B. C.
—— l. 6 col. 1 Μ (σμγ) ,γχ′	—— l. 8 Μ (ςμγ) ,γχ	Μ (ρμγ) ,γχ. B. C.
—— l. 8 — ib. ΒΓ ἀπὸ ϛ ἀπὸ ΑΓ,	—— l. 10 ΒΓ ἀπὸ τῦ ΑΓ	ΑΓ ἀπὸ τῦ ΓΒ. B. C.
—— l. 12 ΗΓΒ	—— l. 14 • •	ΓΒ. B. C. D.
—— l. 18 ὑπὸ	—— l. 17 • •	deest. A. B. C. D.
—— ib. ἴσας	—— ib. • •	deest. A.
—— l. 20 ὁ ΑΗ	—— l. 18 ἡ ὁ ΑΗ	ἡ ΑΝ. A. ἡ ΑΗ. D.
—— l. 30 ἡ ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΓ	—— l. 24 • •	defunt. A. D.
—— l. 32 ,γτκα′.	—— l. 25 • •	,ΓΚΑ. D.
—— l. 33 Μ (τβ) ,βτκα′.	—— l. 26 • •	Μ ΒΤΚΑ. B. Μ ,ΒΤΚ. C. Μ ,ΒΤΚΑ. C.
—— l. 34 ,γγL′ γ	—— ib. • •	ΝΓΟΓL γ. B. C. γγL γ. D.
—— l. 36 ,γγL′ γ	—— l. 28 • •	,ΠΤς γ. B. C. ΠΠΤς Δ. D.

MSS. B. C.

ἡ ΑΗ, ΒΤΔΑ

ἐπὶ βτδα

Μ Μ ,ϛτδ (ρς πα)

Μ θρι (β)

βτδα

Μ ,ςτδα (ας)

τα απο των ΑΗ ΗΓ

Μ βτκα (τα)

ἡ ΗΓ ΨΠ

Μ Μ ς (αθ α)

Μ ,ς ς ,ςυ (α)

,θ Μ ςυ (ξ)

ςιςζγ

ἐπὶ ςιςζγ

Μ Μ σαφλο (τδ ς)

ὑποσ′ Lγ

,αφιαLγ τυ

ψοβLςγ ο′ ιγ

θ Μ βχπδς (τυ)

ὑπερέχει τῦ ἀκριβῦς

Μ τξυς′ (ο)

} B.

ἡ αυβτδα

ἐπὶ βτδα

Μ θρι (ρς)

βτδα

Μ ,ςτδα (ας)

τα απο των ΑΗ ΗΓ

Μ βτκα (το)

ἡ ΗΓ ΨΠ

Μ Μ ς (αθ α)

Μ ς ς ,ςυ (α)

,θ Μ ςυ (ξ)

ςιςΖΔ′

ἐπὶ ςιςLΔ′

Μ Μ σαφλο (λ ς)

ὑποσLΔ

,αφιαLΔο′ ιγ

Μ βχπδς (τυ)

ὑπερέχει τῦ ἀκριβῦς

Μ τξυς′ (ο)

} C.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
—— 214. l. 2 πρὸς τὴν	—— l. 38 • •	καὶ τὴν. B.
—— l. 4 ΗΑΓ	—— l. 39 • •	ΗΑ ΑΓ. B. C. D.
—— l. 7 ΗΑ, ΑΓ	—— l. 41 ΡΑ ΑΓ	ΗΑ ΑΓ. B. C. D.
—— l. 9 ὅπερ ,ςτδ κδ′ L′ δ′ πρὸς ψπ′. Ὡς το ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει.	—— l. 43 • •	defunt. B.
—— l. 11 ωυ′	—— ib. • •	Γω. D.
—— l. 12 ιγ′.	—— l. 44 • •	ΙΓ ο′. B. C. D.
—— l. 15 ,γτκθ′.	—— l. 46 γτδ ΚΘ	,ςτδθ. C. ,ςυθ. D.
—— l. 16 Μ (ο) ,ζχ′	—— ib. • •	μέρος μζχ. A. D. μ ,ζχ. B. μέρος ΚΖΧ. C.

MULTIPLICATIONES PROUT INVENIUNTUR IN MSS. B. C.

M M M ρ ρλθ ζ ια' ... ΓΚΑ ἐγγὺς } B.

M M M ρ ρλθ ζ ια' ... ἐνυπέχει δὲ τῦ ἀκριβῶς TKA ἐγγὺς } C.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 214. l. 47 M	— 54. l. 19 • •	M. B. C. M. D.
— l. 48 ὑπερέχει γὰρ τῦ ἀκριβῶς, τὸ ἀπ' αὐτῆς, M ιβ γ' λς'.	— ib. desunt	ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τῦ ἀκριβῶς M ιβ γ' λ' ς'. A. B. C. D.
— 215. l. 3 col. 2 ,γχτξ	— l. 23 • •	,γχτξ. C.
— l. 4 col. 1 ,ζμθ τξδ'	— l. 24 • •	∠ τξας. C.
— l. 5 — ib. ,δμθ	— l. 25 • • — et ∂τ Nς	ΔΜΟ. C. — sunt ut in Edit. Oxon. in col. 2.
— l. 8 col. 3 λς'	— l. 27 • •	λγ'. B. C.
— l. 18 αὐτῆς τῦ	— l. 33 • •	αὐτῦ τῆς. A.
— l. 23 col. 1 βτλγ' γ'	— l. 38 ,Β ΤΑ ςγ'	βτλζγ'. B. C.
— l. 25 — ib. M βχλεα' ,ἀτς' M ,δωθα∠' δ'	— l. 40 • •	βχλεα ,ς ἀτς θ∠ δ. B. M βχλεα ,ς ἀτς θ∠ δ'. C.
— l. 26 col. 3 ∠' α ∠' δ'	— l. 41 • •	∠ας δ'. B. C.
— l. 27 — ib. M ,θοςζ∠' ις'	— l. 42 ,θο ζΖ∠ις'	M θοςζ∠ις'. B. C.
— l. 29 — ib. M. ιγ∠' κδ'	— l. 44 M ΙΓ∠α'	M Γ∠α'. B. C.
— l. 31 ὁ ΑΓ πρὸς ΓΑ, μείζονα	— l. 45 ὁ ΑΓ μείζονα	ut in Edit. Oxon. A. B. C. D.
— l. 32 ξς' πρὸς	— l. 46 Ξς πρὸς Ξς πρὸς	Ξς πρὸς. A. C. D.
— l. 35 πλευρὰ,	— l. 47 • •	πλευρᾶς. C. D.
— l. 36 κύκλῳ	— l. 48 • •	πολύγωνα. A.
— l. 37 ἐστὶ	— l. 49 • •	deest. A.
— l. 38 δέκα ἑξδομηκοντομοίων	— 55. l. 1 • •	διακοσδομηκοντομόνων. C.
— l. 41 δέκα ἑξδομηκοντομοιων	— l. 2 • •	διακοσδομηκοντόμοια. C.
— l. 42 ἐν ἐγχωρεῖ,	— l. 3 • •	ἐγχωρεῖ. B. ἐν ἐγχωρεῖ. C.
— l. 43 ἐμφανισθήσεται	— ib. ἐμφανίσεται	ἐμφανισθήσεται. C. D.
— 216. l. 1 Παντοδεῖν,	— l. 4 • •	ἀπὸ τοδεῖν. A. D. ἑαυτοῦ. B. C.
— l. 11 τῶν κδ'.	— l. 10 τοῦ κδ'	τὸ ΙΘ. C.
— l. 23 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου Ὑπόμνημα, εἰς τὸν Ἀρχιμήδους τοῦ Κύκλου Μέτρησιν Ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ, τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.	— l. 19 • •	desunt. D.
— l. 25 τῷ ἡμετέρῳ	— l. 21 • •	ἡμετέρῳ. C.
— 217. l. 1 ποτὶ Κωνωνα	— 81. l. 28 • •	ποτικωνων. A.
— l. 5 καὶ	— l. 30 • •	deest. A.
— l. 11 ἀρχᾶ	— l. 34 • •	ἀρχεῖ. B.
— l. 13 λαβεῖν	— l. 35 • •	λαῶ. A.
— l. 14 ἢ ἄδηλα	— l. 36 • •	ἄδηλα. A. B. C. D.
— l. 15 εὑρεῖν,	— ib. • •	εὑρεῖν. A.
— ib. ἐξευρεῖν,	— ib. • •	ἐξεύρην. A. D.
— l. 16 Γεωμετρίαν.	— l. 37 • •	γεωμετρίας. A. B.
— 218. l. 1 Κωνωνος	— l. 38 κόνων	κώνωνος. A. D.
— l. 5 ὑμῖν κεχωρισμένον,	— l. 40 μὲν κεχωρισμένον	μὲ κεχωρίσταιμ. A. D. μὲν κεχωρισμένα. B. C.
— l. 6 ὅπως	— l. 41 ὅπερ	ὅπως. A. B. C. D.
— l. 7 αὐτοῦ ὡμολογηκότες	— l. 42 ἀπὸ ϑ' ὡμολογηκότες	ἃ αὐτοῦ ὡμολογηκότες. B. C. ἀποθωμολογηκότες. D.
— l. 11 ἐμφανίσω	— l. 44 ἐμφανίσαι	ἐμφανίξω. B. ἐμφανίξειν. C. D.
— l. 26 τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας	— 82. l. 6 • •	repetuntur hæc verba. D.
— l. 35 μὲν τῶν	— l. 11 • •	μὲν ὧν τῶν. A. B. C. D.
— l. 38 εἰς ἄπειρα,	— l. 13 ἴσαι ἴσα	εἰς ἄπειρα. A. B. C. D.
— l. 41 ἐστι.	— l. 15 • •	deest. B.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 218. l. 43 εἰς ἄνισα	Pag. 82. l. 15 ἴσαι ἴσα	εἰς ἄνισα. *A. B. C. D.*
—— l. 46 Τὸ γὰρ μεῖζον τμᾶμα	—— l. 17 • •	desunt. *C.*
—— l. 47 τᾶς σφαίρας τοῦ τὸ ἔλασσον,	—— ib. • •	ἃ μὲν ἁ. *B. C. D.*
—— l. 48 ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον.	—— ib. • •	διπλασίονα. *B.*
—— 219. l. 8 ἐστὶ	—— l. 25 • •	εἰσὶ. *C.*
—— l. 13 ἐπιφάνειαν	—— l. 28 • •	ἐπιφανόμεναι. *A. D.*
—— l. 14 ἀποτέμῃ τὸ	—— ib. • •	ἀποτέμνει. *B.*
—— l. 20 ἀποτμαθὲν	—— l. 31 ἀποτμαθὲν	τὸ ἀποτμαθέν. *B. C. D.*
—— l. 23 ἀποτμαθέντι	—— l. 33 ἀποτμαθέντι	ἀποτμαθέντι. *D.*
—— ib. ὅπως οὖν	—— l. 33 • •	ὅπως ὦν. *D.*
—— l. 24 ἐξηγωνίου κώνου	—— l. 34 • •	ἐξηγωνία κώνου. *C.*
—— l. 25 οἷον τὰ ἀποτέμνοντα	—— ib. ἴσα τὰ ἀποτέμνοντα	οἱ κατὰ ἀποτέμνοντα. *C.*
—— l. 31 ὅλους	—— l. 37 • •	ὅλως. *A. C.*
—— l. 33 ἐπινοεῖν ἐχόντων	—— l. 38 ἐπινοεῖν ἐόντα	ἐπινοοῦντες. *B.*
—— l. 34 ἀποδείξιος	—— l. 39 ἀποδείξιας	ἀποδείξιες. *A.*
—— l. 37 εὐθεῖα γραμμὰ	—— l. 40 εὐθεῖαι γραμμαὶ	εὐθεῖα γραμμά. *B. C. D.*
—— l. 42 ἀπὸ	—— l. 43 • •	ὑπὸ. *B. C. D*
—— l. 43 ἀπὸ καταγραφείσας	—— l. 44 • •	ἀποταθεῖσας. *A.*
—— l. 44 κέντρῳ	—— ib. κέντρου	κέντρου. *A. C. D.* κέντρῳ. *B.*
—— 220. l. 1 περιφορᾷ.	—— l. 49 • •	περιφέρεια. *B.C. D.*
—— l. 6 συλλαφθέντος ὑπὸ τᾶς ἴσας, τὸ μὲν ἐν τῷ τρίτῳ	—— 83. l. 1 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 7 ἰσοῦσθαι	—— l. 2 ἰσοῦται	ἰσοῦσθαι. *C. D.*
—— l. 10 ἑξῆς ἀριθμοῖς	—— l. 3 • •	ἐξισαρίθμους. *C.*
—— ib. ἰσοῦσθαι,	—— ib. • •	deest. *C.*
—— l. 12 Τὸ δὲ ἐν τῷ πρώτῳ περιφερῇ συλλαφθὲν χωρίον	—— l. 4 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 13 τῷ	—— l. 5 τῷ	τοῦ. *B.*
—— l. 14 ἐπὶ	—— ib. • •	περὶ. *A.*
—— ib. ὅλως	—— ib. ὅλως	ὅλως. *B.*
—— l. 18 γεγραφέντι	—— l. 7 • •	περιγεγραφθέντι. *A.*
—— l. 32 Τούτων	—— l. 14 τούτων	τούτων. *B. C D.*
—— l. 35 χρείας	—— l. 16 • •	ταῖς χρείαις. *B.*
—— l. 38 ἀνίσας	—— l. 17 • •	ἴσας. *A. B.* (margine alt. manu ἀνίσας) *C. D.*
—— l. 51 ΓΔ	—— l. 24 ΑΓ	ΑΔ. *B. C. D.*
—— l. 52 χρόνος	—— l. 25 • •	ὁ χρόνος. *B. C. D.*
—— 221. l. 19 ΒΔ	—— l. 38 • •	ΒΔ γράμμας. *D.*
—— l. 23 ΖΗ, ΗΘ	—— l. 40 • •	ΖΗ. *D.*
—— ib. καθαιρετικοῦ	—— ib. • •	κ αθαιρετικοῦ. *A.*
—— l. 26 συνθεῖσαι	—— l. 41 • •	συντεθεῖσαι. *A. B. C. D.* sed in *C.* τ. deletur.
—— l. 31 αὐτῷ ἑαυτῷ	—— l. 44 • •	αὐτὰ ἑαυτᾷ. *C.*
—— l. 38 τὰ ΑΒ	—— l. 48 τῷ ΑΒ	τᾶ ΑΒ. *B.*
—— 222. l. 9 δοθέντων ἑκατέρου	—— 84. l. 11 • •	δύο δοθέντων ἑκατέρων. *A.* δύο δοθέντων ἑκατέρου ἴσον. *D.*
—— l. 14 μείζων ἔστω πασᾶν	—— l. 13 • •	μείζων ἄρα. *A.*
—— l. 15 περιφερειᾶν.	—— ib • •	περιφερείας. *A.*
		Inter tertiam et quartam propositiones, atramento rubro, scribuntur hæc verba, δέδεικται γὰρ ἐν τῷ α' θεωρήματι τοῦ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. *A.* et in marg. *B. C.* et τὸ ante περὶ mutato in τῶ. *D.*
—— l. 20 ὑπεροχὰ,	—— l. 16 ὑπερέχει	αἱ ὑπεροχαί. *B. C. D.*
—— l. 23 ἴσαι	—— l. 17 • •	ἰσοῦται *B.* ἴσ. *D.*
—— l. 26 μείζον	—— l. 19 • •	μείζων, *C.*
—— l. 34 ποτὶ	—— l. 24 ἀπὸ τὸ	ποτί. *A. D.*
—— l. 44 τῷ κέντρῳ	—— l. 27 • •	τῷ Κ κέντρῳ. *C. D.*
—— 213. l. 3 ὃν ἁ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ. Ἡ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει	—— l. 32 • •	desunt. *C.*
—— l. 14 τᾶς περιφερείας	—— l. 43 • •	τᾶς τε περιφερείας. *C. D.*
—— l. 26 δὲ καὶ ἀπὸ	—— l. 49 • •	δὲ ἀπό. *A. C. D.*
—— l. 30 ποτὶ τὰν ΓΛ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΚΓ	—— l. 51 • •	desunt. *C.*
—— l. 32 ἐχέτω ἁ ΚΓ ποτὶ μείζονα τᾶς ΓΛ.	—— 85. l. 1 • •	desunt. *D.*
—— l. 33 Ἐχέτω ποτὶ τὰν	—— ib. ἐχέτω τὸν	ἐχέτωσαν. *A.*
—— l. 40 ΒΚ	—— l. 5 • •	ΚΓ. *B. C. D.*
—— 224. l. 5 ἴσα	—— l. 18 • •	ἄρατι. *C.*
—— l. 16 νοείσθω	—— l. 24 • •	νοείσθαι. *B. C. D.*
—— l. 28 ἀπὸ τᾶς	—— l. 40 • •	ἀπὸ τῆς τᾶς. *C.*
—— l. 36 ἴσω	—— l. 50 • •	deest. *A. D.*
	—— 86. l. in marg.	ἁ γὰρ ΚΓ πρὸς ΓΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς ΒΓ καὶ διὰ τοῦτο μείζων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΓΛ. *B.C.*
—— l. 50 ἄλλας	—— 86. l. 3 ἀλλάλας	ποτ' ἄλλας. *A.* ἄλλας. *B. C.*
—— 225. l. 2 ΞΙ, ΙΛ	—— l. 4 • •	ΞΙΛ. *C. D.*
—— l. 4 τὰν	—— ib. τὰν ν	τῶ. *A.*
—— ib. ΚΙ, ΙΝ	—— ib. ἁ ΚΙΝ	ΚΙΝ. *B. C. D.* in margine. *B.* ἴσον γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΙΚ ΝΙ τῷ ὑπὸ ΞΙ ΙΑ ἐν κύκλῳ γὰρ δύο εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας τὸ δὲ ὑπὸ ΚΙ ΓΑ τῷ ὑπὸ ΚΕ ΙΑ τρίγωνον γάρ ἐστι τὸ ΙΚΑ. Καὶ παρὰ μίαν ἦκται ἡ ΕΓ ἀνάλογον ἄν ἐστιν ὡς ΙΝ πρὸς ΚΕ ἡ ΙΑ πρὸς ΑΓ καὶ διὰ τοῦτο τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων et *C.* ΙΚΝΙ mutatis in ΘΚΝΜ et πρὸς inter ΙΑ et ΑΓ omisso.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 225. l. 9 ὁ ἀ Η	Pag. 86. l. 7 ὁ ἀ	ὁ ἀ Η. *A.*
—— l. 14 λόγου.	—— l. 9 • •	deest. *B*
—— l. 21 ἴχνει.	—— l. 13 ἴχνει	ἴχνει. *A. B. C. D.*
—— l. 26 ΞΓ	—— l. 15 • •	ΞΓ. *D.*
—— l. 44 τῷ μὲν	—— l. 28 • •	τὸ μὲν. *B. C. D.*
—— l. 50 αὐτοῦ	—— l. 35 • •	deest. *B. C. D.*
—— 226. l. 18 ἰσοῦνται	—— l. 44 • •	ἰσοῦνται. *A.*
—— l. 20 Ἔσται	—— l. 45 • •	ἔσονται. *A.*
—— l. 32 τριπλάσια ἐστὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.	—— l. 51 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 38 δυοῖ	—— 87. l. 3 δυὸ	δυοῖ. *B.*
—— — ib. ὑπὸ	—— — ib. • •	ἀπὸ. *D.*
—— l. 39 περιεχομένους	—— — ib. περιεχομένων	περιεχομένως. *B.*
—— l. 40 ἴσα	—— l. 5 • •	deest. *D.*
—— l. 41 δυοῖ	—— l. 6 δυὸ	δυοῖ. *A. B. C. D.*
—— l. 42 περιεχομένους.	—— — ib. περιεχομένων	περιεχομένους. *A. B. C. D.*
—— — ib. ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, καὶ τὰ	—— l. 7 • •	desunt. *D.*
—— l. 44 Ο περιλαβόντα	—— l. 8 • •	ΟΠ ὑπολαβόντα. *C. D.*
—— l. 47 ἑκατέρῳ	—— l. 11 • •	ἑτέρῳ. *D.*
—— 227. l. 2 ἴσα τοῖς	—— l. 14 • •	ἴσα ἐστὶ τοῖς. *A. B. D.*
—— l. 4 ὑπὸ	—— l. 16 • •	ἀπὸ. *D.*
—— l. 5 ὑπὸ	—— — ib. • •	ἀπὸ. *D.*
—— — ib. ὑπότι	—— l. 17 • •	ἀπότι. *D.*
—— l. 9 καὶ τὰς	—— l. 19 • •	καὶ. *D.*
—— l. 10 τᾶς Δ, διὰ τὸ τὰν	—— — ib. • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 11 εἶμεν.	—— — ib. • •	εἶμεν τᾶς Θ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἴσας	—— l. 23 ἴσαι	ἴσαι. *A. C. D.*
—— — ib. τριπλασίῳ	—— — ib. • •	τετραπλασίῳ. *D.*
—— l. 33 Β, Γ, Δ,	—— l. 29 • •	ΑΒΓ. *A. C. D.*
—— — ib. ἴσῳ	—— — ib. • •	deest. *D.*
—— l. 34 Β, Γ, Δ,	—— l. 30 • •	ΑΒΓ. *A. C. D.*
—— l. 39 ὑπὸ	—— l. 32 • •	ἀπότι. *B.*
—— 228. l. 1 τᾶς μεγίστας	—— l. 40 ταῖς μεγίστας	τῆς μεγίστας. *C.* τᾶς μεγίστας. *D.*
—— l. 9 ἰσοῦνται,	—— l. 44 • •	ἰσοῦνται. *A.*
—— l. 16 τῷ δὲ	—— l. 48 τῷ	τῷ δὲ. *C.*
—— l. 28 Ἔστω γὰρ	—— 88. l. 3 • •	ἔστωσαν. *A.* ἔστωσαν γὰρ. *B. C. D.*
—— — ib. ὑποτεινούσᾳ	—— — ib. ὑποτεῖν	ὑποτεινούσᾳ. *A. B. C.*
—— l. 29 ἑξῆς κείμεναι	—— l. 4 • •	ἐξηρτημέναι. *D.*
—— l. 30 ά ʒ Ε Ζ	—— — ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 31 ά ἰ ΙΚ	—— — ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 32 τὰν ΓΔ	—— l. 5 • •	τὰ ΓΔ. *A. D.* τᾶ ΓΔ. *C.*
—— 229. l. 4 λόγου	—— l. 18 • •	τὸν λόγον. *A. B. C. D.*
—— l. 6 τετραγώνου καὶ τὸ ἀπὸ	—— l. 20 • •	τετραγώνου· καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ. *B. C. D.*
—— l. 9 καὶ τὰ ἀπὸ τῶν	—— l. 22 ἀπὸ τῶν	καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν. *A. B. C. D.*
—— l. 16 συναμφότερα	—— l. 27 • •	τὰ συναμφότερα. *A. B. C. D.*
—— l. 18 ἐκδιχθῇ	—— l. 28 ΚΑ διαχθῇ	κατδιχθῇ. *A.* καταδιχθῇ. *D.*
—— l. 21 τετραγώνων	—— l. 29 • •	τῶν τετραγώνων. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ἴσον	—— l. 33 • •	ἴσα. *C. D.*
—— l. 37 τᾶς ΒΦ,	—— l. 37 • •	τὰν ΒΦ. *B. C. D.*
—— l. 44 ΓΟ	—— l. 40 • •	ΓΘ. *B. D.*
—— l. 50 ἀπὸ τῶν	—— l. 42 ἀπὸ τῶν	ἀπὸ. *A.*
—— 230. l. 3 τετράγωνα	—— l. 43 • •	τὰ τετράγωνα. *D.*
—— l. 18 ἀναγραφέντι	—— 89. l. 1 ἀναγραφέντι	ἀναγραφέντι. *B.*
—— l. 20 εἴη πάντα	—— l. 2 • •	εἰ δὲ ἅπαντα. *C. D.*
—— l. 21 τῷ ἴσῳ	—— — ib. ἴσῳ	τῷ ἴσῳ. *A.*
—— l. 32 ἰσοταχέως	—— l. 7 • •	ἰσοταχεῖ. *A. C. D.*
—— l. 35 ἑαυτῷ	—— l. 9 • •	ἑαυτῷ. *B. C.*
—— l. 38 μόνον	—— l. 10 • •	μὲν. *D.*
—— l. 42 τῷ πρώτῳ	—— l. 12 τᾶ πρώτα τᾶ	τᾶ πρώτα. *B. C. D.*
—— l. 45 διανύσῃ,	—— l. 13 διανύσει	διανύσῃ. *B. C. D.*
—— 231. l. 9 γεγραμμέναι	—— l. 22 • •	γεγραμμέναι *A.* ὁποιαοῦν γεγραμμένα. *C.* ὁποῖα ἂν γεγραμμένα. *B.* ὁποῖαι γεγραμμέναι. *D.*
—— l. 11 ὁποιαιοῦν,	—— l. 23 • •	ὁποιαοῦν. *C. D.*
—— l. 21 τᾶς ΑΒ	—— l. 27 τὰν ΑΒ	τᾶς ΑΒ. *B.*
—— l. 50 περιέχοντα	—— l. 46 περιέχοντα	περιέχοντι. *A.*
—— — ib. ποτ' ἀλλάλας.	—— — ib. ὑπὸ τ' ἀλλάλας	ποτ' ἀλλάλας. *A. C. D.*
—— 232. l. 1 διπλασίαι	—— l. 47 διπλασίας	διπλασίαι. *B. C. D.*
—— l. 3 διπλασίας.	—— l. 49 διπλασίας	διπλασίαι· *B. C. D.*
—— l. 5 Θ, Α	—— l. 51 • •	ΘΑ. *B. C. D.*
—— l. 6 τι	—— — ib. • •	deest. *C.*
—— — ib. ΓΗ	—— — ib. • •	ΓΘΗ. *A. B. C.*
—— l. 8 ΕΖ	—— 90. l. 1 • •	ΖΗ margine manu eâdem. ΕΖ. *B.*
—— l. 17 τᾶν	—— l. 6 • •	τὰν δὲ. *B.*
—— l. 22 ποτιπεπτωκότων	—— l. 9 ποτιπεπτωκότων	ποτιπεπτωκότων. *A.*
—— l. 33 φερόμενον	—— l. 16 • •	περιφερόμενον. *C.*
—— l. 45 Αἱ κατὰ ποτὶ	—— l. 25 • •	αἱ δὲ κατὰ. *A. C. D.* αἱ δὲ καὶ, margine alterâ manu. ποτὶ *B.*
—— l. 46 ποτιπεπτωκότι	—— — ib. ποτιπεπτωκότι	ποτιπεπτωκότι. *C.* ποτιπεπτωκότι. *D.*
—— 233. l. 1 καθ' ὅλας	—— l. 27 • •	καθ' ὅλας. *A.*
—— l. 5 ποτιπεπτωκότων	—— l. 28 ποτιπεπτωκότων	ποτιπεπτωκότων. *B.* ποτιπεπτωκότων. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 233. l. 11 ποτὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τᾶς τᾶ κύκλω περιφερείας.	Pag. 90. l. 31 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 22 αὐτῷ	—— l. 41 • •	ἑαυτοῦ. *B. C. D.*
—— l. 27 διηχθέοντας,	—— l. 45 • •	διάγονται cum parvo hiatu. *C.*
—— l. 28 ποτιπιπτόντι	—— l. 46 • •	ποτιπίπτει. *A. D.*
—— l. 30 αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι	—— ib. εἰρημένοι	αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι. *A. C. D.* αἱ εἰρημέναι. *B.*
—— l. 35 ὁ ἐπὶ ἐλάσσων	—— l. 49 ὁ ἐλάσσων	ἐν ἐλάσσονι. *A. D.* ἐπὶ ἐλάσσων. *B.* ἐν ἐλάσσων. *C.*
—— 234. l. 7 τὰν	—— 91. l. 10 τὰ	τὰν *B. C.*
—— l. 8 ἐν ταῖς	—— l. 11 ἐντὸς	ἐν τῷ. *A.*
—— l. 12 τὰς μὲν ἐν ταῖς προαγομένοις μείζονας	—— l. 14 • •	τὰς μὲν ἐν ταῖς προαγομένοις μείζονα. *B.*
—— l. 13 τὰς δὲ ἐν ταῖς ἑπομένοις ἐλάσσονας	—— l. 16 • •	τὰς δὲ ἐν ταῖς ἑπομένοις ἐλάσσονα. *B.*
—— l. 21 ἐν· Ἔστω γὰρ, εἰ	—— l. 20 ἐν ἔστω γὰρ	ἔστω ἔστω γὰρ εἰ. *A. C.* ἔστω ἔστω γὰρ. *D.*
—— l. 37 Ὁ δὲ ὁ ΣΗΚΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν,	—— l. 32 • •	desunt. *C.*
	—— l. 33 in marg.	ἐν τῷ ιά. *B.* ἐν τῷ ιδ'. *C.*
—— l. 44 δὲ	—— l. 36 • •	deest. *C. D.*
—— l. 46 συμβέοντας.	—— l. 37 • •	συμβαίνουσιν. *B.*
—— 235. l. 18 περιφέρεια	—— l. 48 περιφέρειας	περιφέρεια. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ΔΝΤΡ κύκλω περιφέρειας	—— l. 49 ΔΗΤΡ κύκλω περιφέρειας	ΔΗΤΡ κύκλου περιφέρειας. *B.* ΔΗΤΡ κύκλω περιφέρειας. *C. D.*
—— l. 42 Ὁμοίως δὲ διαχθέοντας, καὶ φανὰ τὰς ἐν ὁποιωοῦν γεγραμμένας ὅλαις ὑποφαίη	—— 92. l. 13 • •	altera manu in marg. *A.* ἐνταῦθα ὁ ΑΒΓΔΘ. *B.* ὁ ΑΒΓΔΘ. *C.*
—— 236. l. 5 ὁ ΑΒΓΔ·	—— l. 25 • •	ὁ ΑΒΓ. *D.*
—— l. 30 ποτιλαβεῖν	—— l. 41 ποτιλαβεῖν	ποτιλαβεῖν. *B. C. D.*
—— ib. τὸν	—— ib. τὰν τὰν	τὰν. *D.*
—— l. 48 ἄρα	—— 93. l. 3 • •	deest. *C. D.*
—— l. 52 ὑπὸ ΘΗΚ.	—— l. 5 • •	desunt. *C.*
—— 237. l. 50 ἀρχᾶς .	—— l. 43 • •	ἀρχᾶς καὶ. *A. C. D.*
—— 238. l. 16 γεγραμμένω	—— l. 51 • •	γραμμαί. *B.*
—— l. 17 λόγον	—— 94. l. 1 • •	deest. *A.*
—— l. 20 ἔχει	—— l. 7 ἔχει	ἔχει. *B.*
—— l. 39 διπλασίων τοῦ ΤΜΝ	—— l. 15 διπλασίων τοῦ Μ	διπλασίων τοῦ ΜΝ. *A. M. D.*
—— 239. l. 5 ἐπιφαίνη	—— l. 37 ἐπιφαίνει	ἐπιφαίνη. *B. C. D.*
—— l. 10 αὐτῷ	—— l. 39 • •	deest. *A.*
—— l. 18 τῷ	—— l. 43 • •	deest. *D.*
—— l. 24 προαγομένω	—— l. 46 προαγομένω	προαγομένα. *A.*
—— l. 25 τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ	—— l. 47 • •	desunt. *C.*
—— l. 29 ΔΕΖ	—— l. 48 • •	ΑΕΖ. *A.*
—— l. 34 ὀρθαὶ	—— l. 50 • •	ὀρθαί. *A. D.*
—— l. 37 Ἔστω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων. Ἀφῃρήσθω δὲ τις ὁ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων,	—— 95. l. 1 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 44 ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιλαβεῖν	—— l. 8 ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιλαβεῖν	ἀπὸ τοῦ Α ποτιλαβεῖν. *D.*
—— l. 49 ΔΑ.	—— l. 15 • •	desunt. *D.*
—— 240. l. 1 ἐστὶ	—— l. 18 • •	deest. *D.*
—— l. 4 ἢ ὁ ΔΡ	—— l. 21 καὶ ὁ ΔΡ	ἢ ὁ ΔΡ. *C.*
—— l. 10 Ὅτι γὰρ ἔχει ὁ ΚΜΡ ποτὶ τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν,	—— l. 25 • •	desunt. *C.*
—— l. 11 ΚΜΡ	—— ib. ΚΜΝ	ΚΜΡ. *B. D.*
—— l. 17 ἐστὶν	—— l. 26 • •	deest. *A. D.*
—— l. 26 τοῦ	—— l. 30 • •	deest. *B.*
—— l. 27 ἀπὸ	—— ib. • •	καί. *A. B. C. D.*
—— l. 31 περιφερῆ	—— l. 32 • •	περιφερής. *B. C. D.*
—— l. 32 κατασκευασθέντος	—— l. 33 • •	κατασκευασθέντι. *A.*
—— 241. l. 2 δὲ τμάμα	—— l. 43 • •	τοῦτο μὲν ὡς. *C.*
—— l. 3 τοῦ τμάματος	—— l. 44 • •	τοῦτο μὲν ὡς. *C.*
—— l. 4 Καὶ ἔστιν γεγραμμένος ὁ τμάμα ὁ ΔΘΚ ἐλάσσων ἢ προτεθέντος	—— ib. • •	desunt. *A. D.*
—— l. 5 Διαιρείσθωσαν δὲ αἱ	—— l. 45 διαιρείσθωσαν δὲ αἱ	διαιρείσθωσαν δὲ αἱ. *B.*
—— l. 9 ἀχθῶντι.	—— l. 47 ἀχθῶσι	ἀχθῶσιν. *B.*
	—— l. 49 καὶ συμπιπτέτωσαν τᾶ	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 14 ἐφ' ἂν	—— ib. ἔσται καὶ	corr. in marg. manu ead. ἐφ' ἄν. *B.*
—— ib. τᾷ ΘΑ κατὰ τὸ Ο, ὁ ΟΜ,	—— l. 50 τᾶ ΘΑ κατὰ τὸ ΟΑ ΟΜ	τᾶ ΘΗ κατὰ τὸ Ο ὁ ΟΜ. *C.* τᾶ ΘΑ κατὰ τὸ Ο ὁ ΟΜ *D.*
—— l. 19 ΘΝ	—— l. 51 • •	ΘΚΗ. *C.*
—— l. 20 ἐφ' τ' ἂν ΘΚ	—— 96. l. 1 ἔσται καὶ	καί. *A. D.* ἐφ' ἄν. *B.*
—— l. 21 τῷ κύκλῳ	—— ib. • •	τοῦ κύκλου τοῦ ΘΚ.
—— l. 29 ἐφ' τ' ἂν	—— l. 4 • •	ἐφ' ἄν. *B. C.*
—— l. 45 λελείπεται	—— l. 21 • •	λελείπεται. *B.*
—— l. 47 μείζων	—— l. 22 • •	μείζων. *B. C. D.*
—— l. 52 ἐλάσσων	—— l. 25 ἐλάσσων εἶμεν	ἐλάσσων. *B.*
—— 242. l. 4 ἑπεῖται	—— l. 28 ἐπεὶ	ἑπεῖται. *B.*
—— l. 15 ἁ δὲ ΕΑ ἁ δευτέρα εὐθεῖα τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφερείας.	—— l. 42 • •	desunt. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 242. l. 20 ΑΗ, ΖΙ	Pag. 96. l. 46 ΓΗΖΙ	ΑΓΗΖΙ. *A. C. D.*
—— l. 31 τῷ	—— 97. l. 1 τὰ	τῶ *D.*
—— l. 35 Μεῖζον γάρ ἐστι ταῦτα τὸ ὑπεροχῇ ᾗ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ.	—— l. 3 μείζων γὰρ ἐστι ταῦτα ἁ ὑπεροχὰ ᾇ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ	defunt. *D.*
—— l. 39 καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος παντὸς τοῦ προστεθέντος χωρίου	—— l. 5 • • σχήματος παντὸς omisso	defunt. *C.*
—— l. 40 σχήματος παντός	—— l. 6 defunt.	σχήματος ἔλασσον παντός. *A. B. D.*
—— l. 47 ὥς τε τὸ	—— l. 9 • •	ἔστω τό. *C.* ἔστω δή. *D.*
—— l. 48 εἶμεν	—— l. 10 • •	εἶναι. *C.*
—— ib. ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προστεθέντος χωρίου·	—— ib. • •	defunt. *C.*
—— 243. l. 3 τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος,	—— l. 14 • •	defunt. *D.*
—— l. 4 τᾶν ἀπὸ τοῦ πρώτου τᾶς ἕλικος	—— ib. • • πρώτας mut. in πρώτου	defunt. *C.* τὰν ἀπὸ τῶν πρώτων τᾶς ἕλικος. *D.*
—— l. 8 μεῖζον	—— l. 16 μείζων	μείζω. *A. D.*
—— l. 18 ὁ ΘΑΖ δίχα τεμνομένου,	—— l. 19 ΘΑ δίχα τεμνομένου	ΘΑΖ δίχα τεμνομένου. *A. B.* ΘΑΖ δίχα διατεμνομένου. *C.* ΘΑΖ δίχα τεμνομένου. *D.*
—— l. 22 ΘΑΚ	—— l. 20 • •	ΘΑΚ τό. *B. C. D.*
—— l. 28 τὸ Θ·	—— l. 24 τὸ Θ	τὸ Θ. *B.*
—— ib. ἑκατέρα	—— l. 25 ἑκατέρα	ἑκάτερος. *B.*
—— l. 33 Καὶ τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 31 • •	defunt. *D.*
—— l. 36 ἔστιν,	—— l. 34 • •	deest. *D.*
—— l. 38 ὡς	—— l. 36 • •	ὥστε. *B. C. D.*
—— l. 47 ΑΒΓΔΕΘ,	—— l. 41 ΑΒΓΔΘ	ΑΒΓΔΕΘ. *A. B. C. D.*
—— 244. l. 2 η κύκλῳ.	—— l. 43 ἴσω κύκλω	ϛ κύκλῳ. *A. B.* ζ. *C.* η. *D.*
—— l. 3 ἐλάσσων,	—— l. 44 ἐλάσσων	ἐλάσσω. *A. B. C. D.*
—— l. 9 η	—— l. 47 ἴσος	ϛ. *A. B.* ζ. *C.* Γ. *D.*
—— l. 12 ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον οὖν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα	—— l. 48 • •	defunt. *A. D.*
—— l. 13 οὖν	—— ib. • •	ὂν ὅτι. *B.*
—— l. 15 κύκλω.	—— l. 49 • •	ϛ κύκλω. *A. B. C.*
—— l. 18 ἐς τ' ἂν	—— ib. • •	ἐφ' ἄν. *B.* ἐς τάν. *C. D.*
—— l. 25 ἐλαχίστα	—— l. 51 • •	ἁ ἐλαχίστα. *A.*
—— l. 28 ταῦτας,	—— 98. l. 2 • •	ταύταν. *C.*
—— l. 35 αἱ τομέες	—— l. 12 • •	αἱ μὲν τομέες. *B. C. D.*
—— l. 49 ὥς τε	—— l. 28 • •	ὡς. *A. D.*
—— l. 50 ᾧ	—— l. 30 • •	ὁ. *D.*
—— 245. l. 2 ἐλάσσων	—— l. 35 • •	ἐλάχιστος. *B.*
—— ib. ὤν,	—— ib. • •	ὂν ὅτι. *B.*
—— l. 5 ἐς τ' ἂν	—— 3. 38 • •	ἐφ' ἄν. *C.*
—— l. 11 ποτιπιπτέτωσαν, ἃν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, καὶ ἔστω ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐστὶ δὲ καὶ ἄλλας τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ποτιπιπτέτωσαν τᾷ μὲν	—— l. 42 ποτιπιπτέτωσαν τᾷ μὲν	ut in Edit. Oxon. τινὲς omisso et ΑΖΗΙ addito ante κύκλου. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ἀναγεγραφθείσας	—— l. 43 • •	ἀναγεγράφαται. *B.*
—— l. 47 τοῦ β' κύκλου.	—— 99. l. 6 • •	defunt. *D.*
—— 246. l. 1 Ἔστω ἁ ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφερείᾳ γεγραμμένα·	—— ib. defunt.	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 6 ἔστω,	—— l. 9 • •	ἔστωσαν. *B.*
—— l. 19 αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου	—— l. 28 • •	defunt. *D.*
—— l. 30 γεγράφθω	—— l. 33 • •	περιγράφθω. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ᾧ ὑπερέχει	—— l. 34 • •	ὅπερ ἔχει. *D.*
—— l. 36 ΘΟΑ.	—— l. 36 • •	ΘΟΑ. *B. C. D.*
—— l. 38 ποιοῦντι	—— l. 37 • •	ποιοῦνται. *D.*
—— ib. ἐς τ' ἂν	—— ib. ἐς τάν	ἐφ' ἄν. *D.*
—— l. 41 ποτιπεσοῦνται,	—— l. 39 ποτιπίπτουσιν	ποτιπιπτόντω. *A.* ποτιπίπτουσιν. *B.*
—— l. 45 μιᾷ ἐλάσσονες ἑαυτᾶν,	—— l. 40 μιᾷ ἐλάσσων ἑαυτᾶν	μιᾷ ἐλάσσων ἑαυτᾶν. *A. D.* μιᾷ ἐλάσσονες ἑαυτᾶν. *B.*
—— l. 47 ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τᾷ ἴσᾳ ἀλλάλαις	—— l. 41 • •	defunt. *A. D.*
—— l. 48 ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τᾷ ἴσᾳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν. χωρὶς	—— l. 42 ὑπερεχουσᾶν χωρὶς	ὑπερεχουσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας ἐν ἀναγράφεται· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρίς. *A.B.C.D.*
—— 247. l. 4 τοῖς μὲν τομεῦσι	—— l. 44 τοῖς μὲν τομέσι	defunt. *D.*
—— l. 5 ἀλλάλαις	—— l. 45 ἀλλάλας	ἀλλάλαις. *A.*
—— l. 6 ΑΖΗΙ	—— ib. ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *B.*
—— l. 13 ΑΖΗΙ	—— l. 50 ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *B. C. D.*
—— l. 45 ἐς τ' ἂν	—— 100. l. 23 ἐς τάν	ἐς ἄν. *C.* ἐς τάν. *D.*
—— l. 51 μιᾷ	—— l. 29 μίαν	μίαν. *D.*
—— ib. ἑαυτᾶν,	—— l. 30 αὐτᾶν	ταύταν. *C. D.*
—— 248. l. 8 τρίτον μέρος τοῦ	—— l. 34 τρίτον τοῦ	τρίτον μέρος. *B.* τρίτον. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 248. l. 9 τοῦ μὲν	Pag. 100. l. 34 τὸ μὲν τοῦ	τοῦ μὲν. *A. B. C. D.*
—— l. 12 οὖν	—— l. 36 • •	deest. *C.*
—— – ib. ΑΖΗΙ	—— – ib. ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *C. D.*
—— l. 15 μέρος	—— l. 37 • •	deest. *A.*
—— l. 20 ΑΒ εὐθείας.	—— l. 40 εὐθείας	ΑΞ εὐθείας. *A.*
—— l. 29 κατὰ τῷ μὲν ἐπὶ	—— l. 45 κατὰ τὰ μὲν	κατὰ μὲν ἐπὶ. *B.* κατὰ μὲν ἐπὶ. *C.* κατα-μανεῖ. *D.*
—— l. 33 τᾶς ἐν τοῦ κέντρυ τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τᾶν εἰρημέναν ποτὶ	—— l. 46 desunt	ut in Edit. Oxon. *A. C. D.* et τᾶς mutato in τὰν. *B.*
—— l. 50 τᾶν ἀπὸ	—— 101. l. 4 τᾶ ἀπὸ	τᾶν ἀπὸ. *A.* τᾶν ὑπὸ. *D.*
—— l. 53 ἔτι τὰ Α, Ε.	—— l. 6 • •	desunt. *D.*
—— 249. l. 7 ἐν	—— l. 14 • •	ἐν ἔχει. *A. B. C. D.*
—— l. 8 ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 16 • •	desunt. *D.*
—— l. 13 τὸ κέντρον	—— l. 21 • •	τῷ κέντρῳ. *B. C. D.*
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 22 τῷ Θ	τῷ Θ. *B. C. D.*
—— l. 36 ἐλάσσων	—— l. 33 • •	ἐλάσσω. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ἐλάσσονος ταυτᾶν, τῷ δὲ	—— l. 36 ἐλάσσονι ταύτας τῷ	ἐλάσσων ταύτας τῷ δὲ. *A. C. D.* ἐλάσσονος ταύτας τῷ δὲ. *B.*
—— l. 44 ἀπὸ τοῦ Θ	—— l. 37 ἀπὸ τῷ	ἀπὸ τῷ Θ. *A. B. C. D.*
—— 250. l. 25 ἐλάσσων,	—— 102. l. 3 • •	ἐλάσσων. *A.*
—— l. 26 Χ	—— l. 4 ΧΞ	Χ $\frac{1}{4}$. *C. D.*
—— l. 28 μὲν	—— l. 5 • •	εἶμεν. *C.*
—— l. 29 ἐγγεγραμμένου	—— l. 6 γεγραμμένον	ἐγγεγραμμένον. *B. D.*
—— l. 45 τᾶς	—— l. 18 • •	deest. *B. C. D.*
—— l. 46 τὰς μεγίστας τᾶν τῷ ἴσῳ	—— l. 19 τὸν μεγίστον τῷ ἴσω	τὸν μεγίστον τῷ ἴσω. corr. alt manu τᾶς μεγίστας τῶν ἴσω. *B.*
—— l. 49 τᾶν ἴσῳ	—— l. 23 • •	τᾶν τῷ ἴσω. *B.*
—— 251. l. 1 Ὥς τε	—— l. 24 • •	ἔτι. *A. D.*
—— l. 5 Οὐκ ἄρα ἐστὶν	—— l. 26 οὐκ ἔστιν	οὐκ ἄρα ἐστὶν. *C. D.*
—— l. 10 ἐ	—— l. 29 • •	deest. *D.*
—— l. 22 ϛ	—— l. 36 • •	deest. *D.*
—— l. 35 Κ ϛ′	—— l. 48 • •	Κ καί. *A.*
—— – ib. ἃ διδιάκονται.	—— l. 49 ὃ δὲ διάκονται	ὃν δὲ διάκονται. *A. D.*
—— l. 36 Ἐπειδὴ	—— l. 50 ἐπεὶ δὲ	ἐπεὶ *A. B. C. D.*

51 In marg. MS. hæc nota est ὅτι ϛ ὁ Β ἕλιξ πρὸς τὸ Β κύκλος λόγον ἔχει ὃν Ζ πρὸς ΙΒ ᾗ ἀκοτέρω δίδονται οὐχ ὅτι δὲ καὶ σὺν δι᾽ ἀριθμῶν ἐπιστῶσαι ὅπως καὶ τὰ ἑξῆς ἀπαρακολούθητα γένηται· ἐπεὶ γὰρ ἐδείκνυτο ὁ Β ἕλιξ πρὸς τὸν Β κύκλον λόγον ἔχουσα ὃν συναμφότερα τό τε ὑπὸ τῶν ΒΘ ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ πρὸς τὸ τετράγωνον τᾶς ΑΒ, ὑποκείσθω ἡμῖν ἡ ΑΘ μονάδων οὖσα ΙϛΒ· δῆλον τὴν ΒΘ γίνεσθαι Μ ΑΒΓ· ἐστὶν ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ Μ ΦΙΒ· τὸ δὲ τρίτον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΑ μονάδων ΠΕΓ′ ὁμοῦ γίνονται Μ Φϛ ΖΓ′ τὸ δὲ ἀπὸ ΒΘ Μ ͵ΑΚΔ ᾗ ἔχει τὰ Φϛ ΖΓ′ πρὸς ͵ΑΚΔ λόγον ὃν ἑπτὰ πρὸς ΙΒ :_ *B.*

Inter paginas 230 et 231 Codicis 2361 inferitur folium, tres notas continens, quas proxime subjungimus. Ὅτι ϛ α′ ἕλιξ ποτὶ τὸ α′ κύκλον ἔχει ὃν Ζ ποτὶ ΙΒ ᾗ ἀκοτέρω δίδονται· οὐχ ὅτι δὲ ᾗ σὺν ἐξ ἀριθμῶν ἐπιστῶσαι, ὅπως καὶ τὰ ἑξῆς ἀπαρακολούθητα γένηται· ἐπεὶ γὰρ ἐδείκνυτο ἁ α′ ἕλιξ ποτὶ τὸν α′ κύκλον λόγον ἔχουσα, ὃν συναμφότερα τό τε ὑπὸ τῶν ΒΘ ΘΑ καὶ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ· ὑποκείσθω ἡμῖν ἁ ΑΘ μονάδων ἐστι Ιϛα′ δῆλον, τὰν ΒΘ γίνεσθαι Μ ΑΒ· γίνεται ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ Μ ΦΙΒ τὸ δὲ τρίτον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ Μ ΠΕΓ′ ὁμοῦ γίνονται Μ Φϛ ΖΓ′· τὸ δὲ ἀπὸ ΒΘ Μ ͵ΑΚΔ καὶ ἔχει τὰ Φϛ ΖΓ′ ποτὶ ͵ΑΚΔ λόγον ὃν ἑπτὰ ποτὶ ΙΒ. Secunda fine referentia, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ἐν τῷ κέντρῳ τοῦ α′ κύκλου Μ ͵ΑΚΔ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ἐν τῷ κέντρῳ τοῦ α′ κύκλου Μ ΣΝϛ ᾗ ἔχει ποτὶ ἄλλαλα λόγον ὃν ΙΒ ποτὶ Γ τὰ λοιπὰ δὲ φανερά· συνάπτεται γὰρ ἐν τῷ δι᾽ ἴσου ᾗ διελόντι. tertia cum referentia ad p. 103. l. 6. Ed. Baf. Δῆλον ὅτι ἐδείχθη ποτὶ ὑπεναντίως καὶ δι᾽ ἴσου τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ, λόγον ἔχει ὃν τὰ ΚΑΜ χωρία ποτὶ τὰ ΚΑ· ταῦτα δὲ φησὶ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν ΙΘ ποτὶ Ζ· τὸ Γ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ Μ ἐστὶ ͵ΑΦΔϛ τὸ δὲ Γ τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΓ Μ ΠΕΓ′ ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΣΗϛ ͵ΑΓΚΔΓ′ ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ Φϛ ΖΓ′· ἅπερ ποτὶ ἄλλαλα λόγον ἔχει, ὃν Θ ποτὶ ΖΙ. *C.*

—— l. 39 ἐστι	—— 103. l. 1 • •	ὅτι. *D.*
—— l. 41 ἔστιν ἄρα	—— l. 2 ἔστιν ἄρα	καὶ ἄρα. *A.*
—— – ib. τοῦ Α.	—— – ib. • •	τῷ Α. *B. C. D.*
		In marg. sed fine ulla referentia, est nota, quæ α′ mutato in Β^o^ et α′ in Α^o^, secunda est supra, exhibita. *B.*
—— l. 46 ΓΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 5 • •	desunt. *D.*
—— 252. l. 1 ΒΘ, ΘΑ,	—— l. 6 • •	In marg. nota est quæ sequitur, et quæ pauculis mutatis est tertia 2361 supra scripta, Δῆλον ὅτι ἐνταῦθα προσϋπακουστέον καὶ δι᾽ ἴσου τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ Γ′ μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν τὰ ΚΑΜ χωρία πρὸς τὰ ΚΑ. Ταῦτα δὲ φησὶ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ Γ′ μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν ΙΘ πρὸς Ζ τὸ Γ′ τοῦ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μονάδων ἐστὶ ΑΦΔϛ τὸ δὲ Γ′ τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΓ Μ ΠΕΓ′ ἐστὶ ᾗ τὸ ἀπὸ τᾶς ϛΗϛ ͵ΑΧΚΑΓ′ ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ Γ′ μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ ΦϛΖΓ′ ἅπερ πρὸς ἄλλαλα λόγον ἔχει ὃν Θ πρὸς ΖΙ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 252. l. 6 λόγον	Pag. 103. l. 7 • •	τὸν λόγον. *A.*
—— l. 11 δι' ὅτι	—— l. 9 • •	ὅτι καὶ. *D.*
—— l. 22 ΚΑΜΝ	—— l. 15 • •	[illegible]. *D.*
—— – ib. τούτου ἔχει	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 24 ΘΔ, ΘΓ,	—— l. 16 • •	ΘΔ. *D.*
—— l. 28 ΔΘ, ΘΓ,	—— l. 18 • •	ΘΣ ΘΔ. *A.* ΑΘ ΘΓ. *D.*
—— – ib. καὶ τὸ τρίτον μέρος	—— – ib. • •	καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Δ. ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος, &c. et a ποτὶ hujus variationis ad Ε Δ Edit. Bas. lin. 20. repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 29 Διελόντι, καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΑΜΝ λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπεροχά, τοῦ τε ὑπὸ ΕΘ, ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρεος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, καὶ τοῦ ὑπὸ ΔΘ, ΘΓ, μετὰ τοῦ τρίτου μέρεος, τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτί τε τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ.	—— – ib. διελόντι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΑΜΝ λόγον ἔχει ὃν ἡ ὑπεροχὴ τῶ τε ὑπὸ ΕΘ ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, πρός τε τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ.	διελόντι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΑΜΝ λόγον ἔχει ὃν ἡ ὑπεροχὴ τοῦ τε ὑπὸ ΕΘ ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. διελόντι καὶ τὸ Ξ χωρίον πρὸς τὸ ΚΑΜΝ λόγον ἔχει ὃν ἡ ὑπεροχὴ τοῦ τε ὑπὸ ΕΘΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ πρός τε τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. *D.*
—— l. 38 ἐν τῷ	—— l. 22 • •	ἐν τε τῷ. *B.* ἐν τε. *C. D.*
—— 253. l. 2 ποτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΘ,	—— l. 25 • •	ποτὶ τὸ ΘΓ· δῆλον ὅτι καὶ συνθέντι ΘΠ. *C.* In marg. δῆλον δὲ ὅτι καὶ συνθέντι. *B.*
—— l. 12 τὸ ὑπὸ τῶν	—— l. 30 τὸ ὑπὸ τὰ	τὰ ὑπὸ τῶν. *A.* D. τὸ ὑπὸ τῶν. *B.*
—— l. 14 ὑπὸ τῶν ΘΔ, ΓΞ ποτὶ τὸ	—— l. 31 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 22 τὰν ΑΘ.	—— l. 36 τὸν ΑΘ	τὰν ΑΘ. *B.*
—— l. 28 εὐθεῖαι	—— l. 39 • •	αἱ εὐθεῖαι. *A.*
—— l. 29 διαστημάτεσσι	—— l. 40 διαστήματι	διαστήμασι. *C.*
—— l. 34 ἕξει τὸν	—— l. 42 • •	ἑξῆς. *B.*
—— l. 40 ἐλάσσονος	—— l. 45 • •	τοῦ ἐλάσσονος. *A. D.*
—— – ib. ποτὶ τὰς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου,	—— l. 46 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— 254. l. 1 ἐπιζευχθεῖσαι εὐθεῖαι	—— l. 48 ἐπιζευχθεῖσαι εὐθεῖαι	ἐπιζευχθεῖσαι εὐθεῖαι. *C.* ἐπιζευχθεῖσαι. *D.*
—— l. 10 ΗΘ, ΑΘ,	—— 104. l. 1 • •	ΗΘ. *D.*
—— l. 18 ΝΠ	—— l. 7 ΝΠΞ	ΝΠ. *D.*
—— – ib. ΝΠΞ	—— – ib. ΝΞ	ΝΗΞ. *D.*
—— l. 27 ΘΗ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 12 • •	desunt. *D.*
—— l. 28 τομέα	—— l. 14 • •	deest. *A. C. D.*
—— l. 31 χωρίον	—— l. 17 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— – ib. συναμφότερα,	—— l. 18 • •	συναμφότερον. *B.*
—— l. 33 ποτὶ	—— l. 20 • •	deest. *A. C. D.*
—— l. 40 συναμφότερα,	—— l. 23 • •	τὰ συναμφότερα. *A. B. C. D.*
—— l. 44 χωρίον	—— l. 25 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— 255. l. 2 ΘΑ, ΗΑ	—— l. 29 • •	ΘΗΑ. *B. C. D.*
—— l. 4 καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφοτέρας, τὰς ΘΑ,	—— l. 30 • •	repetuntur hæc verba. *A.* et *D.* ΘΑ mutato in ΘΗ.
—— l. 6 ποτὶ τὸ Ν χωρίον	—— l. 31 • •	desunt. *D.*

In hac Propositione plurimæ sunt variationes ejusdem generis, transpositione literarum factæ, quæ in schemate ad finem hujusce collationis, De Helicibus, descripto representantur.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
—— l. 11 σαφηνισθῇ		σαφηνίσθω. *A.*
—— – ib. ὑπογράφθωσαν		ὑπογεγράφθωσαν. *B.*
—— l. 12 εἶναι καὶ συνθέντι		εἶναι καὶ συνθέντι. *A. D.* ἐστὶ δὲ συνθέντι. *B.*
—— – ib. ἀπὸ		ὑπὸ. *D.*
—— – ib. ὑπερέχοντα		ὑπερεχούσῃ. *B.*
—— l. 14 ἀπὸ τᾶς Β		ὑπὸ τῆς Β. *B.*
—— l. 15 τοῖς πασῶν		τοῖς τετραγώνοις πασῶν. *B. C.*
—— – ib. αὐτὸ Θ		αὐτόθεν. *C.* αὐτῷ Θ. *D.*
—— l. 16 γραμμικὸς		γραμμικῶς. *D.*
—— l. 17 τὰ ἑξῆς		τὸ ἑξῆς. *B.*
—— – ib. ἀναγράφωνται		ἀναγέγραφαται ἴσα. *A. B. C. D.*
—— l. 19 γίνεται		γάρ. *A. D.* γὰρ ἐστί. *B.*
—— – ib. ΚΗ		ΚΒ. *D.*
—— – ib. ἴσον εἶναι τῷ Ι		ἴσως εἶναι τὸν Ι. *B. C.*
—— – ib. τῆς Θ γὰρ		τὸ Θ γάρ. *B.* τῆς Θ γίνεται. *C.*
—— l. 20 ΓΧΜΝ		ΓΧ ΜΗ. *A.* γίνεται ΜΗ. *B. C.* ΓΧ. *D.*
—— – ib. ΔΓΧΞ		ΔΓ ΧΞ. *A.* Δ γίνεται Ξ. *B. C. D.* κ.α. γχ. semper γίνεται in *B. C. D.*
—— – ib. ὡς ἡ τε		ὅτι ἡ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 Θ τῷ δὲ γράμματι		ἐν τῷ διαγράμματι. *B. C.*
—— – ib. ΣΜΝ πάντα		ΣΜΗ παντί. *A.* σύμπαντα. *B. C.* ΣΜΗ πάντα. *D.*
—— l. 22 τᾶς Θ		τῆς ἴσας Θ. *C.*
—— – ib. ἔσονται ἴσα τῷ περιεχομένῳ		ἐσεῖται ἴσα τοῦ περιεχομένου. *B.* ἐσσεῖται. *C.*
—— l. 23 τριπλασία		τριπλάσιον. *A.*
—— – ib. καὶ ἑξῆς		καὶ τὸ ἑξῆς. *B.*
—— l. 24 ἐν αὐταῖς		σὺν αὐταῖς. *B. C. D.*
—— – ib. πάσαις τῶν		πάσαις ταῖς. *B.*
—— – ib. ὑπεροχαῖσιν		ὑπεροχαῖς. *B.*
—— l. 25 ἑτέρων		ἕτερον. *A.*
—— – ib. ab ἐπεὶ ad τὸ Γ. lin. seq.		desunt. *C.*
—— – ib. εἴμεν		ποταπλῆ. *B.*
—— l. 26 ἁ διπλᾶ		διπλῆ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 255. – ib. ὑπόλοιπον ὄν		ὑπὸ λοιπόν. B.
—— l. 27 ἀλλήλαις ὑπερεχουσῶν		ἀλλήλων ὑπερεχούσαις. B. ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν. C.
—— – ib. ΟΒΑ		ΟΒ ά. B. C.
—— l. 29 ΓΗ		ΥΗ. B. C. D.
—— l. 31 Μ ν' Μ ϛ		ΜΗ ΜΗ. A. B. C. D
—— – ib. Μ Μ ιδ'		ΜΒ ΜΙΔ. A. B. C. D.
—— l. 32 ω Μ ρμ'.		ω Μ. B.
—— – ib. ω Μ ω Μ ρ Μδ' ιϛ'		ρμδ. B. C. ω π Μ ιϛ. B.
—— l. 33 ρ bis.		Ρ. B. C. D.
—— l. 34 ο		υ. A. ὑπό. B.
—— l. 35 μκ'. κ. δ. κ.		ΡΚ. A. B. C. D. semper est κ. MSS.
—— l. 37 Μ Μ ν'		Μ ΜΝ. C. sed tota linea deest. A.
—— l. 38 ἐπὶ τά		ἐπὶ τάς. B. C.
—— – ib. μετὰ τῆς		μετὰ τῶν. A. D. μετὰ τοῦ. B. C.
—— – ib. ΘΚ		Θ καί. B. C.
—— – ib. τῶν ἴσων		τῷ ἴσῳ. B. C.
—— – ib. ὑπερεχουσῶν		ὑπερεχούσαις. B.
—— l. 30 Γ' et 42.		γωνίᾳ. B.
—— l. 42 τὰ δύο		τὸ δύο. B. C.

Schema supra memoratum ex MS. 2359.

	ι	η	χ δ	μ	ν	ξ	ο	τῶν ἀπὸ τῶν ἴσων τῷ Α
				ε	ζ	θ	θ	μετὰ τῶν ἀπὸ τῆς
α	ιϛβ	Γ ΙΔ Ρζϛ	ΙΒ	ι	η	ϛ η	δ θ	ω ψ' β ΤΔ
	ΠΩ ΣΝϛ		ΠΩ ΡΜΔ	ΠΩ Ρ	ΠΩ ΞΔ	ΠΩ Δϛ	ΠΩ Ιϛ	β ΠΩ Δ

τὰ ἀπὸ πασῶν τῶν ἴσων ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν ψ. ΠΟΙϛ.

τὸ ἀπὸ τῆς Θ καὶ πασῶν τῶν ἴσων ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν Π' β ν' ΜΜ

α		β	ι	γ	η	δ	λ
Μ	ιϛ	Μ ΙΔ	Μ β	Μ ιβ	δ	Μ Ι	Μ ϛ
ΠΩ Μ	ΣΝϛ	ΠΩ Μ ρζϛ	ΠΩ Μ Δ	ΠΩ Μ ρμδ		ΠΩ Μ Ρ	ΠΩ Μ λϛ
		δὶς ὑπὸ Μ ζϛ		δὶς π Μ ζϛ		δὶς ο Μ ΡΚ	
		ἡ διπλῆ τῆς Β Μ ΜΗ		ἡ τετραπλῆ τῆς Γ Μ ΜΗ		ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Μ Ξ	

ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΑϛ· ἐπὶ τῶν δύο μετὰ τῶν ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης Η

ἡ γ' τῆς Β Μ ΜΔ ἡ Ε τῆς Γ Μ Ξ ἡ Σ τῆς Δ Μ Ο

ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῶν τε καὶ πενταπλῶν καὶ τῶν ἀλλήλων Μ ΥΚΗ

ε	η	ϛ	ο	η	ξ	θ	ο
Μ	η Μ η	Μ	ϛ Μ Γ	Μ Δ·	Μ ιβ	Μ β	Μ ΙΔ
ΠΩ· Μ·	ΞΔ· ΠΩ Μ ΞΔ·	ΠΩ Μ	Λϛ· ΠΩ Μ Ρ	ΠΩ Μ ϛ·	ΠΩ Μ ΡΜΔ·	ΠΩ Μ Υ.	ΠΩ Μ Ρζϛ
δὶς υ Μ ΡΗΗ		δὶς π Μ ΡΗ		δὶς ο Μ ζϛ		δὶς υ Μ ζϛ	
ἡ ὀκταπλῆ τῆς Ε Μ ΞΔ·		ἡ δεκαπλῆ τῆς Σ Μ Ξ·		ἡ δωδεκαπλῆ τῆς Η Μ ΜΗ·		ἡ τεσσάρων καὶ δεκαπλῆ τῆς Θ Μ ΜΗ	

πάσαις ταῖς τῆς ΙΕ ἀλλήλων ὑπερεχούσαις τε τὸ ΡΜΔ

Ex MS. 2360.

α		β	ι	γ	η	δ	λ
Μ	Ιϛ	Μ ΙΔ	Μ Β	Μ	ΙΒ Δ	Μ Ι	Μ ϛ
ΠΩ Μ	ζΝϛ	ΠΩ Μ Ρζϛ	ΠΩ Μ Δ	ΠΩ Μ	ΡΜΔ	ω π Μ Ρ	ΠΩ Μ Λϛ
		δὶς ὑπὸ Μ οϛ		δὶς ὑπὸ Μ ζϛ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ	
		ἡ διπλῆ τῆς Β ΚΗ.		ἡ τετραπλῆ τῆς Γ. Μ ΜΗ		ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Ξ.	

ο μ

Ṁ Η Ṁ π
Π Ṁ ΞΔ Π Ṁ ξδ
δὶς ὑπὸ Ṁ ΡΚΗ
ἡ ὀκταπλῆ τῆς Ε Ṁ ΞΔ.

ζ ν

Ṁ ς, Ṁ Ι
Π Ṁ Αγ Π Ṁ Ρ
δὶς ὑπὸ Ṁ ΡΚ
ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ Ṁ Ξ.

η ξ

Ṁ Δ Ṁ ΙΒ
Π Ιγ Π Ṁ ΡΜΔ
δὶς ὑπὸ ξγ
ἡ δωδεκαπλῆ τῆς Η Ṁ ΜΗ.

θ ο

Ṁ β Ṁ ΙΔ
Π Ṁ Δ Π Ṁ ρξγ
δὶς ὑπὸ Νγ
ἡ τεσσάρω κὴ δεκαπλῆ τῆς Θ Ṁ ΚΗ

ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΑγ ὑπὸ τῶν δύο μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης Η
ἡ τριπλῆ τῆς Β Ṁ ΜΒ· ἡ πενταπλῆ τῆς Γ Ṁ Ξ· ἡ ἑπταπλῆ τῆς Δ Ṁ Ο
ἐκ πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν τουτέστι ΡΜΔ.

α

Ṁ Ιγ
Π Ṁ ςΝγ

β ι

Ṁ ΙΔ Ṁ Β
Π Ṁ Ρξγ Π Ṁ Δ
δὶς ὑπὸ Ṁ Νγ
ἡ διπλῆ τῆς Β Ṁ ΚΗ

γ κ

Ṁ ΙΒ Ṁ Δ
Π ρμδ Π Ṁ Ιγ
δὶς ὑπὸ Ṁ ξγ
ἡ τετραπλῆ τῆς Γ. Ṁ ΜΗ

δ λ

Ṁ Ι Ṁ ς
Π Ṁ Ρ Π Ṁ Αγ
δὶς ὑπὸ Ṁ ΡΚ
ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Ṁ Β

ε η

Ṁ Η Ṁ Η
Π Ṁ ΞΔ Π Ṁ ΞΔ
δὶς ὑπὸ Ṁ ΡΚΗ
ἡ ὀκταπλῆ τῆς Ζ Ṁ ΒΔ

ζ ο

Ṁ ς Ṁ Ι
Π Ṁ Αγ Π Ṁ Ρ
δὶς ὑπὸ Ṁ ΡΚ
ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ Ṁ Β

η ξ

Ṁ Δ Ṁ ΙΒ
Π Ṁ Ιγ Π Ṁ ΡΜΔ
δὶς ὑπὸ Ṁ ξγ
ἡ δωδεκαπλῆ τῆς Η Ṁ ΜΗ

θ ο

Ṁ Β Ṁ ΙΔ
Π Ṁ Δ Π Ṁ Ρξγ
δὶς ὑπὸ Ṁ Νγ
ἡ τεσσάρες κὴ δεκαπλῆ τῆς Θ Ṁ ΚΗ

ἐκ πασῶν σύνάγεται ΤΑγ ὑπὸ τῶν δύο μετὰ τῶν ὑπὸ τῆς Θ κὴ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχούσαις τουτέστι ΡΜΔ γίνεται Ṁ ΩΙγ ἡ γ τῆς Β Ṁ ΜΒ· ἡ ε τῆς Γ Ṁ Β· ἡ ζ τῆς Δ Ṁ Ο· ἡ θ τῆς Ε Ṁ ΟΒ· ἡ ια τῆς Ζ Ṁ Ξγ· ἡ ιγ τῆς Η Ṁ ΝΒ· ἡ ιε τῆς Θ Ṁ Α.

ἡ εκ πασων συγκειμενη τριπλης τε και πενταπλης και των λοιπων Ṁ ΥΗ επι τοιν δυο γίνεται Ω Ιγ

Ex MS. 2361.

α

Ṁ Ιγ
Π Ṁ ΣΝγ

β ι

Ṁ ΙΔ Ṁ β
Π Ṁ Δγ Π Ṁ Ρζ
Δὶς ὑπὸ Ṁ Νγ
ἡ διπλῆ τῆς β Ṁ ΚΗ

Γ κ

Ṁ ΙΒ
Π Ṁ ΡΜΔ
δὶς ὑπὸ Ṁ ξγ
ἡ τετραπλῆ τῆς Γ Ṁ ΜΗ

Δ λ

Ṁ Ι Ṁ ς
Π Ṁ Ρ Π Ṁ Αγ
Δὶς ὑπὸ Ṁ ΡΚ
ἡ τετραπλῆ τῆς Δ Ṁ Ξ

ε μ

Ṁ Η Ṁ Η
Π Ṁ ΞΔ Π Ṁ ΖΔ
δὶς ὑπὸ Ṁ ΡΚΗ
η οκταπλη της ε Ṁ ΞΔ

ζ ο

Ṁ ς Ṁ Ζ
Π Ṁ Αγ Π Ṁ Ρ
δὶς ὑπὸ Ṁ ΡΚ
ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ Ṁ Β

η ζ

Ṁ Δ Ṁ ΙΒ
Π Ṁ Ιγ Π Ṁ ΡΜΔ
δὶς ὑπὸ Ṁ ξγ
ἡ δωδεκαπλῆ τῆς η Ṁ ΜΗ

θ ο

Ṁ Β Ṁ ΙΔ
Π Ṁ Δ Π Ṁ Ρξγ
δὶς ὑπὸ Ṁ Νγ
ἡ τεσσαρακαιδεκαπλῆ τῆς Θ Ṁ ΚΗ

Ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΑγ ὑπὸ τῶν δύο μετὰ τῶ ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης η
ἡ Γ τῆς Β Ṁ ΜΒ ΗΕ της Γ Ṁ Β η Ζ τῆς Δ Ṁ Ο
ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῆς τε καὶ τετραπλῆς
καὶ τῶν λοιπῶν Ṁ ΥΚΝ πάσαις τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν τουτέστι ΡΜΔ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 257. l. 6 ὑπέροχα·	Pag. 47. l. 4 • •	ὑπέροχα. B. C. D.
—— l. 13 παραμάκεα,	—— l. 9 παραμάκεια	ἄρα μακεα. C.
—— l. 20 διάμετρον	—— l. 12 • •	deest. C.
—— l. 25 τὸ τμᾶμα	—— l. 15 τὸ τὶ τμῆμα	τὶ τμῆμα B. τὶ τμῆμα. C. τὸ τμᾶμα. D.
—— 258. l. 3 Περιβαλλόντω	—— l. 19 • •	περιβάλλοντο. B. περιβάλλον τό. C. περιβάλλοντο. D.
—— l. 9 ἀποτμαθέντι	—— l. 22 ἀποτμαθέντα	ἀποτμαθέντι. B. C. D.
—— l. 10 ὁποσῶν	—— ib. • •	ὅπως ἄν. D.
—— l. 14 τομά, καὶ ἁ διάμετρος αὐτᾶς, καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου	—— l. 24 • • ἁ omisso	desunt. C.
—— ib. ἁ διάμετρος	—— ib. διάμετρος	ἁ διάμετρος. D.
—— l. 21 ἁ μεμενακῶσα	—— l. 28 ἁμεμενακῶσα	ἁ μὲν ἄκουσα. A.
—— l. 24 τὰν μεμενακῶσαν	—— l. 29 • •	τὰ μὲν ἄκουσα. A.
—— l. 32 ἐπίπεδον ἐπιψαύη, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο	—— l. 33 • • ἄλλο mutato in ἄλλω	desunt. D.
—— l. 33 ἄλλο	—— l. 34 ἄλλω	ἄλλο. A. B. C.
—— l. 39 δὲ τὰν	—— l. 37 τὰν	δὲ τῶν. B. C. D.
—— l. 42 ποτιῶσαν	—— l. 38 • •	ποτὶ δὲ ὦσιν. D.
—— l. 48 ἀποτμαθῇ	—— l. 41 ἀποτμαθῇ	ἀποτμαθῇ. B. C.
—— l. 51 ἂν	—— l. 43 • •	deest. A.
—— 259. l. 20 κορυφὰν	—— 48. l. 10 κορυφὴ	κορυφὰν. A. C.
—— l. 24 ὁποτερῶν	—— l. 13 • •	ὁποτέρου ἄν. A.
—— l. 30 καθ' ἃ	—— l. 16 καθ' ἃς	καθ' ἅ. B.
—— l. 33 τὰς κορυφὰς	—— l. 17 • •	τὰ τὰς κορυφάς. C. D.
—— l. 52 Αἴκα δὲ	—— l. 27 εἴκα δὲ	semper αἰ δὲ κα aut αἰ δὲ κα. B. C. D.
—— 260. l. 1 κώνου τὰν	—— l. 29 • •	κώνου τὸν τὰν. B. C. D.
—— l. 3 ἡμισέῳ	—— l. 30 • •	ἡμίσεα. A. B. C. D.
—— l. 4 ἄξονα τῶ	—— ib. • •	ἄξονα τῶ τῶ. B. C. D.
—— l. 5 ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος·	—— l. 31 • •	desunt. D.
—— l. 16 ἀπότμαμα	—— l. 36 • •	ἀπὸ τμάματος. A. D.
—— l. 25 τὸ σχῆμα	—— l. 41 • •	desunt. D.
—— l. 31 ἀπότμαμα κώνου.	—— l. 44 ἀπὸ τμαμακώνου	ἀπὸ τμάματος κώνου. A. D. ἀπότμαμα τοῦ κώνου. B. ἀπότμαμα κώνου. C.
—— l. 37 δὴ ὅτι,	—— l. 48 διότι	δὴ ὅτι. B.
—— ib. ἰσοσφαιροειδέων	—— ib. • •	ἴσων σφαιροειδέων. A. B. D.
—— l. 38 ἀπὸ τῶν	—— ib. ὑπὸ τῶν	ἀπὸ τῶν. C. D.
—— l. 52 ἁ τομά,	—— 49. l. 5 • •	ἡ τομά. A.
—— l. 54 κορυφᾶ, κῶνος ἐσσεῖται. Αἴκα δὲ ἁ τομὰ γίνηται ὀξυγωνίου κώνου τομά, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα ἐστι τὰ αὐτὰ τῷ τοῦ κώνου	—— l. 6 • • αἴκα in εἴκα, τᾶ in τῶ mutatis	repetuntur hæc verba. A. B. D.
—— 261. l. 9 δύο ἐπιπέδοις	—— l. 11 • •	δύο ἐπιπέδοις. B. C. D.
—— l. 15 ὀξυγωνίου κώνου	—— l. 14 • •	ὀξυγωνίω κώνω. A. D.
—— l. 19 ὑπὸ τᾶν	—— l. 16 • •	ὑπὸ τᾶν τᾶν. B. C. D.
—— ib. ὀξυγωνίων κώνων	—— ib. • •	ὀξυγωνίω κώνω. A.
—— l. 23 τῷ ἴσῳ ἀλλάλων	—— l. 18 τὸ ἴσον ἀλλάλων	τῶ ἴσω ἀλλάλων. A. B. D. τῶ ἴσω ἀλλάλοις C.
—— 262. l. 36 ἔχοντι	—— 50. l. 1 • •	ἔχοντι corr. man. ead. marg. ἔχοντι. B. ἔχοντι. C.
—— l. 41 Α, Μ μεγέθεων, τὰ μὲν Η, Θ, Ι, Κ, Λ λέγοντι	—— l. 3 ΑΜ λέγονται	ΑΜ τὰ μὲν ΗΘΙΚΛ λέγονται. A. B. C. et D. λέγονται excepto.
—— l. 47 ἐσσοῦνται ἂν	—— l. 6 • •	ἐσσοῦνται D.
—— l. 50 ἀλλάλαις	—— l. 8 • •	ἀλλάλοις. A.
—— 263. l. 5 τῷ τι	—— l. 13 • •	τῶ. C.
—— l. 6 ἡμισέῳ	—— l. 15 ἡμίσεα	ἡμίσεα. B.
—— l. 9 Ἔσσω	—— l. 20 • •	ἔσονται. B. C. D.
—— l. 13 ἔσων	—— l. 25 • •	ἔσονται. B.
—— l. 25 ἴσω	—— l. 36 • •	deest D.
—— l. 28 ποτὶ	—— l. 38 ποτὶ	ποτί. B. C. D.
—— l. 30 τὰν ΙΚ· ποτὶ δὲ	—— l. 40 • •	desunt D.
—— l. 39 διπλασίονα,	—— l. 47 • •	διπλασίονα. A.
—— 264. l. 1 ὑπεροχᾷ ἴσα	—— l. 49 • •	ὑπεροχαῖς ἴσαι. A. B. C. D.
—— l. 6 ὑπεροχαῖσιν,	—— 51. l. 1 • •	ὑπεροχαῖς. B. C. D.
—— l. 10 ἐν αἷς	—— l. 3 • •	ἐν αἷς ταί. B. C. D.
—— l. 11 ἐστι·	—— l. 4 • •	ἐστί. B.
—— l. 14 ἐστι·	—— l. 5 • •	ἐστί. B.
—— l. 19 μείζονα	—— l. 8 μείζων	μείζον. C. D.
—— l. 22 ἄλλαις εὐθείαις	—— l. 9 • •	desunt. D.
—— l. 27 ἐσσεῖται τὸ	—— l. 12 • •	ἐστὶ τότε. B. ἔσειται. C. ἐστίν. D.
	Lineæ quæ respondent iis inter 12 et 17 notantur duplici asterismo et margine scriptore ipso	ἐν τῷ Γ' τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν διαγραμμάτων Κ. B. ead. Κ omisso fine propositionis. A. et cum ο' sed ἐν mutato in ἐκ fine prop. marg. C.
—— l. 32 ὁπόσαι οὖν,	—— l. 14 ὁποσῶν	ὅπως ἄν. D.
—— l. 36 καλῶ	—— l. 16 • •	καλέω. C.
—— l. 42 ἴσω	—— l. 19 • •	ἔσονται. B. C. D.
—— l. 46 ἁ ΘΓ	—— l. 27 • •	ἁ ΒΓ. A.
—— l. 48 παρ' ἃν δύνανται	—— l. 31 ἃν δύνανται	παρ' ἂν δύναται. A. παρ' ἂν δύνανται. B. C. παραδύνανται. D.
—— 265. l. 11 τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον	—— l. 41 • •	desunt. D.
—— l. 22 Ν, καὶ τᾶς	—— l. 45 • •	desunt. D.
—— l. 23 ὑπὸ τᾶς ΒΗ·	—— l. 46 ὑπό τε τᾶς ΒΗ	τᾶς ΒΗ. B. C. D.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 265. l. 34 τὸ ΑΔΕ τμῆμα· τοῦ δὲ ΘΒΓ	Pag. 51. l. 51 • •	desunt. *A. D.*
τριγώνου ἐπιτρίτου	—— 52. l. 3 • •	τάμνει. *A. D.* ταμνει. *B.* ταμεῖ. *C.*
—— l. 39 τὰ διάμετρον	—— l. 6 • •	ὅτι. *A.*
—— l. 45 ἐστι	—— l. 9 • •	desunt. *B. C. D.*
—— 266 l. 2 τοῦτ' ἐστὶ	—— l. 10 • •	desunt. *D.*
—— l. 5 ΑΓ, ὡς δὲ διάσσων ἐφ' ἃς	—— ib. • • ad finem lineæ	ἔστω δὴ *B. C. D.*
—— ib. ἔστω	—— l. 13 • •	desunt. *D.*
—— l. 12 ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ	—— l. 22 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 28 παραλληλόγραμμον	—— l. 36 ἐν τῷ	ἐν τῷ τῷ. *B. C.*
—— l. 42 ἐν τῷ	—— l. 42 ἐξαγωνίῳ	ἐξαγωνίου κώνου. *A. B. C. D.*
—— l. 52 ἐξαγωνίῳ κώνῳ	—— l. 49 • •	deest. *A.*
—— 267. l. 10 αὐτὸ	Ad finem hujusce propositionis	Εξ^ς η Κ Γς^α. *B.* ἐξ^ς η Κ γς^ο. *C.*
	—— 53. l. 3 • •	τῷ χωρίῳ. *B. C. D.*
—— l. 20 τι χωρίον	—— l. 5 • •	deest. *C. D.*
—— l. 26 τὸ	—— l. 18 ΕΔ	ΕΖ. *A. D.*
—— l. 39 ΕΖ.	—— l. 20 • •	ποτὶ τὰ ἄλλα. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ποτ' ἄλλαλα,	—— l. 40 ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἄλλαλα ἐν	ut in Edit. Oxon. *B. D.* et *A.* ἐν omisso,
—— 268. l. 23 ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ἐν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἄλλαλας		et *C.* cum ἔχοντι
	—— l. 44 • • ad medium lineæ	deest. *C. D.*
—— l. 32 κώνω	—— l. 49 ἐγγεγραμμένα	γεγραμμένα. *A.*
—— l. 41 γεγραμμένα	—— 54. l. 5 • •	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— 269. l. 2 ΑΔ, ΔΒ	—— l. 9 ΓΑΖ	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C.* ΑΓ ΑΖ. *D.*
—— l. 7 ΓΑ, ΑΖ·	—— l. 14 • •	κώνου τούτου. *A. B. C. D.*
—— l. 13 κώνου	—— l. 22 • •	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C. D.*
—— l. 23 ΓΑΖ.	—— l. 23 • •	ΑΓΖ. *A.*
—— l. 25 ΑΖ	—— l. 24 • •	περιφερείας. *C.*
—— l. 27 περιφερείας	—— l. 28 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 34 ἢ	—— ib. • •	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— ib. ΑΔ, ΔΒ.	—— ib. • •	ΑΞ ΕΖ. *C.*
—— l. 35 ΑΕ, ΕΖ	—— l. 29 • •	ΠΞ ΠΡ. *C.*
—— l. 36 ΠΕ, ΕΡ.	—— l. 32 • •	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 41 ΑΔ, ΔΒ,	—— l. 35 • • ad initium lineæ	deest. *C. D.*
—— l. 47 τὰν	—— ib. • •	repetuntur hæc verba. *A.*
—— 270. l. 1 Ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΑ, ΑΖ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΑ τετράγωνον		
—— l. 19 ὅ ἐστιν	—— l. 45 ἐστὶν	ὃ ἐστὶν. *C.*
—— l. 20 ὁ ἐπὶ	—— l. 46 • •	αὐτοῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἐν ᾧ ἐστιν	—— 55. l. 1 ᾧ ἐν ἐστὶν	ἐν ᾧ ἐστὶν. *B. C. D.*
—— l. 41 ἂν ἴσα	—— l. 2 ἂν ἐσα	ἂν ἴσα. *A. B C. D.*
—— 271. l. 13 ἐσσεῖταί τι	—— l. 29 • •	τι. l. *D.* ἐσσεῖται. *C.*
—— l. 24 ΕΑ, ΑΒ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 34 • •	desunt. *D.*
—— l. 35 ΑΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΑ, ΑΡ, ἐν τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 39 • •	desunt. *D.*
—— l. 36 ὑπὸ τᾶν	—— l. 40 ὑπὸ τᾶς	ὑπὸ τὰς. *C.* ὑπὸ τᾶν. *D.*
—— l. 38 ἐν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 41 • •	ἐν ᾧ τὸ ἀ ΚΒ. *A.* ἐν ποτ' ἀ ΚΒ. *B. C. D.*
—— 272. l. 17 ἄχθω	—— 56. l. 3 • •	ἄχθωσαν. *A. D.*
—— l. 27 ΖΗ·	—— l. 13 ΖΘ	ΖΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 37 ἁ ΘΚ.	—— l. 19 • •	τᾷ ΖΗ καθέτῳ. *A.* desunt. *B. C.*
—— l. 40 τᾷ ΖΗ,	—— l. 20 τᾶς ΖΗ	τᾶ ΖΗ. *B.*
—— l. 42 τα ἡμιολία	—— l. 21 • •	τοῦτο ἡμιολίω. *B.*
—— l. 45 ἢ τὸ ἀπὸ ΖΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔΒ περιεχόμενον,	—— l. 23 • •	desunt. *C.*
—— l. 48 λόγοι,	—— l. 25 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ὑπὸ τᾶν	—— ib. ὑπὸ τᾶς	ὑπὸ τᾶν. *B.*
	In Marg. MSS.	Διὰ τὸ α' ζ' πρῶτον τοῦ κωνικῶν Ἀπολλωνίου. *B. C.*
—— 273. l. 5 παρὰ	—— l. 28 περὶ	παρὰ. *B. C. D.*
—— l. 6 ἐπι	—— l. 29 • •	ἐπὶ *A.*
—— l. 12 ἀγμένοι	—— l. 31 ἀγμένας	ἀγμένοι. *B. C. D.*
—— l. 18 ποτὶ	—— l. 39 • •	ποτὶ τὸ. *B. C. D.*
—— l. 30 τᾶς ἡμισείας τᾶς	—— l. 51 τᾶς ἡμισείας τῶ	τὰν ἡμισείας τᾶς. *C.* ἡμισεία τᾶς. *D.*
—— l. 36 ἐστὶ	—— 57. l. 6 • •	ἐν. *A. C. D.*
—— l. 43 κύλινδρος	—— l. 10 • •	τῷ κυλίνδρῳ. *A. D.*
—— l. 52 ΖΗ,	—— l. 19 ΖΜΗ	ΖΗ. *B.*
—— 274. l. 4 ἐστὶ ἁ	—— l. 21 • •	ἐν τῷ. *A.*
—— l. 12 ποτὶ ἀπὸ	—— l. 26 • •	ποτὶ τὸ ἀπὸ. *A. C. D.*
—— l. 14 ποτὶ ἀπὸ	—— l. 27 • •	ποτὶ τὸ ἀπὸ. *D.*
—— l. 18 ἐστὶ	—— l. 28 • •	ἐν τῷ. *C. D.*
—— l. 25 ἐκ τῶ τᾶν	—— l. 33 ἐκ τᾶν	ἐκ τῷ τᾶν. *B. D.* ἐκ τᾶν τᾶν. *C.*
—— l. 37 αὐτὰ τῷ περιλαμβανούσᾳ	—— l. 39 αὐτᾶ τῶ περιλαμβανούσα	αὐτὰ τὰ περιλαμβάνουσα. *C.* et corr. marg. man. cad. *B.*
—— 275. l. 4 εἰ δὲ καί παρα τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτῷ· εἰ δὲ καὶ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, ὅτι ὁμοία. Διάμετροι δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσοῦνται αἱ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τῶ τέμνοντος τὸ σχῆμα.	—— l. 44 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.* π. n. in *D.* prima sex verba ter scribuntur.
—— l. 12 ὑποτερῶν	—— l. 49 • •	ὁπότερον ἐν. *B. D.* ὁποτερῶν. *C.*
—— l. 13 ἡ παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ἐξαγωνίου κώνου τομαί· εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος,	—— ib. • •	desunt. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 275. l. 20 ἄξονα. ὁ τομὸς κύλινδρος	Pag. 58. l. 2 ἄξονα κύλινδρος	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ἀγομέναι	—— l. 4 • •	ἀγμέναι. *B.*
—— l. 34 διάμετρος	—— l. 9 • •	ἡ διάμετρος. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ΓΑ	—— l. 16 • •	ΓΔ. *A.*
—— l. 46 τῷ ΑΑ,	—— l. 24 ὁ ΑΑ	corr. marg. τῷ ΑΑ. *B.*
—— 276. l. 12 γίνονται	—— l. 38 • •	γάρ. *A. C. D.*
—— l. 19 ΑΘ, ΘΓ,	—— l. 40 ΑΘΓ	ΑΘ ΘΓ. *C. D.*
—— l. 21 τὸ ἀπὸ τῆς ΝΤ, ποτὶ τὸ τετράγωνον	—— l. 41 • • τῆς mutato in τῶν	desunt. *D.*
—— l. 24 ΒΜ.	—— l. 42 • •	ΤΜ *A.*
—— l. 34 Ὁμοίως διαχθήσονται	—— l. 46 • •	ὅμοια διαχθήσονται. *A. C.* ὅμοια διαχθήσονται. *D.*
—— l. 35 ἀγομένων	—— ib. • •	ἀγομένων. *A.*
—— l. 37 ἔχοντα	—— l. 47 • •	ἔχοντι. *C. D.*
—— l. 39 διαμέτρου	—— l. 49 διάμετρος	διαμέτρῳ. *B.*
—— l. 40 ὁ μὲν μείζων	—— ib. • •	desunt. *A.*
—— l. 42 ἐπίπεδον	—— l. 50 • •	deest. *A. C. D.*
—— 277. l. 13 τὸ ἐπίπεδον	—— 59. l. 7 • •	τοῦ ἐπιπέδου. *D.*
—— l. 28 διαχθήσονται	—— l. 14 • •	διαχθήσονται. *B.* διαχθήσονται. *C. D.*
—— l. 32 ἔχοντα	—— l. 16 • •	deest. *A. D.*
—— l. 33 ἐστιν	—— l. 17 • •	ὅτι. *A.*
—— l. 36 συμπίπτοντι.	—— l. 18 • •	σύμπτωμα. *A. B. C. D.*
—— 278. l. 4 σφαιροειδεῖ	—— l. 23 σφαιροειδὲς	σφαιροειδοῦς. *B. D.*
—— l. 6 ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ μὲν ὧν κατμαθῇ διὰ τῶ ἄξονος.	—— l. 24 • •	repetuntur hæc verba, τέμνον in repetitione mutato in θέμενον. *D.*
—— l. 8 κατμαθῇ	—— ib. κατμαθῇ	κατατμαθῇ. *C.*
—— l. 24 ΜΛ	—— 60. l. 2 ΝΛ	ΜΛ. *A. B. D.*
—— l. 25 Ὁμοίως	—— ib. • •	ὅμοια. *C.*
—— ib. διαχθέωντι	—— l. 3 • •	διαχθησόνται. *B.*
—— l. 27 ἀγομέναις,	—— ib. ἀγομέναις	ἀγμέναις *B. C. D.*
—— l. 36 ἐστι	—— l. 8 • •	ὅτι. *D.*
—— l. 47 γυμνάτωσιν,	—— l. 13 • •	σχήματι. *A.*
—— 279. l. 3 ἐν τῷ	—— l. 16 ἐν τῷ	ἐν τῷ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 τῷ ἐπὶ τᾶς	—— l. 20 • •	τῶν ἐπὶ τᾶς. *A. D.*
—— l. 15 ἐπὶ τὰ θάτερα,	—— l. 22 • •	ἐπὶ φάτερα. *A.* ἐπὶ θάτερα. *B. C. D.*
—— l. 18 αὐτῶ	—— l. 23 • •	αὐτῶν. *D.*
—— l. 19 τῷ κωνοειδεῖ	—— l. 24 τὸ κωνοειδὲς	τῶ κωνοειδεῖ. *A. D.*
—— 280. l. 4 τέμνειν.	—— l. 49 • •	τέμνει. *B.*
—— l. 5 καὶ διὰ	—— l. 50 • •	καὶ τὸ διὰ. *A.*
—— l. 9 ἐσσοῦνται αἱ τομαί,	—— 61. l. 1 • •	desunt. *D.*
—— l. 11 τὸ πέρας	—— l. 2 • •	τοῦτο πέρας. *D.*
—— l. 27 τοῦτο	—— l. 9 • •	deest. *B.*
—— l. 32 τὸ	—— l. 11 τῶ	το. *C.*
—— ib. τῷ	—— ib. • •	deest. *D.*
—— l. 42 διὰ	—— l. 17 • •	deest. *D.*
—— l. 50 τέμνειν.	—— l. 21 • •	τέμνει *B.*
—— l. 51 ἅψεται.	—— ib. • •	ἅψεσθαι. *D.*
—— 281. l. 4 ὁποιωνοῦν	—— l. 23 • •	ὁποίων ἄν. *D.*
—— l. 13 Ἐπεὶ	—— l. 27 ἐπεὶ	ἐπὶ. *D.*
—— l. 14 ἐπεὶ	—— l. 28 • •	deest. *D.*
—— l. 16 τινὸς	—— l. 29 • •	ἐν τινὸς. *A.*
—— l. 22 ποτὶ	—— l. 32 πρὸς	ἐπὶ. *D.*
—— l. 25 ἁφᾶν	—— l. 33 • •	τὰν ἁφᾶν. *B. C. D.*
—— l. 27 ἐκ	—— l. 34 • •	οὖν ἐκ. *A.*
—— l. 35 Αἱ δὲ	—— l. 39 αἱ δὲ καὶ	αἱ δὲ καὶ. *B.*
—— l. 47 Τέμνει	—— l. 50 • •	τεμεῖ. *D.*
—— ib. τὸ	—— ib. • •	τότε. *C. D.*
—— 282. l. 12 ἀγμένα·	—— 62. l. 4 • •	ἀγμένα. *B. C.* ἀγμέναι. *D.*
—— l. 15 αἱ ΕΖ, ΗΘ·	—— l. 5 • •	ΕΖΗΘ. *D.*
—— l. 16 παράλληλος	—— l. 6 • •	αὗται παράλληλα. *A.* αὗται παράλληλοι. *B. C.* αὗται παράλληλος. *D.*
—— l. 22 τὰ	—— l. 9 • •	deest. *D.*
—— l. 29 τετμαμένω, ἢ ποτ' ὀρθὰς, ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται,	—— l. 13 τετμημένου ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται	desunt. *A. D.*
—— 283. l. 15 Καὶ λοιπὸν	—— l. 42 • •	καὶ τὸ λοιπόν. *A. D.*
—— l. 18 τὸν δὲ	—— l. 44 τὰ δὲ	τὰν δὲ. *B. C. D.*
—— l. 27 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· τὸ δὲ	—— l. 49 • •	desunt. *D.*
—— l. 28 τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ.	—— ib. • •	τὸ Ε τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *A.* τὸ Ε τῶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *D.*
—— l. 29 ἑκατέρω	—— l. 50 ἑκατέρου	ἑκατέρου. *B.*
—— l. 31 διὰ τ' αὐτὰ	—— ib. διὰ ταῦτα	διὰ τὰ αὐτά. *B.*
—— l. 41 τμάματι. τομὰ	—— 63. l. 6 • •	τμάματος τομᾶς. *A. C. D.*
—— l. 42 ἀποτέμνοντι	—— ib. • •	ἀποτετμημένος. *A. B. C. D.*
—— 284. l. 8 ἔχον	—— l. 21 • •	ὁ ἔχων. *C. D.*
—— l. 23 ἐγγεγραμμένον	—— l. 29 • •	γεγραμμένον. *A. C.*
—— l. 25 ἐπὶ τὸ Δ· καὶ ἄλλο	—— l. 30 • •	ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον συγκείμενον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκειμένον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων ἐφ' ἃ ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἄλλο. *A. D.* et *B.* συγκείμενον primo loco omisso.
—— ib. καὶ	—— l. 31 • •	deest. *A. C. D.* ἴσον. *B.*
—— l. 27 διάξεις,	—— l. 32 • •	ἐπὶ διάξεις. *C. D.*
—— l. 28 τὸ ἐγγεγραμμένον	—— ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 41 ἥμισυς	—— l. 39 • •	ἡμιόλιον. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 284. l. 42 ὁμοίως	Pag. 63. — ib. ὁμοίως	ὁμοίως. A. B. C. D.
— l. 44 ἴσον	— l. 40 • •	deest. A. D.
— — ib. ὅτι	— l. 41 ἔτι	ὅτι. A. D.
— l. 45 ἐγγραφέντος	— ib. • •	ἐγγραφομένου. A. C. D.
— 285. l. 4 ΓΑ	— l. 44 • •	ΓΔ. B.
— l. 12 παρὰ	— l. 48 • •	περὶ. D.
— l. 38 βάσιν	— 64. l. 12 βάσεως	βάσιν. C.
— l. 42 κατὰ	— l. 17 • •	τῷ κατὰ. B. C. D.
— l. 44 τομὰν τὰν	— l. 21 τομάν	τομὰν τάν. D.
— l. 47 τῷ ΔΕ·	— l. 24 • •	τὸ Δ. C.
— l. 48 παρὰ	— l. 25 • •	περὶ. C.
— 286. l. 1 ταῦτα	— l. 29 • •	ταύταν. B.
— l. 7 τῷ Β, ἄξονα ἔχοντες	— l. 32 • •	τὸ Β ἄξονα ἔχοντες. D.
— l. 11 ὅτι τὸ περιεγγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Δειχθήσεται δὲ ὁμοίως τῷ πρότερον,	— l. 34 • • ἐλάσσων mutato in ἔλασσον	repetuntur hæc verba. D.
— l. 29 ΓΑ	— l. 43 • •	ΓΔ. C.
— l. 38 ἡμίσεος ὅλω	— l. 47 ἡμίσεος ὅλω	ἡμίσεος ὅτι. A. ἡμιόλιος. B.
— l. 42 μείζον.	— l. 49 μείζων	μεῖζον. B. D.
— l. 45 περιγραφὲν	— l. 51 περιγραφὲν	περιγραφέν. C. D.
— l. 50 ταν ΑΓ,	— 65. l. 2 τὰν ΑΓ	ταν ΑΓ. B. C. D.
— — ib. ὤν,	— ib. • •	μεν. D.
— 287. l. 9 ὅλος	— l. 21 • •	ὁ ὅλος. B. C. D.
— l. 21 ἐγγεγραμμένον	— l. 24 • •	περιγεγραμμένον. A. B. C. D.
— l. 23 μεῖζον	— l. 25 μείζων	μεῖζον. B. C. D.
— l. 29 τῷ ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ	— l. 27 • •	desunt. D.
— l. 33 ἔχον	— l. 30 ἔχει	ἔχει. B. ἔχειν. C.
— l. 36 ἕξει τοῦτο τὸν	— l. 31 • •	desunt. D.
— l. 38 ἀπολελαμμένον	— l. 32 • •	ἀπολελαμμένους. A.
— l. 42 ἐγγεγραμμένου	— l. 34 • •	γεγραμμένου. B. D.
— l. 48 μείζονος	— l. 37 μείζων	μείζονος. A.
— l. 52 μεῖζον ἐστὶ ἢ διπλασίων	— l. 39 • •	μεῖζον ἐστὶ ἢ διπλασίων. D.
— l. 53 διπλασίων.	— l. 40 • •	διπλασία. D.
— 288. l. 6 πάλιν	— l. 43 πάλιν καὶ	πάλιν κώνου. A. D. πολλῶν. B. πάλιν. C.
— l. 17 κυλίνδρῳ,	— l. 48 • •	κυλίνδρου. A.
— l. 26 λόγου,	— 66. l. 2 • •	τὸν λόγον. D.
— l. 34 αἱ βάσιες	— l. 6 • •	αἱ βάσιες. D.
— l. 36 σὺν τῷ	— l. 7 σὺν τῷ	τὸν τῷ. B. D.
— l. 40 κύκλου	— l. 9 • •	κυλίνδρου. A.
— l. 43 διπλάσιον	— l. 11 • •	διπλάσιον. A. B. C. D.
— l. 44 Τὸ δὲ	— ib. • •	τό. A.
— l. 45 ἄρα	— l. 12 • •	deest. A.
— 289. l. 6 ὀρθογωνίου κώνου	— l. 18 ὀρθογωνίου	ὀρθογωνίου κώνου. B.
— l. 10 Τόμου	— l. 20 • •	τομῆς. D.
— l. 12 τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. Ἐπιψαύσει	— ib. κατὰ τῷ τὰν ΑΔ ἐπιψαύει	ut in Edit. Oxon. B. C. τῷ κατὰ τὰν ΑΔ ἐπιψαύσει ποτὶ κώνου. D.
— l. 18 κώνου τομᾶς	— l. 23 τομᾶς	κώνου τομᾶς. A. B. C. D.
— l. 27 τᾷ	— l. 30 • •	ταῖς. C.
— l. 39 ἔχον	— l. 39 ἔχοντα	ἔχον C. D.
— 290. l. 2 ἄλλα περιγεγράφθω ἐν κυλίνδρου τομεὺς ὕψος ἴσον ἔχοντα	— 67. l. 3 • •	ἄλλα περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τομῶν ὕψος ἴσον ἔχω ταί. A.
— l. 5 ὑπερέχειν	— l. 4 • •	ὑπερέχει. D.
— l. 16 τομαῖς,	— l. 10 • •	τομαῖς. A.
— l. 20 μένει·	— l. 12 δυνάμει	μένει. A. C. D.
— l. 22 κατὰ τὸ	— l. 13 κατὰ τὸν	deest. A.
— l. 25 τὸν ἐν τῷ	— l. 15 • •	τῶν ἐν τῷ. D.
— l. 28 ἐχόντων	— l. 16 ἔχοντα	ἐχόντων. B.
— l. 31 αὐτῷ	— l. 18 • •	αὐτῶν. A. D.
— l. 33 ὁμοίως	— ib. ὅμοια	ὅμοιοι. A. B. D. ὅμοιοι. C.
— l. 36 ἐών	— l. 20 • •	ἐστι. A.
— l. 45 Αἴκα	— 67. l. 25 εἴκα	αἴκα τῷ. A. B. C. D.
— — ib. ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδῳ,	— ib. ἀποτμαθεῖεν τῷ ἐπιπέδῳ	ἀποτμαθείη τι ἐπιπέδῳ. B. ἀποτμαθεῖσι τι ἐπιπέδῳ. C. ἀποτμαθέῃ τι ἐπιπέδῳ. D.
— l. 48 ἰσοῦται	— l. 26 • •	ἰσοῦται. A. D.
— 291. l. 8 ἔσω	— l. 30 • •	ἔσονται. A. B. C. D.
— l. 29 ἔχον	— 68. l. 2 • •	ἔχοιδε corr. mar. ead. man. ἔχει. B. ἔχει. D.
— l. 32 καὶ	— l. 3 • •	deest. A.
— l. 34 ΔΖ	— ib. • •	ΑΖ. A.
— l. 37 ἔχοντι	— l. 5 ἔχοντι	ἔχοντι. D.
— — ib. ποτ᾽ ἄλλαλα	— ib. • •	ποτὶ τ᾽ ἄλλαλα. A. ποτὶ τὰ ἄλλαλα. D.
— 292. l. 6 ἔχει	— l. 15 ἔχει	ἔχει. B.
— l. 11 ΑΚ ποτὶ ΑΜ.	— l. 17 • •	ΑΝ ποτὶ ΑΚ. D.
— l. 13 ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΑΜ	— ib. • •	ἁ ΑΝ ποτὶ τὰν ΑΚ. C. D. N sæpe pro M. C.
— l. 21 ἀγμένος,	— l. 22 ἀγμένος	ἀγμένους. A. B. C. D.
— l. 25 τὸ μὲν	— l. 24 • •	τὰ μέν. A.
— l. 26 ἄξονι	— l. 25 • •	ἄξων. A.
— l. 30 ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τμάματος, ἔστω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά· ἄξων δὲ ἁ ΒΔ· καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ τῷ Κ ἴσα· καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τῷ κωνοειδέος,	— l. 27 • •	repetuntur hæc verba. D.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 292. l. 43 ὅτι	Pag. 68. l. 31 • •	τὸν. *A. D.*
— ib. ἐσσεῖται	— ib. • •	ἐσσεῖται. *A. D.*
— l. 44 ἴσῃ	— l. 32 • •	ἴσαι. *A. B. C. D.*
— 293. l. 3 δύο κώνοι βάσεις	— l. 42 δύο κώνοι βάσιν	δύο κώνοι βάσιας. *B.* δὴ κώνοι βάσιας. *C.* κώνοι βάσιας. *D.*
— l. 11 μάκεις.	— l. 47 μάκων	μάκει. *B.*
— l. 14 καὶ ἐν τῷ ἴσῳ ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ.	— l. 49 • •	defunt. *D.*
— l. 25 τᾷ Α· καὶ	— 69. l. 4 • •	defunt. *D.*
— l. 29 τετράγωνον,	— l. 6 τετράγωνον Β	τετράγωνον ΚΕ. *A. C. D.* τετράγωνον. *B.*
— l. 32 ὀρθῷ	— l. 7 καὶ ὀρθῷ	ὀρθῷ. *A. D.*
— l. 36 ποτὶ τὰς ἴσας ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τῶ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτιούσας τῷ ἄξονι.	— l. 10 • •	defunt. *A.*
— l. 44 ἁ ΑΓ.	— l. 13 • •	defunt. *A. B. C. D.*
— 294. l. 30 ἐγγεγραμμένω, ἃ	— l. 44 • •	ἐγγεγραμμένω. *A. B. C.* περιγεγραμμένω. *D.*
— l. 34 τῶ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα	— l. 46 • •	defunt. *A. D.*
— l. 43 ἕξει ἄρα ἀσυμμέτρως	— l. 50 ἕξει ἀμέτριαν ὁμοίως	ἕξει ὧν ἀμετρίᾳ ὁμοίως. *A. D.* ἕξει ἀμετρίᾳ ὁμοίως. *B.*
— l. 45 ἐν	— l. 51 • •	deest. *A.*
— ib. ΘΡ. Ἔσω	— 70. l. 1 • •	ΘΟ ἔσωσαν. *B. C. D.*
— l. 46 ἐφ' ἃν τὰ	— ib. ἐφ' αὐτὰ	ἐφ' ἂν τά. *A. B. C. D.*
— l. 50 ἴσαι	— l. 3 • •	ἐν. *A. B. C. D.*
— l. 51 ἴσον	— ib. • •	ἐν. *B. C. D.*
— l. 52 τῷ ἴσῳ	— l. 4 • •	τῶν τῷ ἴσῳ. *A. C. D.*
— 295. l. 2 ἃ δὲ ἐξ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ΒΟ.	— l. 6 • •	defunt. *D.*
— l. 11 ΖΔΒ,	— l. 10 • •	ΖΔ ΒΔ. *A. C. D.*
— ib. ὑπὸ τὰν	— l. 11 • •	ὑπὸ τᾶς. *C. D.*
— l. 14 πλαγία	— l. 12 • •	πλασία. *A.*
— l. 16 ΞΜ	— l. 13 • •	defunt. *A. B. C. D.*
— l. 17 ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΝ. Ἃ γὰρ Ξ	— ib. • •	defunt. *A. B. C. D.*
— l. 28 χωρίον	— l. 19 χωρίς	χωρίον. *D.*
— l. 35 τῶν	— l. 23 τῶν δὲ	τῶν τε. *C. D.*
— l. 42 ἐν	— l. 26 • • ad finem lineæ	deest. *D.*
— l. 45 Δέδεικται	— l. 28 δεικτέον	δέδεικται. *A. C. D.*
— ib. ὅτι	— ib. • •	deest. *A.*
— l. 48 ἀμφοτέραις,	— l. 29 • •	συναμφοτέραις. *A. B. C. D.*
— 296. l. 14 σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον	— l. 38 • •	defunt. *D.*
— l. 23 ΔΞ,	— l. 43 • •	defunt. *D.*
— l. 26 τὸν λόγον, ὃν τὸ	— l. 44 • •	λόγον τό. *A. C. D.*
— l. 27 Ξ	— l. 45 • •	deest. *D.*
— l. 29 εἶμεν	— l. 46 ἔσται	ἐστὶ. *D.*
	ab ἔλασσον ἐστὶ τῷ Ψ. l. 39 ad σχῆμα lineâ 47.	repetuntur hæc verba. *D.*
— l. 30 περιγεγραμμένον	— l. 47 • •	ἐγγεγραμμένον. *D.*
— 267. l. 2 ἐν ᾧ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε	— 71. l. 7 • •	ἐν αἱ συναμφοτέραις ἴσα τοῦτο. *A. D.* ἐν αἱ συναμφοτέραις ἴσαι τοῦτο. *B.* ἐν αἱ συναμφοτέρας ἴσαντο τῷ. *C.*
— l. 15 Τεμεῖ	— l. 14 • •	τεμεῖ. *C. D.*
— l. 21 ἐσσεῖ τὸ	— l. 17 • •	ἐσσεῖται. *B. D.* ἐσσεῖται τό. *C.*
— l. 24 Ἑκάστας δὲ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς	— l. 18 • •	ἴσα ἄλλα ὀξυγωνίου κώνου τομά. *A. B. C. D.*
— l. 34 τᾷ ΒΔ,	— l. 27 • •	τᾶς ΒΔ. *D.*
— l. 45 καὶ	— l. 41 • •	deest. *A.*
— 298. l. 1 γὰρ	— l. 45 • •	γάρ. *D.*
— l. 7 κυλίνδρων	— l. 48 • •	κυλίνδρω. *A. B. C. D.*
— l. 9 ἐπιλείχειν	— l. 49 • •	περιέχει. *D.*
— l. 12 σχήματος,	— l. 51 • •	τμάματος. *A. B. C.*
— l. 16 ποτὶ	— 72. l. 2 • •	ποτὶ τόν. *B. C. D.*
— ib. τῶ τόμω,	— ib. • •	τομα. *D.*
— l. 24 ἴσον	— l. 6 • •	ἴσαι. *A.*
— l. 26 ἐστιν	— l. 7 • •	ἐστιν. *A.*
— l. 27 ὀξυγωνίου κώνου	— ib. • •	ὀξυγωνίω κώνω. *A. D.*
— l. 28 ἀλλάλας,	— l. 8 ἀλλάλοις	ἀλλάλας. *B. C. D.*
— l. 30 ΖΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	— l. 9 • •	defunt. *C.*
— l. 41 ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὰ ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα ἴσον τᾷ ΔΞ,	— l. 14 • •	defunt. *A. D.*
— l. 45 Ξ	— l. 16 • •	ΝΞ. *B. C. D.*
— l. 50 ἄλλων	— l. 19 • •	ἀλλάλως. *A.* ἀλλάλων. *D.*
— 299. l. 4 τοῖς λόγοις,	— l. 21 • •	τοῖς αὐτοῖς λόγοις. *A.*
— l. 7 χωρὶς	— l. 22 • •	τὰ χωρίς. *D.*
— l. 9 ΜΞ	— l. 23 ΓΞΝ	ΞΝ. *A. B. C. D.*
— l. 12 ποτὶ	— l. 25 ψοτὶ	ποτί. *A.*
— l. 14 Ξ,	— l. 26 • •	ΣΞ. *A. B. C. D.*
— l. 18 Οὐκ ἐστὶν ἄρα μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου.	— l. 28 • •	defunt. *D.*
— l. 37 σχῆμα	— l. 38 • •	τμᾶμα. *B. C. D.*
— l. 40 σχήματος	— l. 39 • •	τμάματος. *A. C. D.*
— 300. l. 9 τὸν αὐτόν.	— l. 47 τὸν τὰν τοῦ τμάματος ἄξονα τὸν αὐτόν	τὸν αὐτόν. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 300. l. 16 ὑπερέχον	Pag. 72. l. 51 • •	ὑπερέχει. A.
—— l. 19 ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος	—— 73. l. 2 • •	desunt. A. D.
—— l. 22 τοῦ ἡμίσεος	—— l. 3 • •	τοῦ ἡμίσεος. C. ἡμίσεος. D.
—— 301. l. 3 Ἔστω δὲ	—— l. 11 • •	ἔσονται. A. ἔσονται δὲ. B. D. ἔστω δὲ. C.
—— l. 4 ἐφ' ὧν τὰ	—— ib. ἐφ' αὐτῶν	ἐφ' ὧν τά. B. ἐφ' ὧν τά. C.
—— ib. τὰς	—— l. 12 • •	τοὺς τάς. C. D.
—— l. 9 παρ' αὐτῷ τετραγώνῳ	—— l. 14 • •	παρὰ τῶν τετραγώνων. B.
—— l. 14 ὧν	—— l. 16 ἴσον	ὧ. C. D.
—— ib. πρὸ	—— l. 17 πρώτῳ	πρό. C. πρὸ τοῦ. D.
—— l. 23 ἔχοντα	—— l. 21 • •	ἔχοντι. A. C. D.
—— l. 24 ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ὥστε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ περιεχόμενον. Ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον,	—— ib. • •	desunt. D.
—— l. 27 κυλίνδρου	—— l. 23 • •	κύκλου. A.
—— l. 34 γνώμονα,	—— 74. l. 2 γνώμονα	γνώμονα. A.
—— l. 35 ἀφαιρεθέντος.	—— ib. ἀφαιρημένου	ἀφαιρημένου. B. C. D.
—— l. 38 κατὰ	—— l. 4 • •	τά. D.
—— l. 42 ἀφαιρημένου,	—— l. 6 • •	ἀφαιρημένος τά. B. C. D.
—— 302. l. 3 ΞΘ,	—— l. 13 • •	ΞΦ ΞΥ ΞΩ. A. B. C. D.
—— l. 4 ὑπεροχᾶς.	—— ib. ὑπερεχομένου	ὑπεροχᾷ. A. B. D. τὸ ὑπεροχᾷ. C.
—— l. 6 τῷ μεγίστῳ. Τὰ οὖν	—— l. 14 τοῦ μεγίστου τὰ οὖν	τῷ μεγίστῳ τὰ οὖν. A. D. τὰ μέγιστα τὰ ὦν. B. C.
—— l. 14 τριπλάσια	—— l. 18 • •	διπλασία. A.
—— l. 15 μείζονά ἐστι	—— l. 19 • •	να ἐστί. A. B. D. 'να ἐστί. C.
—— l. 16 μείζονα	—— ib. • •	μείζονα ἐστί. C. D.
—— l. 17 μὲν	—— l. 20 • •	deest. B.
—— l. 18 ἢ ἡμιόλιος	—— ib. • •	ἡμίσεος. A. D. ἡμίσεως. B. C.
—— l. 30 τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι	—— l. 26 • •	repetuntur hæc verba. A.
—— 303. l. 1 ἢ	—— l. 38 • •	deest. D.
—— l. 4 χωρὶς	—— l. 40 χώραι	χωρίς. A. B. C. D.
—— l. 16 τοῦ βάσιν	—— l. 46 βάσιν	τῶ βάσει. A. D.
—— l. 22 ἐπιπέδῳ	—— l. 49 • •	deest. B.
—— l. 27 ἀγμένον.	—— 75. l. 1 • •	ἀγμένω. C.
—— ib. Ἄχθω	—— ib. • •	ἄχθωσαν. B. D. ἄχθω. C.
—— l. 31 ταῦτα	—— l. 3 • •	τὰ αὐτά. C.
—— l. 32 ἐπιζευχθεῖσα.	—— ib. ἐπιζευχθεῖσαι	ἐπιζευχθεῖσαι. B. C. D.
—— l. 38 κυλίνδρῳ	—— l. 19 • •	κυλίνδρος. C. D.
—— l. 45 ἡμίσεον	—— l. 23 ἡμίσεον	τὸ ἡμίσεον. C. D.
—— l. 49 Ἐγγεγράφθω	—— l. 25 • •	ἐνέγραψα. A. C. D. ἐγγράψω. C.
—— l. 51 περιγεγράφθω	—— l. 26 • •	περιέγραψα. A. C. D.
—— 304. l. 2 ἔλασσον ἢ ᾧ ἐλάσσων ὑπερέχει	—— l. 27 • •	desunt. D.
—— l. 11 καὶ ὁ τόμος	—— l. 29 • •	ἡμιόλιος. A.
—— l. 15 ἡμιόλιος	—— l. 30 καὶ ὁ τόμος	ἡμιόλιος. C. D.
—— l. 16 ἡμισείᾳ	—— l. 31 ἡμισείας	ἡμισείᾳ. B. ἡμίσεος. D.
—— l. 17 ἴσος	—— ib. • •	ἄρα. D.
—— l. 29 ἡμιόλιος.	—— l. 36 • •	ἡμίσεος. D.
—— ib. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα ἔσσεῖται ἐν οὐδὲ ἔλασσον τὸ ἡμισυ	—— ib. • •	desunt. D.
—— l. 36 ἐν	—— l. 41 ἃ	ἐν. B.
—— l. 38 ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.	—— l. 42 • •	desunt. D.
—— l. 40 τι	—— ib. • •	deest. B.
—— ib. σχήματος,	—— ib. • •	τμήματος. A. B. C. D.
—— l. 42 τμαθέντος	—— l. 43 τμηθέντος	τμήματος. D.
—— l. 45 ἄξων	—— l. 44 • •	ἄξων τοῦ. B. C. D.
—— l. 48 εἶμεν	—— l. 46 εἶναι	ἐστί. D.
—— 305. l. 6 ποτὶ τὰν	—— l. 49 • •	ποτὶ τά. C. D.
—— l. 10 ποτὶ τὸν ΔΖ. Φαμὶ δὴ	—— 76. l. 1 • •	desunt. D.
—— l. 17 τμᾶμα	—— l. 9 τμῆμα	κώνου τμῆμα. B.
—— l. 21 ἐστι τὸ	—— l. 16 • •	ἐστὶ καὶ τό. A.
—— l. 27 τᾶς ΒΘ, καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσια ἐστι καὶ	—— l. 20 • •	desunt. A. B. C. D.
—— l. 41 ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ.	—— l. 29 • •	ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. A. C. D.
—— l. 45 Ἔσονται	—— l. 31 ἔστω	ἔσονται. A. B. D. ἔσται. C.
—— l. 46 ἐφ' ὧν τὰ	—— ib. ἐφ' αὐτῶ	ἐφ' ὧν τά. B. D. ἐφ' ὧν τά. C.
—— l. 47 ἐν τῷ ΒΔ,	—— l. 32 • •	τᾶς ΒΔ. A. τῶ ΒΔ. C. τὰ ΒΔ. B.
—— l. 48 τᾶν	—— ib. • •	τά. A.
—— l. 49 Τὰν ὦν	—— l. 33 • •	τὰ ὦν. A. D.
—— l. 51 τῶν	—— l. 34 • •	τόν. B.
—— l. 52 διαμέτρῳ	—— ib. • •	διαμέτρου. B. C. D.
—— l. 51 γνώμων	—— l. 35 • •	γνώμονος. C.
—— 306. l. 5 ἀφαιρημένα. Ἐσσοῦνται δὲ ἐν μὲν τῷ πρώτῳ χωρίῳ γνώμονες	—— l. 37 • •	desunt. C.
—— l. 8 ΝΟ,	—— l. 39 • •	Θ. A.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 306. l. 10 Ὁ δὲ	Pag. 76. l. 40 . .	desunt. *D.*
— l. 15 τό τε	— l. 42 . .	desunt. *D.*
— l. 20 τοῦ	— l. 45 τὸν	τοῖς. *B. C.*
— l. 23 τὸν	— l. 46 . . ad finem lineæ	τῶν. *B.*
— l. 25 ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΞ.	— l. 48 . .	ΔΞ. *D.*
— l. 32 κατ' αὐτὸν	— l. 51 . .	κατὰ τὸν. *A. C. D.*
— l. 34 ὃς	— 77. l. 1 . .	deest. *B. C. D.*
— l. 43 ποτ' ἄλλα χωρία,	— l. 6 . .	desunt. *D.*
— 307. l. 7 ἴσον	— l. 14 ἴσας	ἴσας. *C.*
— l. 8 ἄλλων ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ,	— ib. . .	desunt. *C.*
— l. 9 ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία	— l. 15 . .	desunt. *D.*
— l. 18 ἢ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι,	— l. 19 . .	desunt. *A. D.*
— l. 36 ὑπερέχειν	— l. 28 . .	ὑπερέχει. *C. D.*
— l. 37 μεῖζον	— l. 29 . .	μείζων. *B.*
— ib. ὁ Ψ	— ib. . .	τὸ Ψ. *C.*
— l. 45 τὸν ἐν	— l. 33 . .	τῶν ἐν. *B.*
— l. 40 λόγον,	— ib. . .	τὸν λόγον. *A. D.*
— l. 48 ΒΔ,	— l. 34 ΒΕ	ΒΔ. *A. C. D.*
— l. 53 πεπλευκότων,	— l. 37 . .	παραπεπλευκότων. *A. C. D.*
— 308. l. 8 λεγομένου τῷ	— l. 41 . .	λεγομένω. *C.* λέγομεν τῷ. *D.*
— l. 25 τῷ τε ἡμιολίῳ	— l. 50 ταῖς τε ἡμιολίαις	ταῖς ἡμιολίοις. *D.*
— l. 31 ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος	— 78. l. 2 . .	desunt. *A. D.* in *C.* ἄρα solum deest.
— l. 33 ἢ	— l. 3 . .	deest. *A. C. D.*
— l. 35 ἄρα	— l. 4 . .	deest. *C.*
— l. 39 τὸ σφαιροειδὲς,	— l. 6 . .	σφαιροειδὲς. *D.*
— l. 51 ἀχθῶ	— l. 13 . .	ἄχθωσαν. *A.*
— 309. l. 3 κατὰ τὰ	— l. 14 . .	κατὰ τὸ. *C. D.*
— l. 15 καὶ ὁ αὐτος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ.	— l. 21 . .	desunt. *B.*
— l. 23 ἢ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ	— l. 27 . .	desunt. *D.*
— l. 25 ἔχον	— l. 28 ἔχων	ἔχοντος. *B.* ἔχει. *C.*
— ib. τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ	— l. 29 . .	repetuntur hæc verba. *D.*
— l. 51 ὕψος ἴσον	— l. 48 ὕψος	ὕψος ἴσον. *B.*
— 310. l. 3 ἔλασσον	— l. 50 . .	σχῆμα ἔλασσον. *D.*
— l. 6 ἔχον,	— l. 51 . .	ἔχει. *A. D.*
— l. 29 ὃν ἁ ΞΗ	— 79. l. 13 . .	ὃν ἔχει ἁ ΞΗ. *B. C. D.*
— l. 31 ἀπὸ	— l. 14 . .	ἀπὸ τῶ. *B. C.*
— 311. l. 3 ΚΘ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	— l. 33 . .	desunt. *C.*
— l. 7 ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΞΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ	— l. 35 . .	desunt. *C.*
— l. 9 ΞΔ, ΘΒ	— l. 36 . .	ΞΔ ΘΔ. *A.* ΞΔ. *D.*
— l. 10 ΒΘΔ,	— ib. . .	ΘΔ. *D.*
— l. 30 ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος.	— l. 46 . .	desunt. *C.*
— l. 32 ὁ ἐν	— l. 47 . .	ἐν. *D.*
— l. 33 ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον	— l. 48 τῶ ἥμισυ	τὸ ἔλασσον τῶ ἥμισυ. *A. C. D.* τὸ ἔλασσον τῶ ἡμίσεος. *B.*
— l. 36 τὸν ἐν τῷ ἡμισείῳ	— l. 50 τὸν ἐν τῷ ἥμισυ	τὸν ἐν τῷ ἡμίσεω. *B.* ἥμισυ. *D.*
— l. 43 ἔχοι	— 80. l. 2 . .	ἔχει. *B.*
— 312. l. 2 ποτὶ	— l. 5 πρὸς	corr. marg. eod. *B.*
— l. 3 δὲ τὸ	— ib. . .	δὲ τῶ. *A. B. C. D.*
— ib. τοῦ	— ib. . . ad finem lineæ	οἱ. *A. B. C. D.*
— l. 12 ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΒΔ· τοῦτον γὰρ ἔχει τὸν λόγον ὃν ἁ ΖΕ	— l. 10 ὃν τὸ ἁ ΖΕ	ut in Edit. Oxon. excepto ΒΕΔ pro ΒΕ ΕΔ et ΕΘ pro ΖΕ. *A. B. C. D.*
— l. 20 ἐν αὐτῷ	— l. 13 . .	ἐν τῷ αὐτῷ. *A. D.*
— l. 21 τοῦτον τὸν λόγον, ὃν	— ib. . .	desunt. *A. B. C. D.*
— l. 25 ΕΔ.	— l. 15 . .	desunt. *A.*
— l. 27 ΕΔ·	— l. 16 . .	parva lacuna relinquitur. *C.* desunt. *D.*
	— l. 17 (ΒΔ)	desunt. *B.* ΒΔ. *C. D.*
— l. 29 Ἁ γὰρ	— ib. . .	αἱ γάρ. *C. D.*
— l. 32 τε εἶμεν τῷ ΗΔ.	— l. 19 . .	εἶμεν τᾶν Δ. *D.*
— l. 35 ΗΔ, ΕΔ,	— l. 20 . .	ΞΕ ΒΔ. *C. D.*
— 313. l. 5 ἔξει	— l. 29 . .	ἔχει. *A. D.*
— l. 6 τῷ	— ib. . .	τῶ τε. *B.*
— l. 10 ἐπειδὴ ἄλλῳ διὰ	— l. 32 . .	ἐπειδὴ, ἀλλὰ καί. *D.*
— l. 26 Ἀχθῶ οὖν ἁ τᾶς κορυφᾶς ἐπιζευγνύουσα τοῦ γενομένου τμάματος ὁ ΒΔ.	— l. 43 . .	desunt. *A. D.*
— l. 28 δὲ	— l. 48 . .	deest. *D.*
— l. 29 τὸ ἡμίσεον	— l. 50 τῷ ἡμίσεον	τὸ ἡμίσεον. *C. D.*
— l. 30 ἁ ΔΗ ἴσα τῷ ΔΘ,	— l. 51 . .	τᾶς ΔΗ ἴσα ἁ ΔΘ. *C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 313. l. 37 παράλληλον	Pag. 81. l. 2 παραλλήλω	παραλλήλω. A.
— l. 39 κώνου, κορυφὰν ἔχων τὸ Δ σαμεῖον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΞΔ, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ὁμοίως δὲ τῷ πρότερον δειχθήσεται, ὅτι τὸ ἀντίτμαμα	— l. 3 • •	desunt. D.
— l. 42 τοῦ σφαιροειδέος	— l. 5 • •	σφαιροειδέος. D.
— l. 43 ἐγγεγραμμένου	— ib. ἐγγεγραμμένον	ἐγγεγραμμένω. B. C. D.
— l. 44 ἐν τῷ	— l. 6 • •	αὐτῷ. D.
— ib. αὐτόν	— ib. • •	deest. D.
— l. 48 τὸ ἐν ᾧ	— l. 8 • •	τῷ ἐν ᾧ. B.
— l. 49 ΞΕ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	— l. 9 • •	desunt. D.
— 314. l. 1 ὑπὸ τᾶς	— l. 10 ὑπὸ τε	ὑπὸ τᾶν. B. C. D.
— l. 5 ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΞΔ.	— l. 12 • •	ΒΞ ΞΔ. D.
— l. 6 ἑκατέρῳ	— l. 13 • •	deest. D.
— l. 12 ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	— l. 16 • •	repetuntur haec verba. B. C. D.
— l. 20 ἔχει	— l. 20 • •	ἔχειν. C.
— l. 22 ἐλάσσων	— l. 21 • •	μείζων. B. C.
— ib. ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένου,	— ib. • •	desunt. B. C. D.
— l. 26 τῶν	— l. 23 τοῦτον	τὸν τῶν. A.
— l. 30 τῷ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένῳ	— l. 25 • •	τὸ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον. A. B. C. D.
— l. 32 τοῦ	— l. 26 • •	τό. A.
— 319. l. 1 Βασιλεῦ Γέλων,	— 120. l. 18 Βασιλεῦγελων	βασιλεῦγελῶν. A. βασιλεῦ Γελῶν. B. C. D.
— l. 5 ἐστί	— l. 20 ἐν	deest. B.
— l. 6 μὲν εἶμεν	— l. 21 εἶμεν	ν εἶμεν. A. C. ὃ ἐν μέν. B. κεῖμεν. D.
— l. 8 ὅταν	— l. 23 οὐ	ὅταν. C.
— l. 9 οἱ νοῶσαν	— ib. • •	ἢν νοήσαι ἐν. D.
— l. 10 ἄλλοις	— l. 24 ἄλλοις	ἀλλ' ἀεί. C.
— l. 11 τὰν τε	— ib. • •	τῶν. B.
— l. 14 μηδ' ἐν ἀναμετρῷ	— l. 26 μὴ δ' ἐν ἀναμετρῶ	μηδένα κάρα. A. C. μηδένα βάρη. D.
— l. 15 τοῦτο	— ib. • •	τῶ. A. B. D.
— l. 19 ἀριθμόν	— l. 29 ς'	καί. B. D.
— ib. τοῦ μεγέθεος	— ib. τοῦ μεγέθεος	τὸ μέγεθος. B. D. μέγεθος. C.
— l. 23 κέντρον μέν	— l. 31 • •	μέτρον μέν. D.
— ib. κέντρου ἴσα τῷ εὐθείᾳ	— ib. κέντρου εὐθεῖαι	κέντρου αἱ εὐθεῖαι. A. B. C. D.
— l. 28 ὑποθεσίων	— l. 33 • •	ὑποθέσεις τινά. A. ὑποθεσίων τινῶν. C. ὑποθέσεις. D.
— 320. l. 4 τηλικαῦται	— l. 37 • •	ταλίκαι. B.
— l. 5 ὅς τε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν	— ib. ἐφ' ὅς τε τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν γᾶν	ἔσω τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν γᾶν. A. ἐν ᾧ τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. B. ἐς τὸ τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. C. ἔσω τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. D.
— l. 8 Ἡ εἴδωλον	— l. 39 δ' εἴδωλον	γᾶς δόλαι. A. γ' εἴδωλον. C. D.
— l. 11 αὐτό.	— l. 41 • •	αὐτόν. A.
— l. 16 καθ' ὃν	— l. 43 • •	καθ' ὧ. A.
— l. 17 ὑποτίθεται	— ib. ὑποτίθενται	ὑποτίθενται. A. C. D.
— ib. τῶν ἀπλανέων	— l. 44 τῶν ἀπλανῶν	τῶν ἀπλανῶν. A. B. C. ἀπλανῶν. D.
— l. 23 ταλικαῦτα	— l. 46 • •	ταλικα. B.
— l. 24 ἀπλανέων	— l. 47 • •	πλανέων. A.
— l. 25 ἔτος τινός	— 121. l. 1 ἐν τινός	ὄντος τινός. C. D.
— ib. διαχθησομένας	— ib. διαχθεῖσα	διαχθεισᾶν. A.
— l. 26 κατονομασθέντας	— ib. κατονομάζομαι	κατ' ὄνομα ἄξιον. C.
— l. 28 ἔχοντας	— l. 2 ἔχον τε	ἔχοντος. A. B. D.
— l. 29 μέν,	— ib. • •	μὲν τᾶν. A. B. C. D.
— l. 30 τ'	— l. 3 τῶν	Τ. D.
— l. 31 πεπερασμένον	— ib. • •	πεπερασμένων. B. C. D.
— l. 34 δεκαπλασίων	— l. 5 δεκαπλασίων	δεκαπλασίων. D.
— l. 35 τ'	— l. 6 τῶν	Τ. D.
— ib. μυριάδων σταδίων ἢ μὴ μείζων.	— ib. ἀλλ' σταδίων καὶ μείζων	μυριάδων σταδίων ἢ μὴ μείζω. A. D. ἢ σταδίων καὶ μὴ μείζων. B. C.
— l. 37 εἶμεν	— l. 7 ἔμειμεν	εἶμεν. B.
— l. 39 λαμβάνων	— l. 8 • •	λαμβάνω. A.
— l. 43 ἔνδοξον μέν,	— l. 10 εὐδόξου μέν	εὐδόξου μέν. D.
— l. 49 ἀναμφίλογον	— l. 14 ἀμφίλογον	ἀναμφίλογον. C. D.
— l. 51 τριακονταπλασίων	— ib. τριακονταπλασίας	τριακονταπλασίων. B. C. D.
— l. 52 μείζονα.	— l. 15 μείζονα	μείζω. A. D. μείζονα. B. μείζων. C.
— 321. l. 5 εἰκότα	— l. 17 • •	εἰκός. C.
— l. 7 ἐναρμόζειν,	— l. 18 • •	ἐναρμόζη. D. ut fere semper
— l. 8 ἔχοντας	— l. 19 ἔχουσα	ἔχουσαν. D.
— l. 10 λαβεῖν,	— l. 20 • •	διαλαβεῖν. A. C. D.
— l. 15 ἐς ἂν ὁ	— l. 23 εἰς ἂν ὁ	εἰς ἂν ὁ. A. C. D. ἐς ἂν ὁ. B. ut semper in hoc tractatu.
— l. 16 ἐναρμόζειν	— ib. • •	ἐναρμόζει. B. C. D. ut semper in hoc tractatu. B.
— l. 17 ἅ τις	— l. 24 ἅ τις	ὁ τις. A. ἅ τις. B. C. D.
— l. 18 ἐς ἂν	— ib. ὡς ἂν	ἄν. A. D. ἐς ἄν. B.
— ib. ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν	— ib. • •	ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν. B.
— l. 21 ἤμελλον	— l. 25 ἤμελλεν	ἤμελλον. A. B. C. D.
— ib. ἀνατελλεῖν	— ib. • •	ἀνατέλλειν. B. C. ἅμα τέλλειν. D.
— l. 22 τεθέντος	— l. 26 τεθέν	τεθέντος. A. C. D.
— l. 23 ὀρθιάν,	— ib. • •	corr. marg. ὀρθάν. B. ὀρθάς. C.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 321. l. 25 ἐπεγράφα	Pag. 121. l. 27 • •	ἐπεγράφα. *B.*
——— l. 26 ἁ ὄψις	——— l. 28 • •	ἀψὶς *B. C. D.*
——— l. 29 ἄρξατο	——— l. 30 • •	ἀρξάσθω. *A. D.*
——— l. 38 αἱ ὄψιες ἐκ ἀφ' ἑνὸς σημείω	——— l. 34 αἱ ὄψιες ἐκ ἀφανῶ σημείω	αἱ ὄψιες ἐκ ἀφαν σημεῖον. *A.* ὄψιες ἐκ ἀφανῶς σημείου. *D.*
——— l. 40 ὄψιος·	——— l. 35 ὄψις	ἁ ὄψις. *B.* ὄψις. *C.*
——— l. 42 ἀχθεισᾶν	——— l. 36 ἀχθεῖσαι	ἄχθω αἱ. *B.* ἀχθεισῶν. *C. D.*
——— l. 46 ὄψιος,	——— l. 38 • •	τᾶς ὄψιος. *A. B. C. D.*
——— l. 47 τὸν τρόπον	——— l. 39 τρόπον	τὸν τρόπον. *A.*
——— – ib. ἀνιλαμβάνεται	——— – ib. • •	λαμβάνεται. *D.*
——— l. 48 ἀλλάλων,	——— – ib. ἀλλάλας	ἀλλάλαις. *A. B. C. D.*
——— l. 50 ὁ λοιπὸς ὥς ἐστι	——— l. 40 ὁ λοιπὸς ὥς ἐστὶ	λοιπὸν ἔστω. *A. D.*
——— l. 51 ὄψιος,	——— l. 41 • •	ὄψιας. *C. D.*
——— l. 53 περιλαμβάνεται ὑπὸ	——— l. 42 • •	περιλαμβάνεται περί. *D.*
—— 322. l. 4 τὰς ἐγγὺς τᾶς	——— l. 44 τᾶς ἐγγὺς τᾶς	τὸ ἐγγὺς τᾶς. *B.* τᾶς ἐγγὺς. *C.*
——— l. 9 Ἁ δὲ γωνία,	——— l. 47 ἁδὲ γωνία	ut in Edit. Oxon. *B. C. D.*
——— l. 12 κανόνι,	——— l. 48 • •	κανόνος. *A.*
——— l. 14 ὅλῳ ἁλίῳ,	——— l. 49 • •	ὅλω τῷ ἁλίω. *B. C. D.*
——— l. 15 ἐπιφαινομένας	——— l. 50 ἐπιφαινομένω	ἐπιφαίνεται. *B.*
——— l. 17 γίνεται	——— l. 51 • •	γάρ. *A. C. D.*
——— l. 21 εἰς ρξδ', ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων·	—— 122. l. 2 • •	εἰς ΡΞ ΔΘ εἰς Σ μείζων Η (ἡ. *D.*) ἓν μέρος τούτων, δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία ἇς ἂν (ἐς ἄν. *D.*) ὁ ὅλος ἐναρμόζῃ (ἐναρμόζῃ. *D*) τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει ἐλάττων μὲν ἐστὶ ἢ διαιρεθεῖσας (διαιρεθείσας. *D.*) εἰς ρξδ τούτων. *A. D.*
——— l. 22 διαιρεθείσας	——— – ib. διαιρεθεῖσα	διαιρεθεισᾶν. *B.*
——— l. 23 ἓν μέρος	——— l. 3 • •	ἐν μέτρος. *A.* ἔμμετρος. *D.*
——— – ib. τούτων. Δῆλον ὦν,	——— – ib. • •	τούτων δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία ἇς ἂν ὁ ὅλος ἐναρμόζῃ τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει ἐλάττων μὲν ἐστίν. ἡ διαιρεθεῖσας ἐς ΨΞΔ τούτων. αἱ δὲ ἐλάττων διαιρεθεῖσα τῶν ὀρθῶν εἰς Σ μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων. δῆλον ὦν. *C.* vide supra.
——— l. 24 ἐς ἃν	——— – ib. ἁ ἴσαν	ἐς ἂν. *B.*
——— – ib. ἐναρμόζῃ.	——— – ib. • •	ἐναρμόζει. *D.*
——— l. 26 ἓν μέρος·	——— l. 4 • •	ἔμμετρος. *D.*
——— l. 27 ἓν μέρος.	——— l. 5 • •	ἔμμετρος. *A. D.*
——— l. 28 αἱ διάμετροι	——— – ib. διάμετρος	καὶ αἱ διάμετρος. *B. C. D.*
——— l. 39 Δ	——— l. 11 • •	deest. *C. D.*
——— l. 43 Ἐστι	——— l. 12 • •	ἔστω. *C.*
——— l. 49 ἓν μέρος.	——— l. 16 • •	ἔμμετρος. *A. D.*
——— l. 50 ἐστι	——— – ib. • •	ἐστί. *D.*
——— l. 53 ἓν μέρος·	——— l. 18 • •	ἔμμετρος. *D.*
—— 323. l. 4 τοῦ ΑΒΓ κύκλου,	——— l. 20 • •	desunt. *D.*
——— l. 7 ἔχειν,	——— l. 22 ἔχει	ἔχων. *B.*
——— l. 12 οὖν	——— l. 23 lacuna relinquitur	lacuna relinquitur. *B. D.*
——— l. 16 Ἴσαι γὰρ	——— l. 26 • •	desunt. *D.*
——— l. 18 ΣΗ	—— 123. l. 1 ΑΒΓ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
——— l. 20 διάμετρος	——— l. 2 γωνία	corr. man. alt. διάμετρος. *B.*
——— – ib. ΣΗ	——— – ib. ΑΒΗ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
——— l. 21 τοῦ ΣΗ κύκλου.	——— l. 3 • •	desunt. *C.*
——— l. 23 Ὡς τι	——— – ib. • •	ὡς. *D.*
——— l. 24 ΤΣ	——— l. 4 ΤΣ	ΤΣ. *A. B. C. D.*
——— l. 25 ΘΚ	——— – ib. ΘΚ·	ΘΚΤ. *A. C. D.* ΘΡ. *B.*
——— – ib. ΘΡ,	——— – ib. • •	ΘΧ. *B.*
——— – ib. ΣΤ	——— l. 5 ΣΝ	ΣΤ. *B. C. D.*
——— l. 26 καὶ	——— – ib. • •	deest. *B.*
——— l. 27 τὰς ΔΤ,	——— – ib. τὰ ΔΤ	τὰν ΔΤ. *B. B.*
——— l. 28 τριγώνου	——— l. 6 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— 324. l. 1 ΔΤ, ΔΚ, ποτὶ τὰς γωνίας τὰς περιεχομένας ὑπὸ τᾶν	——— l. 7 • • τὰν mutato in τᾶν	desunt. *C.*
——— l. 4 ἁ ΘΡ	——— l. 8 • •	ΘΡ. *C.*
——— – ib. Εἰ γὰρ κα	——— l. 9 εἰ γὰρ ΚΑ	εἰ γὰρ κα. *B. C. D.*
——— l. 5 δύο	——— – ib. • •	δύο. *A.*
——— l. 7 αἴτερας	——— l. 10 • •	θάτερον *C.*
——— l. 9 τᾶν	——— l. 11 τῶ	ἁ τᾶν. *B.*
——— l. 10 ποτὶ	——— – ib. • •	deest. *A. C. D.*
——— – ib. ἐλάττων	——— l. 12 • •	deest. *D.*
——— l. 20 ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐσσεῖται ἁ γωνία ἁ περιεχομένα	——— l. 16 ΔΛ ΔΞ μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς ἁ ἴσα γωνία ἁ περιεχόμενα	desunt. *A. D.*
——— l. 21 ἐσσεῖται	——— l. 17 ἢ εἶκα	εἴη κα. *B.*
——— l. 23 διομύρια,	——— – ib. διομύρια	δὶς μύρια. *A. B.* δίσμύρια. *C.* δισμύρια. *D.*
——— l. 27 Τᾷ δὲ	——— l. 20 τὰ δὲ	τᾶ δὲ. *D.*
——— l. 34 μείζω εἶμεν ἢ τριακοσιοπλασίονα	——— l. 24 μείζων εἶμεν ἢ τριακοσιοπλασίων	μείζονα εἶμεν ἢ τριακοσιοπλασίονα. *B.*
——— l. 36 σελάνας,	——— l. 25 ἡλιακῆς	σελήνας. *B. C. D.*
——— – ib. μείζω	——— – ib. μείζων	μείζω. *B.*
——— l. 37 σελάνας·	——— – ib. ἡλιακῆς	σελήνας. *B. C. D.*
——— l. 44 Ἁ δὲ διάμετρος τοῦ ἁλίου	——— l. 29 • •	desunt. *D.*
——— l. 46 ἢ	——— l. 31 • •	deest. *C.*
—— 325. l. 2 ἰσόπλευρον ἐὸν	——— l. 34 εἰς ὁ ΕΘ πλεῖστον	εἰς ὁ ΕΘ πλευρὰν ἐὸν. *C.*
——— – ib. ἰσόπλευρον ἐὸν τῷ πολυγωνίου τῷ ἑξαγώνου, ἐγγεγραμμένου μὲν τῷ κύκλῳ εἶν· καὶ ἁ διάμετρος	——— – ib. εἰς ὁ ΕΘ πλευρὰν καὶ πολυγώνου ὅτι τῷ ἑξαγώνου ἐγγεγραμμένου μὲν τοῦ κύκλου εἴη καὶ ἁ διάμετρος.	εἰς ὁ ΕΘ πλευρὰν ἐὸν ἀμετρος. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 325. l. 13 δῆλον, ὡ	Pag. 123. l. 40 • •	δῆλον ὡς ὁ. A. B. C. D.
——— l. 20 μείζων	——— l. 44 μείζων	μείζω. B.
——— l. 23 τετρακισχιλιοστομόριον	——— l. 45 τετρακισ τὸ μέρος	τετρακισ τομόριον. C. τετρακισχιλιοστομόριον. D.
——— l. 24 Ἐτέθη	——— l. 46 • •	ἐτέθητο B. ἐτετέθη. D.
——— l. 32 Χρήσιμον	——— l. 50 • •	χρήσιμα A.
——— l. 44 καὶ ἀπὸ τῶν	——— 124. l. 5 καὶ ἑκατὸν	καὶ αἱ ἀπὸ τῶν. B.
——— l. 45 καὶ δεκατοσσάδες,	——— l. 6 • •	defunt. D.
——— l. 46 ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	——— ib. ἔσται μυρίων μυριάδων πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	defunt. D.
——— l. 49 τρίτων	——— l. 8 τριῶν	τρίτων. D.
——— l. 51 ἐς τὰς μυρίας	——— l. 9 ἔσται μυρίων	ἐστ μυριων sine accentu. B. ἔσται μυρίας C D.
——— 326. l. 1 ἀριθμῶν μέγιστ	——— l. 10 • •	ὧν μυρίων. A.
——— l. 7 τοσούτων	——— l. 12 • •	τοσούτων C.
——— l. 10 πρώτας	——— l. 14 deest	πρώτας. B.
——— l. 14 δευτέρων	——— l. 15 • •	τῶν δευτέρων. D.
——— l. 17 ἐχόντων,	——— l. 17 • •	ἔχοντες. B.
——— l. 19 ἀριθμός	——— l. 18 • •	καί. B.
——— l. 20 περιόδῳ,	——— ib. • •	deest. D.
——— l. 24 ἑξῆς κείμενοι,	——— l. 21 ἐξηςκειμένοι	ut in Edit. Oxon. B. C.
——— l. 25 οἱ ἑπτὰ	——— ib. τὸ ἑπτὰ	ὁ ἑπτά. B. D.
——— l. 30 Ὁ μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν	——— l. 24 • • ὁ mutato in ὠ	defunt. D.
——— l. 31 ὄγδοος	——— ib. • •	ὁ ὄγδοος. B. C. D.
——— l. 40 ὅτι πολλαπ	——— l. 29 • •	ἐπὶ καὶ πολλαπ. A. C. D. ἐστὶν ὅτι καὶ πολλαί. B.
——— l. 45 πολλαπλασιαξάντων	——— l. 32 • •	πολλαπλασιαζάντων ut semper. C.
——— ib. ἀλλάλους, ἴσος ὁ ἐλάττων	——— ib. • •	ἴσος ἐλάττων. D.
——— l. 50 Ἔστω	——— l. 34 • •	ἔστωσαν. B
——— l. 52 παραπολλαπλασιάσθω	——— l. 35 • •	πολλαπλασιάσθω. D.
——— 327. l. 1 ἴσος	——— l. 37 ἴσοι	ἴσος B. C. ἴσοι. D.
——— l. 2 ἴσον	——— l. 38 • •	ἴσων C. D.
——— l. 7 ἴσος	——— l. 40 • •	ἴσοι. A.
——— ib. γενόμενος	——— ib. • •	ὁ γενόμενος. A.
——— l. 9 πολλαπλασιαξάντων	——— l. 41 • •	τῶν πολλαπλασιαξάντων. A. B. D. πολλαπλασιαζάντων. C.
——— l. 10 ἐλάττων	——— ib. • •	ἔχων. A.
——— l. 16 τοσούτου	——— l. 44 τοσούτοις	τοσοῦτοι B. C. D.
		In Marg. μονας μοναδες δεκαδες εκατονταδες χιλιαδες μυριαδες. C.
——— l. 19 μὲν	——— l. 46 • •	deest D.
——— l. 20 δῆλον	——— ib. • •	deest. B.
——— l. 26 ποτὶ ἀλλάλας	——— l. 50 ποτὶ ἀλλάλαν	ποτ' ἀλλάλας. B. ποτὶ ἀλλάλας. C. D.
——— l. 30 κα εἴη ὁ ἀριθμός	——— 125. l. 1 ΚΑΙΝ ὁ ἀριθμός	ὁ ὤν. A. D. κα' ει ὁ ἀριθμός. B. καὶ ὁ ἀριθμός. C.
——— l. 32 ἀριθμοί,	——— l. 2 • •	ἀριθμοί. A.
——— l. 37 τὸν	——— l. 4 τὸν	τάν. B C. τῶν. D.
——— ib. ἐπὶ	——— l. 5 ἐφο	ἐφ' ὅ. D.
——— l. 38 λόγον ἔχειν	——— ib. ἔχειν	λόγον ἔχει. A.
——— l. 39 ἀλλάλας	——— ib. ἀλλάλαν	ἀλλάλας. A. B. C. D.
——— l. 43 πολλαπλασιασθεισᾶν	——— l. 7 πολλαπλασθέντες	πολλαπλασιασθεισᾶν. C. πολλαπλασθεῖσαν D.
——— l. 47 ἐν τῷ	——— l. 9 ἔστι	ἐν ᾧ. C. D.
——— ib. ὅρον	——— ib. • •	ὁ P. C.
——— l. 49 δῆλον ὡς ὁ γενόμενος, ἀριθμὸς ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας	——— l. 10 • •	defunt. C.
——— l. 52 ὁ ἴσος	——— l. 12 ἀσσος	ὁ ἴσος. B. ισος sine accentu. C.
——— ib. συναμφοτέρων	——— ib. συναμφο	συναμφότερα. A. D. συναμφο. C.
——— l. 5 μυριάδες τῶν δευτέρων	——— l. 15 μυριάδες	μυριάδες δευτέρων. A. B. C. D.
——— l. 6 Φανερὸν ὦν, ὅτι τῶν ψάμμων τὸ πλῆθος τῶ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ' δακτύλων ἐχούσᾳ, ἐλάττόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	——— ib. φανερὸν ὦν ὅτι τῶ ψάμμω τὸ πλῆθος τῶ μεγέθος ἔχοντος ἴσον τῷ σφαίρα ταύτῃ τὰν διάμετρον P δακτύλων ἐχούσῃ ἐλάττον ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	defunt. A. D.
——— l. 7 μέγεθος	——— ib. μέγεθος	μέγεθος. C.
——— l. 11 πολλαπλασία	——— l. 17 • •	πολλαπλασία ἐστί. A. B. C. D.
——— l. 14 μυριάδων	——— l. 19 • •	μυρίων. B. C. D.
——— l. 16 τῶν χιλιάδων	——— l. 20 τάν χιλιάν	τῶν χιλίων. A. C. D. τῶν χιλίων. B.
——— l. 20 ἀνάλογον	——— l. 22 ἀναλογίας	ἀναλογίας. A. B. ἀναλογίαν. D.
——— l. 22 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος.	——— l. 23 • •	defunt. C.
——— l. 25 οὗτος,	——— l. 25 τοῦ	τοῦτος. C.
——— l. 28 μέγεθος	——— l. 26 μεγέθος	μέγεθος. B.
——— l. 26 σφαίρᾳ τὰν	——— l. 27 • •	σφαίρα τᾶ τὰν. B. C. D.
——— l. 34 μέγεθος	——— l. 29 μεγέθεος	μέγεθος. B. C. D.
——— l. 44 Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες	——— l. 35 • •	defunt. A. D.
——— 329. l. 1 μονάδες	——— l. 40 μυριάδες	μονάδες. D.
——— l. 3 μέγεθος	——— l. 41 μεγέθεος	μέγεθος. C. D.
——— l. 4 μονάδες τῶν	——— l. 42 μονάδες τῶν δὲ	μονάδες τῶν. A. B. D. μυριάδες τῶν. C.
——— l. 10 ἐλάσσων	——— l. 45 ἐλάσσων	ἐλάσσων. C. D. et corr. marg. B.
——— l. 12 πολλαπλασιασθεισᾶν τῶν χιλιάδων	——— l. 46 • •	πολλαπλασιασθεισᾶν τῶν χιλίων. A.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 329. l. 22 ἄλλοι	Pag. 125. l. 51 • •	οἱ ἄλλοι. *B. C. D.*
—— l. 25 μονάδες	—— 126. l. 2 μονάδων	μονάδες. *B.*
—— l. 26 μέγεθος	—— ib. μεγέθους	μέγεθος. *B. C.*
—— l. 30 μυριάδων	—— l. 4 • •	μυριάδες. *A. D.* μυριάδας. *B. C.*
—— l. 33 ταλικαύτα,	—— l. 6 • •	ταλικαύτα τὸ μέγεθος. *A. B. C.*
—— ib. ταλικαύτα, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα	—— ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 36 πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα	—— l. 7 πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν ζ	πολλαπλασιασθεισῶν τῶν δέκα. *A. D.* πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα. *B. C.*
—— l. 37 μονάδων	—— ib. • •	μονάδες. *D.*
—— l. 41 δῆλον,	—— l. 10 • •	δῆλον οὖν. *D.*
—— l. 44 καλεομένων	—— l. 11 καμένων	καλεομένων. *A. B. D.*
—— l. 49 χίλιαι	—— l. 14 • •	deest. *A. D.*
—— 330. l. 2 ἐλασσόν	—— l. 15 ἐλάσσων	ἔλασσον. *D.*
—— l. 4 σφαῖρα	—— l. 16 • •	σφαίρας. *A.*
—— l. 9 μυριάδων·	—— l. 19 • •	μυριάδας. *B.*
—— ib. ἔλασσον	—— ib. ἐλάσσων	ἔλασσον. *B. C.*
—— l. 11 πολλαπλασιασθεισᾶν	—— l. 20 πολλαπλάσιον	πολλαπλασιασθεισᾶν. *B.*
—— ib. τᾶν χιλιᾶν	—— ib. χιλίας	τᾶν χιλίαν. *B. C.* τῶν χιλίων. *D.*
—— l. 12 ταὶ ρ' μυριάδες. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν	—— l. 21 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 14 ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον·	—— ib. • •	ἀπὸ μονάδων. *D.*
—— l. 15 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἴσοντι ἐστὶ καὶ τετρακοστὸς ἀπὸ μονάδος.	—— l. 22 • •	desunt. *C.*
—— l. 18 ὀκτὼ μὲν	—— l. 23 εἶμεν	εἰ μὲν ὀκτὼ. *B.*
—— l. 19 αὐτᾶς,	—— l. 24 τᾶς	τόπος. *A. C. D.*
—— l. 25 μέγεθος	—— l. 27 μεγέθους	μέγεθος. *B. C. D.*
—— l. 27 μυρίων,	—— l. 28 • •	μυριάδων. *C.*
—— l. 30 μυριάκις μυρίων,	—— l. 30 μυριάδας μυρίας	μυριάκις μυρίων. *B.*
—— l. 31 ρ' μυριάδεσσιν	—— ib. • •	Ρ μυριάσιν. *A.* μυριάσιν. *D.*
—— l. 34 μυριάδων ρ'·	—— l. 32 μυριάδων	μυριάδων Ρ. *A. B. C. D.*
—— ib. τὸ	—— ib. • •	deest. *C.*
—— l. 36 πολλαπλασιασθεισᾶν	—— l. 33 πολλαπλασίων	πολλαπλασιασθεισᾶν. *B.*
—— l. 37 μυριάδεσσιν.	—— ib. μυριάδες	μυριάδ. *B.*
—— l. 40 ἀπὸ μονάδος	—— l. 36 • •	desunt. *C.*
—— l. 49 ἴσον	—— l. 40 ἴσα	ἴσος. *B. C. D.*
—— 331. l. 2 ἐλασσόν	—— l. 41 ἐλάσσων·	ἔλασσον. *A.*
—— l. 4 μυριάδων	—— l. 42 • •	• • sed in marg. μυρίων. *B.*
—— l. 7 μὲν ὁμοίως	—— l. 43 • •	μὲν ὁμοίως. *B. C. D.*
—— l. 18 ἂν	—— l. 49 • •	deest. *A.*
—— l. 21 μυριοπλασίων·	—— l. 51 μυριοπλασίων	μυριοπλασία. *D.*
—— l. 25 ἀλλάλας	—— 127. l. 2 ἀλλάλων	ἀλλάλας. *A. B. C. D.*
—— l. 26 ἂν	—— l. 3 • •	deest. *A.*
—— l. 28 ζ, τὸ	—— l. 4 γὰρ τὸ	δὲ τό. *C. D.*
—— l. 29 ἐλασσόν	—— ib. ἐλάσσων	corr. marg. ἔλασσον. *B.*
—— l. 33 εἶμεν	—— l. 6 • •	deest. *C.*
—— l. 36 μυρίαις	—— l. 7 • •	μυρίας. *A.*
—— l. 37 ἑβδόμων ἀριθμῶν	—— l. 8 ἑβδόμων	ut in Edit. Oxon. *B.*
—— l. 38 μονάδες,	—— ib. • •	μυριάδες. *C.*
—— l. 44 τουτο	—— l. 12 • •	ἐν. *C.*
—— 332. l. 4 αὐθις	—— l. 17 • •	αὖθις. *A.* αὖθι. *D.*
—— ib. ἀνάρμοστον	—— ib. • •	ἂν ἄρμοσ. *A. D.*
—— l. 5 ἐπιθεωρῆσαι	—— ib. ἐπιθεώρηται	ἐπιθεωρῆσαι. *D.*

ΤΕΛΟΣ.



Erratis levioribus quæsumus ignoscat Lector, graviora sic corrigat.

PAG. iii. lin. 46. *lege* pront. p. xxvi. lin. 8. *l.* appositam. p. 7. lin. 25. *l.* ipsa ΑΒ. p. 8. lin. 7. *l* ἀφαιρείσθω. p. 12. lin. 8. *l.* ad ΡΠ. p. 13. lin. 23. *l.* triangulorum. p. 21. lin. 9. *l.* hæ. lin. 15. *l.* περιαγόμενον. p. 24. lin. 1. *l.* διήχθωσαν). p. 26. lin. 11. *l.* τετραγωνίζειν. p. 29. lin. 23. *l.* sesquitertium. p. 33. lin. 35. *l.* sesquitertium. p. 41. lin. 5. *l.* ἡ. lin. 28. *l.* seceturque. p. 48. lin. 44. *dele* ad utriusque ΓΒ, ΒΔ: et in lin. 51. *post* decupla, *insere* ipsarum ΓΒ, ΒΔ. p. 73. lin. 12. *l.* æqualis. p. 74 lin. 7. *l.* λελείφθω. p. 80. lin. 47. *l.* τρίγωνα. p. 90. lin. 19. *l.* ex centris. p. 99. lin. 17. *l.* ἰσοσκελῶν. p. 115. lin. 11. *l.* major. p. 120. lin. 34. *l.* circumferentiam. p. 132. lin. 30. *l.* est, axem habet. p. 141. lin. 21. *dele* ad. p. 160. lin. 41. *l.* ἀδιαφθόρως. p. 179. lin. 53. *pro* reciprocantur *lege* proportionales sunt. p. 183. lin. 21. *l.* sphæræ. lin. 25. *l.* ad. p. 222. lin. 19. *l.* περιφερείας. p. 223. lin. 4. *l.* circumferentia. lin. 21. *l.* κύκλῳ. p. 234. lin. 8. *l.* ἰδίαις. p. 320. lin. 24. *l.* sphæram. p. 321. lin. 9. *l.* omnino. lin. 18. *l.* aliam.

ι μ

Μ Η Μ ο
Π Μ ΞΔ Π Μ ξδ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ
ἡ ἑπταπλῆ τῆς Ε Μ ΞΔ.

ζ ν

Μ ϛ Μ Ι
Π Μ Αϛ Π Μ Ρ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ
ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ.

η ξ

Μ Δ Μ ΙΒ
Π Ιϛ Π Μ ΡΜΔ
δὶς ὑπὸ ξϛ
ἡ δωδεκαπλῆ τῆς Η Μ ΜΗ.

θ ο

Μ β Μ ΙΔ
Π Μ Δ Π Μ ρξϛ
δὶς ὑπὸ Νϛ
ἡ τεσσάρων καὶ δεκαπλῆ τῆς Θ Μ ΚΗ

ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΑϛ ἐπὶ τῶν δύο μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης Η
ἡ τριπλῆ τῆς Ξ Μ ΜΞ· ἡ πενταπλῆ τῆς Γ Μ Β· ἡ ἑπταπλῆ τῆς Δ Μ Ο
ἐκ πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν τουτέστι ΡΜΔ.

α

Μ Ιϛ
Π Μ ϛΝϛ

β δ

Μ ΙΔ Μ Β
Π Μ Ρζϛ Π Μ Δ
δὶς ὑπὸ Μ Νϛ
ἡ διπλῆ τῆς Β Μ ΚΗ

γ η

Μ ΙΒ Μ Δ
Π ϛμδ Π Μ Ιϛ
δὶς ὑπὸ Μ ξϛ
ἡ τετραπλῆ τῆς Γ.
Μ ΜΗ

δ λ

Μ Ι Μ ϛ
Π Μ Ρ Π Μ Αϛ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ
ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ
Μ Ξ

ε ο

Μ Η Μ Η
Π Μ ΞΔ Π Μ ΞΔ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ
ἡ ὀκταπλῆ τῆς Ε
Μ ΞΔ

ζ ο

Μ ϛ Μ Ι
Π Μ Αϛ Π Μ Ρ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ
ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ
Μ Ξ

η ξ

Μ Δ Μ ΙΒ
Μ Ιϛ Π Μ ΡΜΔ
δὶς ὑπὸ Μ ξϛ
ἡ δωδεκαπλῆ τῆς Η
Μ ΜΗ

θ ο

Μ Β Μ ΙΔ
Π Μ Δ Π Μ Ρζϛ
δὶς ὑπὸ Μ Νϛ
ἡ τεσσάρων καὶ δεκαπλῆ τῆς
Θ Μ ΚΗ

ἐκ πασῶν σύναξιν ΤΑϛ ἐπὶ τῶν δύο μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς Θ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχούσαις τουτέστι ΡΜΔ γίνεται Μ ΩΙϛ ἡ γ τῆς Β Μ ΜΒ· ἡ ε τῆς Γ Μ Ξ· ἡ ζ τῆς Δ Μ Ο· ἡ θ τῆς Ε Μ ΟΒ· ἡ ια τῆς Ζ Μ Ξϛ· ἡ ιγ τῆς Η Μ ΝΒ· ἡ ιε τῆς Θ Μ Λ.

ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῆς τε καὶ πενταπλῆς καὶ τῶν λοιπῶν Μ ΤΗ ἐπὶ τῶν δύο γίνεται ΩΙϛ

Ex MS. 2361.

α

Μ Ιϛ
Π Μ ΣΝϛ

β δ

Μ ΙΔ Μ β
Π Μ Δϛ Π Μ Ρζ
δὶς ὑπὸ Μ Νϛ
ἡ διπλῆ τῆς β Μ ΚΗ

Γ ε

Μ ΙΒ
Π Μ ΡΜΔ
δὶς ὑπὸ Μ ξϛ
ἡ τετραπλῆ τῆς Γ
Μ ΜΗ

Δ λ

Μ Ι Μ ϛ
Π Μ Ρ Π Μ Αϛ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ
ἡ τετραπλῆ τῆς Δ
Μ Ξ

ε μ

Μ Η Μ Η
Π Μ ΞΔ Π Μ ΖΔ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ
η οκταπλη της ε Μ ΒΔ

ζ ο

Μ ϛ Μ Ζ
Π Μ Αϛ Π Μ Ρ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ
ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ
Μ Ξ

η ζ

Μ Δ Μ ΙΒ
Π Μ Ιϛ Π Μ ΡΜΔ
δὶς ὑπὸ Μ ξϛ
ἡ δωδεκαπλῆ τῆς η
Μ ΜΗ

θ ο

Μ Β Μ ΙΔ
Π Μ Δ Π Μ Ρζϛ
δὶς ὑπὸ Μ Νϛ
ἡ τεσσαρακαιδεκαπλῆ
τῆς Θ Μ ΚΗ

Ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΑϛ ἐπὶ τῶν δύο μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης η
ἡ Γ τῆς Β Μ ΜΒ ΗΞ της Γ Μ Β η Ζ τῆς Δ Μ Ο

ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῆς τε καὶ τετραπλῆς
καὶ τῶν λοιπῶν Μ ΤΚΝ πάσαις τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν τουτέστι ΡΜΔ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 257. l. 6 ὑπέρισα·	Pag. 47. l. 4 • •	ἀπείρισα. B. C. D.
—— l. 13 παραμάκεα,	—— l. 9 παραμήκεα	ἄρα μακία. C.
—— l. 20 διάμετρον	—— l. 12 • •	deest. C.
—— l. 25 τὸ τμᾶμα	—— l. 15 τὸ τὶ τμῆμα	τὸ τμᾶμα. B. τὸ τμᾶμα. C. τὸ τμᾶμα. D.
—— 258. l. 3 Προβαλλοντι	—— l. 19 • •	προβαλλοντι B. προβαλλον τό. C. προβάλλοντι. D.
—— l. 9 ἀποτμαθέντι	—— l. 22 ἀποτμαθέντι	ἀποτμαθέντι. B. C. D.
—— l. 10 ὅπως ᾖ	—— – ib. • •	ὅπως ἂν. D.
—— l. 14 τομά, καὶ ἁ διάμετρος αὐτᾶς, καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τῶ ἀμβλυγωνίου	—— l. 24 • • ἁ omisso	defunt. C.
—— – ib. ἁ διάμετρος	—— – ib. διάμετρος	ἁ διάμετρος. D.
—— l. 21 ἁ ἐπιψαύοισα	—— l. 28 ἡ ἐπιψαύουσα	ἃ μὲν ἅπτεται. A.
—— l. 24 ταὶ ἐπιψαύοισαι	—— l. 29 • •	τὰ μὲν ἅπτεται. A.
—— l. 32 ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο	—— l. 33 • • ἄλλο mutato in ἄλλου	defunt. D.
—— l. 33 ἄλλο	—— l. 34 ἄλλου	ἄλλο. A. B. C.
—— l. 39 δὲ ταὶ	—— l. 37 ταὶ	δὲ ταὶ. B. C. D.
—— l. 42 ποτιῶνται	—— l. 38 • •	ποτὶ ἂν ὦσιν. D.
—— l. 48 ἀποτμαθῇ	—— l. 41 ἀποτμαθῇ	ἀποτμαθῇ. B. C.
—— l. 51 ἐν	—— l. 43 • •	deest. A.
—— 259. l. 20 κορυφὰν	—— 48. l. 10 κορυφὴ	κορυφὰν. A. C.
—— l. 24 ἀποτεμῶν	—— l. 13 • •	ἀποτέμω ὤν. A.
—— l. 30 καθ' ἃ	—— l. 16 καθ' ἃς	καθ' ἃ. B.
—— l. 33 τὰς κορυφὰς	—— l. 17 • •	τὰ τὰς κορυφὰς. C. D.
—— l. 52 Αἴκα δὲ	—— l. 27 εἴκα δὲ	semper εἰ δέκα aut εἰ δὲ κα. B. C. D.
—— 260. l. 1 κώνου τὸν	—— l. 29 • •	κώνου τὸν τῶν. B. C. D.
—— l. 3 ἡμισέῳ	—— l. 30 • •	ἡμίσεα. A. B. C. D.
—— l. 4 ἄξονι τῶ	—— – ib. • •	ἄξονι τῷ τῷ. B. C. D.
—— l. 5 ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος·	—— l. 31 • •	defunt. D.
—— l. 16 ἀπότμαμα	—— l. 36 • •	ἀπὸ τμάματος. A. D.
—— l. 25 τὸ σχῆμα	—— l. 41 • •	defunt. D.
—— l. 31 ἀπότμαμα κώνου.	—— l. 44 ἀπὸ τμαμακώνου	ἀπὸ τμάματος κώνου. A. D. ἀπότμαμα τοῦ κώνου. B. ἀπότμαμα κώνου. C.
—— l. 37 δὲ ὅτι,	—— l. 48 διότι	δὲ ὅτι. B.
—— – ib. ἰσοσφαιροειδέων	—— – ib. • •	ἴσον σφαιροειδέων. A. B. D.
—— l. 38 ἀπὸ τῶν	—— – ib. ὑπὸ τῶν	ἀπὸ τῶν. C. D.
—— l. 52 ἁ τομά,	—— 49. l. 5 • •	ἡ τομά. A.
—— l. 54 κορυφᾶ. πῶς ἐσσεῖται. Αἴκα δὲ ἁ τομὰ γένηται ὀξυγωνίου κώνου τομά, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τῶ κώνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τῶ κώνου	—— l. 6 • • αἴκα in εἴκα, τῶ in τοῦ mutatis	repetuntur hæc verba. A. B. D.
—— 261. l. 9 δυοῖν ἐπιπέδοιν	—— l. 11 • •	δύοις ἐπιπέδοις. B. C. D.
—— l. 15 ὀξυγωνίου κώνου	—— l. 14 • •	ὀξυγωνίω κώνω. A. D.
—— l. 19 ὑπὸ τᾶν	—— l. 16 • •	ὑπὸ τᾶν τᾶν. B. C. D.
—— – ib. ὀξυγωνίου κώνου	—— – ib. • •	ὀξυγωνίω κώνω. A.
—— l. 23 τῷ ἴσῳ ἀλλάλων	—— l. 18 τὸ ἴσον ἀλλήλων	τῷ ἴσῳ ἀλλάλων. A. B. D. τῷ ἴσω ἀλλάλοις C.
—— 262. l. 36 ἔχοντι	—— 50. l. 1 • •	ἔχοντι corr. man. ead. marg. ἐχόντι. B. ἔχοντι. C.
—— l. 41 Λ, Μ μεγέθεων, τὰ μὲν Η, Θ, Ι, Κ, Λ λέγοντι	—— l. 3 ΛΜ λέγονται	ΛΜ τὰ μὲν ΗΘΙΚΛ λέγονται. A. B. C. et D. λέγονται excepto.
—— l. 47 ὁπόσων ἦν	—— l. 6 • •	ὁποσαῶν. D.
—— l. 50 ἀλλάλων	—— l. 8 • •	ἀλλάλοις. A.
—— 263. l. 5 τοῦτο	—— l. 13 • •	τῶ. C.
—— l. 6 ἡμισέῳ	—— l. 15 ἡμίσει	ἡμίσεα. B.
—— l. 9 Ἔστω	—— l. 20 • •	ἔστωσαν. B. C. D.
—— l. 13 ἔστων	—— l. 25 • •	ἔστωσαν. B.
—— l. 25 ἔστω	—— l. 36 • •	deest. D.
—— l. 28 ποτὶ	—— l. 38 πρὸς	ποτί. B. C. D.
—— l. 30 τὰν ΙΚ· ποτὶ δὲ	—— l. 40 • •	defunt. D.
—— l. 39 διπλασίονα,	—— l. 47 • •	διπλασίον. A.
—— 264. l. 1 ὑπεροχὰ ἴσα	—— l. 49 • •	ὑπερεχουσαι ἴσαι. A. B. C. D.
—— l. 6 ὑπερεχουσᾶν,	—— 51. l. 1 • •	ὑπερεχουσαι. B. C. D.
—— l. 10 ἐν οἷς	—— l. 3 • •	ἐν οἷς τά. B. C. D.
—— l. 12 ἔστω·	—— l. 4 • •	ἐστὶ. B.
—— l. 14 ἔστω·	—— l. 5 • •	ἐστὶ. B.
—— l. 19 μείζονα	—— l. 8 μείζων	μείζω. C. D.
—— l. 22 ἄλλας εὐθείας	—— l. 9 • •	detunt. D.
—— l. 27 ἐσσεῖται τό	—— l. 12 • •	ἐστὶ τοῦτο. B. ἔσται. C. ἔστιν. D.
	Lineæ quæ respondent iis inter 12 et 17 notantur duplici asterismo et margine scriptore ipso	ἐν τῷ Γ' τῷ ἀπολλωνίου κωνικῶν θεωρημάτων Κ. B. ead. Κ omisso fine propositionis. A. et cum κ' sed ἐν mutato in ἐκ fine prop: marg. C.
—— l. 32 ὁπόσαιῶν,	—— l. 14 ὁποσῶν	ὁποσῶν ἂν. D.
—— l. 36 καλέω	—— l. 16 • •	καλεῖται. C.
—— l. 42 ἔστω	—— l. 19 • •	ἔστωσαν. B. C. D.
—— l. 46 ἁ ΘΓ	—— l. 27 • •	ἁ ΒΓ. A.
—— l. 48 παρ' ἂν δύνανται	—— l. 31 ἂν δύνανται	παρ' ἂν δύναντα. A. παρ' ἂν δύνανται. B. C. παραδύνανται. D.
—— 265. l. 11 τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον	—— l. 41 • •	defunt. D.
—— l. 22 Ν, καὶ τᾶς	—— l. 45 • •	defunt. D.
—— l. 23 ὑπὸ τᾶς ΒΗ·	—— l. 46 ὑπό τε τᾶς ΒΗ	τᾶς ΒΗ. B. C. D.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 265. l. 34 τὸ ΑΔΕ τμῆμα· τοῦ ΘΒΓ	Pag. 51. l. 51 • •	desunt. *A. D.*
τριγώνου ἐπίτριτον	—— 52. l. 3 • •	τάμνει. *A. D.* ταμνε. *B.* ταμεῖ. *C.*
—— l. 39 τῷ διαμέτρῳ	—— l. 6 • •	ἐστι. *A.*
—— l. 45 ἐστι	—— l. 9 • •	desunt. *B. C. D.*
—— 266. l. 2 τοῦτ' ἐστὶ	—— l. 10 • •	desunt. *D.*
—— l. 5 ΑΓ, ὁ δὲ ἐλάσσων ἐφ' ἧς	—— ib. • • ad finem lineæ	ἴσω δὲ *B. C. D.*
—— ib. ἴσω	—— l. 13 • •	desunt. *D.*
—— l. 12 ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ	—— l. 22 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 28 εὐθύγραμμον	—— l. 36 ἐν τῷ	ἐν τῷ τῷ. *B. C.*
—— l. 42 ἐν τῷ	—— l. 42 ἐξαγωνίῳ	ἐξαγώνου κατὰ. *A. B. C. D.*
—— l. 52 ἐξαγωνίῳ κώνου	—— l. 49 • •	deest. *A.*
—— 267. l. 10 τῶν	Ad finem hujusce propositionis	Ἐξ ... *B.* ... *C.*
—— l. 20 τὸ χωρίον	—— 53. l. 3 • •	τὸ χωρίον. *B. C. D.*
—— l. 26 τὸ	—— l. 5 • •	deest. *C. D.*
—— l. 39 ΕΖ.	—— l. 18 ΕΔ	ΕΖ. *A. D.*
—— l. 43 ποτ' ἄλληλα,	—— l. 20 • •	ποτὶ τὰ ἄλλα. *A. B. C. D.*
—— 268. l. 23 ἔχοντι ποτ' ἄλληλα, ἐν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλήλας	—— l. 40 ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας ἐν	ut in Edit. Oxon. *B. D.* et *A.* ἐν omisso, et *C.* cum ἔχοντι
—— l. 32 κώνου	—— l. 44 • • ad medium lineæ	deest. *C. D.*
—— l. 41 γεγραμμένα	—— l. 49 ἐγγεγραμμένα	γεγραμμένα. *A.*
—— 269. l. 2 ΑΔ, ΔΒ	—— 54. l. 5 • •	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 7 ΓΑ, ΑΖ·	—— l. 9 ΓΑΖ	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C.* ΑΓ ΑΖ. *D.*
—— l. 13 κώνου	—— l. 14 • •	κώνου τούτου. *A. B. C. D.*
—— l. 23 ΓΑΖ.	—— l. 22 • •	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΑΖ	—— l. 23 • •	ΑΓΖ. *A.*
—— l. 27 περιφερείας	—— l. 24 • •	περιφανειος. *C.*
—— l. 34 τῷ	—— l. 28 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— ib. ΑΔ, ΔΒ,	—— ib. • •	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 35 ΑΕ, ΕΖ	—— ib. • •	ΑΞ ΕΖ. *C.*
—— l. 36 ΠΕ, ΕΡ,	—— l. 29 • •	ΠΕ ΠΡ. *C.*
—— l. 41 ΑΔ, ΔΒ,	—— l. 32 • •	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 47 τῶν	—— l. 35 • • ad initium lineæ	deest. *C. D.*
—— 270. l. 1 Ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΑΖ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΑ τετράγωνον	—— ib. • •	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 19 ὁ ἴσος	—— l. 45 ἐστὶν	ὁ ἐστὶν. *C.*
—— l. 20 ὁ ἐστὶν	—— l. 46 • •	αὐτῷ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἐν ὁ ἴσος	—— 55. l. 1 ᾧ ἐν ἐστὶν	ἐν ᾧ ἐστὶν. *B. C. D.*
—— l. 41 οἱ ἴσοι	—— l. 2 ὧν ἐστι	ὧν ἴσοι. *A. B. C. D.*
—— 271. l. 13 ἐσσοῦνταί τι	—— l. 29 • •	τί . *D.* ἐσοῦνται. *C.*
—— l. 24 ΕΑ, ΑΒ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τῶν	—— l. 34 • •	desunt. *D.*
—— l. 35 ΑΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΠΑ, ΑΡ, ἐν τὸ ὑπὸ τᾶς	—— l. 39 • •	desunt. *D.*
—— l. 36 ὑπὸ τᾶς	—— l. 40 ὑπὸ τᾶς	ὑπὸ τὰς. *C.* ὑπὸ τῶν. *D.*
—— l. 38 ἐν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 41 • •	ἐν ᾧ ποτ' ὁ ΚΒ. *A.* ὃ ποτ' ὁ ΚΒ. *B. C. D.*
—— 272. l. 17 ὄχθω	—— 56. l. 3 • •	ὄχθωσιν. *A. D.*
—— l. 27 ΖΗ·	—— l. 13 ΖΟ	ΖΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 37 ὁ ΘΚ.	—— l. 19 • •	τῷ ΖΗ καθέτῳ. *A.* desunt. *B. C.*
—— l. 40 τῷ ΖΗ.	—— l. 20 τᾶς ΖΗ	τᾶ ΖΗ. *B.*
—— l. 42 τῷ ἡμιολίῳ	—— l. 21 • •	τούτῳ ἡμιολίῳ. *B.*
—— l. 45 ὡς τὸ ἀπὸ ΖΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ περιεχόμενον,	—— l. 23 • •	desunt. *C.*
—— l. 48 λόγου.	—— l. 25 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ὑπὸ τῶν	—— ib. ὑπὸ τᾶς	ὑπὸ τῶν. *B.*
	In Marg. MSS.	Διὸ τὸ κ' ... *B. C.*
—— 273. l. 5 παρὰ	—— l. 28 περὶ	παρὰ. *B. C. D.*
—— l. 6 ἐστι	—— l. 29 • •	ἐστὶ *A.*
—— l. 12 ἀγμένας	—— l. 31 ὀγμένας	ἀγμένας. *B. C. D.*
—— l. 18 ποτὶ	—— l. 39 • •	ποτὶ τὸ. *B. C. D.*
—— l. 30 τᾶς ἡμιτομίας τᾶς	—— l. 51 τᾶς ἡμιτομίας τᾶ	τᾶς ἡμιτομίας τᾶς. *C.* ἡμιτομία τᾶς. *D.*
—— l. 36 ἐστὶ	—— 57. l. 6 • •	ἐν. *A. C. D.*
—— l. 43 κύλινδρος	—— l. 10 • •	τῷ κυλίνδρῳ. *A. D.*
—— l. 52 ΖΗ.	—— l. 19 ΖΜΗ	ΖΗ *B.*
—— 274. l. 4 ἐστὶ αἱ	—— l. 21 • •	ἐν τῷ. *A.*
—— l. 12 ποτὶ ὑπὸ	—— l. 26 • •	ποτὶ τὸ ὑπό. *A. C. D.*
—— l. 14 ποτὶ ἀπὸ	—— l. 27 • •	ποτὶ τὸ ἀπό. *D.*
—— l. 18 ἐστὶ	—— l. 28 • •	ἐν τῷ. *C. D.*
—— l. 25 ἐκ τοῦ τῶν	—— l. 33 ἐκ τῶν	ἐκ τῶ τῶν. *B. D.* ἐκ τῶν τῶν. *C.*
—— l. 37 αὐτὸ τὸ περιλαμβανόμενον	—— l. 39 αὐτῷ τῷ περιλαμβανομένῳ	αὐτὸ τὸ περιλαμβανόμενον. *C.* et corr. marg. man. ead. *B.*
—— 275. l. 4 εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοίως αὐτῷ· εἰ δὲ ἡ διὰ τᾶς περιφερείας τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, οὐχ ὁμοία. Διάμετροι δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσοῦνται αἱ κατὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τῶν τεμνόντων τὸ σχῆμα,	—— l. 44 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.* κ. ε. in *D.* prima sex verba ter scribuntur.
—— l. 12 ὁποτέρου	—— l. 49 • •	ὁπότερον ὧν. *B. D.* ὁποτέρου. *C.*
—— l. 13 ἡ παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίου κώνου τομαί· εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος,	—— ib. • •	desunt. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 275. l. 20 ἄξονα, ὁ τομὰ κύκλος	Pag. 58. l. 2 ἄξονα κύκλος	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
——— l. 24 ἀγμένας	——— l. 4 • •	ἀγμέναι. *B.*
——— l. 34 διαμέτρος	——— l. 9 • •	ἁ διαμέτρος. *A. B. C. D.*
——— l. 41 ΓΑ	——— l. 16 • •	ΓΔ. *A.*
——— l. 46 τῷ ΑΑ,	——— l. 24 ἁ ΑΑ	corr. marg. τᾶ ΑΑ. *B.*
——— 276. l. 12 γίνεται	——— l. 38 • •	γάρ. *A. C. D.*
——— l. 19 ΑΘ, ΘΓ,	——— l. 40 ΑΘΓ	ΑΘ ΘΓ. *C. D.*
——— l. 21 τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΤ, ποτὶ τὸ τετράγωνον	——— l. 41 • • τᾶς mutato in τῶν	desunt. *D.*
——— l. 24 ΒΜ.	——— l. 42 • •	ΤΜ *A.*
——— l. 34 Ὁμοίως διαχθήσονται	——— l. 46 • •	ὅμοια διαχθήσονται. *A. C.* ὅμοια διαχθήσονται. *D.*
——— l. 35 ἀγμένων	——— ib. • •	ἀγμένων. *A.*
——— l. 37 ἔχοντα	——— l. 47 • •	ἔχοντι. *C. D.*
——— l. 39 διαμέτρῳ	——— l. 49 διάμετρος	διάμετροι. *B.*
——— l. 40 ἁ μὲν μείζων	——— ib. • •	desunt. *A.*
——— l. 42 [illegible]	——— l. 50 • •	deest. *A. C D.*
——— 277. l. 13 τὸ ἐπίπεδον	——— 59. l. 7 • •	τῷ ἐπιπέδῳ. *D.*
——— l. 28 διαχθησοῦντι	——— l. 14 • •	διαχθησοῦνται. *B.* διαχθήσονται. *C. D.*
——— l. 32 ἔχοντα	——— l. 16 • •	deest. *A. D.*
——— l. 33 ἐστι	——— l. 17 • •	ὅτι. *A.*
——— l. 36 συμπίπτοντι.	——— l. 18 • •	σύμπτωμα. *A. B. C. D.*
——— 278. l. 4 σφαιροειδεῖ	——— l. 23 σφαιροειδὲς	σφαιροειδεῖ. *B. D.*
——— l. 6 ὀρθῶν ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ μὲν ἂν κατμαθῇ διὰ τῶ ἄξονος,	——— l. 24 • •	repetuntur hæc verba, τέμνον in repetitione mutato in θέμενον. *D.*
——— l. 8 κατμαθῇ	——— ib. κατμαθῇ	κατατμαθῇ. *C.*
——— l. 24 ΜΑ	——— 60. l. 2 ΝΑ	ΜΑ. *A. B. D.*
——— l. 25 Ὁμοίως	——— ib. • •	ὅμοια. *C.*
——— ib. διαχθησοῦντι	——— l. 3 • •	διαχθησοῦνται. *B.*
——— l. 27 ἀγμέναι,	——— ib. ἀγμένας	ἀγμεναι *B. C. D.*
——— l. 36 ἐντι	——— l. 8 • •	ὅτι. *D.*
——— l. 47 σχημάτεσσι,	——— l. 13 • •	σχήμασιν. *A.*
——— 279. l. 3 ἐν τῷ	——— l. 16 οἷον τῷ	ἐν τῷ. *A B. C. D.*
——— l. 12 τῶ ἐπὶ τᾶς	——— l. 20 • •	τοῦ ἐπὶ τᾶς. *A. D.*
——— l. 15 ἐπὶ τὰ θάτερα,	——— l. 22 • •	ἐπὶ φάτερα. *A.* ἐπὶ θάτερα. *B. C. D.*
——— l. 18 αὐτῶ	——— l. 23 • •	αὐτῶν. *D.*
——— l. 19 τῷ κωνοειδεῖ	——— l. 24 τὸ κωνοειδὲς	τῶ κωνοειδεῖ. *A. D.*
——— 280. l. 4 τέμνον.	——— l. 49 • •	τέμνον. *B.*
——— l. 5 ὃν διὰ	——— l. 50 • •	καὶ τὸ διὰ. *A.*
——— l. 9 ἐσσοῦνται κώνου τομαί,	——— 61. l. 1 • •	desunt. *D.*
——— l. 11 τὸ πέρας	——— l. 2 • •	τοῦτο πέρας. *D.*
——— l. 27 τοῦτο	——— l. 9 • •	deest. *B.*
——— l. 32 τὸ	——— l. 11 τῶ	το. *C.*
——— ib. ᾗ	——— ib. • •	deest. *D.*
——— l. 42 διὰ	——— l. 17 • •	deest. *D.*
——— l. 50 τέμνεται.	——— l. 21 • •	τέμνον *B.*
——— l. 51 ἅψονται.	——— ib. • •	ἅψονται. *D.*
——— 281. l. 4 ἑκατέρου	——— l. 23 • •	ἑκατέρου ἐν. *D.*
——— l. 13 Ἐπεὶ	——— l. 27 ἐπεὶ	ἐπί. *D.*
——— l. 14 ἐπεὶ	——— l. 28 • •	deest. *D.*
——— l. 16 τινὸς	——— l. 29 • •	ἐν τινὸς. *A.*
——— l. 22 ποτὶ	——— l. 32 πρὸς	ἐπί. *D.*
——— l. 25 ἀφᾶν	——— l. 33 • •	τᾶν ἀφᾶν. *B. C. D.*
——— l. 27 ἐν	——— l. 34 • •	οὐν ἐν. *A.*
——— l. 35 Αἱ δὲ	——— l. 39 εἰ δὲ καὶ	εἰ δὲ καί. *B.*
——— l. 47 Τέμνει	——— l. 50 • •	τομεῖ. *D.*
——— ib. τὸ	——— ib. • •	τότε. *C. D.*
——— 282. l. 12 ἀγμέναι·	——— 62. l. 4 • •	ἀγμέναι. *B. C.* ἀγμέναι. *D.*
——— l. 15 αἱ ΕΖ, ΗΘ·	——— l. 5 • •	ΕΖΗΘ. *D.*
——— l. 16 παράλληλος	——— l. 6 • •	αὗται παράλληλα. *A.* αὗται παράλληλοι. *B. C.* αὗται παράλληλος. *D.*
——— l. 22 τὰ	——— l. 9 • •	deest. *D.*
——— l. 29 τετμαμένον, ἢ ποτ' ὀρθὰς, ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται,	——— l. 13 τετμημένον ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται	desunt. *A. D.*
——— 283. l. 15 Καὶ λοιπὸν	——— l. 42 • •	καὶ τὸ λοιπόν. *A. D.*
——— l. 18 τῶν δὲ	——— l. 44 τὰ δὲ	τᾶν δέ. *B. C. D.*
——— l. 27 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· τὸ δὲ	——— l. 49 • •	desunt. *D.*
——— l. 28 τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ.	——— ib. • •	τὸ Ε τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *A.* τὸ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *D.*
——— l. 29 ἑκατέρῳ	——— l. 50 ἑκατέρου	ἑκατέρων. *B.*
——— l. 31 διὰ τ' αὐτὰ	——— ib. διὰ ταῦτα	διὰ τὰ αὐτά. *B.*
——— l. 41 τμάματος, τομαὶ	——— 63. l. 6 • •	τμάματος τομᾶς. *A. C. D.*
——— l. 42 ἀποτέμνοντος	——— ib. • •	ἀποτετμημένος. *A. B. C. D.*
——— 284. l. 8 ἔχει	——— l. 21 • •	ὁ ἔχει. *C. D.*
——— l. 23 ἐγγεγραμμένον	——— l. 29 • •	γεγραμμένον. *A. C.*
——— l. 25 ἐπὶ τὸ Δ· καὶ ἄλλο	——— l. 30 • •	ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον συγκείμενον ἔκ τε τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων ἐφ' ἃ ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἄλλο. *A. D.* et *B.* συγκείμενον primo loco omisso.
——— ib. καὶ	——— l. 31 • •	deest. *A. C D.* ἴσον. *B.*
——— l. 27 δείξομες	——— l. 32 • •	ἐπὶ δείξομ. *C. D.*
——— l. 28 τῷ ἐγγεγραμμένου	——— ib. • •	desunt. *D.*
——— l. 41 ἥμισυς	——— l. 39 • •	ἡμιολίω. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 284. l. 42 ὁμοίως	Pag. 63. — ib. ὁμοίω	ὁμοίως. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἴσαν	—— l. 40 • •	deest. *A. D.*
—— — ib. ὅτι	—— l. 41 ἔτι	ὅτι. *A. D.*
—— l. 45 ἐγγραφέντος	—— — ib. • •	ἐγγραφομένου. *A. C. D.*
—— 285. l. 4 ΓΑ	—— l. 44 • •	ΓΔ. *B.*
—— l. 12 παρά	—— l. 48 • •	περί. *D.*
—— l. 38 βάσιν	—— 64. l. 12 βάσιας	βάσεις. *C.*
—— l. 42 κατά	—— l. 17 • •	τὸ κατά. *B. C. D.*
—— l. 44 τομὰς τάν	—— l. 21 τομάν	τομὰν τάν. *D.*
—— l. 47 τῷ ΔΕ·	—— l. 24 • •	τᾶ Δ. *C.*
—— l. 48 παρά	—— l. 25 • •	περί. *C.*
—— 286. l. 1 ταῦτα	—— l. 29 • •	ταύτας. *B.*
—— l. 7 τῷ Β, ἄξονα ἔχοντος	—— l. 32 • •	τῶ Β ἄξονα ἔχοντος. *D.*
—— l. 11 ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Δειχθήσεται δ' ὁμοίως τῷ πρότερον,	—— l. 34 • • ἐλάσσονι mutato in ἐλάσσον	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ΓΑ	—— l. 43 • •	ΓΔ. *C.*
—— l. 38 ἥμισυς ὅλα	—— l. 47 ἡμίσεος ὅλω	ἥμισυς ὅτι. *A.* ἡμιόλιος. *B.*
—— l. 42 μείζων.	—— l. 49 μείζων	μειζον. *B. D.*
—— l. 45 περιγραφέν	—— l. 51 περιγραφέν	περιγραφέν. *C. D.*
—— l. 50 τὰν ΑΓ,	—— 65. l. 2 τὰν ΑΓ	τὰν ΑΓ. *B. C. D.*
—— — ib. δέ,	—— — ib. • •	μεν. *D.*
—— 287. l. 9 ὅλος	—— l. 21 • •	ὁ ὅλος. *B. C. D.*
—— l. 21 ἐγγεγραμμένον	—— l. 24 • •	περιγεγραμμένου. *A. B. C. D.*
—— l. 23 μείζω	—— l. 25 μείζων	μείζον. *B. C. D.*
—— l. 29 τῷ δὲ ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὐ	—— l. 27 • •	desunt. *D.*
—— l. 33 ἔχων	—— l. 30 ἔχει	ἔχει. *B.* ἔχειν. *C.*
—— l. 36 ἴξει τοῦτον τόν	—— l. 31 • •	desunt. *D.*
—— l. 38 ἀπολελαμμένον	—— l. 32 • •	ἀπολελαμμένους. *A.*
—— l. 42 ἐγγεγραμμένον	—— l. 34 • •	γεγραμμενου. *B. D.*
—— l. 48 μείζονος	—— l. 37 μείζων	μειζος. *A.*
—— l. 52 μείζων ἐστὶ ἢ διπλασίων	—— l. 39 • •	μειζος ἐστὶ ἡ διπλασίαν. *D.*
—— l. 53 διπλασίων.	—— l. 40 • •	διπλασία. *D.*
—— 288. l. 6 πάλιν	—— l. 43 πάλιν αὖ	πάλιν αὐτῶ. *A. D.* πολίου. *B.* πάλιν. *C.*
—— l. 17 κυλίνδρῳ,	—— l. 48 • •	κυλίνδρου. *A.*
—— l. 26 λόγον.	—— 66. l. 2 • •	τὸς λόγος. *D.*
—— l. 34 αἱ βάσιες	—— l. 6 • •	αἱ βάσεις. *D.*
—— l. 36 σὺν τῷ	—— l. 7 σὺν τῶν	τὶς τῶ. *B. D.*
—— l. 40 κύκλοι	—— l. 9 • •	κυλινδροι. *A.*
—— l. 43 διπλασίων	—— l. 11 • •	διπλασιων. *A. B. C. D.*
—— l. 44 Τὸ δέ	—— — ib. • •	τό. *A.*
—— l. 45 ἄρα	—— l. 12 • •	deest. *A.*
—— 289. l. 6 ὀρθογωνίου κώνου	—— l. 18 ὀρθογωνίω	ὀρθογωνίω κώνω. *B.*
—— l. 10 Τέμνει	—— l. 20 • •	τομαι. *D.*
—— l. 12 τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. Ἐπιψαύσει	—— — ib. κατὰ τῷ τὰν ΑΔ ἐπιψαύει	ut in Edit. Oxon. *B. C.* τῶ κατὰ τὰν ΑΔ ἐπιψαύει ἐπιψαύσει. *D.*
—— l. 18 κώνου τομᾶς	—— l. 23 τομᾶς	κώνω τομᾶς. *A. B. C. D.*
—— l. 27 τῷ	—— l. 30 • •	τῆς. *C.*
—— l. 39 ἔχον	—— l. 39 ἔχοντα	ἔχον *C. D.*
—— 290. l. 2 ἄλλο περιγεγράφθω ἐν κυλίνδρων τομαῖς ὕψος ἴσον ἐχόντων	—— 67. l. 3 • •	ἄλλω περιγεγράφθω ἐν κυλίνδρω τομαῖς ὕψος ἴσον ἔχον τά. *A.*
—— l. 5 ὑπερέχειν	—— l. 4 • •	ὑπερέχει. *D.*
—— l. 16 τομαί,	—— l. 10 • •	τομαις. *A.*
—— l. 20 μόνον·	—— l. 12 δυνάμει	μονον. *A. C. D.*
—— l. 22 κατά τό	—— l. 13 κατά τάν	deest. *A.*
—— l. 25 τὸν ἐν τῷ	—— l. 15 • •	τὸν ἐν τῷ. *D.*
—— l. 28 ἐχόντων	—— l. 16 ἔχοντα	ἔχοντων. *B.*
—— l. 31 αὐτῷ	—— l. 18 • •	αὐτῶν. *A. D.*
—— l. 33 ὁμοίως	—— — ib. ὁμοία	ὁμοιως. *A. B. D.* ὁμοίω. *C.*
—— l. 36 ἴσον	—— l. 20 • •	ἴσα. *A.*
—— l. 45 Αἴκα	—— 67. l. 25 εἶεν	εἶεν τῶ. *A. B. C. D.*
—— — ib. ἀποτμαθέντι ἐπιπέδῳ,	—— — ib. ἀποτμαθέντος τῷ ἐπιπέδῳ	ἀποτμαθέντι τῷ ἐπιπέδῳ. *B.* ἀποτμαθέντι ἐπιπέδω. *C.* ἀποτμαθέν τῷ ἐπιπέδῳ. *D.*
—— l. 48 ἐσοῦνται	—— l. 26 • •	ἐσοῦνται. *A. D.*
—— 291. l. 8 ἔστω	—— l. 30 • •	ἔσονται. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ἔχων	—— 68. l. 2 • •	ἔχοισι corr. mar. ead. man. ἔχοι. *B.* ἔχει. *D.*
—— l. 32 καί	—— l. 3 • •	deest. *A.*
—— l. 34 ΔΖ	—— — ib. • •	ΑΖ. *A.*
—— l. 37 ἔχοντι	—— l. 5 ἔχοντι	ἔχοντι. *D.*
—— — ib. ποτ' ἄλλαλα	—— — ib. • •	ποτὶ τ' ἄλλαλα. *A.* ποτὶ τὰ ἄλλαλα. *D.*
—— 292. l. 6 ἔχει	—— l. 15 ἔχει	ἔχει. *B.*
—— l. 11 ΑΚ ποτὶ ΑΜ.	—— l. 17 • •	ΑΝ ποτὶ ΑΚ. *D.*
—— l. 13 ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΑΜ	—— — ib. • •	ἁ ΑΝ ποτὶ τὰν ΑΚ. *C. D.* N sæpe pro M. *C.*
—— l. 21 ἀγμένοις,	—— l. 22 ἀγμένω	ἀγμένος. *A. B. C. D.*
—— l. 25 τῷ μέν	—— l. 24 • •	τὰ μέν. *A.*
—— l. 26 ἄξονι	—— l. 25 • •	ἄξον. *A.*
—— l. 30 ἐπειδὴ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τμάματος, ἔστω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά· ἄξων δὲ ἁ ΒΔ· καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΕΔ τῷ Κ ἴσα· καὶ διὰ τᾶς Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τὸ κωνοειδὲς,	—— l. 27 • •	repetuntur hæc verba. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 292. l. 43 ὅτι	Pag. 68. l. 31 • •	οὖν. *A. D.*
—— – ib. ἐσσοῦνται	—— – ib. • •	ἐσσεῖται. *A. D.*
—— l. 44 τῷ	—— l. 32 • •	ἴσον. *A. B. C. D.*
—— 293. l. 3 δύο κώνου βάσεως	—— l. 42 δύο κώνου βάσιν	δύο κώνου βάσιας. *B.* δὴ κώνου βάσιας. *C.* κώνου βασίας. *D.*
—— l. 11 μάκει.	—— l. 47 μάκων	μάκει. *B.*
—— l. 14 καὶ ἐν τῷ ὃν ἔχει ἁ ΔΞ ποτὶ τὰν ΒΘ.	—— l. 49 • •	desunt. *D.*
—— l. 25 τῷ Α· καὶ	—— 69. l. 4 • •	desunt. *D.*
—— l. 29 τετράγωνον,	—— l. 6 τετράγωνον Ε	τετράγωνον ΚΕ. *A. C. D.* τετράγωνον. *B.*
—— l. 32 ὀρθῷ	—— l. 7 καὶ ὀρθῷ	ὀρθῷ. *A. D.*
—— l. 36 ποτὶ τὰς ἴσας ἀμφοτέρας, τῷ τε ἄξονι τῷ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτιούσας τῷ ἄξονι.	—— l. 10 • •	desunt. *A.*
—— l. 44 ἁ ΑΓ.	—— l. 13 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— 294. l. 30 ἐγγεγραμμένον, ὃ	—— l. 44 • •	ἐγγεγραμμένον. *A. B. C.* περιγεγραμμένον. *D.*
—— l. 34 τῷ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα	—— l. 46 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 43 ἕξει ἄρα ασυμμέτρως	—— l. 30 ἕξει ἀσύμμετρον ὁμοίως	ἕξει δὲ ἀσύμμετρα ὁμοίως. *A. D.* ἕξει ἀσύμμετρα ὁμοίως. *B.*
—— l. 45 ἐν	—— l. 31 • •	deest. *A.*
—— – ib. ΘΡ. Ἔστω	—— 70. l. 1 • •	ΘΟ ἔσονται. *B. C. D.*
—— l. 46 ἐφ᾽ ἃν τὰ	—— – ib. ἐφ᾽ αὐτὰ	ἐφ ἃν τὰ. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ἴσον	—— l. 3 • •	ἐν. *A. B. C. D.*
—— l. 51 ἴσον	—— – ib. • •	ἐν. *B. C. D.*
—— l. 52 τῷ ἴσῳ	—— l. 4 • •	τῶν τῷ ἴσῳ. *A. C. D.*
—— 295. l. 2 ἁ δὲ ΞΓ διαχέτω ἴσα τῷ ΒΟ.	—— l. 6 • •	desunt. *D.*
—— l. 11 ΖΔΒ.	—— l. 10 • •	ΖΔ ΒΔ. *A. C. D.*
—— – ib. ὑπὸ τᾶν	—— l. 11 • •	ὑπὸ τᾶς. *C. D.*
—— l. 14 πλογια	—— l. 12 • •	πλευρᾶ. *A.*
—— l. 16 ΞΜ	—— l. 13 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 17 ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΝ. Ἁ γὰρ Ξ	—— – ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 28 χωρίον	—— l. 19 χωρὶς	χωρίον. *D.*
—— l. 35 των	—— l. 23 τῶν δὲ	τῶν τι. *C. D.*
—— l. 42 ἐν	—— l. 26 • • ad finem lineæ	deest. *D.*
—— l. 45 Δέδεικται	—— l. 28 δεικτέον	δέδεικται. *A. C. D.*
—— – ib. ὅτι	—— – ib. • •	deest. *A.*
—— l. 48 ἀμφοτέρας,	—— l. 29 • •	συναμφοτέρας. *A. B. C. D.*
—— 296. l. 14 σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἔλασσον ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 38 • •	desunt. *D.*
—— l. 23 ΔΕ,	—— l. 43 • •	desunt. *D.*
—— l. 26 τὸν λόγον, ὃν τὸ	—— l. 44 • •	λόγον τὸ. *A. C. D.*
—— l. 27 Ξ	—— l. 45 • •	deest. *D.*
—— l. 29 εἶμεν	—— l. 46 εἶναι; ab ἔλασσον ἐστὶ τῷ Ψ. l. 39 ad σχῆμα lineâ 47.	ἐστί. *D.* repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 30 περιγεγραμμένον	—— l. 47 • •	ἐγγεγραμμένον. *D.*
—— 267. l. 1 ἐν ἃ συναμφοτέραις ἴσα, τοῦ τε	—— 71. l. 7 • •	ἐν αἱ συναμφοτέραις ἴσα τοῦτ. *A. D.* ἐν αἱ συναμφοτέραις ἴσαι τοῦτ. *B.* ἐν αἱ συναμφοτέραις ἴσαντι τὸ. *C.*
—— l. 15 Τμαμα	—— l. 14 • •	τμαμ. *C. D.*
—— l. 21 ἐπεὶ τὸ	—— l. 17 • •	ἐσσεῖται. *B. D.* ἐσσοῦνται τὸ. *C.*
—— l. 24 Ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς	—— l. 18 • •	ἴσσα ἄλλη ὀξυγωνίου κώνου τομά. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τῷ ΒΔ.	—— l. 27 • •	τᾶς ΒΔ. *D.*
—— l. 45 καὶ	—— l. 41 • •	deest. *A.*
—— 298. l. 1 γὰρ	—— l. 45 • •	γάρ. *D.*
—— l. 7 κυλίνδρων	—— l. 48 • •	κυλίνδρω. *A. B. C. D.*
—— l. 9 ὑπερέχειν	—— l. 49 • •	περιέχει. *D.*
—— l. 12 σχήματος,	—— l. 51 • •	τμήματος. *A. B. C.*
—— l. 16 ποτὶ	—— 72. l. 2 • •	ποτὶ νιν. *B. C. D.*
—— – ib. τῷ τόμῳ,	—— – ib. • •	τόμω. *D.*
—— l. 24 ἴσον	—— l. 6 • •	ἴσου. *A.*
—— l. 26 ὅπερ	—— l. 7 • •	ὅσπερ. *A.*
—— l. 27 ὀξυγωνίου κώνου	—— – ib. • •	ὀξυγωνίου κώνου. *A. D.*
—— l. 28 ἀλλάλας,	—— l. 8 ἀλλάλους	ἀλλάλας. *B. C. D.*
—— l. 30 ΖΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 9 • •	desunt. *C.*
—— l. 41 ποτὶ τὸν τόπον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ᾽ αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα ἴσον τῷ ΔΒ,	—— l. 14 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 45 Ξ	—— l. 16 • •	ΝΞ. *B. C. D.*
—— l. 50 ἄλλως	—— l. 19 • •	ἀλλάλως. *A.* ἀλλάλων. *D.*
—— 299. l. 4 τοῖς λόγοις,	—— l. 21 • •	τοῖς αὐτοῖς λόγοις. *A.*
—— l. 7 χωρὶς	—— l. 22 • •	τὸ χωρὶς. *D.*
—— l. 9 ΜΞ	—— l. 23 ΓΞΝ	ΞΝ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ποτὶ	—— l. 25 ἐστὶ	ποτί. *A.*
—— l. 14 Ξ,	—— l. 26 • •	ΣΞ. *A. B. C. D.*
—— l. 18 Οὐκ ἐσσεῖ ἂν μεῖζον τὸ τῷ κυλινδρικὸν τμᾶμα τῷ Ψ κωνω.	—— l. 28 • •	desunt. *D.*
—— l. 37 σχῆμα	—— l. 38 • •	τμῆμα. *B. C. D.*
—— l. 40 σχήματος	—— l. 39 • •	τμήματος. *A. C. D.*
—— 300. l. 9 τὸν αὐτόν,	—— l. 47 τὸν τὰν τῷ τμήματι τῷ ἄξονα τὸν αὐτὸν	τὸν αὐτόν. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 300. l. 16 ὑπερέχων	Pag. 72. l. 51 • •	ὑπερέχει. *A.*
— l. 19 ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδέος	— 73. l. 2 • •	defunt. *A. D.*
— l. 22 τοῦ ἡμίσεος	— l. 3 • •	τοῦ ἡμίσεος. *C.* ἡμίσεος. *D.*
— 301. l. 3 Ἔστω δὲ	— l. 11 • •	ἔσονται. *A.* ἔσονται δή. *B. D.* ἔσται δή. *C.*
— l. 4 ἐφ' ἂν τὰ	— ib. ἐφ' αὐτᾶ	ἐφ' ἂν τά. *B.* ἐφ' ὧν τά. *C.*
— ib. τᾶς	— l. 12 • •	τοῖς τᾶς. *C. D.*
— l. 9 παρ' αὐτῷ τετραγώνου	— l. 14 • •	παρὰ τὸν τετραγώνου. *B.*
— l. 14 ἐν	— l. 16 ἴσον	ἡ. *C. D.*
— ib. πρὸ	— l. 17 πρώτου	πρό. *C.* πρὸ τοῦ. *D.*
— l. 23 ἔχοντα	— l. 21 • •	ἔχοντι. *A. C. D.*
— l. 24 ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ἐστι καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ περιεχόμενον. Ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον,	— ib. • •	defunt. *D.*
— l. 27 κύλινδρον	— l. 23 • •	κύλιν. *A.*
— l. 34 γνώμονος	— 74. l. 2 γνώμονα	γνώμονα. *A.*
— l. 35 ἀφαιρημένος.	— ib. ἀφαιρημένου	ἀφαιρημένον. *B. C. D.*
— l. 38 κατὰ	— l. 4 • •	τά. *D.*
— l. 42 ἀφαιρημένος,	— l. 6 • •	ἀφαιρημένους τά. *B. C. D.*
— 302. l. 3 ΞΦ.	— l. 13 • •	ΞΦ ΞΥ ΞΩ. *A. B. C. D.*
— l. 4 ὑπεροχῶν.	— ib. ὑπερεχημένα	ὑπεροχᾶ. *A. B. D.* τὸ ὑπεροχᾶ. *C.*
— l. 6 τῷ μεγίστῳ. Τὰ οὖν	— l. 14 τοῦ μεγίστου τὰ οὖν	τοῦ μεγίστου τὰ οὖν. *A. D.* τὰ μέγιστα τὰ οὖν. *B. C.*
— l. 14 τριπλάσια	— l. 18 • •	διπλασία. *A.*
— l. 15 μείζονά ἐντι	— l. 19 • •	να ἐστί. *A. B. D.* 'να ἐστί. *C.*
— l. 16 μείζονα	— ib. • •	μείζονα ἐστί. *C. D.*
— l. 17 μὲν	— l. 20 • •	deest. *B.*
— l. 18 ἢ ἡμιόλιος	— ib. • •	ἡμίσεος. *A. D.* ἡμίσεως. *B. C.*
— l. 30 τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι	— l. 26 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
— 303. l. 1 ἃ	— l. 38 • •	deest. *D.*
— l. 4 χωρὶς	— l. 40 χώρας	χωρίς. *A. B. C. D.*
— l. 16 τοῦ βάσιν	— l. 46 βάσιν	τοῦ βάσει. *A. D.*
— l. 22 ἐστιν δὲ	— l. 49 • •	deest. *B.*
— l. 27 ἀγμένον.	— 75. l. 1 • •	ἀγμένα. *C.*
— ib. Ἄχθω	— ib. • •	ἄχθωσαν. *B. D.* ἄχθων. *C.*
— l. 31 ταῦτα	— l. 3 • •	τὰ αὐτά. *C.*
— l. 32 ἐπιζευχθεῖσα.	— ib. ἐπιζευχθεῖσαι	ἐπιζευχθεῖσα. *B. C. D.*
— l. 38 κυλίνδρῳ	— l. 19 • •	κυλίνδρος. *C. D.*
— l. 45 ἡμίσεον	— l. 23 ἡμίσεον	τὸ ἡμίσεον. *C. D.*
— l. 49 Ἐγγεγράφθω	— l. 25 • •	ἐνέγραψα. *A. C. D.* ἐγγράψω. *C.*
— l. 51 περιγεγράφθω	— l. 26 • •	περιέγραψα. *A. C. D.*
— 304. l. 2 ἔλασσον ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει	— l. 27 • •	defunt. *D.*
— l. 11 καὶ ὁ τόμος	— l. 29 • •	ἡμιόλιος. *A.*
— l. 15 ἡμιόλιος	— l. 30 καὶ ὁ τόμος	ἡμιόλιος. *C. D.*
— l. 16 ἡμισείῳ	— l. 31 ἡμισείας	ἡμισείᾳ. *B.* ἡμίσεος. *D.*
— l. 17 ἔσται	— ib. • •	ἄρα. *D.*
— l. 29 ἡμιόλιος.	— l. 36 • •	ἡμίσεος. *D.*
— ib. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσσεῖται ἂν οὐδὲ ἔλασσον τὸ ἥμισυ	— ib. • •	defunt. *D.*
— l. 36 ἐν	— l. 41 ἃ	ἐν. *B.*
— l. 38 ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.	— l. 42 • •	defunt. *D.*
— l. 40 τι	— ib. • •	deest. *B.*
— ib. σχήματος,	— ib. • •	τμήματος. *A. B. C. D.*
— l. 42 τμαθέντος	— l. 43 τμηθέντος	τμηματος. *D.*
— l. 45 ἄξων	— l. 44 • •	ἄξων τοῦ. *B. C. D.*
— l. 48 εἶμεν	— l. 46 εἶναι	ἐστί. *D.*
— 305. l. 6 ποτὶ τὸν	— l. 49 • •	ποτὶ τά. *C. D.*
— l. 10 ποτὶ τὰν ΔΖ. Φαμὶ δὴ	— 76. l. 1 • •	defunt. *D.*
— l. 17 τμᾶμα	— l. 9 τμῆμα	καὶ τμῆμα. *B.*
— l. 21 ἐστι τὸ	— l. 16 • •	ἐστὶ καὶ τό. *A.*
— l. 27 τᾶς ΒΘ, καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσια ἐντι καὶ	— l. 20 • •	defunt. *A. B. C. D.*
— l. 41 ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ.	— l. 29 • •	ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. *A. C. D.*
— l. 45 Ἔσονται	— l. 31 ἔστω	ἔσονται. *A. B. D.* ἔστω. *C.*
— l. 46 ἐφ' ἂν τὰ	— ib. ἐφ' αὐτᾶ	ἐφ' ἂν τά. *B. D.* ἐφ' ὧν τά. *C.*
— l. 47 ἐν τᾷ ΒΔ,	— l. 32 • •	τᾶς ΒΔ. *B.* τῷ ΒΔ. *C.* τὰ ΒΔ. *B.*
— l. 48 τὰν	— ib. • •	τά. *A.*
— l. 49 Τὰν ὧν	— l. 33 • •	τὰ ὧν. *A. D.*
— l. 51 τὰν	— l. 34 • •	τόν. *B.*
— l. 52 διαμέτρῳ	— ib. • •	διαμέτρος. *B. C. D.*
— l. 51 γνώμων	— l. 35 • •	γνώμονος. *C.*
— 306. l. 5 ἀφαιρημένου. Ἐσσεῖται δὲ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πρώτου χωρίου γνώμων	— l. 37 • •	defunt. *C.*
— l. 8 ΝΟ,	— l. 39 • •	Θ *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 306. l. 10 Ὁ δὲ	Pag. 76. l. 40 • •	desunt. *D.*
—— l. 15 τό τε	—— l. 42 • •	desunt. *D.*
—— l. 20 ταῖς	—— l. 45 τὰς	ταῖς. *B. C.*
—— l. 23 τὸν	—— l. 46 • • ad finem lineæ	τῶν. *B.*
—— l. 25 ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΞ.	—— l. 48 • •	ΔΞ. *D.*
—— l. 32 κατ' αὐτὸν	—— l. 51 • •	κατὰ τὸν. *A. C. D.*
—— l. 34 ἐν	—— 77. l. 1 • •	deest. *B. C. D.*
—— l. 43 ποτ' ἄλλα χωρία,	—— l. 6 • •	desunt. *D.*
—— 307. l. 7 ἴσον	—— l. 24 ἴσως	ἴσαν. *C.*
—— l. 8 ὅλον ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ,	—— ib. • •	desunt. *C.*
—— l. 9 ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία	—— l. 15 • •	desunt. *D.*
—— l. 18 καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι,	—— l. 19 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 36 ὑπερέχειν	—— l. 28 • •	ὑπερέχει. *C. D.*
—— l. 37 μεῖζον	—— l. 29 • •	μεῖζων. *B.*
—— ib. ὁ Ψ	—— ib. • •	τὸ Ψ. *C.*
—— l. 45 τὸν ἐν	—— l. 33 • •	τῶν ἐν. *B.*
—— l. 46 λογον,	—— ib. • •	τὸν λόγον. *A. D.*
—— l. 48 ΞΔ,	—— l. 34 ΞΞ	ΞΔ. *A. C. D.*
—— l. 53 περιλειπόντων,	—— l. 37 • •	παραπεπληρωκόταν. *A. C. D.*
—— 308. l. 8 λεγομένου τῷ	—— l. 41 • •	λεγομένω. *C.* λέγομεν τῷ. *D.*
—— l. 25 τῷ τε ἡμιολίῳ	—— l. 50 ταῖς τε ἡμιολίαις	ταῖς ἡμιολίαις. *D.*
—— l. 31 ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος	—— 78. l. 2 • •	desunt. *A. D.* in *C.* ἄρα solum deest.
—— l. 33 ὁ	—— l. 3 • •	deest. *A. C. D.*
—— l. 35 ἄρα	—— l. 4 • •	deest. *C.*
—— l. 39 τὸ σφαιροειδὲς,	—— l. 6 • •	σφαιροειδὲς. *D.*
—— l. 51 ἄχθω	—— l. 13 • •	ἄχθωσαν. *A.*
—— 309. l. 3 κατὰ τὰ	—— l. 14 • •	κατὰ τὸ. *C. D.*
—— l. 13 καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ Ξ σαμεῖον, ὧν ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ.	—— l. 21 • •	desunt. *B.*
—— l. 23 ὁ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ	—— l. 27 • •	desunt. *D.*
—— l. 25 ἔχον	—— l. 28 ἔχων	ἔχοντος. *B.* ἔχον. *C.*
—— ib. τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ	—— l. 29 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 51 ὕψος ἴσον	—— l. 48 ὕψος	ὕψος ἴσον. *B.*
—— 310. l. 3 ἔλασσον	—— l. 50 • •	σχῆμα ἔλασσον. *D.*
—— l. 6 ἔχον,	—— l. 51 • •	ἔχει. *A. D.*
—— l. 29 ὃν ἁ ΕΗ	—— 79. l. 13 • •	ὃν ἔχει ἁ ΕΗ. *B. C. D.*
—— l. 31 ἀπὸ	—— l. 14 • •	ἀπὸ τῶ. *B. C.*
—— 311. l. 3 ΚΘ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 33 • •	desunt. *C.*
—— l. 7 ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ	—— l. 35 • •	desunt. *C.*
—— l. 9 ΞΔ, ΘΞ	—— l. 36 • •	ΞΔ ΘΔ. *A.* ΞΔ. *D.*
—— l. 10 ΒΘΔ,	—— ib. • •	ΘΔ. *D.*
—— l. 30 ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος.	—— l. 46 • •	desunt. *C.*
—— l. 32 ὁ ἐν	—— l. 47 • •	ἐν. *D.*
—— l. 33 ἔλασσον ὁ τὸ ἡμίσεον	—— l. 48 τῶ ἡμισυ	τὸ ἔλασσον τῶ ἡμισυ. *A. C. D.* τὸ ἔλασσον τῶ ἡμίσεος. *B.*
—— l. 36 τὸν ἐν τῷ ἡμισείῳ	—— l. 50 τὸν ἐν τῷ ἡμισυ	τὸν ἐν τῷ ἡμίσει. *B.* ἡμισυ. *D.*
—— l. 43 ἔχει	—— 80. l. 2 • •	ἔχει. *B.*
—— 312. l. 2 ποτὶ	—— l. 3 πρὸς	corr. marg. καὶ. *B.*
—— l. 3 ἃ τὸ	—— ib. • •	ἃ τῶ. *A. B. C. D.*
—— ib. οὗ	—— ib. • • ad finem lineæ	ἁ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ· τοῦτον γὰρ ἔχει τὸν λόγον ὃν ἁ ΖΕ	—— l. 10 ὃν τὸ ἁ ΖΞ	ut in Edit. Oxon. excepto ΞΕΔ pro ΞΕ ΕΔ et ΖΘ pro ΖΞ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ἐν αὐτῷ	—— l. 13 • •	ἐν τῷ αὐτῷ. *A. D.*
—— l. 21 τοῦτον τὸν λόγον, ὃν	—— ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΕΔ.	—— l. 15 • •	desunt. *A.*
—— l. 27 ΕΔ·	—— l. 16 • •	parva lacuna relinquitur. *C.* desunt. *D.*
	—— l. 17 (ΕΔ)	desunt. *B.* ΕΔ. *C. D.*
—— l. 29 Ἁ γὰρ	—— ib. • •	αἱ γάρ. *C. D.*
—— l. 32 τε εἶμεν τῷ ΗΔ.	—— l. 19 • •	εἶμεν τᾶν Δ. *D.*
—— l. 35 ΞΔ, ΕΔ,	—— l. 20 • •	ΞΞ ΞΔ. *C. D.*
—— 313. l. 5 ἕξει	—— l. 29 • •	ἔχει. *A. D.*
—— l. 6 τῷ	—— ib. • •	τῶ τε. *B.*
—— l. 10 ἐπειδὴ ἄλλως διὰ	—— l. 32 • •	ἐπειδὴ, ἀλλὰ καὶ. *D.*
—— l. 26 Ἄχθω οὖν ἁ τᾶς κορυφᾶς ἐπιζευγνύουσα τῶν γινομένων τμαμάτων ἁ ΒΔ.	—— l. 43 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 28 δὲ	—— l. 48 • •	deest. *D.*
—— l. 29 τὸ ἡμίσεον	—— l. 50 τὸ ἡμίσεον	τὸ ἡμίσεον. *C. D.*
—— l. 30 ἁ ΔΗ ἴσα τῷ ΔΘ,	—— l. 31 • •	τᾶς ΔΗ ἴσα ἁ ΔΘ. *C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
	Pag. 81. l. 2 παραλλήλω	παραλλήλω. *A.*
Pag. 313. l. 37 παραλλάλω	— l. 3 • •	
— l. 39 κῶνος. σφαίρας ἔχει τὸ Δ σαμεῖον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἐχέτω ὁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, ὅτι ἀπότμαμα		defunt. *D.*
— l. 42 τοῦ σφαιροειδέος	— l. 5 • •	σφαιροειδέος. *D.*
— l. 43 ἐγγεγραμμένος	— ib. ἐγγεγραμμένοι	ἐγγεγραμμένοι. *B. C. D.*
— l. 44 ἐν τῷ	— l. 6 • •	αὐτῷ. *D.*
— ib. αὐτοῦ	— ib. • •	deest. *D.*
— l. 48 τὸ ἐν ᾧ	— l. 8 • •	τῷ ἐν ᾧ. *B.*
— l. 49 ΒΞ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	— l. 9 • •	defunt. *D.*
— 314. l. 1 ὑπὸ τᾶν	— l. 10 ὑπὸ τω	ὑπὸ τᾶν. *B. C. D.*
— l. 5 ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ.	— l. 12 • •	ΒΞ ΞΔ. *D.*
— l. 6 ἑκατέρω	— l. 13 • •	deest. *D.*
— l. 12 ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	— l. 16 • •	repetuntur hæc verba. *B. C. D.*
— l. 20 ἔχει	— l. 20 • •	ἔχει. *C.*
— l. 22 ἔλασσον	— l. 21 • •	μεῖζον. *B. C.*
— ib. ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένου.	— ib. • •	defunt. *B. C. D.*
— l. 26 τᾶν	— l. 23 τούτων	τὸν τᾶν. *A.*
— l. 30 τῷ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένῳ,	— l. 25 • •	τὸ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον. *A. B. C. D.*
— l. 32 τοῦ	— l. 26 • •	τό. *A.*
— 319. l. 1 Βασιλεῦ Γέλων,	— 120. l. 18 Βασιλευγέλων	βασιλεῦγέλων. *A.* Βασιλεῦ Γέλων. *B. C. D.*
— l. 5 ἐντί	— l. 20 ἐν	deest. *B.*
— l. 6 μὲν εἶμεν	— l. 21 εἶμεν	ἡ εἶμεν. *A. C.* ἃ ἐν μέν. *B.* εἶμεν. *D.*
— l. 8 ὄντων	— l. 23 οὐ	ὄντως. *C.*
— l. 9 οἱ νοῶντες	— ib. • •	ἢν νοῶνται ἐν. *D.*
— l. 10 ἄλλως	— l. 24 ἄλλως	ἀλλ' ὡς. *C.*
— l. 11 τόν τε	— ib. • •	τόν. *B.*
— l. 14 μηδ' ἐν ἀκαρεῖ	— l. 26 μὴ δ' ἐν ἀκαρεῖ	μηδένα κάρη. *A. C.* μηδένα βάρη. *D.*
— l. 15 τοῦτο	— ib. • •	τῷ. *A. B. D.*
— l. 19 ἀριθμὸν	— l. 29 γ'	καί. *B. D.*
— ib. τοῦ μεγέθεος	— ib. τοῦ μεγέθεος	τῶ μεγέθεος. *B. D.* μέγεθος. *C.*
— l. 23 κέντρον μὲν	— l. 31 • •	μέτρον μέν. *D.*
— ib. κέντρον ἴσαν τᾷ εὐθείᾳ	— ib. κέντρω εὐθεῖαι	κέντρω αἱ εὐθεῖαι. *A. B. C. D.*
— l. 28 ὑποθεσίων	— l. 33 • •	ὑπόθεσιν τινά. *A.* ὑποθεσίων τινῶν. *C.* ὑπόθεσιν. *D.*
— 320. l. 4 ταλικαύταν	— l. 37 • •	ταλίκαν. *B.*
— l. 5 ὅς τε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν	— ib. ἐστὶ ὥς τε τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν γᾶν	ἔτι τὸν κύκλον καθ' ἃν τὰν γᾶν. *A.* ἐν δὲ τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. *B.* ἐς τῷ τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. *C.* ἔτι τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. *D.*
— l. 8 δὴ εὔδηλον	— l. 39 δ' εὔδηλον	γὰρ δῆλον. *A.* γ' εὔδηλον. *C. D.*
— l. 11 αὐτό.	— l. 41 • •	αὐτόν. *A.*
— l. 16 καθ' ὃν	— l. 43 • •	καθ' ὅ. *A.*
— l. 17 ὑποτίθεται	— ib. ὑποτίθενται	ὑποτίθενται. *A. C. D.*
— ib. τῶν ἀπλανέων	— l. 44 τῶν ἀπλανῶν	τῶν ἀπλανέων. *A. B. C.* ἀπλανέων. *D.*
— l. 23 ταλικαύτα	— l. 46 • •	ταλικα. *B.*
— l. 24 ἀπλανέων	— l. 47 • •	πλανέων. *A.*
— l. 25 ὄντως τινὰς	— 121. l. 1 ὁ τινὰς	ὄντως τινάς. *C. D.*
— ib. διχθεισῶν	— ib. διχθεῖσαν	διχθεισῶν. *A.*
— l. 26 κατονομασίαν	— ib. κατονομαζῶν	κατ' ὄνομα ἀξίων. *C.*
— l. 28 ἔχοντος	— l. 2 ἔχον τὸ	ἔχοντος. *A. B. D.*
— l. 29 μὲν,	— ib. • •	μὲν τᾶν. *A. B. C. D.*
— l. 30 τ'	— l. 3 τῶν	Τ. *D.*
— l. 31 σπειραμένων	— ib. • •	πεπειραμένων. *B. C. D.*
— l. 34 διπλασίονα	— l. 5 διπλασίων	διπλασίων. *D.*
— l. 35 τ'	— l. 6 τῶν	Τ. *D.*
— ib. μυριάδων σταδίων ἢ μὴ μείζω.	— ib. λ'λ σταδίων καὶ μείζων	μυριάδων σταδίων ἢ μὴ μείζω. *A. D.* λ σταδίων καὶ μὴ μείζων. *B. C.*
— l. 37 εἶμεν	— l. 7 ἔσεμεν	εἶμεν. *B.*
— l. 39 λαμβάνων	— l. 8 • •	λαμβάνω. *A.*
— l. 43 εὐδείξω μὲν,	— l. 10 εὐδείξομεν	εὐδείξω μέν. *D.*
— l. 49 ἀναμφίλογον	— l. 14 ἀμφίλογον	ἀναμφίλογοι. *C. D.*
— l. 51 τριακοντάπλασιον	— ib. τριακονταπλασίως	τριακονταπλασίων. *B. C. D.*
— l. 52 μείζονα.	— l. 15 μείζονα	μείζω. *A. D.* μείζονα. *B.* μείζων. *C.*
— 321. l. 5 εἰκότα	— l. 17 • •	εἰκός. *C.*
— l. 7 ἐναρμόζει,	— l. 18 • •	ἐναρμόζῃ. *D.* ut fere semper
— l. 8 ἔχοντι	— l. 19 ἔχοντα	ἔχουσιν. *D.*
— l. 10 λαβεῖν,	— l. 20 • •	διαλαβεῖν. *A. C. D.*
— l. 15 ἐς ἂν ὁ	— l. 23 αἷς ἂν ὁ	αἷς ἂν ὁ. *A. C. D.* ἐς ἂν ὁ. *B.* ut semper in hoc tractatu.
— l. 16 ἐναρμόζῃ	— ib. • •	ἐναρμόζει. *B. C. D.* ut semper in hoc tractatu. *B.*
— l. 17 ἅ τις	— l. 24 ἅ τις	ἅ τίς. *A.* ἅ τις. *B. C. D.*
— l. 18 ἐς ἂν	— ib. ὡς ἂν	ὡς. *A. D.* ἐς ἄν. *B.*
— ib. ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαι	— ib. • •	ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσα. *B.*
— l. 21 ἤμελλεν	— l. 25 ἤμελλεν	ἤμελλεν. *A. B. C. D.*
— ib. ἀνατέλλοντι	— ib. • •	ἀνατέλλοντι. *B. C.* ἅμα τέλλοντι. *D.*
— l. 22 τεθέντος	— l. 26 τεθέν	τεθέντος. *A. C. D.*
— l. 23 ὀρθόν,	— ib. • •	corr. marg. ὄρθρω. *B.* ὄρθρῳ. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 321. l. 25 ἐνεγράφη	Pag. 121. l. 27 • •	ἐνεγράφη. *B.*
— l. 26 ἁ ὄψις	— l. 28 • •	ἁ ὄψις *B. C. D.*
— l. 29 ἀρξάντι	— l. 30 • •	ἀρξάσθω. *A. D.*
— l. 38 αἱ ὄψιες ἐκ ἀφ' ἑνὸς σαμείου	— l. 34 αἱ ὄψιες ἐκ ἀφανῶ σαμείου	αἱ ὄψιες ἐκ ἄφαν σαμεῖον. *A.* ὄψιες ἐκ ἀφανῶς σαμεῖον. *D.*
— l. 40 ὄψεις·	— l. 35 ὄψις	ἁ ὄψις. *B.* ὄψιες. *C.*
— l. 42 ἀχθεισᾶν	— l. 36 ἀχθεῖσα	ἄχθη ἁ. *B.* ἀχθεῖσα. *C. D.*
— l. 46 ὄψιος,	— l. 38 • •	τᾶς ὄψιος. *A. B. C. D.*
— l. 47 τὸν τρόπον	— l. 39 τρόπον	τὸν τρόπον. *A.*
— ib. ἀναλαμβάνονται	— ib. • •	λαμβάνονται. *D.*
— l. 48 ἀλλάλαις,	— ib. ἀλλάλαις	ἀλλάλοις. *A. B. C. D.*
— l. 50 ὁ λοιπὸς ὥς ἐστι	— l. 40 ὁ λοιπὸς ὥς ἐστὶ	λοιπὸς ὥστε. *A. D.*
— l. 51 ὄψιος,	— l. 41 • •	ὄψιας. *C. D.*
— l. 53 περιλαμβάνονται ὑπὸ	— l. 42 • •	προλαμβάνονται περί. *D.*
— 322. l. 4 τᾶς ἐγγὺς τᾶς	— l. 44 τᾶς ἐγγὺς τᾶς	τὸ ἐγγὺς τᾶς. *B.* τᾶς ἐγγὺς. *C.*
— l. 9 Ἁ δὲ γωνία,	— l. 47 ἁδὲ γωνία	ut in Edit. Oxon. *B. C. D.*
— l. 12 κανόνος,	— l. 48 • •	κανόνος. *A.*
— l. 14 ἐπὶ ἁλίῳ,	— l. 49 • •	ἐπὶ τῷ ἁλίῳ. *B. C. D.*
— l. 15 ἐπιψαυούσας	— l. 50 ἐπιψαυούσας	ἐπιψαύουσα. *B.*
— l. 17 γίνεται	— l. 51 • •	γάρ. *A. C. D.*
— l. 21 εἰς ρξδ', ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων·	— 122. l. 2 • •	εἰς ΡΞ ΔΘ εἰς Σ μείζων Η (ἡ. *D.*) ἓν μέρος τούτων, δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁγωνία ἃς ἀν (ἐς ἄν. *D.*) ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ (ἐναρμόζει. *D*) τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει ἐλάττων μέν ἐστι ἢ διαιρεθείσας (διαιρεθείσας. *D.*) εἰς ρξδ τούτων. *A. D.*
— l. 22 διαιρεθείσας	— ib. διαιρεθεῖσα	διαιρεθεισᾶν. *B.*
— l. 23 ἓν μέρος	— l. 3 • •	ἓν μέτρος. *A.* ἔμμετρος. *D.*
— ib. τούτων. Δῆλον ὦν,	— ib. • •	τούτων δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁγωνία ἃς ἀπὸ ἅλιος ἐναρμόζῃ τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει ἐλάττων μέν ἐστιν. ἢ διαιρεθείσας ἐς ΡΞΔ τούτων. ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθεῖσα τῶν ὀρθᾶν εἰς Σ μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων, δῆλον ὦν. *C.* vide supra.
— l. 24 ἐς ὧν	— ib. ἃ ἴσαν	ἐς ὧν. *B.*
— ib. ἐναρμόζῃ,	— ib. • •	ἐναρμόζει. *D.*
— l. 26 ἓν μέρος·	— l. 4 • •	ἔμμετρος. *D.*
— l. 27 ἓν μέρος.	— l. 5 • •	ἔμμετρος. *A. D.*
— l. 28 ἁ διάμετρος	— ib. διάμετρος	καὶ ἁ διάμετρος. *B. C. D.*
— l. 39 Δ	— l. 11 • •	deest. *C. D.*
— l. 43 Ἐστι	— l. 12 • •	ἔστω. *C.*
— l. 49 ἓν μέρος.	— l. 16 • •	ἔμμετρος. *A. D.*
— l. 50 ἐστι	— ib. • •	ἐστί. *D.*
— l. 53 ἓν μέρος·	— l. 18 • •	ἔμμετρος. *D.*
— 323. l. 4 τῷ ΑΒΓ κύκλῳ,	— l. 20 • •	desunt. *D.*
— l. 7 ἐχέτω,	— l. 22 ἔχει	ἔχει. *B.*
— l. 12 οὖν	— l. 23 lacuna relinquitur	lacuna relinquitur. *B. D.*
— l. 16 Ἴσαι γὰρ	— l. 26 • •	desunt. *D.*
— l. 18 ΣΗ	— 123. l. 1 ΑΒΓ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
— l. 20 διάμετρος	— l. 2 γωνία	corr. man. alt. διάμετρος. *B.*
— ib. ΣΗ	— ib. ΑΒΗ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
— l. 21 τῷ ΣΗ κύκλῳ.	— l. 3 • •	desunt. *C.*
— l. 23 Ὡς τε	— ib. • •	ὡς. *D.*
— l. 24 ΤΣ	— l. 4 ΤΣ	ΤΣ. *A. B. C. D.*
— l. 25 ΘΚ	— ib. ΘΚ	ΘΚΥ. *A. C. D.* ΘΡ. *B.*
— ib. ΘΡ,	— ib. • •	ΘΧ. *B.*
— ib. ΣΥ	— l. 5 ΣΝ	ΣΥ. *B. C. D.*
— l. 26 καὶ	— ib. • •	deest. *B.*
— l. 27 τὰς ΔΤ,	— ib. τᾶ ΔΤ	τὰν ΔΤ. *B. B.*
— l. 28 τριγώνου	— l. 6 • •	deest. *A. B. C. D.*
— 324. l. 1 ΔΤ, ΔΚ, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν	— l. 7 • • τᾶν mutato in τὰν	desunt. *C.*
— l. 4 ἁ ΘΡ	— l. 8 • •	ΘΡ. *C.*
— ib. Εἰ γὰρ οὖν	— l. 9 εἰ γὰρ ΚΑ	εἰ γὰρ καί. *B. C. D.*
— l. 5 διὸν	— ib. • •	διὸ, *A.*
— l. 7 αἴτερην	— l. 10 • •	θάτερον *C.*
— l. 9 τᾶν	— l. 11 τᾶ	ἁ τᾶν. *B.*
— l. 10 ποτὶ	— ib. • •	deest. *A. C. D.*
— ib. ἐλάττων	— l. 12 • •	deest. *D.*
— l. 20 ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐσσεῖται ἁ γωνία ἁ περιεχομένα	— l. 16 ΔΛ ΔΞ μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς ἢ εἶναι ἁγωνία ἁ περιεχόμενα	desunt. *A. D.*
— l. 21 ἐσσεῖται	— l. 17 ἢ εἶναι	εἶη ὦν. *B.*
— l. 23 δισμύρια,	— ib. δισμύρια	δὶς μύρια. *A. B.* δισμύρια. *C.* δισμύρια. *D.*
— l. 27 Τᾷ δὲ	— l. 20 τᾶι δὲ	τᾶ δε. *D.*
— l. 34 μείζω εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα	— l. 24 μείζων εἶμεν ἢ τριακονταπλασίων	μείζονα εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα. *B.*
— l. 36 σελάνας,	— l. 25 ἁλίου	σελήνας. *B. C. D.*
— ib. μείζω	— ib. μείζων	μείζω. *B.*
— l. 37 σελάνας·	— ib. ἁλίου	σελήνας. *B. C. D.*
— l. 44 Ἁ δὲ διάμετρος τῶ ἁλίω	— l. 29 • •	desunt. *D.*
— l. 46 ἢ	— l. 31 • •	deest. *C.*
— 325. l. 2 ἰσόπλευρον ἐὸν	— l. 34 εἰς ὁ ΕΘ πλεύρων	εἰς ὁ ΕΘ πλευρὰν ἐόν. *C.*
— ib. ἰσόπλευρον ἐὸν τῷ πολυγωνίῳ τῷ τοῦ ἑξαγώνου, ἐγγεγραμμένου μὲν τῷ κύκλῳ ἐὸν τῷ ἁ διάμετρος	— ib. εἰς ὁ ΣΘ πλεύρων τῷ πολυγώνῳ ὅτι τῷ ἑξαγώνῳ ἐγγεγραμμένου μὲν τοῦ κύκλου εἴη καὶ ἁ διάμετρος.	εἰς ὁ ΣΘ πλευρὰν ἐὸν διάμετρος. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 325. l. 13 δῆλον, ὡς	Pag. 125. l. 40 • •	δῆλον ὡς ὁ. A. B. C. D.
— l. 20 μείζω	— l. 44 μείζων	μεῖζον. B.
— l. 23 τετρακοστημόριον	— l. 45 τετρατον τὸ μέρος	τετραμαν τομόριον. C. τετρακοστομόριον. D.
— l. 24 Ἐτέθη	— l. 46 • •	ἐτίθετο B. ἐτέθην. D.
— l. 32 Χρήσιμον	— l. 50 • •	χρήσιμα A.
— l. 44 καὶ ἀπὸ τᾶν	— 124. l. 5 καὶ ἑκατὸν	καὶ αἱ ἀπὸ τᾶν. B.
— l. 45 καὶ ἑκατοντάδες,	— l. 6 • •	desunt. D.
— l. 46 ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	— ib. ἔται μυρίων μυριάδων πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	desunt. D.
— l. 49 τρίτων	— l. 8 τρίων	τρίτων. D.
— l. 51 ἐς τὰς μυρίας	— l. 9 ἔται μυρίαι	εἰς μυριας sine accentu. B. ἔτας μυρίας C D.
— 326. l. 2 ἀριθμῶν μέχρις	— l. 10 • •	ἂν μυρίας. A.
— l. 7 τοσούτων	— l. 12 • •	τοσούτων C.
— l. 10 πρώτας	— l. 14 deest	πρώτας. B.
— l. 14 δευτέρων	— l. 15 • •	τῶν δευτέρων. D.
— l. 17 ἐχόντων,	— l. 17 • •	ἔχοντες. B.
— l. 19 ἀριθμὸς	— l. 18 • •	καί. B.
— l. 20 περιόδω,	— ib. • •	deest. D.
— l. 24 ἑξῆς κείμενοι,	— l. 21 ἐξηστημένοι	ut in Edit. Oxon. B. C.
— l. 25 οἱ ὀκτώ	— ib. τὸ ὀκτὼ	ὁ ὀκτώ. B. D.
— l. 30 Ὁ μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν	— l. 24 • • ὁ mutato in ὁ	desunt. D.
— l. 31 ὀγδόας	— ib. • •	ὁ ὄγδοος. B. C. D.
— l. 40 ὅτι πολλαί	— l. 29 • •	ἐστὶ καὶ πολλαί. A. C. D. ἐστὶν ὅτι καὶ πολλαί. B.
— l. 45 πολλαπλασιαξάντων	— l. 32 • •	πολλαπλασιαξάντων ut semper. C.
— ib. ἀλλάλους, ἴσος ὁ ἐλάττων	— ib. • •	ἴσος ἐλάττων. D.
— l. 50 Ἔστω	— l. 34 • •	ἔγνωσαν. B.
— l. 52 παραπολλαπλασιάσθω	— l. 35 • •	πολλαπλασιάσθω. D.
— 327. l. 1 ἴσος	— l. 37 ἴσαι	ἴσος B. C. ἴσοι. D.
— l. 2 ἴσον	— l. 38 • •	ἴσον C. D.
— l. 7 ἴσος	— l. 40 • •	ἴσοι. A.
— ib. γενόμενος	— ib. • •	ὁ γενόμενος. A.
— l. 9 πολλαπλασιαξάντων	— l. 41 • •	τῶν πολλαπλασιαξάντων. A. B. D. πολλαπλασιαζόντων. C.
— l. 10 ἐλάττων	— ib. • •	ἴχον. A.
— l. 16 τοσοῦτοι	— l. 44 τοσούτοις	τοσοῦτοι B. C. D.
		In Marg. μονας μονάδες δεκάδες ἑκατοντάδες χιλιάδες μυριάδες. C.
— l. 19 μὴ	— l. 46 • •	deest D.
— l. 20 δῆλον	— ib. • •	deest. B.
— l. 26 ποτὶ ἀλλάλας	— l. 50 ποτὶ ἀλλάλας	ποτ' ἀλλάλας. B. ποτὶ ἀλλάλας. C. D.
— l. 30 κα εἴη ὁ ἀριθμὸς	— 125. l. 1 ΚΑΙΝ ὁ ἀριθμὸς	ὁ ἄν. A. D. κα' ἐν ὁ ἀριθμός. B. καὶ ὁ ἀριθμός. C.
— l. 32 ἀριθμοί,	— l. 2 • •	ἀριθμοί. A.
— l. 37 τὰν	— l. 4 τὸν	τάν. B C τῶν. D.
— ib. ἐπὶ	— l. 5 ἐφ'	ἐφ' ἧ. D.
— l. 38 λόγον ἔχειν	— ib. ἔχειν	λόγον ἔχει. A.
— l. 39 ἀλλάλας	— ib. ἀλλάλαις	ἀλλάλας. A. B. C. D.
— l. 43 πολλαπλασιασθεισᾶν	— l. 7 πολλαπλασθεῖσαι	πολλαπλασιασθεισᾶν. C. πολλαπλασθεῖσαι D.
— l. 47 ἐν τῷ	— l. 9 ἔστι	ἐν ᾧ. C. D.
— ib. ἄρον	— ib. • •	ὁ Ρ. C.
— l. 49 δῆλον ὡς ὁ γενόμενος, ὑφεσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας	— l. 10 • •	desunt. C.
— l. 52 ὁ ἴσος	— l. 12 ασσος	ἁ ἴσος. B. ασσος sine accentu. C.
— ib. συναμφοτέρων	— ib. συναμφω	συναμφότερα. A. D. συναμφω. C.
— l. 5 μυριάδες τῶν δευτέρων	— l. 15 μυριάδες	μυριάδες δευτέρων. A. B. C. D.
— l. 6 Φανερὸν ὦν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ' δακτύλων ἐχούσᾳ, ἔλαττόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	— ib. φανερὸν ὦν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ ταῦτα τὰν διάμετρον Ρ' δακτύλων ἐχούσῃ ἔλαττον ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	desunt. A. D.
— l. 7 μέγεθος	— ib. μεγέθεος	μέγεθος. C.
— l. 11 πολλαπλασία	— l. 17 • •	πολλαπλασία ἐστί. A. B. C. D.
— l. 14 μυριάδων	— l. 19 • •	μυρίων. B. C. D.
— l. 16 τᾶν χιλιάδων	— l. 20 τῶν χιλίων	τᾶν χιλίων. A. C. D. τῶν χιλίων. B.
— l. 20 ἀνάλογον	— l. 22 ἀναλογίας	ἀναλογίαι. A. B. ἀναλογίαν. D.
— l. 22 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος.	— l. 23 • •	desunt. C.
— l. 25 αὐτός,	— l. 25 τῶν	τότες. C.
— l. 28 μέγεθος	— l. 26 μεγέθεος	μέγεθος. B.
— l. 26 σφαίρα τὰν	— l. 27 • •	σφαίρα τᾶ τάν. B. C. D.
— l. 34 μέγεθος	— l. 29 μεγέθεος	μεγεθος. B. C. D.
— l. 44 Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες	— l. 35 • •	desunt. A. D.
— 329. l. 1 μονάδες	— l. 40 μυριάδες	μονάδες. D.
— l. 3 μέγεθος	— l. 41 μεγέθεος	μέγεθος. C. D.
— l. 4 μονάδες τῶν	— l. 42 μονάδες τῶν δ'	μονάδες τῶν. A. B. D. μυριάδες τῶν. C.
— l. 10 ἔλασσον	— l. 45 ἔλασσον	ἔλασσον. C. D. et corr. marg. B.
— l. 12 πολλαπλασιασθεισᾶν τῶν χιλιάδων	— l. 46 • •	πολλαπλασιασθεισᾶν τῶν χιλίων. A.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 329. l. 22 ἄλλοι	Pag. 125. l. 51 • •	οἱ ἄλλοι. B. C. D.
— l. 25 μονάδες	— 126. l. 2 μονάδων	μονάδες. B.
— l. 26 μέγεθος	— ib. μεγέθους	μέγεθος. B. C.
— l. 30 μυριάδων	— l. 4 • •	μυριάδες. A. D. μυριάδας. B. C.
— l. 33 ταλικαῦτα,	— l. 6 • •	ταλικαῦτα τὸ μέγεθος. A. B. C.
— ib. ταλικαῦτα, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα	— ib. • •	desunt. D.
— l. 36 πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα	— l. 7 πολλαπλασιασθείσας τὰς ζ	πολλαπλασιασθεισῶν τῶν δέκα. A. D. πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα. B. C.
— l. 37 μονάδων	— ib. • •	μονάδας. D.
— l. 41 δῆλον,	— l. 10 • •	δῆλον οὖν. D.
— l. 44 καλουμένων	— l. 11 καμένων	καλουμένων. A. B. D.
— l. 49 χιλίων	— l. 14 • •	deest. A. D.
— 330. l. 2 ἐλασσόν	— l. 15 ἐλάσσων	ἔλασσον. D.
— l. 4 σφαῖρα	— l. 16 • •	σφαίρας. A.
— l. 9 μυριάδων·	— l. 19 • •	μυριάδας. B.
— ib. ἔλασσον	— ib. ἐλάσσων	ἔλασσον. B. C.
— l. 11 πολλαπλασιασθεισᾶν	— l. 20 πολλαπλασίων	πολλαπλασιασθεισᾶν. B.
— ib. τᾶν χιλιᾶν	— ib. χιλίων	τὰν χιλίαν. B. C. τῶν χιλίων. D.
— l. 12 τοῖς ρ' μυριάσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἐμπίπτων ἀριθμῶν	— l. 21 • •	desunt. A. D.
— l. 14 ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον·	— ib. • •	ἀπὸ μονάδων. D.
— l. 15 ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἕκτος καὶ τετρακοστὸς ἀπὸ μονάδος.	— l. 22 • •	desunt. C.
— l. 18 ὀκτὼ μὲν	— l. 23 εἶμεν	οἱ μὲν ὀκτώ. B.
— l. 19 αὐτὸς,	— l. 24 τὸς	τοῦτος. A. C. D.
— l. 25 μέγεθος	— l. 27 μεγέθεος	μέγεθος. B. C. D.
— l. 27 μυρίων,	— l. 28 • •	μυριάδων. C.
— l. 30 μυριάκις μυρίων,	— l. 30 μυριάδας μυρίας	μυριάκις μυρίων. B.
— l. 31 ρ' μυριάδεσσιν	— ib. • •	ρ μυριάσι. A. μυριάσιν. D.
— l. 34 μυριάδων ς'	— l. 32 μυριάδων	μυριάδων ρ. A. B. C. D.
— ib. τὸ	— ib. • •	deest. C.
— l. 36 πολλαπλασιασθεισᾶν	— l. 33 πολλαπλασίων	πολλαπλασιασθεισᾶν. B.
— l. 37 μυριάδεσσιν.	— ib. μυριάδας	μυριάδ. B.
— l. 40 ἀπὸ μονάδος	— l. 36 • •	desunt. C.
— l. 49 ἴσον	— l. 40 ἴσα	ἴσον. B. C. D.
— 331. l. 2 ἐλασσόν	— l. 41 ἐλάσσων·	ἔλασσον. A.
— l. 4 μυριάδων	— l. 42 • •	• • sed in marg. μυρίων. B.
— l. 7 μὲν ὁμοίως	— l. 43 • •	μὲν ὁμοίως. B. C. D.
— l. 18 ἂν	— l. 49 • •	deest. A.
— l. 21 μυριοπλασίων·	— l. 51 μυριοπλασίων	μυριοπλασία. D.
— l. 25 ἀλλάλας	— 127. l. 2 ἀλλάλων	ἀλλάλας. A. B. C. D.
— l. 26 ἂν	— l. 3 • •	deest. A.
— l. 28 ζ, τὸ	— l. 4 γὰρ τὸ	ζ τὸ. C. D.
— l. 29 ἐλασσόν	— ib. ἐλάσσων	corr. marg. ἔλασσον. B.
— l. 33 εἶμεν	— l. 6 • •	deest. C.
— l. 36 μυρίων	— l. 7 • •	μυρίας. A.
— l. 37 ἑβδόμων ἀριθμῶν	— l. 8 ἑβδόμων	ut in Edit. Oxon. B.
— l. 38 μονάδες,	— ib. • •	μυριάδες. C.
— l. 44 τοίνυν	— l. 12 • •	ὧν. C.
— 332. l. 4 αὖθις	— l. 17 • •	αὖθις. A. αὖθι. D.
— ib. ἀνάρμοστον	— ib. • •	ἂν ἄρμοστ. A. D.
— l. 5 ἐπιθεωρῆτεν	— ib. ἐπιθεώρηται	ἐπιθεωρῆσαι. D.

ΤΕΛΟΣ.

Erratis levioribus quæsumus ignoscat Lector, graviora sic corrigat.

PAG. iii. lin. 46. *lege* prout. p. xxvi. lin. 8. *l.* appositam. p. 7. lin. 25. *l.* ipsa AB. p. 8. lin. 7. *l.* [illegible]. p. 12. lin. 8. *l.* ad PΠ. p. 13. lin. 23. *l.* triangulorum. p. 21. lin. 9. *l.* hæ. lin. 15. *l.* [illegible]. p. 24. lin. 1. *l.* [illegible]. p. 26. lin. 11. *l.* [illegible]. p. 29. lin. 23. *l.* sesquitertium. p. 33. lin. 35. *l.* sesquitertium. p. 41. lin. 5. *l.* a. lin. 28. *l.* seceturque. p. 48. lin. 44. *dele* ad utriusque ΓB, BΔ: et in lin. 51. *post* decupla, *insere* ipsarum ΓB, BΔ. p. 73. lin. 12. *l.* æqualis. p. 74. lin. 7. *l.* Ἀδελφῶν. p. 80. lin. 47. *l.* τρίγωνα. p. 90. lin. 19. *l.* ex centris. p. 99. lin. 17. *l.* [illegible]. p. 115. lin. 11. *l.* major. p. 120. lin. 34. *l.* circumferentiam. p. 132. lin. 30. *l.* est, axem habet. p. 141. lin. 21. *dele* ad. p. 160. lin. 41. *l.* ἀδιαφθόρους. p. 179. lin. 53. *pro* reciprocantur *lege* proportionales sunt. p. 183. lin. 21. *l.* sphæræ. lin. 25. *l.* ad. p. 222. lin. 19. *l.* [illegible]. p. 223. lin. 4. *l.* circumferentia. lin. 21. *l.* [illegible]. p. 234. lin. 8. *l.* [illegible]. p. 320. lin. 24. *l.* sphæram. p. 321. lin. 9. *l.* omnino. lin. 18. *l.* alium.

